

Caractérisation des propriétés thermophysiques de mousse céramique SiC par méthode Flash

Morgan Sans, Olivier Farges, Vincent Schick, Gilles Parent

▶ To cite this version:

Morgan Sans, Olivier Farges, Vincent Schick, Gilles Parent. Caractérisation des propriétés thermophysiques de mousse céramique SiC par méthode Flash. congrès de la société française de thermique 2018, May 2018, Pau, France. hal-02441330

HAL Id: hal-02441330 https://hal.science/hal-02441330

Submitted on 15 Jan2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Caractérisation des propriétés thermophysiques de mousse céramique SiC par méthode Flash

Morgan SANS¹*, Olivier FARGES¹, Vincent SCHICK¹, Gilles PARENT¹

¹Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique Appliquée

2 Avenue de la Forêt de Haye - 54500 Vandoeuvre-lès-Nancy

*(auteur correspondant : morgan.laurent-sans@univ-lorraine.fr)

Résumé - Cet article est consacré à la description du transfert thermique couplé en conduction et en rayonnement au sein de mousses céramiques solides dans un cas instationnaire. Un modèle, basée sur des propriétés thermiques et radiatives équivalentes, associe une méthode de volumes finis pour résoudre l'équation de l'énergie et une méthode de Monte-Carlo pour estimer le terme source radiatif. Après la validation de la méthode sur des cas de référence, un modèle multi-couche est présenté. Ce travail constitue une étude préliminaire à la caractérisation thermique de ces matériaux par méthode Flash.

Nomenclature

- C chaleur spécifique, J.kg⁻¹.K⁻¹
- T température, K
- q vecteur flux W.m⁻²
- T température, K
- P puissance, W
- N nombre de quanta
- I luminance, $W.m^{-2}.sr^{-1}$
- n indice de réfraction

Symboles grecs

- ho masse volumique, kg.m⁻³
- λ conductivité thermique, W.m⁻¹.K⁻¹
- Ω domaine
- Γ frontières
- κ coefficient d'absorption, m⁻¹
- au épaisseur optique
- σ écart-type

Indices et exposants

- r radiatif
- c conductif
- ν fréquentiel
- 1 entrée
- 2 sortie
- *i* élément de départ
- *j* élément d'arrivée
- e émis
- a absorbé

ARM Absorption Reciprocity Method

- ERM Emission Reciprocity Method
- OARM Optimized Absorption Reciprocity Method
- 0 corps noir
- k numéro de l'expérience

1. Introduction

À l'origine, la méthode de Monte Carlo pour résoudre l'Equation de Transfert Radiatif (ETR) dans les matériaux semi-transparents est apparue en 1964 lorsque les puissances de calculs restaient encore limitées [1]. Après de significatifs progrès, la méthode de Monte Carlo (MMC) fut utilisée comme référence pour valider d'autres méthodes déterministes basées sur la discrétisation de l'ETR tels que la méthode des ordonnées discrètes (MOD) ou encore la méthode des volumes finis (MVF). Actuellement, l'amélioration de la MMC permet une résolution directe du transfert radiatif couplé à une physique complexe et/ou à une géométrie complexe.

Il y a un intérêt grandissant pour le développement de techniques de modélisations appliquées à des physiques couplées. La description multidimensionnelle de problèmes, proposant une résolution de L'ETR au sein de composés absorbant-émettants et diffusant avec d'autres physiques, est encouragée par de nombreuses applications directes dans divers processus industriels. Nous retrouvons par exemple : les chambres de combustion [2], les interactions turbulence-rayonnements [3], le blindage par rideaux d'eau [4] ou encore le thermo-formage du verre [5].

En général, les simulations en régime permanent sont suffisantes pour décrire de très nombreux problèmes. Néanmoins, il existe plusieurs applications où une étude transitoire est indispensable. Par exemple, la méthode Flash, utilisée pour la caractérisation de la diffusivité thermique, nécessite la construction d'un modèle décrivant l'évolution temporelle de la température en face arrière d'un échantillon suite à une excitation impulsionnelle. Le modèle utilisé pour l'inversion doit donc prendre en compte les physiques impliquées par l'expérience. Des études sur des matériaux semi-transparents ont conduit au développement de différents modèles conductoradiatifs. Lazard et al.[6] ont réalisé un modèle unidimensionnel avec une approche quadripolaire pour le verre de silice et le séléniure de zinc. Schick et al.[7] ont publié un modèle tridimensionnel, où le transfert radiatif est décrit par une méthode Pn pour la caractérisation de liquides à haute température.

