



Interactions fluide/solide

Marie Debacq

► To cite this version:

Marie Debacq. Interactions fluide/solide. Licence. UTC106 "Hydraulique appliquée", Cnam Paris, France. 2018. hal-02444412

HAL Id: hal-02444412

<https://hal.science/hal-02444412>

Submitted on 17 Jan 2020

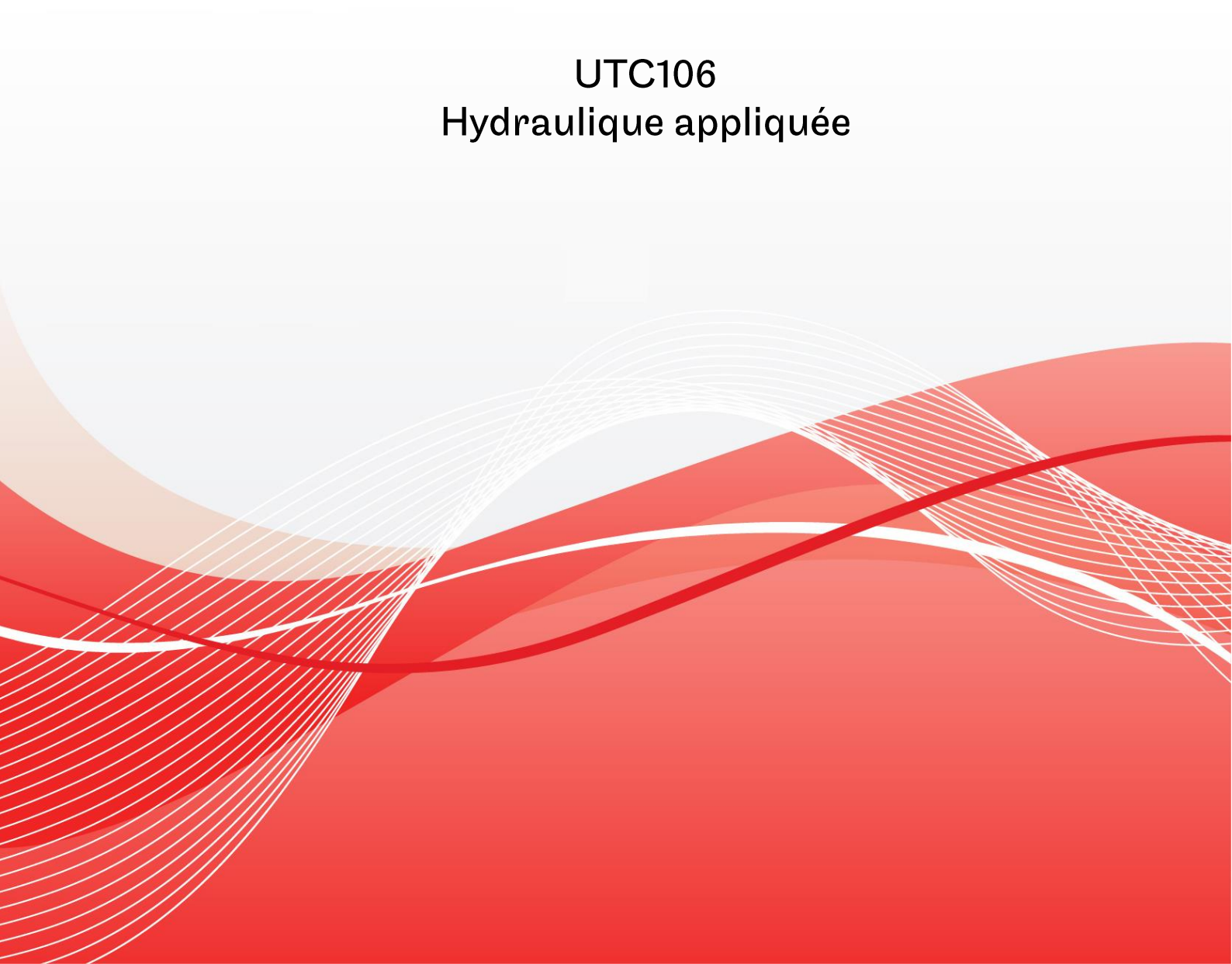
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Interactions fluide/solide

Marie DEBACQ

UTC106
Hydraulique appliquée



avant-propos

Ce document constitue une première approche de l'étude des SUSPENSIONS ET INTERACTIONS FLUIDE/SOLIDE, support de l'enseignement destiné aux auditeurs du Cnam.

La lecture de cette version améliorée et évolutive pourra être complétée par la consultation des ouvrages de base listés à la fin de ce document.

L'auteur sera particulièrement attentive aux remarques, suggestions et corrections susceptibles d'améliorer le fond et la forme de ce support.



attention



remarque



référence (NOM AUTEUR ensuite)

à compléter 



exercice d'application directe



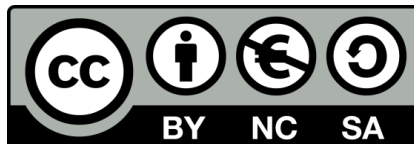
exercice d'entraînement



problème



exercice avec résolution numérique



attribution – pas d'utilisation commerciale – partage dans les mêmes conditions

dernière mise à jour : décembre 2018
(MERCI à Mélody VLIEGHE pour ses ajouts en 2014)

table des matières

introduction	4
Chapitre 1 : écoulement d'un fluide autour d'une particule	5
1.1. mise en évidence	5
1.2. coefficient de traînée	6
1.2.1. cas des sphères	7
1.2.2. cas des cylindres	7
1.2.3. autres formes	8
Chapitre 2 : mouvement d'une particule dans un fluide	10
2.1. cas d'un solide chutant sous l'effet de la pesanteur dans un fluide immobile	10
2.1.1. calcul de la vitesse terminale de chute d'une sphère de taille donnée	11
2.1.2. détermination du diamètre d'un grain (de forme quelconque) selon sa vitesse de chute	13
2.1.3. détermination de la viscosité d'un fluide	14
2.2. cas d'un solide soumis à une force centrifuge	15
Chapitre 4 : cas d'un essaim de particules	16
approche simplifiée	16
Chapitre 5 : écoulement des fluides dans les milieux poreux	17
5.1. loi expérimentale de Darcy	17
5.2. relation générale d'Ergun	17
5.3. expression de Leva	18
références bibliographiques	20
ce qu'il faut revenir	20

