



HAL
open science

Des recherches en didactique des mathématiques à l'écriture de manuels pour le secondaire : compromis ou compromission ?

Christophe Hache, Julie Horoks, Jacqueline Penninckx, Aline Robert

► To cite this version:

Christophe Hache, Julie Horoks, Jacqueline Penninckx, Aline Robert. Des recherches en didactique des mathématiques à l'écriture de manuels pour le secondaire : compromis ou compromission ?. Petit x, 2019. hal-02463858

HAL Id: hal-02463858

<https://hal.science/hal-02463858>

Submitted on 11 Jun 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DE RECHERCHES EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES À L'ÉCRITURE DE MANUELS POUR LE SECONDAIRE : COMPROMIS OU COMPROMISSION ?

Christophe HACHE¹

Laboratoire André Revuz, EA 4434, UA-UCP-UPD-UPEC-URN

Julie HOROKS²

Laboratoire André Revuz, EA 4434, UA-UCP-UPD-UPEC-URN

Jacqueline PENNINCKX³

IA-IPR honoraire

Aline ROBERT⁴

Laboratoire André Revuz, EA 4434, UA-UCP-UPD-UPEC-URN

Résumé. Dans cet article, nous essayons de comprendre les apports potentiels de la recherche en didactique des mathématiques et les marges de manœuvre possibles pour des chercheurs collaborant à l'écriture de manuels scolaires du secondaire avec des enseignants et formateurs. Ce travail est inspiré de l'écriture de manuels de mathématiques qu'ont pu faire les auteur.e.s, en particulier récemment pour la classe de 2^{de} dans le cadre de la réforme des lycées en cours, sans que cette expérience ne soit analysée précisément. Les limites inhérentes à une telle entreprise d'écriture sont dégagées en relation à la fois avec les (fortes) contraintes éditoriales et les besoins exprimés par les utilisateurs, enseignant.e.s et élèves. La portée de l'entreprise, en lien avec la transposition de recherches sur les pratiques et les apprentissages, est associée aux besoins que les chercheur.e.s supposent aux utilisateurs, inférés de certains travaux. C'est donc plus une réflexion qu'une recherche étayée par des travaux expérimentaux que nous proposons ici.

Mots-clés. Manuels scolaires, contraintes éditoriales, analyses de tâches, relief sur une notion, commentaires méta.

Abstract. In this text, we try to understand the potential contributions and the latitude of scholars engaged in the writing of textbooks conforming to new school curricula. Our thinking is inspired by our own experience of writing mathematics textbooks, and especially on the recent writing of a textbook for the 10th grade, due to a change of curricula. However, this experience is not specifically analyzed. We bring out the limits of this kind of writing, according to the editorial constraints, the students' and teachers' expressed and supposed needs. We develop also some examples of resources involving didactical research on teachers' practices and students' learning and according to the teachers' needs that this research let us assume. This article is not an experimental based research but an attempt to delimitate the scope and limits of a transposition of didactical research for textbooks.

Keywords. Textbooks, editorial constraints, task analysis, relief on a mathematical notion, meta comments.

Introduction : les manuels scolaires au centre de divers questionnements

Les recherches en didactique des mathématiques qui nous servent de toile de fond analysent les

¹ christophe.hache@univ-paris-diderot.fr

² julie.horoks@u-pec.fr

³ jacqueline_penninckx@msn.com

⁴ robertaline.robertaine@orange.fr

liens entre enseignement et apprentissages des mathématiques, en relation avec les activités des élèves⁵, les pratiques en classe des enseignants⁶ de mathématiques et les formations des enseignants. On pourrait naturellement penser qu'une des applications de ces recherches est l'accompagnement à l'écriture de manuels scolaires, outils quotidiens pour la plupart des enseignants et des élèves en cours de mathématiques. Nous nous interrogeons ici sur cette possibilité dans l'enseignement secondaire français. Une telle entreprise peut-elle entrer en résonance avec des besoins ressentis par les enseignants ou par les élèves ? Si oui à quelles conditions ? Peut-elle contribuer à enrichir les pratiques des enseignants ? Ou à aider les élèves ? D'autre part, les nouvelles données technologiques peuvent-elles contribuer à un certain renouvellement des manuels ?

Un manuel est, ainsi, à la fois, pour les éditeurs un objet mis sur le marché, pour les enseignants et les élèves, à des titres divers, une ressource, et, pour les didacticiens un objet d'analyse de ce qui est proposé aux enseignants et aux élèves. La question que nous nous posons ici est encore autre : dans quelle mesure un manuel pourrait-il être un objet de diffusion de propositions d'enseignement compatibles avec certains de nos travaux (décrits plus loin) ?

Briand et Peltier (2009) ont abordé la question de l'écriture de manuels de mathématiques pour l'enseignement primaire par des didacticiens, tout en soulignant que le problème ne se posait pas de la même façon dans le primaire et le secondaire, même si un certain nombre de contraintes d'écriture ou d'usages sont les mêmes. En effet, dans l'enseignement primaire, les manuels ou fichiers (pour le cycle 2 ou le cycle 3) s'adressent à des enseignants polyvalents, généralement non spécialistes des mathématiques, et proposent, dans la plupart des cas, des séquences à suivre de façon linéaire et exhaustive, ce qui n'est pas le cas dans le second degré. D'autres éléments, tels que la place du cours ou le matériel de manipulation fourni avec le manuel, distinguent aussi les ouvrages des deux niveaux. Du fait de ces différences, on peut penser que les usages de ces manuels par les enseignants — voire les élèves — ne sont probablement pas les mêmes au primaire et au secondaire.

De fait, les didacticiens analysent souvent des manuels scolaires dans leurs recherches ; ce peut être pour comprendre les ressources potentielles offertes aux enseignants, pour mieux étudier une séance filmée, en comparant aux propositions des manuels, ou, plus généralement pour élaborer, à partir des programmes et de leurs interprétations dans les manuels, une référence de ce qui semble attendu des élèves. Ce peut être aussi, plus globalement, pour comprendre le fonctionnement du système et son évolution (Chaachoua, 2014). Signalons également l'existence de rapports de l'inspection générale sur les manuels scolaires, leurs usages et leurs évolutions (1997-1998, 2010), documentés mais non spécifiques aux mathématiques. Reprenant les conclusions du premier rapport, le second, après une synthèse des fonctions et usages des manuels, présente les attentes des différents acteurs de l'école et propose une nouvelle approche de ces ressources, en insistant sur la prise en compte du numérique. Chercheurs et formateurs font aussi parfois analyser des manuels en formation d'enseignants de mathématiques, débutants ou non, pour les outiller afin de décrypter ce que le manuel peut apporter ou non. Leurs conclusions nous paraissent souvent assez négatives : leurs critiques peuvent porter globalement sur la manière d'organiser le manuel, ou plus localement sur certaines parties de cours. Parmi les

⁵ C'est-à-dire pour nous, ici, ce qu'ils pensent (qui est inaccessible pour le chercheur), disent ou non, font ou non, activités considérées comme vecteurs premiers des apprentissages.

⁶ Dans l'article, les mots « enseignants », « professeurs », « auteurs », « formateurs », « chercheurs », « didacticiens », « éditeurs », désignent les enseignant.e.s, professeur.e.s, auteur.e.s, format.eur.rice.s, chercheur.e.s, didacticien.ne.s, édit.eur.rice.s.

critiques récurrentes des chercheurs ou formateurs, liées aux hypothèses adoptées dans les recherches en didactique des mathématiques, on retrouve souvent le fait que le cours apparaît comme réduit, voire imprécis, précédé d'« activités d'introduction » qui préparent le cours mais ne sont pas des activités d'introduction au sens des didacticiens⁷. Les exercices semblent trop découpés en petites questions, très ciblées, sans beaucoup d'originalité ; on retrouve dans presque tous les manuels les mêmes types de tâches⁸ et les mêmes manques, on regrette aussi le manque de problèmes transversaux, c'est-à-dire non affectés d'emblée à tel ou tel chapitre.

Dans cet article, nous essayons, une nouvelle fois — par exemple après Hache (2008) — de comprendre les apports et les marges de manœuvre de didacticiens qui voudraient participer, avec d'autres auteurs enseignants et formateurs, à une telle entreprise d'écriture de manuels scolaires. Les équipes concernées sont mixtes, avec des auteurs plus ou moins impliqués dans des recherches didactiques, enseignants, formateurs, chercheurs, et ont l'ambition de s'adresser à l'ensemble des enseignants. Nous nous limitons ici à des manuels de mathématiques du secondaire en France, édités par une maison d'édition présente sur le marché, et susceptibles d'une certaine diffusion, souvent avec un enjeu commercial. Nous nous appuyons sur notre propre expérience, ayant participé à un travail collectif d'écriture de manuels, notamment un manuel pour la classe de seconde⁹, pour lequel des ressources élaborées par des groupes IREM ainsi que certaines recherches didactiques ont été mobilisées¹⁰. C'est surtout sur ce que peuvent apporter ces recherches que nous discutons ici, sans nous limiter aux manuels sur lesquels nous avons travaillé et sans revenir en détail sur l'expérience elle-même. Nous nous inspirons pour cette réflexion de recherches didactiques plus générales, notamment sur les pratiques effectives des enseignants et les apprentissages des élèves (Vandebrouck, 2008 ; Robert et *al.*, 2012 ; Gueudet & Trouche, 2009). En particulier, les recherches sur les ressources documentaires en usage permettent d'interroger la coexistence encore un peu floue des textes papier ou numérisés et des ressources numériques.

Il s'agit de réfléchir à la portée et aux limites inhérentes à cette entreprise de production, en relation avec les besoins des utilisateurs et avec les contraintes inévitables, notamment éditoriales et commerciales. Cette réflexion éclaire ce que le didacticien peut à la fois espérer et attendre d'un manuel, en relation avec ce que l'enseignant peut y trouver, en questionnant en particulier les transpositions des recherches qui peuvent éventuellement y être faites. Cette réflexion pourrait aussi, en retour, influencer les manières d'analyser les manuels, d'organiser des formations à leur propos, voire de faire travailler divers publics à leur utilisation.

Pour cela, après avoir rapidement évoqué les contraintes éditoriales incontournables qui pèsent actuellement en France sur la production de manuels par les éditeurs « courants » (partie 1), nous présentons dans les parties 2 et 3 des éléments sur les besoins exprimés des utilisateurs et ceux que les didacticiens leur supposent. Cette question comporte deux volets, celui des usages ou même des choix des collections par les enseignants, pour lequel des éléments peuvent être

⁷ C'est à dire que les tâches proposées dans les manuels ne permettent pas aux élèves de mettre en fonctionnement leurs connaissances dans un nouveau contexte et d'en découvrir ainsi de nouveaux aspects, ce travail servant d'appui pour introduire de manière générale, dans le cours qui suit, les nouvelles connaissances associées.

⁸ Les chercheurs (et/ou formateurs) associent, à tout énoncé mathématique, différentes tâches à résoudre ; lorsque cet énoncé est proposé aux élèves, il provoque alors certaines activités attendues, que l'on peut mettre en évidence *a priori* par une analyse des tâches.

⁹ Belin 2019, appelé dans toute la suite manuel « cas d'école ».

¹⁰ Rappelons que les productions de l'IREM peuvent bénéficier aussi du travail des didacticiens.

déduits des recherches sur les ressources des professeurs¹¹ déjà effectuées, et celui d'autres besoins pressentis par les recherches en didactique, non nécessairement comblés par les manuels, non nécessairement explicités, ou moins documentés. Mise à part la grande diversité des usages du manuel, ne serait-ce qu'entre enseignants d'une part et entre élèves d'autre part, nous montrons que les besoins des utilisateurs, supposés par les didacticiens, dépassent sans doute ce que le seul manuel peut offrir. Nous dégagons ensuite dans la partie 4 des limites incontournables de la transposition des recherches aux manuels, qui tiennent à la nature même de ce type de ressources. Nous soulignons ce qui va se dégager dans ce texte : l'offre « de la didactique » est limitée, à la fois par les contraintes externes à la recherche, par l'absence de suffisamment de travaux didactiques sur un certain nombre de chapitres mathématiques, et, encore plus, par l'absence inévitable de prise en compte, dans le manuel, des déroulements en classe, de la diversité des contextes d'enseignement et de la complexité des pratiques enseignantes. Cela engage à réfléchir au public qu'on peut espérer satisfaire, évidemment le plus large possible, et à des enrichissements éventuels à lui offrir dans le manuel. Dans la partie 5, un bilan permet de revenir plus globalement aux idées défendues dans le texte. Une courte conclusion revient sur le problème de fond, compromis ou compromissions.