Cependant, les deux méthodes d'estimation du transfert radiatif peuvent être limitées par leurs hypothèses. L'approche quadripolaire représente l'une des rares solution semi-analytique. Malheureusement, la méthode devient complexe à mettre en œuvre pour des transferts bi ou tridimensionnels. D'autre part, la méthode Pn, approche le terme source radiative en moyennant la luminance sur l'angle solide et sur le spectre. Par conséquent, ces deux méthodes peuvent présenter des biais lorsque les gradients de température sont élevés, lorsque l'épaisseur optique tend vers zéro ou pour décrire le transfert radiatif près des parois.

Le but de ce travail est de développer un modèle s'affranchissant des hypothèses précédentes et adapté à la caractérisation des propriétés thermiques de mousses céramiques. Il repose sur une méthode des volumes finies pour résoudre l'équation de l'énergie tandis que le transfert radiatif est estimé par une méthode de Monte-Carlo. La validation de la méthode est réalisée par comparaison avec différents cas de référence. Le problème conducto-radiatif est résolu dans un milieu supposé gris absorbant-émettant avec des conditions aux limites de Dirichlet et de Neumann. Les résultats sont comparés à des solutions semi-analytiques. Enfin, un modèle 2D axisymmétrique et multicouche est présenté. Il alimentera l'algorithme d'inversion (Levenberg-Marcquardt) lors de futures caractérisations. Cet article constitue donc un travail préliminaire.

2. Méthodes

La méthode des volumes finis (FVM) est généralement utilisée pour résoudre les problèmes reposant sur la conservation de l'énergie :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T - div(\boldsymbol{q_r}) \quad \in \Omega \tag{1}$$

où $div(q_r)$ représente un terme source/puit volumique provenant des échanges radiatifs au sein du milieu. En écrivant (1) en terme de flux :

$$\int_{\Omega} \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \, \mathrm{d}\Omega = -\left(\int_{\Omega} div(\boldsymbol{q_c}) \, \mathrm{d}\Omega + \int_{\Omega} div(\boldsymbol{q_r}) \, \mathrm{d}\Omega\right) \tag{2}$$

La discrétisation de ce problème est basée sur la forme conservative suivante :

$$\int_{\Omega} \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \, \mathrm{d}\Omega = -\left(\int_{\Gamma} \boldsymbol{q_c} \cdot \boldsymbol{n} \, \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Omega} div(\boldsymbol{q_r}) \, \mathrm{d}\Omega\right) \tag{3}$$

Après la définition de la géométrie (cartésienne, cylindrique ou sphérique) et des conditions de limites (Dirichlet ou Neumann), nous appliquons un schéma centré en cellule sur le volume de contrôle. La méthode de Monte Carlo est alors utilisée pour l'estimation du terme source volumique $div(q_r)$.

Etant donné que le domaine est discrétisé en un maillage avec des éléments de volume et de frontière, l'idée principale de la méthode de Monte-Carlo est de déterminer la puissance échangée entre deux éléments i et j. Pour se faire, un grand nombre de quanta est envoyé depuis les différents éléments. Chaque quantum est porteur d'une partie de l'énergie de i et est défini par une fréquence, une position et une direction. Lors de son déplacement, son énergie s'atténue selon une loi de Beer-Lambert. Ainsi, un élément j traversé par un quantum absorbe l'énergie perdue par le quantum.

L'énergie portée par le quantum est initialisée en fonction de la puissance émise par l'élément *i* et du nombre de quanta désiré tel que $E(s = 0) = P_i^e/N_{quanta}$. Le porteur d'énergie échange avec les cellules *j* tout au long de son chemin. Nous arrêtons de suivre le quantum lorsque son énergie devient trop faible (méthode de Roulette Russe) ou quand il sort du domaine (Interactions Murs). Un choix de paramètre efficace est proposé dans l'article de Kobayashi et al. [8]. Pour les interactions entre les murs, un nombre aléatoire R_{wall} uniformément réparti entre 0 et 1 est comparé à la réflectivité du mur ρ_{wall} . Si $R_{wall} \leq \rho_{wall}$ le rayon est réfléchi, sinon le rayon est absorbé ou transmis et nous arrêtons aussi son suivi.

