



HAL
open science

Un réseau neuronal pour explorer la diffraction par un bord d'écran

Christophe Finot

► **To cite this version:**

Christophe Finot. Un réseau neuronal pour explorer la diffraction par un bord d'écran. Colloque de l'Enseignement des Technologies et des Sciences de l'Information et des Systèmes, Jun 2021, Valenciennes, France. hal-02435880v2

HAL Id: hal-02435880

<https://hal.science/hal-02435880v2>

Submitted on 27 Feb 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Un réseau neuronal pour explorer la diffraction par un bord d'écran

Christophe Finot

christophe.finot@u-bourgogne.fr

Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, UMR CNRS – Université Bourgogne Franche-Comté
UFR Sciences et Techniques, Université de Bourgogne, 9 av. Alain Savary, 21800 Dijon

RESUME : Nous décrivons ici un projet visant à explorer avec un groupe d'étudiants en physique de niveau licence l'utilisation d'un réseau neuronal pour simuler un problème traditionnel de l'optique ondulatoire, i.e. la diffraction d'un bord d'écran dont la solution analytique est connue. Par cette première approche de l'intelligence artificielle, nous avons pu mettre l'accent sur les étapes essentielles nécessaires pour mettre en œuvre ces nouvelles technologies numériques.

Mots clés : diffraction de Fresnel ; apprentissage par réseau neuronal.

1 INTRODUCTION

L'optique ondulatoire et l'étude de la diffraction font partie des sujets les plus stimulants pour un étudiant de physique de niveau Licence 3. Mais il s'avère également exigeant, reposant sur des prérequis mathématiques d'électromagnétisme et de physique ondulatoire. Des problèmes apparemment aussi basiques que l'image d'un bord d'écran éclairé par une lumière cohérente [1-4] n'ont ainsi rien d'intuitif à résoudre et la solution mathématique fait appel à des fonctions intégrales spécifiques connues sous le nom d'intégrales de Fresnel [5].

Dans ce contexte et profitant de la célébration du bicentenaire des travaux d'Augustin Fresnel [6, 7] consacrés en 1819 par le grand prix de l'Académie des Sciences, nous avons voulu tester avec un groupe de trois étudiants de physique, l'apport éventuel de l'utilisation de l'intelligence artificielle. Ce sujet est en effet actuellement particulièrement porté sur le devant de la scène médiatique [8] à travers ses utilisations dans les réseaux sociaux, dans les entreprises innovantes ou bien pour la reconnaissance et le traitement d'images.

Nous décrivons ainsi le problème physique que nous avons abordé dans le cadre d'un travail encadré de recherche de licence 3 et son traitement académique, avant de décrire la solution adoptée basée sur un réseau neuronal. Nous testerons ensuite la capacité du réseau neuronal à prédire efficacement la figure de diffraction, ainsi que la possibilité d'extraire d'une figure de diffraction inconnue la distance de l'objet diffractant.

2 LE PROBLEME ETUDIE : LA DIFFRACTION PAR UN BORD D'ECRAN

2.1 Situation analysée

La figure 1a représente le problème de diffraction très classique que nous avons étudié : la formation de l'image d'un bord d'écran opaque éclairé en incidence normale par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ . Nous observons la figure de diffraction à une distance z de l'écran. Les coordonnées transverses dans le plan de l'écran sont notées x et y alors que dans le plan d'observation, elles sont notées x' et y' . L'écran semi-infini correspond donc à une transmis-

sion optique nulle pour $x < 0$. Cette configuration était connue des étudiants qui ont eu l'occasion de la travailler à la fois en cours magistral et en travaux dirigés.

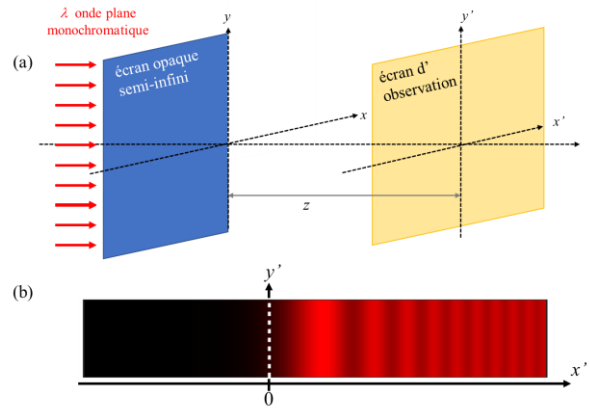


fig 1 : (a) Situation analysée lors de la diffraction par un bord d'écran. (b) Exemple de la figure de diffraction obtenue pour une illumination à 632.8 nm. La ligne pointillée blanche est l'image géométrique de l'arrêt de l'écran.