1. Des contraintes éditoriales et autres limites : la quadrature du cercle pour les auteurs ?

Même si les éditeurs peuvent vouloir initialement contribuer à la qualité de l'enseignement pour tous, ils ont des intérêts différents de ceux des auteurs — didacticiens notamment —, voire contradictoires à ceux-ci. Nous dégagons un certain nombre de conditions à respecter côté éditorial, et leurs premières conséquences côté auteurs, ainsi que d'autres limites qui restreignent les ambitions. Soulignons les convergences de cette réflexion spécifique avec les rapports de l'inspection générale déjà cités. L'intégration inévitable du numérique y compris pour l'édition des manuels, difficile à faire, mais qui, à terme, peut changer beaucoup la donne, sera discutée plus loin.

1.1. Une offre éditoriale souvent orientée par des contraintes limitantes (suivi des programmes du second degré, volume, lisibilité)

Lors de l'écriture d'un manuel scolaire, les premières contraintes incontournables rencontrées sont éditoriales : un manuel édité doit se vendre, et donc, pour beaucoup d'éditeurs¹², le respect des programmes « à la lettre » et des instructions est supposé jouer inévitablement dans les choix des enseignants, en particulier lorsqu'il y a des nouveautés. Tout ce qui peut s'inscrire dans les injonctions ministérielles du moment, même si cela reste des innovations formelles, ou non testées, a une chance d'être accepté. Cela va de pair avec la prise en compte de l'offre des « concurrents », en termes d'attractivité supposée pour les enseignants, notamment sur ce respect de la demande institutionnelle, qui sert en partie de points de repères aux éditeurs pour apprécier globalement ce que les auteurs proposent. Ainsi, les demandes des éditeurs aux auteurs sont alimentées par les usages en cours et les attentes à court terme des utilisateurs de manuels, ou la représentation qu'ils en ont. Cela concourt à une relative homogénéité et une grande stabilité dans la forme et les contenus des manuels (Hache, 2008). Une autre limite tient au nombre de

¹¹ Appelées souvent en didactique des mathématiques recherches documentaires.

¹² Il peut y avoir des exceptions, soit quand un éditeur propose deux collections, soit quand un éditeur s'engage explicitement dans une voie différente. Cependant, l'expérience montre que ces outsiders ne durent souvent pas longtemps.

pages consenties par l'éditeur : un manuel trop gros (et donc trop lourd) est d'emblée exclu, malgré le démarrage de l'introduction de tablettes, qui change un peu cette donne. Cela peut amener les auteurs à devoir renoncer à certains exercices différents ou à des propositions hors préconisation officielle ou à des commentaires explicatifs, des comparaisons de méthodes, *etc.*, faute de place.

Une autre contrainte incontournable est le fait qu'habituellement, le manuel, écrit ou numérisé, est livré aux enseignants sans accompagnement sur les déroulements possibles en classe, ou très peu. Certes, les intentions des auteurs, notamment des explicitations sur les activités proposées, peuvent être développées dans le livre du professeur ou même directement sur un site web associé au manuel, mais, de fait, l'expérience et les données des éditeurs montrent que ce livre destiné aux seuls enseignants est très peu consulté. Par conséquent, même si des alternatives aux énoncés habituels sont proposées dans le manuel, comme des activités d'introduction différentes, ou des tâches inhabituelles, elles pourraient être difficiles à adopter faute d'indications suffisantes, par exemple sur la manière de les gérer en classe, ou même sur les objectifs que les auteurs leur assignent en termes d'activités d'élèves attendues.

Sauf exception, limitée à un ou deux chapitres, les éditeurs exigent enfin aussi une uniformité parfaite de la présentation de tous les chapitres. Pour faciliter l'accès de tous, grâce à un repérage facile et identique des différentes parties de chaque chapitre, une structure analogue est préconisée et rendue très visible : par exemple en gardant toujours le même ordre des différentes rubriques, y compris avec le même jeu de couleurs, pour ce qui précède le cours, le cours (texte du savoir), les différentes catégories d'exercices. Cette cohérence est structurelle, mais ne porte pas nécessairement sur les contenus, elle peut cependant favoriser une utilisation rapide et *a minima*. Les enseignants confirment cependant que les élèves ont besoin d'une organisation claire du manuel, qui peut facilement leur être présentée (Gueudet, 2016). Notons tout de suite que ce qui précède est à la fois un point d'appui possible pour les auteurs, par exemple dans la mesure où le plan de chaque chapitre est fait une fois pour toutes. Mais cela présente aussi une contradiction avec certains résultats de recherches en didactique sur les différences entre les types de notions (reprises plus loin), qui amèneraient plutôt à des présentations différentes de certains chapitres, et justifieraient en particulier que les premiers exercices proposés au début de chaque chapitre ne soient pas porteurs du même potentiel de découverte du nouveau savoir visé, selon les notions et selon leur ancrage dans des connaissances déjà enseignées.

1.2. Un manuel qui s'adresse à la fois aux enseignants et à leurs élèves, dans leur diversité : une gageure

Il s'agit aussi pour l'éditeur qu'il y ait, dans le manuel, des possibilités de choix pour les enseignants, concernant notamment le découpage en chapitres et leur ordre, le texte choisi pour l'exposition des connaissances, les exercices, les corrigés, l'usage présumé des instruments, *etc.* Le manuel doit pouvoir être utilisé dans suffisamment d'établissements différents, quitte à indiquer aux utilisateurs des parcours possibles. Il y a sur toutes ces questions une obligation de compromis entre auteurs, suite à des difficultés à se mettre d'accord sur certains choix. Cela peut mener à des discussions riches et difficiles, n'aboutissant pas toujours à des accords, notamment entre des auteurs exerçant dans des établissements variés (REP / centre-ville). Par exemple, il est clair que selon les classes et les élèves, la progression qui a été choisie pour l'année, voire des circonstances extérieures, l'enseignant peut ou non consacrer le temps et l'énergie nécessaires à une activité d'introduction consistante, nécessitant un travail long. À ce sujet, certains enseignants aimeraient avoir un texte très court pour cette activité, permettant de laisser les élèves chercher, sans trop d'indications, alors que d'autres préfèrent engager les élèves dans une

démarche balisée dans le manuel, quitte à ne pas tirer le même effet de l'activité. Selon le contexte, cette activité peut même être remplacée par des exercices plus courts, de simple familiarisation, pour préparer ce dont on va avoir besoin pour la suite. Alors, quel énoncé choisir pour le manuel ? Il y a là un premier défi pour les auteurs et on conçoit qu'il n'y a pas de choix « universel ».

De plus, même s'il peut y avoir sur le site de l'éditeur des ressources supplémentaires pour l'enseignant ou pour les élèves, c'est le même texte complet qui est offert aux enseignants et aux élèves. Or leurs besoins ne sont probablement pas analogues, au-delà même des différences selon les enseignants et encore plus selon les élèves. Par exemple, certains élèves peuvent être demandeurs d'un maximum d'exercices corrigés, qu'ils peuvent faire seuls, alors que les enseignants ont besoin d'exercices de difficulté variée¹³, à proposer aux élèves sans leur corrigé. Un compromis doit être trouvé, jouant sur la mise à disposition d'un certain nombre de corrigés à la fin du manuel ou sur un site, et sur une diversité des énoncés qui permette aux élèves de s'exercer s'ils le veulent, avec des exercices de difficultés différentes. Un questionnaire passé par 300 élèves de lycée à propos des cours (Chappet-Pariès et *al.*, 2017b) a confirmé que c'est surtout au moment des révisions que les élèves ont éventuellement recours à des ressources autres que leurs prises de notes, dont les manuels, pour y trouver des savoir-faire et des exercices. Mais on manque d'hypothèses précises sur les rôles respectifs des cours, des manuels, du travail en classe et hors-classe dans les apprentissages, rôles qu'on peut légitimement penser cependant très divers selon les élèves.

Ce support commun, qu'il soit sur papier ou numérique, doit donc répondre à plusieurs objectifs différents. Une certaine proximité du manuel avec les cours habituels des enseignants permet sans doute de ne pas trop égarer les élèves, du fait d'offres trop éloignées, notamment en termes de formulations, de méthodes ou d'exercices. On fait l'hypothèse qu'une certaine cohérence entre toutes les ressources offertes aux élèves peut les aider, et qu'elle est renforcée par la cohérence interne du manuel, déjà citée. On peut ainsi penser que le manuel pourrait offrir des aides qui complètent le cours du professeur. Si un élève n'a pas bien noté le cours ou se pose une question à laquelle l'enseignant n'a pas eu le temps de répondre, ou s'il n'a pas complètement compris la réponse, par exemple parce qu'il n'était pas encore prêt à l'entendre au moment où elle a été formulée, retrouver dans le manuel les éléments manquants participe peut-être d'un travail propice à l'apprentissage. Et, réciproquement, un élève peut questionner un enseignant sur quelque chose qu'il a trouvé dans le manuel, notamment si cette possibilité est une habitude dans la classe, ce qui nous semble être assez rare et pourrait sans doute être institué. Cela revient à établir une sorte de collaboration différée avec les auteurs, permettant à l'enseignant de trouver dans le manuel de quoi renforcer ses propres apports. Mais comment écrire un texte qui s'adapte à tous les cours possibles des enseignants, pour tous les contenus ? On conçoit la gageure et sans doute l'impossibilité de couvrir tout le spectre possible.

La vraie question est donc d'apprécier la plus-value que pourrait apporter une ressource du type « manuel » écrite avec des didacticiens, alors même que, d'emblée, les marges de manœuvre en termes de nouveautés, autres que liées aux innovations portées par les programmes, sont très limitées et que les conditions d'une diffusion indiquant suffisamment les idées des auteurs, notamment en matière de déroulements, ne sont pas réalisables (jusqu'ici). Il s'agit de réfléchir — dans les limites des contraintes commerciales et autres — aux besoins des utilisateurs et à l'offre des concepteurs, ce que nous allons développer maintenant.

¹³ Souvent croissante au fur et à mesure des énoncés.

2. Besoins exprimés par les enseignants, besoins supposés par le didacticien : des exercices nombreux et « suffisamment » variés.

On dispose de quelques données sur les besoins exprimés par les enseignants, rappelés ci-dessous. De plus, on peut se risquer à déduire du succès d'une nouvelle série de manuels pour le lycée des tendances un peu nouvelles, mais en partie confirmées, de ces besoins. On complète ces données par ce qui peut venir de recherches en didactique, en en discutant la « faisabilité » dans un manuel.