Le terme source radiatif d'une cellule i est défini comme le bilan entre l'énergie apportée et l'énergie reçue (méthode directe) par le reste du domaine tel que :

$$div(\boldsymbol{q_r})_i = \sum_{i=0}^{N_{elem}} \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} (P_{ij,\nu}^{ea} - P_{ji,\nu}^{ea}) \, \mathrm{d}\nu = P_e^i - \sum_{i=0}^N \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} P_{ji,\nu}^{ea} \, \mathrm{d}\nu \tag{4}$$

Depuis, de nombreuses méthodes de réduction de variance ont été proposées pour minimiser le temps de calcul. Ainsi, il est possible d'obtenir la même qualité d'estimation pour un nombre bien plus faible de lancé. Ces techniques sont basées sur le principe géométrique de réciprocité (rapport d'aspect). Jusqu'à présent, deux méthodes dites réciproques ont été développées [9] :

$$div(\boldsymbol{q_r})_i^{ARM} = \sum_{i=0}^{N_{elem}} \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} P_{ji,\nu}^{ea} \left(\frac{I_{\nu}^0(T_i, n_i)}{I_{\nu}^0(T_j, n_j)} - 1 \right) \, \mathrm{d}\nu \tag{5}$$

$$div(\boldsymbol{q_r})_i^{ERM} = \sum_{i=0}^{N_{elem}} \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} P_{ij,\nu}^{ea} \left(1 - \frac{I_{\nu}^0(T_j, n_j)}{I_{\nu}^0(T_i, n_i)} \right) \, \mathrm{d}\nu \tag{6}$$

L'Emission Reciprocity Method (ERM) estime le flux radiatif d'une partie du domaine en calculant l'intégral du flux radiatif absorbé par le reste de l'univers. Réciproquement, l'Absorption Reciprocity Method (ARM) estime le terme source radiatif en réalisant l'intégral de l'énergie, provenant de l'univers, absorbée par l'élement considéré. Il est à noter que deux éléments à la même température possèdent la même luminance et imposent donc, de par cette formulation, aucun échanges entre les deux éléments. Cela a donc pour effet de réduire drastiquement la variance.

Il a été démontré que l'ERM ne permet pas une estimation précise des termes sources radiatifs des éléments les plus froids du domaine en raison d'un biais de distribution fréquentiel [10]. Ainsi, les régions froides émettent une gamme spectrale définie aux basses fréquences alors que la partie principale de l'énergie échangée provient de la région chaude caractérisée par des hautes fréquences. D'une part, Zhang et al [11] proposent une méthode étendue nommée Optimized Emission Reciprocity Method (OERM), qui impose une distribution de fréquence basée sur la température la plus chaude. D'autre part, Dupoirieux et al. [10] proposaient une amélioration en combinant la force des deux méthodes précédentes. Optimized Reciprocity Method (ORM) utilise l'ERM dans la partie du domaine où la température est élevée et l'ARM où la température est basse.

Le calcul de la solution est réalisé par itération en temps. Premièrement, les données géométriques, thermiques et radiatives sont définies. Ensuite, le maillage et le champ de température sont initialisés. Un schéma implicite calcule la solution à l'itération n + 1 et renvoie un nouveau champ de température. Ce champ de température est une donnée d'entrée pour la méthode de Monte-Carlo, qui renvoie le champ des sources/puits correspondant. Finalement, $div(q_r)$ est réinjecté dans l'équation de l'énergie et un nouveau pas de temps est réalisé. Nous pouvons remarquer que le champ source volumétrique est supposé être constant entre deux intervalles de pas de temps. Cet algorithme considère donc un couplage faible entre les deux équations (EE et ETR). Par conséquent, afin d'éviter les instabilités numériques, il est important de prendre un pas de temps suffisamment petit. Un pas de temps adaptatif est implémenté et impose le critère de convergence comme :

$$max \frac{\mid T_i^{n+1} - T_i^n \mid}{T_i^n} \le \epsilon$$
(7)

De plus, afin de contrôler la précision, il est nécessaire de définir, à chaque pas de temps, un critère de convergence de la divergence du flux radiatif. Pour l'ERM, le terme source est estimé cellule par cellule, nous pouvons donc augmenter le nombre de chemin optique tant que la variance n'est pas suffisamment faible. L'écart relatif est estimé et comparé à un critère arbitraire. Lorsque le critère est atteint, nous passons à l'élément suivant.