Commençons par une petite mise au point sur le vocabulaire : le Tableau 1 précise le nom des mélanges biphases.

Tableau 1 : Dénomination des mélanges de phases.

phases en présence	nom
particules solides dispersées dans un gaz	fumée
gouttelettes liquides dispersées dans un gaz	brouillard
particules solides dispersées dans un liquide	suspension
gouttelettes liquides dispersées dans un liquide immiscible	émulsion

Ce cours s'intéresse aux particules solides dans les fluides, préambule -entre autres- à l'étude des opérations de séparation mécanique fluide/solide que sont par exemple : la décantation ; la filtration ; la centrifugation (voir CGP109).

Parmi les interactions fluide/solide, on peut aussi mentionner :

- l'**écoulement des fluides dans les milieux granulaires ou poreux** (voir cours dédiés dans UTC106) ;
- les **couches limites** (voir fin du cours « Éléments de mécanique des fluides » dans UTC106) ;
- le phénomène de **coup de bélier** : Lorsqu'un fluide s'écoule dans une conduite, il transporte une certaine énergie cinétique. Si une brusque variation de débit survient dans cet écoulement -fermeture de vanne ou arrêt brutal d'une pompe par exemple-, l'énergie cinétique est convertie en énergie potentielle de pression : le fluide subit une brusque compression locale qui se propage ensuite vers l'amont, laissant sur son passage la conduite en surpression. En amont -bassin, réservoir par exemple- le fluide se détend et c'est une onde de dépression qui revient vers l'obstacle, se réfléchit à son tour et repart vers l'amont en laissant cette fois une dépression derrière elle, etc. Ce phénomène d'aller-retour de l'onde de pression s'accompagne d'un véritable choc dans la conduite, auquel on a donné le nom de coup de bélier. Les surpressions et dépressions successives auxquelles la conduite est soumise peuvent entraîner la rupture des parois -soit par explosion, soit par implosion. Le coup de bélier est d'autant plus violent que la variation de débit du fluide est de courte durée devant le temps que met l'onde de pression pour faire un aller-retour.

☞ plan du cours

On fera le point sur les lois régissant les interactions mécaniques fluide/solide : définition du **nombre de Reynolds particulaire** ; écoulement d'un fluide autour d'une particule avec le **coefficient de traînée** ; mouvement d'une particule solide isolée, sous l'effet de la pesanteur, dans un fluide immobile avec le **nombre d'Archimède** et la **vitesse terminale de chute** ; cas d'un essaim de particules.

Chapitre 1 : écoulement d'un fluide autour d'une particule

La Figure 1 montre le sillage que l'on peut observer à l'arrière d'un cylindre immobile dans un fluide en écoulement pour des nombres de Reynolds de plus en plus élevés : écoulement rampant (a), sillage laminaire (b et c), émission alternée de tourbillons : allée de Von Karman (d et e), sillage turbulent (f et g).