2.2 Solution analytique du problème

La situation étudiée correspond au cas d'école où les conditions simplificatrices habituellement utilisées en champ lointain (en diffraction de Fraunhofer) ne peuvent jamais être vérifiées. Il est dès lors impératif d'appliquer le formalisme de la diffraction de Fresnel. Compte tenu du bord d'écran suivant la direction y (la lumière n'étant pas limitée suivant la direction y), la diffraction opère suivant la direction x' et le champ optique alors obtenu dans le plan d'observation est donné par l'intégrale suivante [1-4] (pour simplifier, certains facteurs multiplicatifs n'influent pas sur la forme du profil d'intensité ont été ici omis) :

$$a(x', z) \propto \int_0^{\infty} e^{i \frac{\pi}{\lambda} \frac{(x'-x)^2}{z}} dx \quad (1)$$

Ce résultat se simplifie en introduisant la variable réduite u :

$$u = \sqrt{\frac{2}{\lambda z}} (x' - x) \quad (2)$$

conduisant à :

3 LE RESEAU NEURONAL

3.1 Contexte et outils utilisés

Les méthodes d'intelligence artificielle constituent un sujet à découvrir complètement par nos étudiants, leur cursus de Licence n'incluant que les bases de programmation (en langage Octave). Pour leur introduire les notions rudimentaires d'apprentissage machine et de réseau neuronal, nous avons fait le choix de leur faire visionner les séquences vidéos du premier chapitre du MOOC « Deep Learning » de Nicolas Thome [10] du CNAM disponible sur la plateforme FUN. Au niveau implémentation logicielle, prenant en compte les compétences informatiques de nos étudiants et pour que cet aspect ne soit pas une difficulté en soi, nous avons opté en 2018-2019 pour l'environnement matlab et la toolbox proposée par cette société [11] qui dispose d'une interface graphique intuitive et conviviale. En 2020-2021, nous avons également validé l'utilisation potentielle du clone open-source octave et de sa librairie *nnet* [12] sur des ordinateurs portables aux performances modestes. Les intégrales de Fresnel sont des fonctions incluses dans matlab et ses clones. Une solution en langage python est bien évidemment totalement envisageables, d'autant plus que ce langage domine dans la communauté de l'intelligence artificielle.

$$a(x', z) \propto \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \frac{\pi}{2} u^2} du$$

$$\propto C_f(-\infty) - C_f\left(\sqrt{\frac{2}{\lambda z}} x'\right) + i \left[S_f(-\infty) - S_f\left(\sqrt{\frac{2}{\lambda z}} x'\right) \right] \quad (3)$$

avec $C_f(x)$ et $S_f(x)$ les intégrales de Fresnel définies par [5] :

$$C_f(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi \omega^2}{2}\right) d\omega$$

$$S_f(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi \omega^2}{2}\right) d\omega \quad (4)$$

et dont les représentations graphiques sont données Fig. 2. Les intégrales de Fresnel sont des fonctions de parité impaire et $C_f(\infty) = S_f(\infty) = 1/2$.

L'image alors obtenue est donnée par :

$$I(x', z) \propto a^*$$

$$\propto \left[C_f\left(\sqrt{\frac{2}{\lambda z}} x'\right) + \frac{1}{2} \right]^2 + \left[S_f\left(\sqrt{\frac{2}{\lambda z}} x'\right) + \frac{1}{2} \right]^2 \quad (5)$$

et peut qualitativement être prédite en utilisant l'outil qu'est la spirale de Cornu (ou clothoïde) [3, 9]. Comme nous pouvons le voir Fig. 1b, la diffraction transforme l'échelon correspondant à l'image géométrique en une transition plus douce entre l'ombre et la partie lumineuse. Le point le plus marquant est l'apparition d'oscillations significatives à proximité de l'image de l'écran.

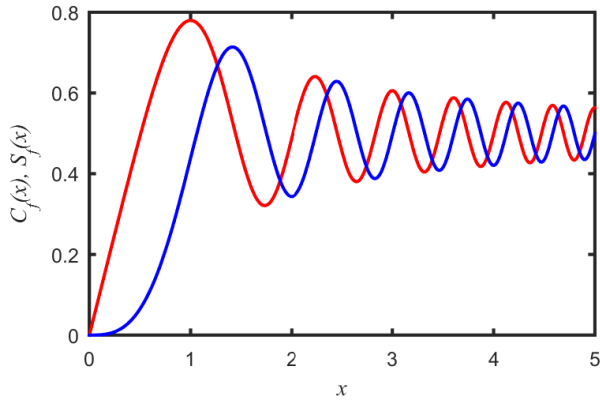


fig 2 : Évolution des intégrales de Fresnel C_f et S_f représentées respectivement par une courbe rouge et bleue.