Pour l'ARM, l'idée est la même, cependant, la comparaison n'est pas faite pour chaque élément mais en réalisant la moyenne spatiale du champ radiatif estimé. De plus, tous les éléments de volume et de surface sont traités indépendamment. Lorsque la somme des écarts relatifs devient inférieure au critère, le champ radiatif est transmis à l'équation de l'énergie et nous atteignons le temps suivant. Dans certain problème, il est possible que la divergence du flux radiatif tende vers 0, cela signifie que la puissance radiative échangée est nulle et rend le critère de convergence impossible à atteindre. Dans ce cas, nous définissons une limitation uniquement sur l'écart-type tel que :

$$\sigma_i \le \epsilon P_r \qquad avec \ \epsilon = 10^{-4} \tag{8}$$

La partie principale des outils nécessaires est maintenant définie. Dans la partie suivante, le modèle présenté est validé sur des cas de références avec des solutions fiables.

3. Résultats

3.1. Validation

La géométrie étudiée est une plaque chaude gardée qui contient un milieu gris absorbantémettant d'épaisseur optique $\tau = 1$. Les murs sont supposés noirs et la température est imposée. Le problème est 1D. Les deux plaques sont donc infinies de températures T_{chaud} et $T_{froid} = T_{chaud}/2$ ou $T_{froid} = T_{chaud}/10$. Le matériau est à T_{froid} lorsque t = 0s. La résolution est effectuée sur un maillage régulier de 21 nœuds. Cet exemple, initialement présenté par Viskanta et al.[12] est intéressant car sa solution est semi-analytique. De plus, les auteurs présentent des résultats pour de forts gradients de température et des transferts radiatifs importants. Définissons le nombre de Stark tel que $N = \kappa \lambda/4\sigma T_{chaud}^3$, qui représente le rapport du flux par conduction sur le flux par rayonnement. Lorsque N tend vers l'infini, la partie principale du transfert de chaleur est purement réalisée par conduction. La Figure. 1 montre l'évolution spatiale de la température adimensionnée ($T^* = T/T_{chaud}$) le long de la coordonnée spatiale y^* à l'état stationnaire.



Les différentes méthodes sont en bon accord avec les résultats présentés dans la littérature pour $N \in [0.1; +\infty]$. D'autre part, la figure. 1 indique que le choix entre les différentes méthodes d'estimation du terme source devient important lorsque les échanges par rayonnement s'intensifient. En effet, alors que l'ERM sous-estime légèrement le transfert radiatif, l'ARM la surestime totalement et ne semble absolument pas appropriée.

Afin d'améliorer la stabilité et la précision de la méthode, nous avons décidé d'étendre la méthode d'absorption dans une version optimisée. Avec la même idée utilisée pour optimiser l'ERM, nous proposons d'ajouter la méthode Optimized Absorption Reciprocity (OARM) en choisissant une distribution fréquentielle des échanges avec un facteur de correction dépendant de l'élément le plus chaud du domaine. Elle se définit comme :

$$div(\boldsymbol{q_r})_i^{OARM} = \sum_{i=0}^N P_{ji}^e(T_{max}) \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} \left(\frac{I_{\nu}^0(T_i, n_i)}{I_{\nu}^0(T_j, n_j)} - 1\right) \left(\frac{I_{\nu}^0(T_j)}{I_{\nu}^0(T_{max})}\right) \mathrm{d}\nu \tag{9}$$

De plus, avec la même idée utilisée pour la mise en œuvre de l'ORM, nous proposons d'utiliser la formulation OERM lorsque $T_i \ge T_j$ et OARM sinon. Nous nommons cette méthode ORM2. La Figure 2 indique que l'OARM et l'ORM2 sont en bon accord avec la solution semianalytique de Viskanta et al [12].