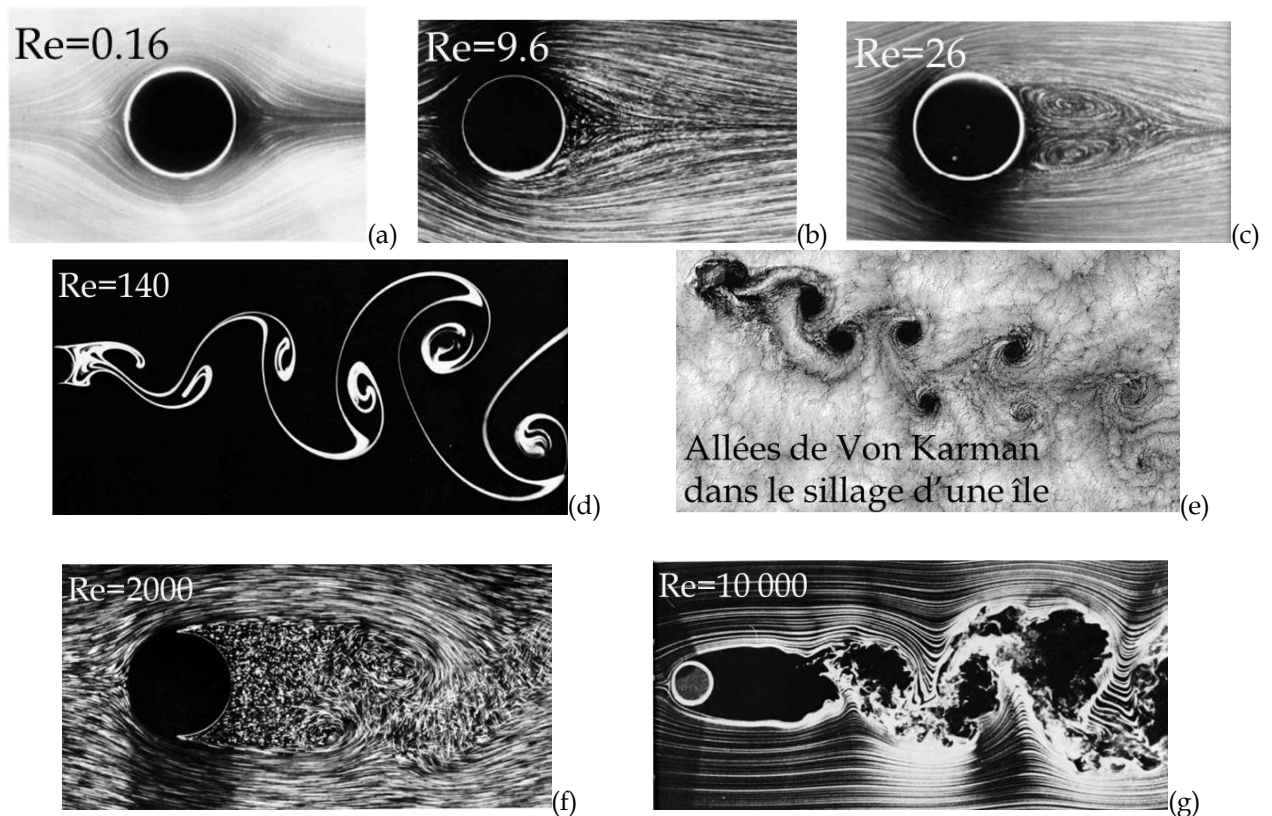


Figure 1 : Écoulement d'un fluide autour d'un cylindre immobile. VAN DYKE

L'étude du mouvement des particules dans les fluides et de l'écoulement des fluides autour des particules, qui est le problème inverse, est d'une grande importance en génie des procédés pour les opérations de sédimentation notamment.

1.1. MISE EN ÉVIDENCE

En regroupant les projections sur les axes horizontal et vertical, on définit la traînée T (force horizontale) et la portance $Port$ (force verticale) comme suit :

$$T = \int_S dF_x \quad ; \quad Port = \int_S dF_y$$

En aérodynamique (étude des avions notamment), la portance est évidemment très importante ; mais en génie des procédés, on s'intéresse essentiellement à la traînée.

La Figure 2 compare la force de traînée (*drag force*), et les contributions à celle-ci des forces de frottement visqueux (*skin-friction drag*) et des forces de pression (*pressure drag*), pour différents nombres de Reynolds et différentes formes.

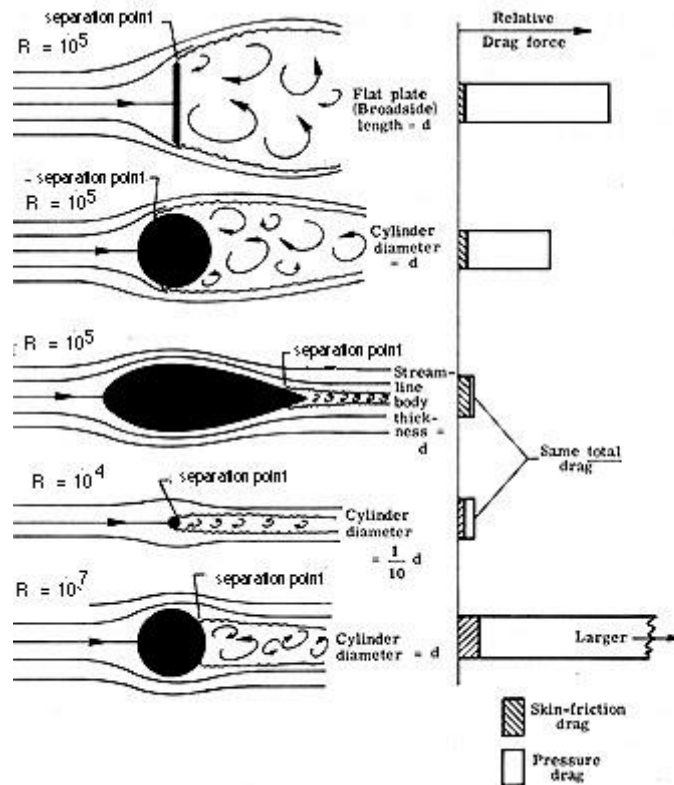


Figure 2 : Influence de la forme sur la traînée.

1.2. COEFFICIENT DE TRAÎNÉE

✍

$$T = C_x \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot u_\infty^2 \right) \cdot \Omega_C$$

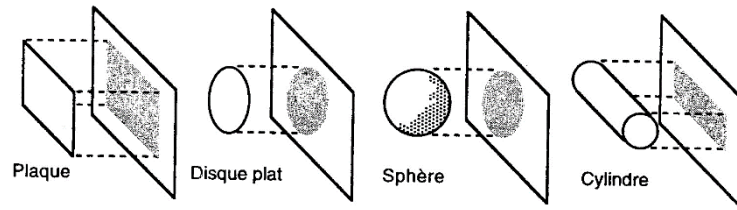


Figure 3 : Exemples d'aires projetées. JOULIÉ

Le coefficient de traînée C_x dépend de la forme de la particule et du nombre de Reynolds particulaire :

$$Re_p = \frac{\rho_f \cdot u_\infty \cdot d_p}{\mu}$$

La Figure 4 montre l'évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds particulaire pour différentes formes simples de particule. Cette représentation met en évidence l'existence de trois régimes :