3.2 Concept du neurone

La brique essentielle du réseau neuronal est le neurone artificiel dont le concept est illustré Fig. 3. Un tel neurone dispose de plusieurs entrées, e_1, e_2, \dots, e_n qu'il va combiner linéairement en les pondérant par des valeurs w_1, w_2, \dots, w_n avec un biais éventuel b . La sortie s du neurone artificiel est le résultat de cette combinaison par une fonction d'activation f (par exemple une fonction sigmoïde) :

$$s = f\left(b + \sum_{k=1}^n w_k e_k\right) \quad (6)$$

La phase d'apprentissage consistera à rechercher les coefficients w et b optimaux à appliquer pour faire correspondre à un certain jeu de paramètres d'entrée e la sortie s souhaitée.

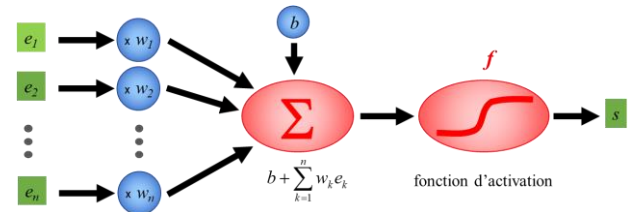


fig 3 : Principe d'un neurone artificiel

3.3 Structure d'un réseau neuronal

Le réseau neuronal résulte de l'agencement de plusieurs neurones artificiels [13]. La configuration la plus simple consiste en une couche intermédiaire unique de N neurones faisant le lien entre les n entrées e et les m sorties s (fig. 4a). Des structures plus riches et plus performantes sont réalisables lorsque les neurones se répartissent sur plusieurs couches (Fig. 4b). Le nombre de connections est alors augmenté ce qui nécessite des algorithmes puissants pour déterminer la structure optimale à adopter pour faire correspondre les entrées et les sorties.

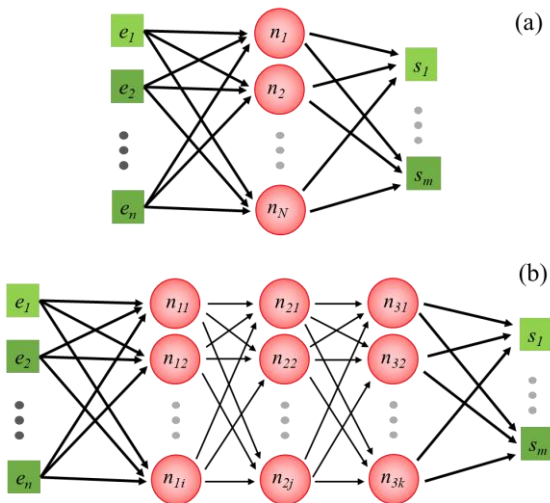


fig 4 : Réseau neuronal impliquant une seule couche (a) ou bien à plusieurs couches totalement connectées (3 couches, b)

4 LE RESEAU UTILISE POUR PREDIRE LA FIGURE DE DIFFRACTION

4.1 Principe et étapes suivies

Dans un premier temps, les étudiants ont évalué la capacité d'un réseau neuronal à prédire la figure de diffraction d'un écran semi-opaque. Le cheminement est résumé Fig. 5. La première phase est l'apprentissage du réseau neuronal. Pour cela, il faut tout d'abord créer une collection assez étoffée de données permettant cet apprentissage. Autrement dit, il a fallu générer les profils diffractés $I(x')$ obtenus pour différentes distances et pour différentes longueurs d'onde. $I(x')$ est discrétisé sur une centaine de points régulièrement espacés I_m . Les paramètres d'entrée du réseau neuronal sont alors constitués par λ_n et z_n et les sorties seront la figure de diffraction discrétisée par m points. Afin d'optimiser le fonctionnement du réseau neuronal, les données doivent subir une normalisation, typiquement pour les ramener à l'intervalle $[-1;1]$ adapté aux fonctions d'activation. Cette normalisation peut être transparente

pour l'utilisateur (dans matlab par exemple) ou bien est explicitement à prévoir lors de la programmation (octave). L'apprentissage vise à adapter les poids et biais des différents neurones pour minimiser l'erreur entre le profil obtenu prédit par le réseau et le profil de référence. Les étudiants ont alors pu comparer plusieurs algorithmes et observer les différences en termes de précision et de rapidité. Ils ont également pu mesurer l'influence du nombre de neurones et du nombre de couches. Plus le nombre de neurones est élevé, plus les résultats sont fidèles, mais plus l'apprentissage requiert du temps. Il faut de plus demeurer vigilant face aux situations de sur-apprentissage : dans ce cas, le résultat semble parfait sur les données utilisées pour l'apprentissage, mais le réseau n'est pas pour autant en mesure de prédire convenablement de nouvelles configurations. Finalement, après différents tests, une configuration satisfaisante semble être un réseau composé de trois couches de 12 neurones et l'algorithme retenu pour le réseau à propagation avant est la méthode de rétropropagation et régularisation bayésienne. Sous Octave, l'algorithme disponible, la méthode de Levenberg-Marquard, donne également des résultats des plus convenables.