La figure 3 montre l'écart relatif en fonction de la position lorsque nous répétons une centaine d'expériences numériques. Les résultats dans la zone de texte indiquent la moyenne de l'écart relatif par rapport à la position. D'une part, les deux méthodes par émission (ERM et OERM), nous constatons que l'écart relatif est bien plus élevé pour les régions froides. D'autre part, en terme de biais et d'écart-type, nous constatons que l'OARM apparaît comme une réelle amélioration de l'ARM. Enfin, l'ORM2 semble représenter un bon compromis avec un écart



Figure 2 : Ecart relatif dans le cas $T_{hot} = 10.T_{cold}$ et N=0.01



Figure 2 : Méthode Flash Monocouche N = 1 et $\tau \in [0.1; 1]$

relatif faible et équilibré entre les régions chaudes et froides.

La figure 4 démontre la validité de la méthode pour une application instationnaire tel que la méthode Flash. Dans un cas 1D, mono-couche et conducto-radiatif (N = 1 et $\tau \in [0.1; 1]$), nous comparons la méthode développée avec une approche par quadripôle thermique. L'évolution temporelle de la température en face arrière d'un échantillon possédant des parois adiabatiques est représenté. Nous observons une bonne adéquation entre les deux méthodes. Il existe, cependant, un léger écart aux temps courts qui est justifié par une hypothèse de linéarité du rayonnement dans l'approche par quadripôle thermique.

Une comparaison de la méthode de Monte-Carlo avec d'autres cas-tests ont été effectué. Le cas d'une enceinte carrée, d'un cylindre infinie ou d'une résolution de l'ETR basée sur la méthode des harmoniques sphériques (méthode Pn) ne sont pas présentés ici mais valident ce modèle pour différentes géométries et différentes conditions aux limites.

3.2. Modèle Multi-couches

Dans certains cas, lorsque l'épaisseur optique tend vers 0 ou en raison de la géométrie du milieu, une partie de l'impulsion thermique traverse l'échantillon et peut directement heurter l'instrument de mesure. De plus, lorsqu'il s'agit de caractériser un milieu poreux, il est difficile d'accéder à une mesure de la température surfacique qui soit pertinente. Afin d'éviter cela, l'échantillon est alors placé entre deux couches d'un milieu très diffusif et opaque comme le laiton (à l'ambiante) ou le titane (à haute température). Nous considérons la géométrie décrite dans la figure 3, ce qui correspond à un problème asymétrique 2D et multi-couche. Seul le média au centre (en rouge) est semi-transparent tandis que les deux couches diffusives sont représentées en bleu. Le schéma volume fini provenant de la discrétisation de l'équation de l'énergie est donc différent selon si le noeud considéré se situe en volume/frontière/interface solide-solide ou dans un matériau opaque/semi-transparent.

Dans un premier temps, une validation du modèle est réalisée sur un logiciel commercial (FlexPDE©) en conduction pure. Ensuite, le couplage avec la résolution de l'ETR par méthode de Monte-Carlo est ajouté. Si la conservation de l'énergie est respectée et si le système est adiabatique, la température finale atteinte par l'échantillon est indépendante du mode de transport de la chaleur. La diffusivité et la conductivité thermique sont fixées et nous modifions la valeur de l'épaisseur optique pour moduler l'importance du transfert par rayonnement devant le transfert par conduction. Ces résultats sont présentés sur la Figure 3. Nous remarquons la disparition du saut de température (comme la Figure 2) aux temps courts induit par la présence des semelles



Figure 3 : Schema de la géométrie étudiée

absorbantes. Le résultat obtenu est cohérent puisque l'élévation en température augmente avec la diminution du nombre de Starck. En effet, il est bien connu que le transfert par rayonnement, dont le temps caractéristique est faible, homogénéïse et accélère les échanges d'énergie. Ce modèle est donc validé est sera utilisé pour alimenter les algorithmes d'inversion pour de la caractérisation à haute température. La force de la méthode de Monte-Carlo réside dans sa grande flexibilité. Il devient possible de facilement prendre en compte des phénomènes complexes à modéliser tel que la dépendance spectrale des propriétés radiatives, les phénomènes de diffusions et des conditions aux limites radiatives spéculaire/diffus. De plus, cette approche demande un temps de calcul plus long qu'une méthode Pn ou quadripôlaire mais s'affranchit de nombreuses hypothèses.