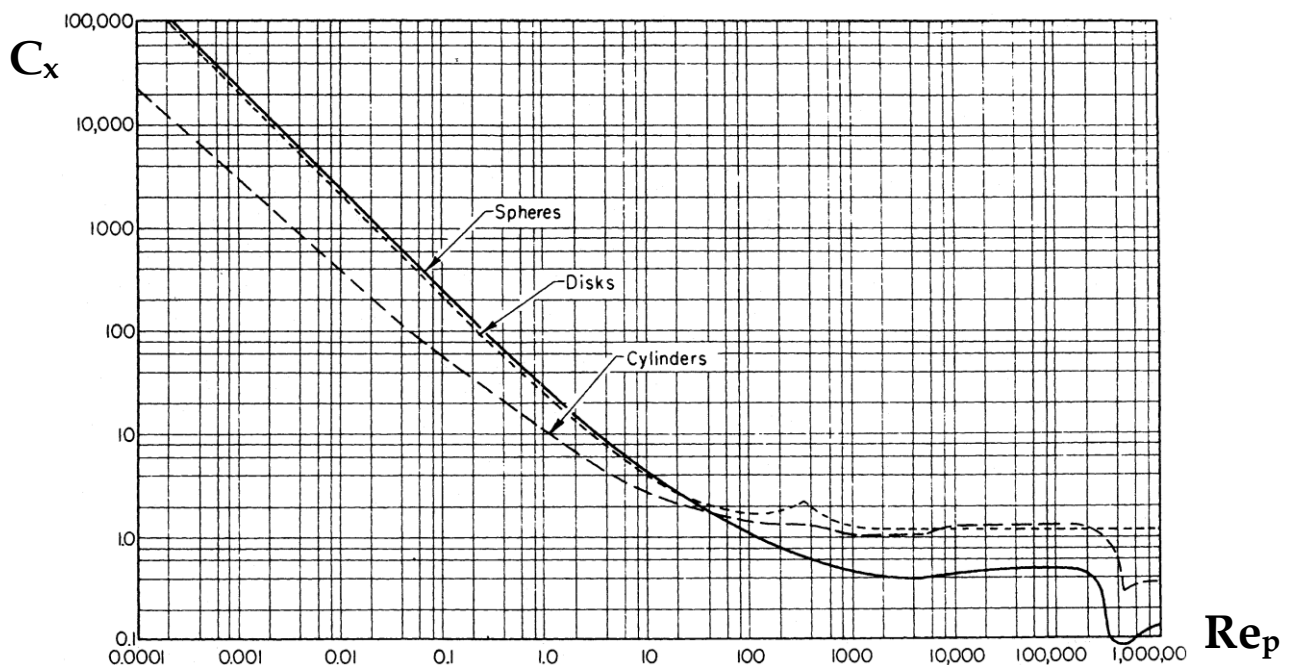


Figure 4 : Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds particulaire. PERRY

1.2.1. cas des sphères

En régime de Stokes ($Re_p < 1$), $C_x = \frac{24}{Re_p}$, par conséquent la force de traînée est telle que $T = 3\pi \cdot \mu \cdot d_p \cdot u_\infty$. En régime de Van Allen ($1 < Re_p < 10^3$), $C_x = 18,5 \cdot Re_p^{-0,6}$. Dans le domaine de Newton ($10^3 < Re_p < 5 \cdot 10^5$), $C_x \approx 0,44$.

On travaille rarement au-delà de $Re_p = 5 \cdot 10^5$ dans les procédés. C_x est alors très faible ($< 0,05$).

1.2.2. cas des cylindres

Le Tableau 2 donne le coefficient de traînée pour des cylindres infiniment longs ou des cylindres de longueur égale à cinq fois leur diamètre, et ce pour diverses valeurs du nombre de Reynolds particulaire.

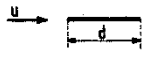
Tableau 2 : Coefficient de traînée pour des cylindres.

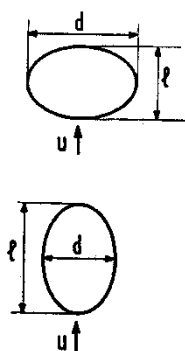
Re_p		10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
C_x	$L/D \rightarrow \infty$	58	10	2,6	1,45	0,98	1,12	1,23	0,35	0,7
	$L/D = 5$			2	0,85	0,68	0,74	0,74	0,35	

1.2.3. autres formes

Les documents suivants (MIDOUX) permettent de calculer le coefficient de traînée pour d'autres formes :

☞ en régime de Stokes ($Re_p < 0,2$)

cylindre elliptique		$C_x = \frac{6\pi}{Re_p} \left(\frac{l}{l+d} + 2,2 - \ln Re_p \right)$
Plaque plane infiniment longue		$C_x = \frac{8\pi}{Re_p} \left(2,2 - \ln Re_p \right)$
Plaque circulaire		$C_x = \frac{64}{Re_p}$
Plaque plane		$C_x = \frac{8\pi}{Re_p} \left(3,2 - \ln Re_p \right)$



Pour les sphéroïdes aplatis :

$$K = \frac{4}{3} (\lambda^2 + 1)^{-1/2} \left[\lambda - (\lambda^2 - 1) \operatorname{tg}^{-1}(1/\lambda) \right]^{-1}$$

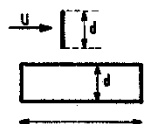
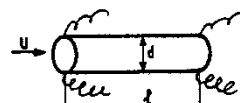
$$\lambda = \left[\left(\frac{d}{l} \right)^2 - 1 \right]^{-1/2}$$

Pour les sphéroïdes allongés :

$$K = \frac{4}{3} (\lambda'^2 - 1)^{-1/2} \left[(\lambda'^2 + 1) \operatorname{tg}^{-1}(1/\lambda') - \lambda' \right]^{-1}$$

$$\lambda' = \left[1 - \left(\frac{d}{l} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