2.1. Ce que nous apprennent les recherches sur les ressources des enseignants : des enseignants avant tout demandeurs d'une grande quantité d'exercices pour leurs élèves

Nous nous appuyons ici sur des recherches sur le secondaire, menées par Gueudet (2014, 2016), notamment grâce à une enquête sur les choix des professeurs pour les manuels de seconde (*op. cit.*, 2014). En France, les professeurs de mathématiques de collège et de lycée utilisent largement les manuels scolaires et les font utiliser par leurs élèves pour les exercices¹⁴. Tous les professeurs de classe de 2^{de} suivis dans l'enquête (*op. cit.*, 2016) ont ainsi recours à un ensemble de trois ou quatre (parfois plus) manuels pour chaque niveau de classe auquel ils enseignent. L'exposition des connaissances offerte par le manuel n'est en général pas beaucoup utilisée ou en tout cas pas exclusivement : beaucoup d'enseignants (sauf peut-être au début de leur carrière) s'inspirent en général de plusieurs sources pour élaborer cette partie de leur enseignement. Au bout de quelques années, ils ont élaboré leur propre projet à présenter aux élèves, leurs ressources, ou par exemple leurs propres vidéos en cas de pédagogie inversée. Parmi les manuels, celui de la classe (choisi dans l'établissement) joue un rôle spécifique, vecteur de communication avec les élèves. Ainsi, 84 % des professeurs interrogés déclarent utiliser le manuel essentiellement pour donner du travail à faire à la maison aux élèves, d'où leur besoin exprimé d'exercices suffisamment nombreux et variés. Les autres manuels servent à fournir des idées d'activités à proposer en classe, des sujets de devoir à la maison ou surveillé en classe. À propos des activités dites d'introduction, certains déclarent qu'elles sont inutiles alors que d'autres les trouvent inutilisables, estimant qu'elles sont trop détaillées, offrant trop de questions intermédiaires qui font perdre l'essence même de l'activité de découverte. Ces mêmes questions intermédiaires, qui peuvent servir de balise pour mener l'activité en classe, sont en fait appréciées lorsque l'enseignant prend connaissance de l'activité en préparant la séance. Les enseignants apprécient les aides fournies pour travailler avec le manuel : par exemple concernant le manuel numérique Sésamath, les professeurs utilisateurs ont massivement demandé l'accès à des corrigés des activités et des exercices. On perçoit donc un intérêt pour des documents accompagnant le manuel, et peut-être leur enrichissement grâce aux apports des technologies. Il semble aussi que, pour les enseignants interrogés, quelques innovations ne sont pas malvenues, pour contrer une éventuelle lassitude, en plus des nouveautés correspondant à des adaptations aux nouveaux programmes.

Cela étant dit, il est difficile d'avoir accès à la pratique quotidienne des enseignants avec leurs manuels. On peut penser, par expérience notamment, que la question du temps imparti à l'utilisation d'une ressource par un enseignant est primordiale : il y a là une source de contradiction entre les besoins des utilisateurs (enseignants), qui veulent aller droit à ce qui leur sert et se l'approprier rapidement pour le mettre en œuvre, et les envies des auteurs, qui

¹⁴ Avec une tendance récente à se tourner vers les manuels numériques, qui va dans le sens de l'institution, et de certains collectifs d'auteurs, et qui peut être renforcée par des *restrictions de crédits* qui limitent les changements de manuels, voire peuvent obliger parfois à se passer de manuels.

voudraient expliciter leurs intentions, laisser des questions ouvertes. Une telle ressource demanderait plus de préparation, et pourrait comporter plus d'incertitudes et de prises de risques dans les déroulements en classe... En fait, les auteurs savent bien qu'en dernière analyse, ce sont les enseignants, chacun dans sa classe, qui peuvent le mieux adapter la ressource à leurs besoins. Un compromis peut être pensé en termes de documents annexes (numériques, vidéos), qui laisseraient aux seuls enseignants qui le souhaitent la possibilité d'accéder à ces explications, à telle ou telle occasion.

2.2. Une nouvelle série de manuels pour le lycée dont la réussite repose la question des besoins exprimés par les enseignants

Il n'existe pas encore d'étude précise sur la série de manuels *lelivrescolaire.fr*¹⁵, déjà présente au collège, dans toutes les disciplines, et qui a fait son apparition cette année au lycée, notamment en mathématiques, pour les nouveaux programmes. Les premiers éléments donnés par les éditeurs indiquent un réel succès en termes de parts de marché.

Les concepteurs de cette série développent dans de courtes vidéos, très accessibles sur Internet, plusieurs arguments pour promouvoir leurs manuels. On peut constater que ces arguments ne sont pas en relation précise avec les contenus mathématiques à enseigner mais, d'une part, avec le mode de production collaboratif mis en œuvre (il y a beaucoup plus d'auteurs que d'habitude, avec des co-auteurs et super-auteurs ayant des rôles différents) et, d'autre part, avec le rôle donné au numérique. Ainsi, les manuels sur internet sont gratuits, au moins pour une partie du « texte ». Ils comportent beaucoup d'exercices, applications, entraînement, synthèse, QCM... avec des liens directs vers des corrigés, des algorithmes, *etc.*, et on y trouve des aides pour faire fonctionner les logiciels impliqués. On peut bénéficier immédiatement de l'interactivité permise par le web, par exemple en intégrant une courte démonstration sur vidéo à l'endroit où le théorème est exposé ou une correction d'exercices. Le site propose aussi des cartes mentales sur les notions étudiées, dont on sait qu'elles sont dans l'air du temps¹⁶.

En revanche, et peut-être justement parce que les très nombreux auteurs sont des enseignants et proposent, dans une visée collaborative, ce qu'ils font déjà en classe, le résultat est un produit assez « classique » au niveau des contenus. Par exemple, en anticipant sur ce qui sera développé ci-dessous, les activités d'introduction ne sont pas toujours l'occasion pour les élèves d'étendre par eux-mêmes leurs connaissances en direction des nouvelles notions visées ; les différences entre les activités pouvant amener une certaine découverte et celles qui sont des préparations entièrement introduites par l'enseignant ne sont pas signalées. Il y a peu de commentaires explicatifs, même si des méthodes, assez directives en fait, sont systématiquement proposées (proches de savoir-faire explicites).

Cela semblerait indiquer, vu le succès du manuel, qu'une partie des enseignants apprécie davantage la proximité offerte par des ressources issues de l'expérience collective, avec suffisamment d'accès au numérique, très accessibles, avec beaucoup d'exercices pour les élèves, voire des corrigés immédiatement accessibles, plutôt que de ressources renouvelant, même un peu, les manières d'aborder les contenus. Les professeurs semblent ainsi faire confiance à des collectifs d'enseignants pour élaborer les ressources à utiliser, intégrant la dimension numérique, mais sans autre changement majeur : ils s'y retrouvent sans doute ! Cela rejoint en partie les

¹⁵ <https://www.lelivrescolaire.fr/> (consulté le 25/12/2019)

¹⁶ Cf. par exemple Eduscol (2013), Les cartes mentales dans le secondaire, même si on peut avoir des questionnements sur leur rôle dans les apprentissages.

constats de Gueudet et *al.* (2013) sur la nécessité de l'existence d'une communauté de pratiques pour aboutir à des conceptions différentes de l'enseignement de certains chapitres, par-delà l'intégration des TICE souhaitée par l'institution. Mais cette communauté reste encore balbutiante pour Gueudet (*ibid.*).

2.3. Par-delà la quantité, une variété raisonnée d'énoncés ?

Nous partageons l'importance de disposer de beaucoup d'énoncés d'exercices dans le manuel, mais nous faisons l'hypothèse complémentaire de l'intérêt de les varier suffisamment, de manière raisonnée : pour nous, les choix d'exercices doivent ainsi respecter une certaine exhaustivité des adaptations possibles des connaissances proposées, en plus de leur quantité (Robert et *al.*, 2012). Ce sont de fait les activités attendues des élèves sur les tâches proposées qui sont en jeu dans nos études, mais ici la distinction entre énoncés, exercices ou problèmes, tâches ou encore activités attendues ne se justifie pas.

Nous avons ainsi établi de manière générale un certain classement des exercices à proposer aux élèves, sur un contenu donné inscrit dans le programme, à partir de l'appréciation et de sa vérification expérimentale des activités que les élèves auront à déployer pour les résoudre. C'est une étude précise des notions telles qu'elles sont inscrites dans les programmes, croisée avec les difficultés repérées des élèves, ce que nous appelons le *relief* sur les notions, qui permet ce travail sur les exercices d'un chapitre¹⁷.

Nous distinguons ainsi les exercices ne nécessitant que des applications immédiates, c'est-à-dire ceux où l'élève doit mettre en œuvre, dans un contexte particulier mais sans transformations¹⁸, des éléments du cours, isolés et indiqués, soit directement soit par leur place dans un paragraphe titré. Cela peut concerner les aspects outils ou objets (Douady, 1986) d'une notion étudiée, qui ont été présentés dans le cours : il s'agit d'appliquer, dans le contexte de l'exercice, une définition ou un théorème, s'exerçant ainsi sur l'objet, ou alors de s'en servir pour démontrer une autre propriété, en utilisant alors l'aspect outil de la connaissance. Souvent, ces exercices font l'objet de savoir-faire et sont alors corrigés.

Dans l'exemple de la figure 1, portant sur un savoir-faire tiré du manuel « cas d'école », il s'agit d'une application directe de ce qu'indique la lecture graphique et de sa transcription dans un tableau.

Lire le sens de variation d'une fonction sur une courbe et établir son tableau de variation.

► Décrire le sens de variation de la fonction f représentée ci-contre et donner son tableau de variation.

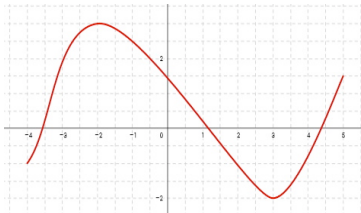


Figure 1 : Un exemple de « savoir-faire », d'après le manuel « cas d'école », dans le chapitre sur le sens des variations des fonctions en seconde.

¹⁷ Pour des raisons de place, nous nous restreignons dans les exemples à des savoir-faire ou des exercices d'entraînement, tirés de notre manuel « cas d'école ».

¹⁸ On évoque quelquefois des gammes, ou des tâches qui ne nécessitent pas d'adaptations des connaissances.

Dans les énoncés plus consistants, on peut proposer des mises en fonctionnement variées des connaissances, qui mettent en jeu des adaptations pour appliquer la connaissance concernée (Horoks & Robert, 2007 ; Robert et al., 2012), ou pour mélanger différents éléments du cours, y compris anciens, proposant ainsi des tâches non isolées. Parmi ces tâches plus complexes, on trouve des exercices associés à des situations, notamment issues de la vie courante, qui demandent de traduire (mathématiser) le problème présenté en utilisant des objets mathématiques avant de le résoudre. Souvent un même énoncé peut faire intervenir plusieurs adaptations différentes d'une ou plusieurs connaissances. Précisons les grands types d'adaptations que l'on peut proposer, pour faire varier les activités des élèves.

L'adaptation la plus courante demandée aux élèves est la capacité à reconnaître la façon d'appliquer les connaissances exposées en cours, qu'elles soient citées ou non (on parle alors de connaissances devant être disponibles), dont le recours à d'autres connaissances, plus anciennes, dont il faut souvent avoir l'initiative. La figure 2 en montre un exemple : il s'agit d'associer le bon tableau de variation à une fonction définie par une expression algébrique. Cette reconnaissance nécessite une étape préliminaire pour repérer le sens des flèches adéquat.

Choisir la (ou les) bonnes réponses.

Soit h la fonction définie sur $[-6; 6]$ par $h(x) = 4 - (x+3)^2$. Son tableau de variation est :

a.

x	-6	-3	6
$h(x)$	-5	4	-77

b.

x	-6	0	6
$h(x)$	-5	4	-77

c.

x	-6	-3	6
$h(x)$	13	4	13

Figure 2 : Un exemple de reconnaissance (d'après un QCM du manuel « cas d'école »).

En effet, l'expression algébrique n'indique rien directement sur le sens de variation. Il s'agit donc de repérer, à partir de cette expression, ce qui peut en figurer dans un tableau, pour en déduire le « bon » tableau. On peut ainsi reconnaître que l'expression donnée permet de trouver que la fonction admet un maximum, dont la valeur est lue immédiatement, ce qui amène à éliminer le tableau **c.** (qui indique un minimum) et à garder les tableaux **a.** et **b.** compatibles avec ce double renseignement. Il y a ainsi une première étape, demandant la disponibilité d'une connaissance introduite juste avant le sens de variation (à savoir « $h(x)$ admet un maximum car $h(x) \leq 4$, puisque un carré est positif et donc son opposé négatif »). Cela constitue un détour utile ici au passage entre algébrique et tableau. On ne retient dans un premier temps du tableau que l'existence d'un maximum, perte d'information qui peut être une source de difficulté... Cela

permet de prendre conscience de ce que peut apporter ou non le registre¹⁹ algébrique en termes de variations. C'est ensuite la valeur de x associée à ce maximum qui permet de choisir le tableau $a.$, en repérant, à partir de l'expression algébrique, la valeur pour laquelle le maximum est atteint. Notons qu'un élève pourrait se lancer dans la comparaison de $h(a)$ et $h(b)$, ce qui introduirait une discussion dans la classe anticipant le sens de variation de la fonction « carré » ! Cela dit, cette rapide analyse ne figure évidemment pas dans le manuel, ni même dans le livre du professeur où l'on se contente d'indiquer tous les corrigés des exercices.