4. Conclusion

Dans cette communication, un modèle couplant des transferts de chaleur par conduction et par rayonnement est présenté. L'équation de l'énergie est résolue par la méthode déterministe des volumes finies tandis que l'ETR est résolue par une méthode stochastique de Monte-Carlo. Un couplage faible est réalisé entre les deux équations. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux algorithmes de réduction de variance afin d'optimiser l'estimation de la divergence du flux radiatif et ainsi réduire les temps de calculs. A partir d'une modification de la distribution fréquentielle des porteurs d'énergies, une amélioration de l'Absorption Reciprocity Method et de l'Optimized Reciprocity Method est proposée. Les résultats obtenus sont comparés à deux cas-tests présentant une solution semi-analytique. Ce modèle est en bon accord avec les résultats obtenus sur l'exemple de la plaque chaude gardée (1D stationnaire) et la méthode Flash (1D instationnaire). De plus, le cas d'un tricouche 2D axisymmétrique est développé. Il sera utilisé à l'avenir lors de la caractérisation des propriétés thermiques de mousses céramiques solides à haute température. Les optimisations apportées permettent de réaliser rapidement plusieurs calculs directs essentiels lors de l'inversion. Actuellement, des caractérisations ont été réalisées sur des échantillons de mousses en carbure de silicium à température ambiante. Des essais jusqu'à $1000^{\circ}C$ sont prévus prochainement et feront l'objet d'une étude postérieure.

Références

- [1] J. R. Howell, M. Perlmutter, Monte Carlo solution of thermal transfer through radiant media between gray walls, Journal of heat transfer 86 (1) (1964) 116–122.
- [2] J. Zhang, O. Gicquel, D. Veynante, J. Taine, Monte Carlo method of radiative transfer applied to a turbulent flame modeling with LES, Comptes Rendus Mécanique 337 (6-7) (2009) 539–549. doi :10.1016/j.crme.2009.06.024.
- [3] P. Coelho, Numerical simulation of the interaction between turbulence and radiation in reactive flows, Progress in Energy and Combustion Science 33 (4) (2007) 311–383. doi:10.1016/j.pecs.2006.11.002.
- [4] P. Boulet, A. Collin, G. Parent, Monte Carlo simulation of radiation shielding by water curtains, Computational thermal radiation in participating media 2 (2006) 5–7.
- [5] B. L. Corre, A. Collin, L. Soudre-Bau, Y. Meshaka, G. Jeandel, Glass sagging simulation with improved calculation of radiative heat transfer by the optimized reciprocity Monte Carlo method, International Journal of Heat and Mass Transfer 70 (2014) 215– 223. doi :10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.10.068.
- [6] M. Lazard, S. André, D. Maillet, Diffusivity measurement of semi-transparent media : model of the coupled transient heat transfer and experiments on glass, silica glass and zinc selenide, International Journal of Heat and Mass Transfer 47 (3) (2004) 477–487. doi :10.1016/j.ijheatmasstransfer.2003.07.003.
- [7] V. Schick, B. Remy, A. Degiovanni, F. Demeurie, J. Meulemans, P. Lombard, Measurement of Thermal Conductivity of Liquids at High Temperature, Journal of Physics : Conference Series 395 (2012) 012078. doi :10.1088/1742-6596/395/1/012078.
- [8] H. Kobayashi, H. Iwabuchi, A coupled 1-D atmosphere and 3-D canopy radiative transfer model for canopy reflectance, light environment, and photosynthesis simulation in a heterogeneous landscape, Remote Sensing of Environment 112 (1) (2008) 173–185. doi:10.1016/j.rse.2007.04.010.
- [9] L. Tessé, F. Dupoirieux, B. Zamuner, J. Taine, Radiative transfer in real gases using reciprocal and forward Monte Carlo methods and a correlated-k approach, International Journal of Heat and Mass Transfer 45 (13) (2002) 2797–2814.
- [10] F. Dupoirieux, L. Tessé, S. Avila, J. Taine, An optimized reciprocity Monte Carlo method for the calculation of radiative transfer in media of various optical thicknesses, International Journal of Heat and Mass Transfer 49 (7-8) (2006) 1310–1319. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.10.009.
- [11] Y. Zhang, O. Gicquel, J. Taine, Optimized Emission-based Reciprocity Monte Carlo Method to speed up computation in complex systems, International Journal of Heat and Mass Transfer 55 (25-26) (2012) 8172–8177. doi :10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.05.028.
- [12] R. GROSH, R. VISKANTA, Journal of Heat Transfer 84 (1962) 63.