☞ dans le domaine de Newton ($Re_p > 10^4$)

		plaque rectangulaire :	
$l/d = 1$	$C_x = 1,18$	$l/d = 5$	$C_x = 1,20$
$l/d = 10$	$C_x = 1,30$	$l/d = 20$	$C_x = 1,50$
$l/d = \infty$	$C_x = 2,0$		
		cylindre circulaire (axe parallèle à u) :	
$l/d = 0$	$C_x = 1,17$	$l/d = 0,5$	$C_x = 1,15$
$l/d = 1$	$C_x = 0,90$	$l/d = 2$	$C_x = 0,85$
$l/d = 4$	$C_x = 0,87$	$l/d = 8$	$C_x = 0,99$

TYPE DE CORPS	C_x	TYPE DE CORPS	C_x
 sphère	0,44	 cylindre	1,17
 coquille sphérique	0,33	 coquille cylindrique	1,20
 demi sphère	0,42	 demi cylindre	1,16
 cube	0,80	 prisme carré	1,55
 cône	0,50	 prisme triangulaire	1,55
 disque	1,17	 plaque rectangulaire ($l/d \rightarrow \infty$)	2,0
 demi sphère	1,17	 prisme triangulaire	2,0
 coquille sphérique	1,42	 coquille cylindrique	2,3
 cube	1,05	 prisme carré	2,05



exercice 1 : transport d'une planche

Deux ouvriers transportent un panneau de contre-plaqué de 1,5 m de large et 2,5 m de long. En traversant une rue, le panneau se trouve exposé perpendiculairement à un courant d'air de vitesse uniforme de 50 km/h.

☞ Calculer la résultante des forces exercées par le vent sur le panneau.



exercice 2 : force et puissance d'un rameur

Une pagaie rudimentaire est constituée d'une planchette circulaire mince, de 30 cm de diamètre, fixée sur un manche dont on négligera la présence. On suppose que le rameur plonge et déplace la pagaie perpendiculairement à la surface de l'eau supposée immobile, loin du canoë.

↳ Calculer la force et la puissance que fournit le rameur, s'il déplace la pagaie pendant 1,2 s toutes les 2,2 s, avec une vitesse relative de 0,5 m/s par rapport à l'eau.

Chapitre 2 : mouvement d'une particule dans un fluide

Intéressons-nous maintenant au problème inverse de l'écoulement des fluides autour des particules : le mouvement des particules dans les fluides.

2.1. CAS D'UN SOLIDE CHUTANT SOUS L'EFFET DE LA PESANTEUR DANS UN FLUIDE IMMOBILE

On s'intéresse au cas d'une particule sphérique (de masse volumique ρ_p et de diamètre d_p) chutant librement dans un fluide immobile (de masse volumique ρ_f).



$$\frac{du}{dt} = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right) - \frac{3}{4} \cdot C_x \cdot \frac{\rho_f \cdot u^2}{d_p \cdot \rho_p}$$

Pour intégrer cette équation, il faudrait expliciter C_x . En fait, quand on lâche la sphère avec une vitesse initiale nulle, elle accélère, puis, du fait des frottements, prend une vitesse constante, appelée vitesse terminale de chute u_t .

On évalue cette vitesse en écrivant $\frac{du}{dt} = 0$ dans l'expression précédente.

☞ Cette vitesse constante est atteinte au bout d'un temps qui, dans les problèmes de génie des procédés, est le plus souvent négligeable par rapport aux durées de déplacement considérées (environ 1 seconde pour des particules millimétriques de masse volumique 5000 kg m⁻³ chutant dans l'eau, par exemple).

On définit comme suit le nombre d'Archimède (Ar), simplement relié au nombre de Galilée (Ga) :

$$Ar = Ga^2 = \frac{d_p^3 \cdot g \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot \rho_f}{\mu^2}$$



Par conséquent, $C_x \cdot Re_t^2 = \frac{4}{3} \cdot Ar$ (où $Re_t = \frac{\rho_f \cdot u_t \cdot d_p}{\mu}$).

2.1.1. calcul de la vitesse terminale de chute d'une sphère de taille donnée

✓ régime de Stokes :	$Ar < 27,6$	$Re_t = \frac{Ar}{18}$	$u_t = \frac{d_p^2 \cdot g \cdot (\rho_p - \rho_f)}{18 \cdot \mu}$
✓ régime de Van Allen :	$27,6 < Ar < 4,4 \cdot 10^5$	$Re_t = 0,153 \cdot Ar^{0,714}$	<i>pas d'expression simplifiée</i>
✓ régime de Newton :	$4,4 \cdot 10^5 < Ar < 1,1 \cdot 10^{11}$	$Re_t = \sqrt{3 \cdot Ar}$	$u_t = \sqrt{\frac{3 \cdot d_p \cdot g \cdot (\rho_p - \rho_f)}{\rho_f}}$



exercice 3 : grains de café

Des particules de café soluble, sensiblement sphériques, sortent d'un séchoir avec un diamètre de 400 μm et tombent dans de l'air à 150°C. La masse volumique des particules est de 1030 kg m^{-3} . La pression est atmosphérique et la viscosité de l'air est de 2,3 10^{-5} Pa s. La masse volumique de l'air à 0°C et sous la pression atmosphérique est de 1,293 kg m^{-3} .

↪ Calculer la vitesse de chute libre des grains de café dans cet air.



exercice 4 : chute d'une météorite

Une météorite assimilable à une sphère de 10 cm de diamètre pèse 1470 g.

↪ Calculer sa vitesse de chute supposée verticale dans de l'air au repos à 20°C.



exercice 5 : ascension d'une montgolfière

Une montgolfière de 2416 kg, assimilable à une sphère de 2000 m³, est soumise à une force ascensionnelle de 961 N dans de l'air calme à 10°C, de masse volumique $\rho_f = 1,257 \text{ kg m}^{-3}$ et de viscosité $\mu = 17,6 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$.