Un second type d'adaptation intervient dans les traitements à effectuer pour résoudre un exercice. Les changements de cadre²⁰ ou de registre (mode d'écriture ou de représentations mathématiques), les changements de point de vue, le travail dans plusieurs cadres ou registres et les interprétations éventuelles qui les accompagnent sont des éléments importants à introduire pour apprécier le travail des élèves lors de la réalisation des traitements attendus. Il n'est pas rare qu'un changement de cadre, de registre ou de point de vue entraîne à la fois une perte et un gain d'information : on gagne en précision, mais on perd en vue globale, par exemple. Il faut de même apprécier l'introduction d'intermédiaires dans les calculs, par exemple l'introduction de notations, ou au niveau des constructions, par exemple, le fait de prolonger un segment. Cela peut être ou non à l'initiative des élèves. Cette prise en compte du travail sur différentes facettes d'un concept, d'une formule ou d'un théorème, notamment grâce à des représentations diverses, non équivalentes (représentations graphiques *versus* formules par exemple), est justifiée par l'hypothèse admise de l'importance de ce type d'adaptations dans les apprentissages (Robert, 1998, p. 169).

La figure 3 en montre un exemple, qui met aussi en jeu des reconnaissances. À chaque définition algébrique donnée, il s'agit d'associer un sens de variation et de le reconnaître sur le graphique de la fonction, en y associant l'intervalle où la fonction a ce sens de variation. Il faut donc reconnaître ce que définit chaque expression formalisée pour l'associer aux bons intervalles et de ce fait effectuer un changement de registre, indiqué par l'énoncé.

Reconnaître les définitions du sens de variation d'une fonction

On donne la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-3; 4]$.

Associer chacune des définitions suivantes (D_1 , D_2 ou D_3) à l'intervalle (I_1 , I_2 ou I_3) auquel il se rapporte.

- (D_1) Pour tous réels x_1 et x_2 de I , $f(x_1) = f(x_2)$.
- (D_2) Pour tous réels x_1 et x_2 de I , si $x_1 < x_2$, alors $f(x_1) > f(x_2)$.
- (D_3) Pour tous réels x_1 et x_2 de I , si $x_1 < x_2$, alors $f(x_1) < f(x_2)$.

$I_1 = [-3; -1]$; $I_2 = [-1; 0,6]$; $I_3 = [0,6; 2]$ et $I_4 = [2; 4]$ sur lesquels elles s'appliquent.

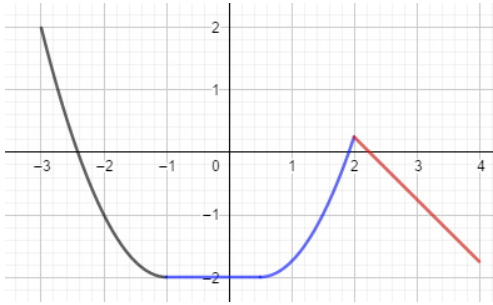


Figure 3 : Un exemple de traitement (d'après un savoir-faire du manuel « cas d'école »).

¹⁹ L'écriture.

²⁰ Comme le cadre graphique, numérique, algébrique, *etc.*, associés à des domaines de travail mathématique.

L'organisation des connaissances est un troisième grand type d'adaptation que les élèves peuvent avoir à faire : ce peut être pour choisir et appliquer un raisonnement, mais aussi pour introduire des étapes afin d'organiser la démarche à suivre dans la résolution de l'exercice, par exemple en reprenant des questions précédentes, ou même pour choisir cette démarche de résolution parmi plusieurs. La figure 4 présente un exemple d'organisation qui met aussi en jeu des changements de registre, dans un exercice d'entraînement portant sur la détermination du signe d'une fonction à partir d'un tableau de variation donné à compléter par des valeurs données de la fonction.

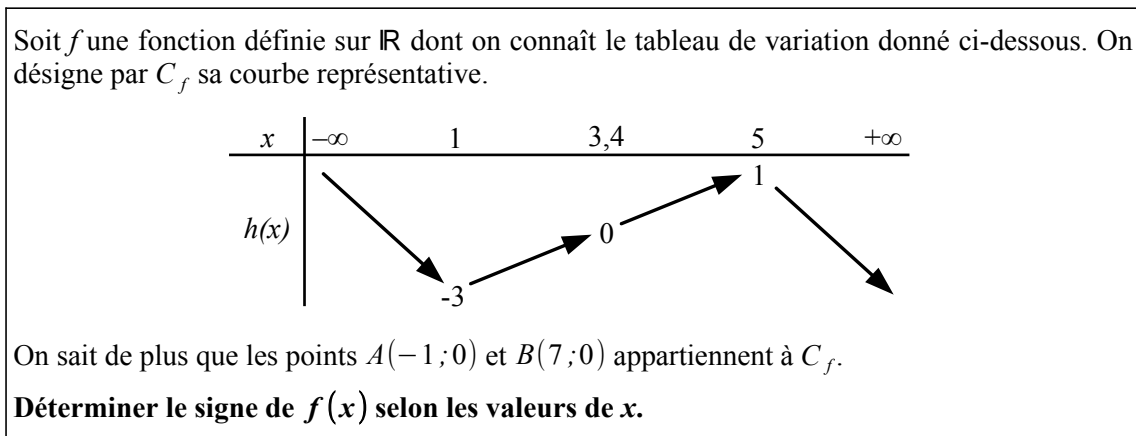


Figure 4 : Un exemple d'organisation (d'après un exercice d'entraînement du manuel « cas d'école »).

Il faut placer ici dans le tableau les valeurs des coordonnées x et de $f(x)$ des points A et B , données dans l'énoncé (première étape, naturelle) puis interpréter la recherche du signe comme comparaison de $f(x)$ et 0, premier changement de point de vue permettant de passer de $f(x)$ positif à $f(x) > 0$ (deuxième étape). Cette dernière recherche se fait à partir de la variation lue sur la deuxième ligne du tableau, moyennant un deuxième changement de point de vue : si 0 apparaît sur une flèche descendante, $f(x)$ est positif pour les valeurs de x plus petites que la valeur de x associée à ce 0, à lire sur la première ligne du tableau, et $f(x)$ est négatif « après cette valeur de x » et inversement pour une flèche ascendante (troisième étape). La dernière étape consiste à remonter à la première ligne pour lire les valeurs de x cherchées, associées aux valeurs de $f(x)$ repérées.

Le travail sur les énoncés faisant intervenir calculatrices ou logiciels introduit encore d'autres adaptations — pour lesquelles il faut tenir compte à la fois des contraintes instrumentales et des bénéfices apportés par la machine, en essayant, le cas échéant, d'en montrer des limites. Il peut être utile aussi de proposer des problèmes transversaux, hors chapitres, qui nécessitent donc d'autant plus une identification par les élèves des connaissances à appliquer, mais plus difficiles à « placer » dans un manuel actuel. Cela n'a d'ailleurs pas été possible dans notre manuel « cas d'école », pour des raisons de place.

De fait, cela peut être très coûteux en nombre de pages de proposer l'ensemble de la variété des types d'exercices supposés nécessaires par le didacticien. Et cela compliquerait la lisibilité de l'organisation de l'ensemble. De plus, analyser explicitement²¹ les activités attendues des élèves sur un exercice est très long. On peut se demander cependant s'il ne serait pas appréciable de donner quelques exemples détaillés d'une telle analyse dans le manuel, y compris en visant certains élèves, sachant que cela allongerait encore le texte. Pour l'instant, cela ne peut figurer que dans le livre du professeur ou sur le site.

²¹ Les enseignants le font souvent, par expérience, mais sans l'explicitier, en particulier aux élèves.

Rentrent ainsi en tension le choix de proposer des exercices supposés riches pour les apprentissages, suffisamment variés, ou même un peu inattendus, voire quelques analyses de ce que mettent en jeu ces énoncés, et le choix de proposer suffisamment d'exercices « habituels » en renonçant à expliciter les mises en fonctionnement des connaissances visées. Nous y revenons ci-dessous.

2.4. Retour sur les exercices du manuel et le rôle de l'enseignant : le manuel n'est-il qu'une banque « muette » ?

D'une part, à la fois pour les besoins des enseignants et ceux des élèves, nous postulons que la quantité d'exercices à proposer, y compris en partie analogues, est importante, d'où l'intérêt de disposer de beaucoup d'exercices dans les manuels, que ce soit pour la classe ou pour la maison. Les enseignants ont ainsi besoin d'un réservoir d'exercices variés, d'accès facile, non corrigés pour qu'ils puissent s'en servir en contrôle par exemple.

Il paraît souhaitable de fournir aussi un certain nombre d'exercices assez proches. En effet, si, pour certains élèves, un exercice travaillé en classe peut être l'occasion d'une première aide indiquant ce qu'il y a à appliquer, la recherche d'un deuxième exercice analogue à la suite du premier peut enclencher un travail débouchant sur un deuxième type d'aide, élargissant le point de vue de l'élève et renforçant ce qu'il aura réussi à faire la deuxième fois. Pour renforcer cette idée, on sait aussi que la confiance en soi (et la réussite) aide les élèves à progresser en mathématiques : c'est un résultat souvent souligné (par exemple, *cf.* résultats de Pisa 2015, publié par l'OCDE). Le travail sur les automatismes, mis en jeu notamment dans les premiers exercices sur des tâches simples et isolées, peut alors contribuer à renforcer des connaissances et même aider à en construire de nouvelles (les élèves sont à l'aise par répétition et peut-être adaptation, et de nouvelles connaissances deviennent proches de connaissances bien installées).

D'autre part, à l'inverse, présenter une variété d'adaptations peut non seulement contribuer à faire développer des activités variées propices aux apprentissages, mais encore permet d'éviter de faire refaire toujours les mêmes types d'exercices aux élèves. Ainsi par exemple, dans une recherche au niveau de la classe de 3^e sur l'enseignement des racines carrées, on a montré le danger de faire toujours travailler aux élèves les mêmes procédures, au risque de ne pas leur permettre de penser à des adaptations différentes (Chesnais et *al.*, 2010) : on arrive à faire automatiser une unique procédure, pouvant faire oublier la propriété mathématique à l'œuvre, ce qui engendre une difficulté d'adaptation ultérieure, sur la même connaissance à mobiliser dans un contexte différent.

Se pose alors la question du classement des exercices proposés à la suite de l'exposition des connaissances dans le manuel : ce peut être par « facilité » croissante, suivant les paragraphes du cours (c'est le cas le plus fréquent), ou en indiquant davantage la nature des tâches, ce qui, on l'a vu, complique la lisibilité et est très long²² à établir. En effet, indépendamment des problèmes de place, dans quelle mesure aide-t-on les élèves (ou certains d'entre eux) en explicitant certaines caractéristiques des tâches, en proposant par exemple de mettre des titres d'exercices faisant allusion aux adaptations visées ? N'est-ce pas suffisant que l'enseignant s'en charge, au fur et à mesure, ou même que les élèves retrouvent seuls les associations utiles ? Un travail de recherche sur le thème des équations en 4^e (Sirejacob, 2017) a établi que les « bons » élèves semblent davantage identifier les différents types de tâches d'un thème d'étude que les autres élèves. Mais cela ne permet pas de savoir quel est l'effet d'un étiquetage des tâches par l'enseignant ou/et le manuel.

²² Limite ennuyeux !

En fait, dans les exercices qui suivent le cours, les élèves savent « en gros » quelles connaissances sont à mobiliser, mais ils ont souvent du mal à repérer dans un énoncé la manière d'appliquer ces connaissances, d'où l'intérêt à nos yeux de les habituer à réfléchir à l'association d'un énoncé et des types d'adaptations (qui se retrouvent d'un chapitre à un autre). C'est une des raisons qui nous amène à proposer d'explicitier autant que possible dans le manuel, pour les élèves, ce qu'un certain nombre d'exercices ont en commun dans ce qu'ils font travailler, en mettant en évidence l'utilisation attendue des connaissances. Ce peut être, par exemple, sans trop surcharger le texte, en proposant, sur certains exercices d'entraînement, des commentaires ou en mettant des titres à un sous-ensemble d'exercices faisant travailler la même chose : cela indique aux élèves que les exercices sont l'occasion d'utiliser d'une certaine manière une connaissance particulière et cela peut faciliter une prise de conscience de cette utilisation, qui peut devenir une habitude, renforçant ce que l'enseignant peut dire. Rien n'empêche par ailleurs l'enseignant qui veut laisser toute la réflexion à la charge des élèves de commencer par proposer l'énoncé sans indication, ou de modifier l'énoncé ! Cependant, le manuel peut enrichir ce qui a été commencé en classe. En revanche, pour faire travailler la disponibilité des connaissances (pour qu'elles puissent être utilisées sans que ce soit indiqué), on peut renoncer à ces titres dans les problèmes de synthèse.