↪ Calculer la vitesse limite d'ascension verticale.



exercice 6 : analyse dimensionnelle pour la vitesse terminale de chute

La vitesse terminale de chute u_t d'une particule dans un fluide dépend : du diamètre d_p de la particule, de la flottaison de la particule $w = d_p^3 \cdot g \cdot (\rho_p - \rho_f)$ [où g est l'accélération de la pesanteur et ρ_p la masse volumique de la particule], de la masse volumique ρ_f du fluide, et de sa viscosité μ .

↪ Quel est(sont) le(s) nombre(s) adimensionnel(s) caractéristiques de ce phénomène ? Montrer que l'on retrouve la forme des équations précédentes :

régime de Stokes :	$Ar < 27,6$	$Re_t = \frac{Ar}{18}$	} $Re_t = \text{constante} \cdot Ar^{\text{exposant}}$
régime de Van Allen :	$27,6 < Ar < 4,4 \cdot 10^5$	$Re_t = 0,153 \cdot Ar^{0,714}$	
régime de Newton :	$4,4 \cdot 10^5 < Ar < 1,1 \cdot 10^{11}$	$Re_t = \sqrt{3 \cdot Ar}$	

avec $Ar = \frac{d_p^3 \cdot g \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot \rho_f}{\mu^2}$ & $Re_t = \frac{\rho_f \cdot u_t \cdot d_p}{\mu}$

2.1.2. détermination du diamètre d'un grain (de forme quelconque) selon sa vitesse de chute

On calcule $\frac{C_x}{Re_t} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\mu \cdot g \cdot (\rho_p - \rho_f)}{\rho_f^2 \cdot u_t^3}$, puis on utilise les relations du Tableau 3.

Tableau 3 : Relations pour la détermination du diamètre d'un grain selon sa vitesse de chute.  MIDOUX

Domaine	Limites	Formules précises	Formules approximatives
de STOKES	$2.4 \cdot 10^9 > \frac{C_x}{Re_t} > 27.6$	$Re_t = \left[\frac{24}{C_x/Re_t} \right]^{\frac{1}{2}} \left[1 + 0.15 Re_t^{0.687} \right]^{\frac{1}{2}}$	$Re_t = \left[\frac{24}{C_x/Re_t} \right]^{\frac{1}{2}}$
de VAN ALLEN	$27.6 > \frac{C_x}{Re_t} > 4.4 \cdot 10^{-4}$	$Re_t = \left[\frac{24}{C_x/Re_t} \right]^{\frac{1}{2}} \left[1 + 0.15 Re_t^{0.687} \right]^{\frac{1}{2}}$	$Re_t = \frac{6.19}{(C_x/Re_t)^{0.625}}$
de NEWTON	$4.4 \cdot 10^{-4} > \frac{C_x}{Re_t} > 8.8 \cdot 10^{-7}$	$Re_t = \frac{0.44}{(C_x/Re_t)}$	



exercice 7 : vitesse terminale de chute d'une bille

On s'intéresse à des billes de verre de 230 μm de diamètre et de densité 2,7 dans de l'eau.

↪ Calculer leur vitesse terminale de chute. Calculer le diamètre d'une bille de sphalérite de densité 4,0 et qui aurait la même vitesse terminale de chute.

2.1.3. détermination de la viscosité d'un fluide



exercice 8 : viscosimètre à bille

Une sphère en matière plastique (polypropylène, de masse volumique $\rho = 1060 \text{ kg m}^{-3}$), est lâchée au centre d'un tube transparent d'assez grand diamètre contenant une huile de masse volumique $\rho' = 920 \text{ kg m}^{-3}$. On mesure le temps que met la sphère pour parcourir la distance $L = 40 \text{ cm}$ entre deux repères fixes, placés à une profondeur suffisante pour que la vitesse limite soit atteinte : $\Delta t = 4,18 \text{ s}$. La sphère a un diamètre $D = 15 \text{ mm}$.

↳ Calculer la viscosité de l'huile.

Il est *a priori* toujours possible de définir le coefficient de traînée, par référence à l'aire projetée sur un plan orthogonal à l'écoulement ou à la direction de chute. En fait pour des particules de forme mal définie, l'aire projetée dépend de l'orientation de la particule au cours de sa chute et il n'y a guère de règle générale qui permette de prévoir cette orientation *a priori*. Selon la valeur du nombre de Reynolds, calculé à partir du diamètre d'une sphère ayant la même surface, on peut faire les observations suivantes :

- ✓ $0,1 < Re_s < 5$, toutes les orientations de chute sont stables si la particule possède au moins trois axes orthogonaux de symétrie ;
- ✓ $5,5 < Re_s < 200$, la position stable est celle qui correspond à la traînée maximale (un disque aura tendance à tomber à plat) ;
- ✓ $200 < Re_s < 500$, le comportement est impossible à prédire : les plaques tendent à osciller irrégulièrement tandis que les objets tridimensionnels à arêtes vives tendent à tourner ;
- ✓ $500 < Re_s < 2 \cdot 10^5$, le grain tournera autour de son axe d'inertie minimale, ce mouvement sera souvent accompagné d'une translation en spirale.

2.2. CAS D'UN SOLIDE SOUMIS À UNE FORCE CENTRIFUGE

La force centrifuge a pour norme $m \cdot \omega^2 \cdot r$, où m est la masse de la particule, ω la vitesse de rotation et r la distance par rapport à l'axe de rotation.



On la compare souvent au poids : $K = \frac{\text{force centrifuge}}{\text{poids}} = \frac{\omega^2 \cdot r}{g}$ est appelé "effet centrifuge". Dans la pratique, $K \gg 1$.