Cela rejoint la réponse à une autre difficulté rencontrée chez certains élèves. Rappelons en effet qu'une même tâche peut donner lieu à des activités différentes chez les élèves²³ (y compris dans leur tête, cf. Bautier, 2015). Certains élèves associent d'emblée à leur travail des éléments qui dépassent l'exercice cherché, comme une manière d'appliquer une connaissance ou un début de méthode ; et d'autres ne sont intéressés que par l'obtention du résultat, ne pensent pas ou même refusent d'associer leur travail sur l'exercice à un apprentissage plus large. Pour ces élèves qui en restent à l'effectuation des tâches sans concevoir (semble-t-il) que résoudre un exercice peut servir à autre chose qu'à en obtenir le résultat ou à être évalué, il pourrait être intéressant d'avoir dans le manuel, lorsqu'il est consulté à la maison, notamment²⁴ pour réviser, cet étiquetage des exercices avec des titres pouvant contribuer à faire dépasser cette conception réductrice du travail mathématique²⁵. Là encore, la mise en place de ce type de présentation rentre en tension avec les contraintes éditoriales sur le nombre de pages d'un manuel.

D'où une idée qui va revenir dans toute notre réflexion : on voit bien que les choix de ce qui est retenu du manuel pour être travaillé en classe, ainsi que les ajouts de l'enseignant à partir du travail des élèves sur les exercices, dont les corrections par exemple, tiennent davantage à l'enseignant qu'au manuel lui-même, qui ne peut jouer que comme une banque d'exercices plus ou moins « muette ». Même le livre de l'enseignant, dont on a déjà dit qu'il est peu consulté, ne peut tout décrire. Nous revenons à cette incontournable limite des manuels ci-dessous.

2.5. Une incontournable limite des manuels : la faible part réservée aux liens explicites entre exercices et entre cours et exercices.

Il s'agit ici d'intégrer à notre réflexion les déroulements du travail en classe sur les exercices, après les cours correspondants, travail qui correspond à une des utilisations plébiscitées des manuels. Ce qui peut apparaître dans les manuels au sujet des déroulements reste très limité,

²³ En particulier, des travaux de sociologues sur des élèves défavorisés socialement l'ont montré.

²⁴ Le questionnaire de 300 lycéens sur les cours déjà cité a confirmé que les élèves consultent leurs documents surtout avant les contrôles.

²⁵ Mais on manque de recherches effectives à ce sujet, ne serait-ce que pour vérifier que les élèves prennent connaissance de ces commentaires.

l'essentiel du travail reposant sur l'enseignant, quoi qu'il en soit, ne serait-ce que parce que les déroulements sont éminemment variables d'une classe à l'autre !

On l'a dit, le manuel peut offrir des vraies potentialités, en termes de quantité et qualité des exercices notamment, voire quelques commentaires, ou des titres, mais c'est à la charge de l'enseignant de les proposer ou non aux élèves, et d'en accompagner les résolutions : pour que les exercices, y compris un peu différents, soient effectivement travaillés par les élèves, et pour que les mises en œuvre attendues apparaissent effectivement et servent aux apprentissages, notamment grâce aux liens que l'enseignant introduit en s'appuyant sur le travail des élèves.

Il y a là une limite inhérente à toutes les ressources écrites, y compris les manuels, dont l'usage repose sur les pratiques des enseignants, non seulement par le manque de justification d'une partie des choix de contenus présentés dans la ressource, mais aussi par l'absence de discussion sur les déroulements organisés en classe lors du travail sur ces contenus. Chaque enseignant établit une certaine progression et un certain équilibre dans sa classe, et prend dans le manuel ce qui peut s'accorder avec ces choix. On peut supposer que si un enseignant est sensible aux mêmes leviers que les auteurs, il utilisera assez naturellement leur manuel conformément à leurs attentes. Cela n'empêche pas d'autres usages, plus éloignés de ce qui est attendu par les auteurs.

Une première difficulté tient au temps et aux élèves : les enseignants peuvent, parce qu'ils manquent de temps en classe, ou pour s'adapter à l'hétérogénéité de leurs élèves, être amenés à intervenir assez vite pendant le travail sur un exercice, pour donner des informations aux élèves qui n'arrivent pas à démarrer ou sont bloqués sur une tâche un peu plus complexe. Ils transforment ainsi la nature des adaptations attendues, pour que les élèves « s'y mettent » sans trop attendre. Ils peuvent aussi, souvent pour des raisons analogues, choisir des exercices bien découpés, qui ne laissent pas trop d'initiative aux élèves. Ainsi, ce n'est pas parce que des exercices de difficultés variées sont dans le manuel qu'ils seront utilisés tels quels, ce qui explique, encore une fois, une pression éventuelle des éditeurs en faveur des exercices plus classiques, et plus nombreux...

Nous faisons l'hypothèse complémentaire que les difficultés récurrentes chez les élèves relèvent de la difficile imbrication attendue de la prise de sens d'une part et de l'acquisition des techniques et automatismes d'autre part. En particulier, les élèves ne font pas toujours les liens entre le cours (et les outils ou méthodes générales qu'on leur donne) et les applications attendues dans les exercices, et réciproquement, entre un exercice et ce qu'il mobilise comme élément du cours. Il s'agit de leur faire « éprouver les techniques » dans des situations précises, inscrites dans une question contextualisée (qui peut donner du sens), mais il s'agit aussi de les faire accéder à ce qu'il y a de général derrière, voire de le rendre disponible (utilisable sans indication). Pour cela, la variété des exercices est certes fondamentale, mais c'est aussi le cas des liens explicites entre ces exercices et le cours (Bridoux et *al.*, 2016 ; Chappet-Pariès et *al.*, 2017a), que seuls peuvent assurer les enseignants, en plus des quelques renvois nécessairement elliptiques des manuels.

3. Des outils tirés de la didactique qui peuvent être réinvestis indirectement dans l'écriture de manuels

Aux recherches en didactique sont associées à la fois des fondements théoriques, en partie admis, en partie travaillés, et des résultats divers. Ces derniers peuvent être constitués de séquences d'enseignement sur un thème donné qui se sont avérées robustes, c'est-à-dire qui se reproduisent avec les mêmes caractéristiques dans des contextes variés. Les résultats peuvent aussi concerner

la mise en évidence, ou du moins la détection de régularités, suite à la répétition des expériences, de phénomènes liés à l'enseignement, à l'apprentissage ou aux relations entre les deux, sur un thème donné, dans un contexte donné.

Un certain nombre de ces acquis peuvent être « convertis » en ressources pour un manuel. Les analyses des tâches, déjà évoquées, peuvent être directement utilisées par les auteurs (notamment didacticiens) lors du travail sur la variété raisonnée des exercices, même si les analyses elles-mêmes ne figurent pas dans le texte du manuel. Il existe d'autres outils d'analyse des contenus à enseigner, des déroulements en classe ou des pratiques, qui peuvent être réinvestis et servir à élaborer certaines parties du manuel mais plus indirectement. C'est le cas des activités d'introduction et de certains éléments de l'exposition des connaissances (appelé par certains « texte du savoir ») que nous illustrons maintenant. D'autres recherches spécifiquement liées au langage mathématique et à ses usages peuvent aussi inspirer l'écriture de manuels mais nous n'en parlons pas ici.

3.1. Étude du *relief* et conséquences sur les activités d'introduction

Pour réfléchir plus globalement soit aux introductions des notions, soit aux scénarios à élaborer, les chercheurs en didactique des mathématiques s'appuient sur des analyses croisant les contenus à enseigner (leur histoire, leur nature, leur épistémologie), les programmes des niveaux antérieurs et celui en jeu, pour préciser le nouveau, et les difficultés connues des élèves (c'est le résultat de ce croisement que nous appelons le *relief* sur une notion, cf. partie 2.3., p. 65). Cette étude préalable ne figure pas dans les manuels, si ce n'est par des traces dans le livre du professeur. Elle ne tient pas compte des déroulements à organiser ni des questions de temps ni des spécificités des élèves d'une classe.

Pour certaines notions, nous faisons l'hypothèse qu'un travail préliminaire des élèves sur un problème sur un cas précis peut effectivement préparer l'introduction de la notion générale visée : il s'agit d'éclairer sa raison d'être dans un contexte donné en s'appuyant sur les connaissances *déjà-là* des élèves et de prolonger l'activité en débouchant sur la présentation par l'enseignant. La notion est alors plus accessible, ce travail préliminaire ayant contribué à donner du sens (au moins pour un certain nombre d'élèves).

Dans le meilleur des cas, on arrive à élaborer un problème où les élèves peuvent étendre seuls, dans le contexte donné, ce qu'ils savent déjà, avec des moyens de se contrôler sans l'aide de l'enseignant. Le nouveau savoir, introduit ensuite par l'enseignant, va apparaître comme généralisant ce qui aura été fait en contexte (cf. note 7, p. 59). Il est possible par exemple d'adapter la situation de la bouteille de Brousseau (1974) comme introduction du programme de probabilités en 2^{de} (Briand, 2005). Dans d'autres cas, on peut construire un problème qui met les élèves devant le besoin de la notion nouvelle : cette connaissance leur manque pour avancer, même s'ils ont pu commencer — exemple : l'aire sous la courbe en Terminale (Robert & Rogalski, 2004). Le savoir nouveau va alors apparaître comme réponse à un besoin dans ce contexte. Dans ces deux cas-là, charge à l'enseignant de s'appuyer sur la question posée aux élèves ou leur réponse partielle pour généraliser et introduire le nouveau. Cela passe par l'explicitation des liens entre la situation contextualisée sur laquelle les élèves ont travaillé et le général, entre l'ancien et le nouveau, et par le respect du temps long que ce dispositif nécessite...

Les extensions d'anciennes notions ou les notions qui sont réponses à un problème permettent une telle élaboration de situations d'introduction (Robert et al., 2012). Mais ce travail de découverte des élèves à partir de leurs connaissances *déjà-là* est souvent semé d'embûches, et même quelquefois impossible ! Il n'y a pas toujours de problèmes permettant d'envisager un

début d'utilisation, en contexte, des nouvelles connaissances. Les notions porteuses d'un formalisme nouveau, généralisateur, unificateur²⁶ sont hors de portée d'une introduction, même partielle, à partir d'un travail des élèves eux-mêmes, car trop éloignées des notions déjà acquises ; les élèves peuvent ne pas reconnaître dans le nouveau formalisme ce qu'ils savaient déjà et ne pas être convaincus d'emblée par l'économie apportée par son usage²⁷. En revanche, il peut y avoir des tâches préparatoires, de familiarisation par exemple.

Nos recherches, et particulièrement nos études de relief, peuvent ainsi permettre de préciser ce qui peut être proposé pour préparer l'introduction d'une nouvelle notion en relation avec son « type », même si, quelle que soit cette notion, dans les manuels on parle d'« activités d'introduction » sans distinction.

3.2. L'exemple du sens de variation en seconde : du relief au cours

Nos recherches (Chappet-Pariès et *al.*, 2017b) attirent l'attention sur la difficulté, pour beaucoup d'élèves de seconde, du passage d'une lecture graphique du sens de variation d'une fonction (du type : la courbe « monte », « descend ») à l'expression algébrique correspondante de ces variations. Cette tâche met en effet en jeu l'abandon de la simple lecture globale, dynamique, déjà acquise, et son remplacement par une traduction formelle (algébrique), comparant l'ordre de deux occurrences quelconques de la variable x et l'ordre de leurs images $f(x)$. Pour décrire la courbe, il n'est pas nécessaire de faire intervenir les coordonnées des points de la courbe, alors qu'en revanche, dans la traduction algébrique, on en a besoin, de manière dissymétrique qui plus est (comme y dépend de x , c'est x qui est cité d'abord dans l'écriture). En fait, il existe, dans le cas du graphe d'une fonction f , une première traduction assez intuitive de la lecture graphique, qui dissymétrise x et $f(x)$, en traduisant la perception visuelle de la courbe qui monte (par exemple) par le fait que, sur un intervalle :

(1) quand les valeurs de x augmentent, celles de $f(x)$ aussi.