☞ vitesse de centrifugation



On peut montrer que :

$$u_c = \begin{cases} K \cdot u_t & \text{en régime de Stokes (le plus courant)} \\ K^{2/3} \cdot u_t & \text{en régime de Van Allen} \\ \sqrt{K} \cdot u_t & \text{en régime de Newton} \end{cases}$$

☞ Le régime est déterminé à partir de u_t .

Chapitre 4 : cas d'un essaim de particules

APPROCHE SIMPLIFIÉE

En première approximation, pour un essaim de particules, la vitesse terminale de chute u_t peut être reliée à la vitesse terminale de chute u_{t_0} d'une seule particule, selon la relation :

$$u_t = u_{t_0} \cdot (1 - \phi)^n \text{ où } \phi \text{ est la fraction volumique en solide dans la suspension}$$

La valeur de n peut être déterminée grâce aux corrélations de Richardson & Zaki :

$$n = \begin{cases} 4,65 & \text{pour } Re_{t_0} < 0,2 \\ 4,4 \cdot Re_{t_0}^{-0,03} & \text{pour } 0,2 < Re_{t_0} < 1 \\ 4,4 \cdot Re_{t_0}^{-0,1} & \text{pour } 1 < Re_{t_0} < 500 \\ 2,4 & \text{pour } Re_{t_0} > 500 \end{cases}$$

☞ La présence de particules dans un fluide modifie la masse volumique et la viscosité de la suspension formée comme suit : $\rho = \phi \cdot \rho_p + (1 - \phi) \cdot \rho_f$; $\mu = \mu_f \cdot 10^{1,82 \cdot \phi}$.



exercice 9 : poussière

Dans une menuiserie, de fines particules de bois assimilables à des sphères de 0,02 mm de diamètre sont en suspension dans l'air (air calme à 20°C ; fraction volumique de poussière : 10 mg m⁻³ ; masse volumique du bois : 820 kg m⁻³).

☞ Combien de temps faut-il pour que toute cette poussière se dépose sur le sol, la hauteur de plafond étant de 3,5 m ?

Chapitre 5 : écoulement des fluides dans les milieux poreux

L'étude de l'écoulement des fluides dans les milieux poreux est très importante dans les procédés de filtration, mais aussi pour tous les procédés mettant en œuvre des lits fixes ou fluidisés, ou encore des colonnes garnies.

5.1. LOI EXPÉRIMENTALE DE DARCY

Pour les écoulements à faible nombre de Reynolds ($Re_p < 1$), Darcy a établi la loi expérimentale suivante, qui relie le débit volumique Q_v circulant à travers le milieu poreux à la perte de charge par unité de longueur traversée $\Delta P/L$, la viscosité dynamique μ du fluide et la section de passage Ω :

$$Q_v = \frac{B}{\mu} \cdot \Omega \cdot \frac{\Delta P}{L} \quad u_s = \frac{Q_v}{\Omega} = \frac{B}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{L}, \text{ d'où } \frac{\Delta P}{L} = \frac{1}{B} \cdot \mu \cdot u_s$$

Le coefficient B est appelé perméabilité, son unité courante est le Darcy, qui correspond à 10^{-12} m^2 . Pour un sable, la perméabilité est de l'ordre de 100 Darcy ; une cigarette, 1000 Darcy ; un sol, 1 Darcy ; du calcaire, 10^{-2} Darcy.

☞ On définit la vitesse moyenne (ou vitesse superficielle) u_s du fluide comme le rapport du débit sur la section de passage $u_s = \frac{Q_v}{\Omega}$, c'est-à-dire la vitesse d'écoulement en fût vide. La vitesse u_p du fluide dans les pores est forcément plus grande, puisque le volume réellement offert au fluide est plus faible, du fait de la présence du solide : $u_p = \frac{u_s}{\varepsilon}$, où ε est la porosité du milieu poreux, c'est-à-dire la fraction de volume NON occupée par le solide. Notons que selon l'état de "tassement" du lit, la porosité varie.

5.2. RELATION GÉNÉRALE D'ERGUN

Ergun a proposé une relation plus générale sous la forme suivante :

$$\frac{\Delta P}{L} = \underbrace{h_K \cdot a_p^2 \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \cdot \mu \cdot u_s}_{\text{Carman-Kozeny}} + \underbrace{h_B \cdot a_p \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \cdot \rho_f \cdot u_s^2}_{\text{Burke-Plummer}}$$

ε est la porosité du lit, a_p le rapport de la surface d'une particule sur son volume. Généralement, $h_K \approx 4,2$; $h_B \approx 0,3$.

☞ D'autres auteurs ont donné des variantes de cette relation :

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{f}{2} \cdot a_p \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \cdot \rho_f \cdot u_s^2 \quad \text{avec} \quad \frac{f}{2} = \frac{h_K}{Re'} + h_B \cdot Re'^{-n} \quad \text{où} \quad Re' = \frac{\rho_f \cdot u_s}{a_p \cdot \mu \cdot (1-\varepsilon)}$$

	grains	h_K	h_B	n	Re' limite
Carman (1937)	isométriques	5,00	0,40	0,10	$\leq 5 \cdot 10^3$
Ergun (1952)	divers	4,17	0,29	0	$\leq 1,5 \cdot 10^3$
Sawistowski (1957)	anneaux Rashig	5,00	1,00	0,10	$\leq 2 \cdot 10^3$
Tallmadge (1970)	sphères	4,17	0,52	1/6	$\leq 2 \cdot 10^4$

5.3. EXPRESSION DE LEVA

L'expression de Leva permet de calculer la perte de charge linéaire dans un lit de particules en fonction du débit massique Q_m du fluide qui le traverse :

$$\frac{\Delta P}{L} = 2 \cdot f_m \cdot \frac{Q_m^2}{\rho \cdot d_v} \cdot \frac{1}{\varepsilon^3} \cdot \left(\frac{1-\varepsilon}{\psi_v} \right)^{3-n}$$

Le facteur de forme $\psi_v = 4,84 \cdot \frac{V_p^{2/3}}{A_p}$ est calculé à partir de la surface A_p de la particule sur son volume V_p . Les coefficients f_m et n sont obtenus à partir de l'abaque de la Figure 5-1.

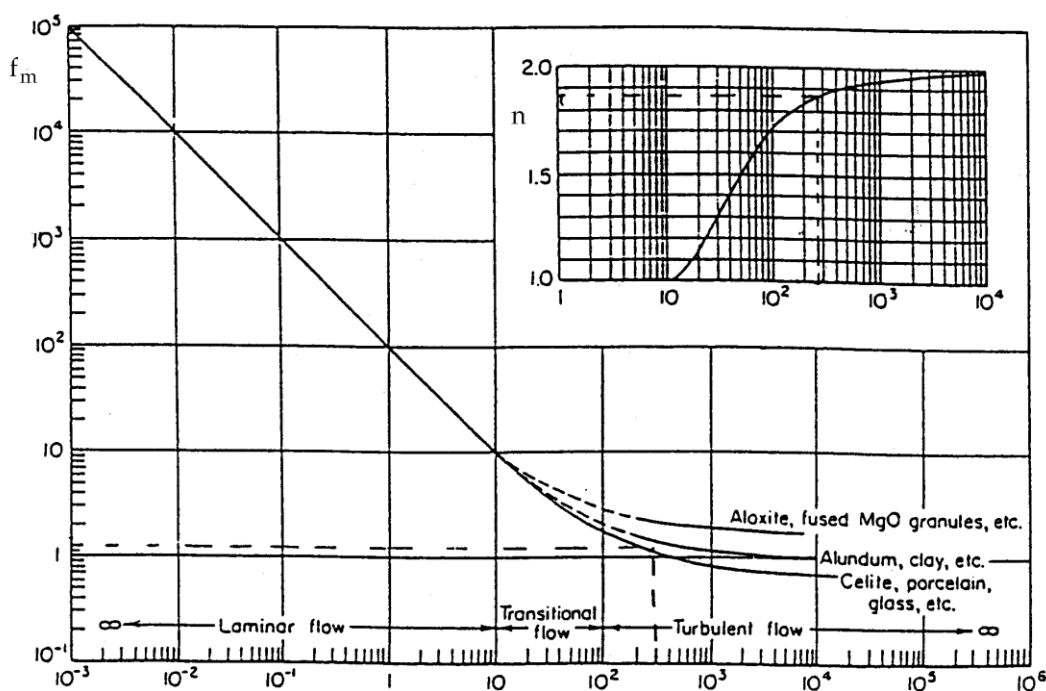


Figure 5-1 : Abaques pour le calcul de perte de charge à partir de l'expression de Leva. PERRY

en abscisse, on a $Re' = \frac{Q_m \cdot d_v}{\mu}$



exercice 10 : perte de charge dans un lit de billes

On dispose d'un lit de billes de verre sphériques de diamètre 2 mm et de surface par unité de volume $3000 \text{ m}^2 \text{ m}^{-3}$. La porosité de cet empilement est $\varepsilon = 0,4$. De l'eau (masse volumique 1000 kg m^{-3} ; viscosité 10^{-3} Pa s) traverse ce lit, de section de passage 1 m^2 .

↪ Calculer la perte de charge par mètre linéaire à travers ce lit pour des débits de 1 et $10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, en utilisant les relations de Darcy, Ergun et Leva. Discuter les résultats.



exercice 11 : perte de charge dans un filtre à sable

d'après CHEDEVILLE

Dans une station de potabilisation, l'eau, après sa sortie de décanteur, subit une clarification par passage dans un filtre à sable. Les conditions de filtration sont les suivantes : vitesse de filtration, $u_s = 6 \text{ m}^3 \text{ m}^{-2} \text{ h}^{-1}$; hauteur du filtre, $H = 0,8 \text{ m}$; section du lit de sable, $S = 10 \text{ m}^2$; diamètre des grains, $d_p = 0,5 \text{ mm}$.

↪ Calculer les pertes de charge du fluide lors de son passage dans le filtre.

références bibliographiques

COULSON & RICHARDSON's Chemical Engineering volume 2, 5th edition, Ed. Butterworth Heinemann, Oxford, 2002

Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998

Noël MIDOUX "Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique", Ed. Lavoisier - Tec&Doc, Paris, 1993

Milton VAN DYKE "An Album of Fluid Motion", Ed. Parabolic Press, Stanford, 1982

ce qu'il faut retenir...

savoir

- 👉 connaître la définition du nombre de Reynolds particulaire
- 👉 connaître la signification des différents termes de la loi de Darcy et de la loi d'Ergun (*mais ne pas retenir ces lois par cœur*)

savoir-faire

- 👉 calculer une force de traînée à partir des données ou corrélations sur le coefficient de traînée
- 👉 calculer une vitesse terminale de chute d'une particule ou une taille d'un grain ou la viscosité d'un fluide (*si on vous donne les corrélations adéquates et l'expression du nombre d'Archimède*)
- 👉 estimer la vitesse de chute d'un essaim de particules (*si on vous donne la corrélation correspondante*)
- 👉 savoir calculer une perte de charge dans un milieu poreux ou un empilement de particules (*si on vous donne les lois correspondantes*)