Mais la formule algébrique finale visée fait intervenir un quantificateur (pour tous x) et une implication doublement universelle amenant à comparer deux valeurs quelconques de x et les valeurs correspondantes de $f(x)$. D'après nos recherches et nos observations en classe, il y a là une difficulté importante en seconde, qui peut être préparée par un travail autour de la première traduction mais qui ne peut être levée sans l'intervention du professeur au moment du remplacement de l'expression peu opératoire, éventuellement dégagee par les élèves, (« *quand x augmente, $f(x)$ aussi* »), par le choix de deux occurrences ordonnées de x , quelconques, et la comparaison de l'ordre de leurs images. On évoque ici un nouveau formalisme généralisateur, qui unifie l'expression de la monotonie, mais qui est loin des connaissances *déjà-là* (FUG).

Ces remarques (relief) qui combinent une connaissance de la notion, des programmes et des difficultés des élèves amènent à ne pas chercher une activité d'introduction qui aille jusqu'au bout de la découverte par les élèves de la formalisation algébrique visée — elle peut cependant permettre d'obtenir la première traduction intuitive (1) sur un cas particulier. Ce relief amène plus globalement à étudier les « activités d'introduction » proposées dans les manuels, en distinguant deux grands types. Les unes, souvent appuyées sur des courbes décrivant des grandeurs dépendant du temps dont on n'introduit pas la fonction qu'elles représentent, ne permettent pas d'envisager un prolongement algébrique. Les autres, appuyées sur des situations géométriques modélisées par exemple, font intervenir des fonctions explicites et des variables

²⁶ Appelées « FUG » (Robert et *al.*, 2012).

²⁷ Comme l'ont montré des travaux sur l'algèbre linéaire, avec le problème de Gregory (Dorier, 1992).

précisées, souvent des mesures de longueurs, et permettent, moyennant un bon questionnement, à la fois de faire exprimer la traduction (1) et d'illustrer très vite après le cours la définition formelle finale donnée par l'enseignant. Beaucoup de ces activités mettent en jeu des *extrema*, dont la seule lecture graphique ou la construction d'un tableau de valeurs ne permettent qu'une approximation, pouvant donner lieu cependant à la traduction (1). Cela amène aussi à justifier la recherche de précision, nécessairement algébrique, de ce qui, graphiquement ou numériquement, ne peut être qu'approché, l'*extremum* notamment, ou même la monotonie. De ce fait, dans un manuel comme en classe, on peut proposer plusieurs types d'activités d'introduction²⁸, en distinguant celles qui (re)familiarisent avec la perception graphique de la croissance de celles qui permettent d'approcher, voire d'obtenir la traduction (1) tout en sachant que la définition formelle ne sera pas obtenue (sauf exception !).

Une autre conséquence de cette étude du relief concerne l'exposition des connaissances. On peut ainsi proposer (et en particulier dans le manuel) d'abord la première expression intermédiaire (1), non formalisée, évoquée ci-dessus, puis donner seulement dans un deuxième temps l'expression algébrique finale, en expliquant les difficultés formelles. C'est ce qui a été fait dans le manuel déjà cité, cependant le manque de place et peut-être une certaine méfiance des commentateurs²⁹ ont amené à réduire les explications que les auteurs voulaient donner...

La figure 5 présente un encart qui avait été proposé dans un premier temps dans notre manuel « cas d'école » (nous ne retenons que ce qui concerne la croissance).

1. Premières formulations de la croissance/décroissance d'une fonction.
 f est une fonction définie sur un intervalle I .
 * La fonction f est **croissante sur I** signifie :
 Quand les valeurs de x **augmentent** dans I , les images $f(x)$ **augmentent**. [...]
 Les formulations ci-dessus ne suffisent pas toujours pour démontrer qu'une fonction est croissante ou décroissante. On ne peut pas facilement les traduire algébriquement. Elles ne permettent pas non plus de distinguer les fonctions croissantes, strictement croissantes ou constantes (cf. graphique). Les définitions algébriques sont données au paragraphe suivant.

Figure 5 : Un exemple de commentaire non retenu dans le manuel « cas d'école ».

Cependant, l'éditeur l'a refusé et a remplacé titre et texte par la formulation proposée dans la figure 6. Il a ainsi supprimé le paragraphe explicatif, en gardant toutefois l'idée de « première approche », gagnant ainsi quelques lignes.

1. Fonction croissante, décroissante : une lecture graphique.
 La lecture graphique permet une première approche de la croissance ou de la décroissance d'une fonction.
 La courbe monte sur un intervalle $[a ; b]$ se traduit par
 Quand les valeurs de x **augmentent** dans $[a ; b]$, les images $f(x)$ **augmentent**. [...]

Figure 6 : Un exemple de commentaire figurant dans le manuel « cas d'école ».

Néanmoins, dans un exemple précédant immédiatement la suite du cours avec la donnée de

²⁸ Comme cela a été fait dans le manuel « cas d'école ».

²⁹ Pourrait-on évoquer une peur des « baratin » ? Alors que cela peut aider certains élèves, d'autres ne les lisant sans doute pas.

l'expression formelle définitive, on illustre un cas où seul le passage à l'algèbre permet de détecter qu'une fonction est décroissante alors que c'est invisible (sans zoomer) sur la courbe donnée, qui a l'air croissante. Le titre en est : « *Pourquoi faire une démonstration de la croissance ou de la décroissance d'une fonction ?* ». Le mot « algébrique », qui devait qualifier cette démonstration, mais ne tenait pas sur la ligne, a été supprimé... Le fait de demander plus généralement si on peut établir le sens de variation d'une fonction sans en avoir la courbe n'a pas été retenu.

Des recherches ont aussi documenté le fait que le changement du registre graphique vers le registre algébrique est souvent passé sous silence, ou évoqué très rapidement. Comme s'il était immédiat, transparent de lire à partir de la représentation donnée d'une courbe associée à une fonction f , dont on ne peut lire directement l'expression algébrique sur la courbe, des renseignements sur $f(x)$, comme les intervalles où $f(x)$ est positif (courbe au-dessus de l'axe des x), par exemple. Que dire des expressions algébriques des variations... Cela peut bien sûr donner lieu à des choix d'exercices spécifiques et à des commentaires après le cours (*cf. supra*). À condition d'avoir la possibilité de mettre des commentaires ! Cependant, l'étude des programmes permet de constater que rares sont les exercices de classe de 2^{de} où le calcul algébrique est utile. En proposer quand même peut diminuer, plus tard, l'effort que les élèves devront consentir pour adopter ce formalisme « non encore indispensable ». Il faut donc aussi savoir se contenter d'une familiarisation qui servira plus tard. Certes, davantage d'explicitations peuvent être développées dans le livre de l'enseignant où la place est moins limitée... mais qui est moins consulté.

3.3. L'ère du numérique et l'intégration des TICE : d'une problématique générale aux choix pour un manuel

Une autre donnée doit être introduite dans la réflexion sur les manuels, sur laquelle les recherches³⁰ ne peuvent pas encore renseigner tous les aspects : il s'agit de l'introduction « du numérique » dans l'enseignement, largement soutenue par l'institution. Nous en distinguons deux aspects très différents : d'une part, l'intégration des TICE dans l'enseignement des mathématiques, avec l'usage des calculatrices et logiciels, dont le dernier en date, *Python*, pour programmer des algorithmes ; d'autre part la possibilité d'avoir recours à de nouveaux supports, numériques, comme un manuel numérisé ou même une consultation sur internet grâce à l'extension des moyens technologiques.

La période est encore transitoire entre le manuel imprimé, qui semble encore majoritaire, les manuels numérisés (le livre papier sous forme numérique) et numériques (sur le *web*). L'utilisation de *flashcodes* (*QR codes*) dans le manuel papier ou dans sa version numérique (manuel numérisé) permet de renvoyer plus ou moins directement à des ressources sur un site dédié, avec des fichiers *GeoGebra*, des programmes *Python*, voire des vidéos ou des corrigés d'exercices, *etc.*

Dans le manuel *web*, tout est regroupé sur un même support, ce qui est plus commode. Pour prendre un exemple qui a été utilisé dans le manuel « cas d'école », on a joint au texte du manuel (et pas seulement au livre du professeur) de courtes vidéos, à destination des enseignants (sous forme de discussions entre enseignants sur une activité d'introduction délicate par exemple, ou d'interviews d'experts sur un domaine mathématique³¹) ou pour les élèves (sous forme d'illustrations filmées de manipulations par exemple — sur l'algorithmique notamment).

³⁰ Notamment les recherches sur les ressources numériques (Gueudet, Trouche & Sabra, 2013) : ces recherches demandent du temps et peuvent être un peu décalées par rapport aux usages qui évoluent.

Cependant, on peut constater que cela pose encore des difficultés d'adaptation bien compréhensibles aux éditeurs, vu aussi la diffusion souvent gratuite de ce qui est sur le net.

La question de l'intégration des TICE dans les apprentissages est permanente et il s'agit qu'elle soit autant que possible « raisonnée » à chaque niveau. En un mot, trois questions générales au moins se posent à ce sujet, concernant les apprentissages des élèves : celle du transfert aux mathématiques de ce qui aura pu être appris avec les technologies (dont l'usage même de ces technologies, qui n'est pas du tout immédiat), celle de l'évaluation de l'apprentissage sur logiciel, et celle du risque de réduction des besoins théoriques des élèves, qui font confiance à la machine (la plupart du temps à juste titre) et peuvent ne pas voir l'intérêt d'aller « plus loin ». Ainsi, on peut penser que les difficultés mathématiques des élèves peuvent être à la fois minorées et renforcées par l'usage des TICE, selon la nature des technologies utilisées, les contenus et les élèves.

De ce fait, dans un manuel, et notamment en 2^{de}, on peut essayer d'offrir des tâches illustrant à la fois la portée et les limites de ces technologies, en le signalant, et des tâches qui s'appuient sur le logiciel pour susciter des questions et du travail mathématique chez les élèves du niveau considéré. Par exemple, la recherche graphique du maximum d'une fonction sur *GeoGebra* (ou de son sens de variation, comme déjà cité plus haut) peut être limitée au cas où la lecture de la courbe est « trompeuse » ou peu lisible — c'est une occasion de montrer l'utilité (l'indispensabilité, même) d'une approche algébrique. En revanche, les problèmes partant de situations non mathématiques à mathématiser sont souvent rendus accessibles par une première approche sur logiciel. *Python* permet de vérifier les algorithmes écrits d'abord de manière débranchée. Une autre préoccupation encore actuelle est de ne pas ignorer les difficultés liées directement à l'usage des instruments (par exemple Laborde, 2018), et d'éclairer les élèves sur ce point dès que possible avec des pages réservées à ces usages, calculatrices, tableur, logiciels, qu'il s'agit d'adapter au niveau considéré.

Que ce soit sur papier ou sur écran, nous pensons que certains choix de contenus peuvent jouer sur la qualité de l'offre d'un manuel en direction des élèves, moyennant des conditions sur l'enseignement. Autrement dit, nous gardons les mêmes critères de qualité d'une offre qu'elle soit textuelle ou sur écran, ce qui n'est pas une hypothèse toujours partagée, certains attribuant automatiquement un bonus à une offre sur écran. En particulier, nous ne pensons pas que la motivation des élèves qui peut être associée, au moins pour un temps, à l'usage d'un ordinateur, puisse se substituer, même partiellement, aux exigences que nous définissons pour les apprentissages. C'est ce que montrent certaines recherches qui étudient les activités des élèves sur des logiciels comme *GeoGebra*, y compris tirées de manuels (Vandebrouck & Robert, 2017).

4. Limites des apports didactiques

4.1. Des pratiques qui peuvent rester éloignées de celles préconisées par le manuel

Prolongeant ce qui a été écrit ci-dessus sur le rôle de l'enseignant, certaines recherches sur la complexité des pratiques enseignantes ont mis en évidence les tensions qu'il peut y avoir entre les besoins d'apprentissage des élèves, si tant est qu'on puisse les définir pour tous les élèves à la

³¹ Dans le manuel cité, deux activités d'introduction sont ainsi discutées, sur le sens de variation des fonctions et sur l'introduction aux probabilités. De courtes interviews filmées sur la logique en seconde, l'utilisation des TICE, la modélisation et la pensée algorithmique sont aussi disponibles.

fois, et l'exercice du métier d'enseignant. La nécessité de tenir la classe, aussi hétérogène soit-elle, de se conformer aux programmes, aux horaires, aux habitudes de l'établissement, mais aussi de tenir ce métier sur la durée et pour cela de l'exercer en respectant ses propres conceptions et ses goûts, engendre ainsi une autre limite à la transposition des recherches dans un manuel, qui complète la précédente : chaque enseignant qui utilise le manuel l'adapte ! Mais cela peut aussi bien rencontrer et renforcer que modifier les intentions des didacticiens qui ont fait des propositions.

Plus généralement, force est de constater qu'un manuel ne peut, à lui seul, infléchir des pratiques trop différentes de celles supposées par les auteurs, ce qui limite quelque peu les ambitions de ces derniers.

Nous pensons ainsi, et certaines recherches en attestent (Arditi, 2011), qu'aucun manuel, ni même aucune ressource isolée, ne peuvent automatiquement induire les changements dans les pratiques qui les rendraient conformes aux usages de la ressource prévus par les auteurs : ce qui est en jeu est le degré de congruence entre ce qui est attendu par les auteurs et les pratiques effectives. Cela tient notamment à la relative stabilité des pratiques des enseignants à partir d'un certain nombre d'années d'exercice du métier (Robert, 2007), associée à un équilibre professionnel durement acquis, et non remis en cause sans raisons fortes. C'est sans doute d'ailleurs cette stabilité qui alimente le raisonnement des éditeurs, créant une sorte de cercle vicieux puisqu'on offre aux utilisateurs ce qu'ils ont envie de trouver. Il n'y a pas place pour une réflexion sur d'autres besoins éventuels, non exprimés, voire difficilement exprimables même s'ils sont ressentis, et donc inaccessibles aux auteurs. D'autant que ces autres besoins éventuels ne sont pas toujours partagés, ni même facilement pris en charge par une ressource.

Le cas des élèves défavorisés se pose ainsi de manière cruciale : le fait de faire évoluer les élèves d'une posture d'effectuation des tâches (Bautier, 2015), sans conséquences assumées pour leurs apprentissages, à une posture plus réflexive ne dépend pas directement des énoncés disponibles, mais bien davantage du travail organisé par l'enseignant et des accompagnements et intermédiaires éventuels qu'il met en place pour ses élèves. Même si les auteurs ont écrit avec cette idée en tête, cela peut ne pas apparaître suffisamment dans le manuel, où sont donnés, sans mise en relation avec le travail des élèves, des exercices dont la résolution n'est pas immédiate en plus de ceux qui sont immédiats, et, au mieux, quelques commentaires. Cela ne suffit pas à faire évoluer des pratiques qui se limitent, souvent en le regrettant, à proposer les exercices que les élèves peuvent réussir rapidement, sans les confronter au changement de posture évoqué. Cela amène à penser que le manuel va convenir surtout à des enseignants partageant déjà partiellement un certain nombre des partis pris³² communs des auteurs, même si leur diversité permet de répondre quand même à un spectre assez large d'attentes. On voit à quel point la constitution même de l'équipe d'auteurs est un enjeu...

De fait, beaucoup de recherches actuelles montrent que l'enrichissement des pratiques des enseignants, que pourrait accompagner l'offre de certains manuels, est grandement facilité par un travail collectif, en partie oral, notamment avec des formateurs, ou entre enseignants. Il a été constaté en effet que l'évolution des pratiques semble favorisée par du co-développement sur la durée, que ce soit grâce à un stage long, à une production commune pour l'enseignement ou la formation, ou à un dispositif de type « *lesson study* », ou encore à une formation diplômante (Robert et al., 2012). L'accès de plus en plus facile aux ressources numériques pourrait renouveler et multiplier les accompagnements actuellement sur le livre du professeur, en offrant

³² Traduisant des hypothèses générales admises sur l'enseignement et l'apprentissage.

par exemple des courtes vidéos professionnelles ou l'accès à des forums de discussion entre utilisateurs. Il reste que regarder une vidéo, si courte soit-elle, prend du temps.

4.2. Comment tenir compte du fait que l'apprentissage est un processus long ?

L'apprentissage est un processus long, nous l'admettons et pensons qu'il faut se le rappeler souvent... On a aussi repéré des erreurs d'élèves fréquentes, lentes à disparaître. Comment peut-on aider les élèves sur ces points dans un manuel, sur la durée, en convenant à tous les élèves ? C'est difficile. Il nous semble possible de donner dans un manuel des éléments antérieurs, exercices ou rappels de cours, qui servent d'appuis à ce qui est développé ensuite. De même, il est intéressant de proposer des exercices dont on sait qu'ils sont source de difficultés récurrentes — pas nécessairement pour que cela soit « fait » avant un cours mais pour que cela puisse servir le cas échéant, aux enseignants ou aux élèves, quitte à le signaler, par exemple pour enrichir la mémoire de la classe³³.

En particulier, comme cela a été développé ci-dessus, certaines activités d'introduction préparent la présentation générale de certaines notions, notamment celles qui peuvent intervenir comme outils en contexte avant d'être formalisées de manière générale dans le cours, comme objets, que les enseignants s'en emparent ou non ensuite, selon leur environnement. Mais d'autres notions sont présentées d'emblée comme objets, faute d'une activité d'introduction raisonnable pour les élèves, et pour certaines notions, même, il n'y a pas beaucoup d'exercices où les utiliser comme outils. Cependant, on peut supposer, justement compte tenu de la durée des apprentissages, qu'une certaine familiarisation, même seulement formelle, peut être utile pour commencer à s'inscrire dans les connaissances des élèves, et que cette familiarisation peut servir plus tard, même si elle a été un peu oubliée. On l'a déjà évoqué à propos de la définition formelle de la croissance d'une fonction. Cela dit, l'usage de manuels d'une même collection, pour un cycle scolaire donné, gardant une certaine mémoire de ce qui a été présenté les années antérieures, peut contribuer à cette inscription dans le temps long surtout si l'équipe d'auteurs ne change pas.

4.3. La prise en compte des programmes... et les difficultés du travail d'écriture par une équipe mixte comprenant des chercheurs et des enseignants

Pour convenir aux enseignants, le manuel doit s'inscrire dans toutes les contraintes éditoriales rappelées au début du texte, ce qui peut être source de tensions avec les auteurs, comme on l'a vu. Dans un contexte de réforme, qui est la plupart du temps l'occasion de produire de nouveaux manuels, les nouveaux programmes sont souvent connus tard dans le calendrier de l'écriture du manuel et cela ne laisse aucun temps à l'expérimentation des nouveautés des programmes, qui pourtant pourrait enrichir le texte par les apports d'enseignants, formateurs et des didacticiens.

Pour être adapté aux besoins des enseignants, il est presque obligatoire, à notre avis, que le manuel soit au moins co-écrit par des enseignants expérimentés ou des formateurs, ayant enseigné un certain temps au niveau considéré et prêts à réfléchir à une telle entreprise. Ils et elles se sont approprié autant que possible les programmes précédents, les instructions, et ont étudié soigneusement les changements. Ils ont une grande connaissance pratique du terrain (des élèves), ils ont des habitudes et des convictions qu'ils ont éprouvées, plus ou moins partagées, et une certaine connaissance de leurs collègues. *A contrario*, leurs connaissances restent souvent circonscrites au type d'établissement qu'ils fréquentent, et mettent en jeu leur expérience, forgée au fil du temps, souvent différente d'un enseignant à l'autre, d'où l'intérêt — et la difficulté —

³³ Ainsi, par exemple, le fait qu'une fonction non croissante n'est pas nécessairement décroissante doit souvent être repris plusieurs fois.

d'avoir une équipe d'enseignants venant d'horizons variés. Il y a déjà là une source de discussion entre les auteurs : quelle position « moyenne » défendre ?

De plus, quand les auteurs didacticiens s'appuient sur des analyses un peu inattendues, voire suggèrent des ajouts ou des exercices non usuels, appelant éventuellement des déroulements inhabituels, leurs propositions ne sont pas toujours perçues par les autres auteurs comme entièrement légitimes, ni comme réalisables (sans doute à juste titre pour certaines !). Les auteurs enseignant en lycée arguent ainsi souvent de réactions, sans doute exactes, qu'ils supposent aux futurs lecteurs pour appuyer leurs appréciations. Par exemple, s'il s'agit d'enlever certaines activités d'introduction, que des didacticiens et certains enseignants considèrent comme factices, une partie des enseignants va être d'accord. Mais d'autres, qui ont intégré cette demande de l'institution³⁴, ne la remettent pas en question et n'apprécieront pas cette suppression, ce qui alimente une discussion entre auteurs. C'est aussi le cas lorsque l'on essaie d'accompagner le texte mathématique par des commentaires en langue courante (méta). Des enseignants (et des élèves) peuvent en effet juger inutile cet effort de recherche d'intermédiaires pas encore rigoureux, par exemple entre une première formulation « approchée » et l'introduction du symbolisme adopté finalement. Notons que des changements poussés par l'institution emportent en revanche les convictions d'un certain nombre d'enseignants attachés à respecter les injonctions institutionnelles.

De fait, pour respecter la clause d'adaptation à un public un peu large, on est amené à choisir une certaine référence d'utilisateur : tout se passe comme si on se référait à une classe moyenne, avec des élèves-type — qui n'existent pas — en mettant en place cependant des éléments pour les meilleurs et pour les plus en difficulté... On voit qu'il peut être nécessaire de faire ou des choix ou des compromis entre les différents points de vue, ce qui peut limiter l'offre didactique. L'essentiel est de ne pas en arriver à des compromissions !

4.4. Des recherches non prescriptives, qui ne couvrent pas tous les programmes, et des manques

Les résultats des recherches en didactique des mathématiques sont rarement conçus comme étant prescriptifs, particulièrement en ce qui concerne un usage individuel, pour un enseignant par exemple. Ne serait-ce qu'à cause de la complexité de notre champ d'étude, qui met en jeu de manière imbriquée les élèves, les enseignants, la classe, les mathématiques visées, au sein d'une institution, avec des programmes... Pour un enseignant donné, comment toutes ces variables se combinent-elles ?

Une autre limite tient à ce que ces recherches laissent souvent en partie ouverte la question des scénarios complets, précis, à mettre en œuvre sur une notion donnée d'un programme. Souvent, les séquences étudiées dans les travaux concernent le début de l'enseignement d'une nouvelle notion — son introduction grâce à des séquences particulières (exemple récent dans Derouet, 2016). On peut noter que les parcours d'étude et de recherches (PER) proposés dans des recherches inspirées de la Théorie Anthropologique du Didactique (Bellenoué et *al.*, 2014 ; Chevallard, 2019) couvrent au contraire des pans complets de l'étude, sur plusieurs chapitres, mais c'est en particulier leur éloignement de la lettre des programmes qui rend d'emblée difficile leur adoption dans un manuel (Gueudet et *al.*, 2018).

Enfin, les travaux de didactique des mathématiques ne couvrent pas toutes les notions à

³⁴ Aujourd'hui remise en question globalement par certains, alors même qu'il y a des notions pour lesquelles cela se justifie pleinement selon nous.

enseigner dans un programme donné, loin s'en faut. Il y a là aussi des limites « intrinsèques » à l'offre didactique pour un manuel, même si, on l'a vu, des outils généraux issus des recherches peuvent éclairer certains choix, y compris sur des thèmes qui n'auraient pas été étudiés.

Cela dit, il y a des questions que les auteurs peuvent se poser et qui restent encore sans réponses suffisantes, fautes de recherches didactiques ou autres d'ailleurs. Parmi celles-ci, citons les interrogations sur la manière d'écrire les mathématiques — souvent deux auteurs proposent des formulations différentes de la même chose, correctes, strictement équivalentes mathématiquement parlant. Les différences engagent des formes linguistiques variées. Y a-t-il des différences de lecture pour les élèves³⁵ ? Plus généralement, y a-t-il des manières d'écrire à respecter pour les élèves socialement défavorisés ?

5. Un bilan

Soulignons d'abord que le manuel n'est qu'une ressource de l'enseignant parmi d'autres. Et, répétons-le, quelles que soient les propositions du manuel, c'est l'enseignant qui choisit ce qu'il garde ou non, en s'adaptant au contexte et compte tenu des contraintes personnelles et institutionnelles qui pèsent sur lui. Même un énoncé banal peut ainsi être traité de manière très différente selon les classes ou les enseignants. Beaucoup dépend ainsi de l'usage que font les enseignants du manuel : ils peuvent en effet vraiment renforcer ou minorer ce qui est présenté et accompagner ou non les élèves dans l'usage du manuel. Cela relativise d'emblée la portée des contributions des didacticiens à un manuel.

5.1 Des apports mais une distance inévitable entre recherches en didactique et élaboration de manuels

Même si certains de nos travaux peuvent contribuer à un enrichissement des manuels, il y a une distance inévitable entre ce que peuvent apporter nos recherches et le texte d'un manuel, nous l'avons déjà souligné. En termes d'apports, le manuel peut cependant contribuer à mettre à disposition des enseignants des exercices variés, pour favoriser le développement des activités attendues des élèves, que ce soit en termes de familiarisation ou d'approfondissement. Les recherches en didactique des mathématiques, on l'a vu ci-dessus, permettent à la fois de justifier la nécessité de cette variété et de la caractériser. On peut essayer de proposer au cours de l'élaboration du manuel une palette d'exercices diversifiés, en partie étiquetés par ce qu'ils font travailler (titres), pour la classe et pour le travail personnel des élèves, au sein d'un scénario explicite (en lien avec le cours), avec des ressources complémentaires en ligne. Même si le manuel n'est parfois utilisé que comme une banque d'exercices, on peut aussi travailler à donner un éclairage des « raisons d'être » de certaines notions, en termes d'introduction ou d'intervention dans des situations interdisciplinaires et préparer les nouvelles notions en rappelant les acquis sur lesquels s'appuyer. On peut aussi penser à des éléments plus généraux, réflexions didactiques (avec mises en évidence d'erreurs commentées ou généralisations) et repères scientifiques et historiques, qui peuvent alimenter autrement des introductions ou des commentaires. Mais les habitudes éditoriales limitent grandement toute entorse aux formats classiques.

³⁵ L'impossibilité de répondre à cette question peut amener certaines équipes à varier les formulations exprimées...

5.2 Les documents complémentaires d'accès immédiat : une nécessité facilitée par le numérique

Dans ces conditions, pour qu'une telle ressource soit effectivement utilisée malgré tout dans la continuité du projet des auteurs didacticiens (parmi d'autres auteurs), il est peut-être utile (voire nécessaire ?) d'accompagner la ressource d'un certain nombre de documents complémentaires, faute de mieux. Cela peut être pour accompagner les élèves ou pour offrir un certain enrichissement des pratiques enseignantes en termes de palettes de possibles, au moins pour les enseignants partageant un certain nombre de conceptions avec les auteurs.

Ce qui précède nous amène ainsi à plaider pour mettre à disposition des enseignants (et des élèves) des documents annexes très facilement accessibles (par exemple grâce à des *flashcodes* présents dans le manuel papier ou grâce au manuel *web*³⁶). Cela permet d'une certaine manière d'associer utilisateurs et concepteurs du projet initial en donnant accès aux intentions des auteurs en même temps qu'aux énoncés concernés ou à certains corrigés consultables tout de suite après la recherche. C'est cette simultanéité, qui reste évidemment moins bien réalisée qu'avec une interaction directe entre enseignant et auteurs, qui nous semble être un des gains rendus possibles par le numérique. En fait, ce n'est pas une idée originale, mais nous la préconisons ici spécifiquement pour les manuels. De fait, cela pourrait induire une modification des habitudes, si ce n'est des besoins, rendue sans doute plus envisageable grâce à ce recours bien organisé au numérique facilitant l'accès instantané à ces compléments, ainsi consultables dès qu'un doute sur la ressource ou une difficulté d'utilisation apparaissent. Peut-on pour autant penser que les nouvelles possibilités technologiques vont changer la donne en matière de manuels ? C'est l'expérience qui pourra commencer à le dire...

Conclusion

Finalement, pour l'écriture d'un manuel, la participation de chercheurs en didactique à une équipe d'enseignants et formateurs partageant à peu près les mêmes conceptions globales peut contribuer à diffuser des ressources issues des recherches, ou des travaux de groupes IREM qui s'inscrivent dans la même ligne. Cela contribue à donner plus de visibilité à ces ressources. Cependant, rien ne permet d'assurer que le manuel, et particulièrement ce qui semble important aux auteurs, sera lu, que ce soit par les élèves ou par les enseignants, ni que la manière de l'utiliser, notamment par les enseignants, sera conforme aux intentions des auteurs. Cela tient à la fois aux contraintes éditoriales limitantes, comme le respect intégral des programmes, au fait que le manuel est écrit pour convenir à plusieurs publics — d'où des compromis qui peuvent obscurcir peut-être certaines intentions primitives — et surtout au fait que ce n'est qu'un texte écrit, même s'il y a des documents d'accompagnement, et qu'il ne peut que passer sous silence, ou presque, les mises en jeu en classe, déterminantes dans l'usage d'une ressource. Enfin, cette entreprise suppose une inscription totale dans les programmes actuels, nous l'avons répété, et par là même en empêche la critique. Cependant, certains didacticiens, les jugeant dépassés et nocifs, vont jusqu'à préconiser l'abandon des programmes dans leur conception actuelle au profit de systèmes co-disciplinaires de questions à étudier, accompagnés de quelques programmes-noyaux disciplinaires (Chevallard, 2019). Alors, compromis ou compromissions ?

³⁶ Ne pas assimiler manuel *web* et tablettes, dont les toutes premières expériences semblent assez problématiques par manque de souplesse notamment.

Références bibliographiques

- Arditi, S. (2011). *Variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens*. Thèse de l'Université Paris-Diderot.
- Bautier, E. (2015). Pratiques scolaires dominantes et inégalités sociales au sein de l'école. *Rapport Cnesco Comment l'école amplifie les inégalités sociales et migratoires ?*
<http://www.cnesco.fr/>
- Bellenoué, F., Chevalarias, N., Chauvin, P., Dherissard, S., Ducos, C., Gaud, D., ..., Minet, N. (2014). *Enseigner les mathématiques en première S : Trois parcours sur l'analyse et la géométrie analytique*. Poitiers : Irem de Poitiers.
- Briand, J. & Peltier, M.-L. (2009). Le manuel scolaire carrefour de tensions mais aussi outil privilégié de vulgarisation des recherches en didactique des mathématiques. In C. Hache, L. Coulange. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2008*. IREM de Paris, 325-335.
- Bridoux, S., Grenier-Boley, N., Hache, C. & Robert, A. (2016). Les moments d'exposition des connaissances. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 21, 187-234.
- Brousseau, G. (1974). Description des 31 leçons expérimentées à l'école J. Michelet à Talence ; L'enseignement des Probabilités et les Statistiques. In *Compte-rendu de la 26^e rencontre de la CIEAEM*, 82-123. IREM de Bordeaux.
- Briand, J. (2005). Une expérience statistique et une première approche des lois du hasard au lycée par une confrontation avec une machine simple. *Recherches en didactique des mathématiques*, 25(2), 247-282.
- Chaachoua, H. (2014). *Le rôle de l'analyse des manuels dans la TAD*.
<http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01519339>
- Chappet-Pariès, M., Pilorge F. & Robert, A. (2017a). Analyses des moments d'exposition des connaissances en classe et capsules vidéos. *Petit x*, 105, 37-72.
- Chappet-Pariès, M., Pilorge, F. & Robert, A. (2017b). Un scénario de formation de formateurs : les activités d'introduction, les moments d'exposition des connaissances et les capsules pour la classe inversée, s'appuyant sur le thème "sens de variation des fonctions" en seconde. *Document pour la formation des enseignants*, 16, IREM de Paris.
- Chesnais, A., Dumail, A., Horoks, J., Pariès, M. & Robert, A. (2010). De la circulation des savoirs mathématiques dans la classe aux activités des élèves et à leurs productions en contrôle : questionner les relations, questionner les différences. In *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2009*, 267-303. IREM de Paris, ARDM.
- Chevallard, Y. (2019). Des programmes, oui, mais pour quoi faire ? Vers une réforme fondamentale de l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 39(1), 97-115.
- Derouet, C. (2016). *La fonction de densité au carrefour entre probabilités et analyse en Terminale S. Étude de la conception et de la mise en œuvre de tâches d'introduction*

articulant lois à densité et calcul intégral. Thèse de l'Université Paris Diderot.

- Dorier, J.-L. (1992). Illustrer l'aspect unificateur et simplificateur de l'algèbre linéaire. *Cahier de DIDIREM (rouges)*, 14. IREM de Paris.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique Outil-Objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5-32.
- Gueudet, G. (2014). Comment les enseignants de mathématiques choisissent-ils les manuels ? Étude sur le cas des manuels de seconde. *Repères-IREM*, 102, 85-97.
- Gueudet, G. (2016). Le manuel scolaire : quelles analyses didactiques d'un objet en mutation ? In *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2015*, 176-187. IREM de Paris.
- Gueudet, G., Lebaud, M.-P., Otero, M.-R. & Parra, V. (2018). Travail documentaire et Parcours d'étude et de recherche : une étude de cas en première S. *Recherches en didactique des mathématiques*, 38(3), 275-314.
- Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Conceptions et usages de ressources pour et par les professeurs, développement associatif et développement professionnel. *Dossiers de l'ingénierie éducative*, 65, 76-80.
- Gueudet, G., Trouche L. & Sabra, H. (2013). Des technologies aux ressources numériques, genèses d'usages et genèses documentaires. In Lagrange JB (ed). *Les technologies numériques pour l'enseignement*, 129-144. Toulouse : Octarès.
- Hache, C. (2008). Le cas des manuels dans l'enseignement des mathématiques. In Vandebrouck, *La classe de mathématiques. activités des élèves et pratiques des enseignants*, 345-370. Toulouse : Octarès
- Horoks, J. & Robert, A. (2007). Tasks Designed to Highlight Task-Activity relationships. *Journal of mathematics Teacher education*, 10, 279-287.
- Laborde, C. (2018). Intégration des technologies de mathématiques dynamiques dans l'enseignement. In Dorier, Gueudet, Peltier, Robert et Roditi, *Enseigner les mathématiques*, 336-366. Paris : Belin.
- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(2), 139-190.
- Robert, A. (2007). Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse, des inférences en formation. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27(3), 271-311.
- Robert, A., Penninckx, J. & Lattuati, M. (2012). *Une caméra au fond de la classe de mathématiques. (Se) former au métier d'enseignant à partir du secondaire à partir de vidéos*. Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté (PUFC).
- Robert, A. & Rogalski, M. (2004) Problèmes d'introduction et autres problèmes de recherche au lycée. *Repères-IREM*, 54, 77-103.

Sirejacob, S. (2017). *Le rôle de l'enseignant dans l'organisation de l'étude personnelle hors la classe de collégiens : le cas des équations du premier degré à une inconnue*. Thèse de l'Université Paris-Diderot

Vandebrouck, F. (ed) (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octarès

Vandebrouck, F. & Robert, A. (2017). Activités mathématiques des élèves avec les technologies numériques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 37(2-3), 333-381.

Inspection générale de l'Éducation nationale (1997-1998). *Le manuel scolaire*. Paris : La documentation française.

Inspection générale de l'administration de l'Éducation nationale et de la Recherche (2010) *Le manuel scolaire à l'ère du numérique. Rapport n°2010-087*.