fig 5 : Différentes étapes de l'utilisation du réseau

4.2 Après un apprentissage sur des données parfaites

Nous avons tout d'abord testé le réseau neuronal sur un cas parfait, i.e. sur un ensemble de données constitué par des figures de diffraction non bruitées, i.e. la solu-

tion analytique donnée par l'Eq. (5). Le jeu initial de données est composé de profils obtenus pour 11 longueurs d'onde différentes couvrant le domaine du visible, régulièrement espacées de 380 à 780 nm et pour 21 distances différentes (de 0.5 à 1 m). Nous comparons tout d'abord Fig. 6a les profils retrouvés pour des valeurs de z et λ correspondant au jeu de données initial. L'accord est tout à fait convaincant. De même, dans le cas d'une distance $z = .765\text{m}$ et $\lambda = 632.8$ non utilisés pour l'apprentissage, les prédictions du réseau et la solution analytique sont en parfait accord (Fig. 6b). Le réseau démontre donc sa capacité universelle d'interpolation. Le défi est bien plus marqué pour des données prises en dehors de l'espace de paramètres initialement utilisé pour l'apprentissage. Ainsi, pour une distance plus élevée et une longueur d'onde plus faible ($z = 1.2\text{m}$, $\lambda = 330$ nm), les résultats prédits restent totalement consistants avec la solution analytique, soulignant que le réseau peut également être envisagé de manière pertinente pour une extrapolation.

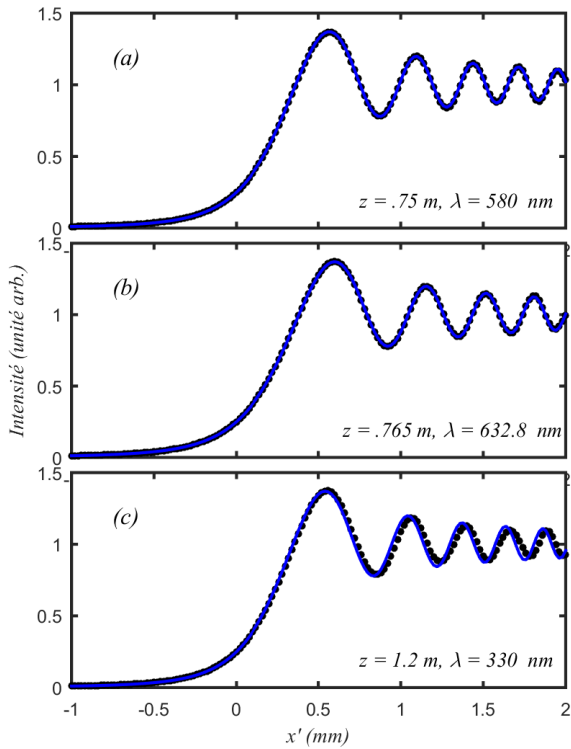


fig 6 : Figure comparant données parfaites et données prédites par le réseau neuronal (a) pour $z = .75\text{m}$ et $\lambda = 580$ nm, (b) pour $z = 0.765$ m et $\lambda = 632.8$ nm, (c) pour $z = 1.2$ m et $\lambda = 330$ nm. Les résultats issus du réseau neuronal (courbe bleue) sont comparés avec le résultat analytique donné par l'Eq. (5) (cercles noirs).

4.3 Après un apprentissage sur des données bruitées

Dans un second temps, nous avons testé la capacité du réseau à manipuler des données bruitées. Nous avons ainsi utilisé comme données d'entrée un ensemble de 21 figures d'interférences obtenues pour différentes distances allant de 0.5 m à 1 m, à la même longueur d'onde de 632.8 nm (caractéristique du laser Hélium-Néon). Le bruit appliqué sur la trace analytique est un bruit blanc additif gaussien centré d'écart type 10% de l'intensité maximale et un bruit multiplicatif lui aussi d'écart type 10%. Cela nous permet de simuler un enregistrement expérimental tel qu'il aurait pu être obtenu par une barrette CCD de 100 pixels. Comme la complexité des données (λ désormais fixe) a diminué par rapport au problème précédent, nous avons réduit le réseau neuronal à trois couches de 8 neurones. Malgré la qualité imparfaite des données d'entraînement employées, le réseau est en mesure de prévoir efficacement les figures de diffraction (Fig. 7a). La figure 7b montre que le réseau se rend même capable de débruiter dans une certaine mesure les enregistrements expérimentaux, les rendant plus proches de la figure théorique.

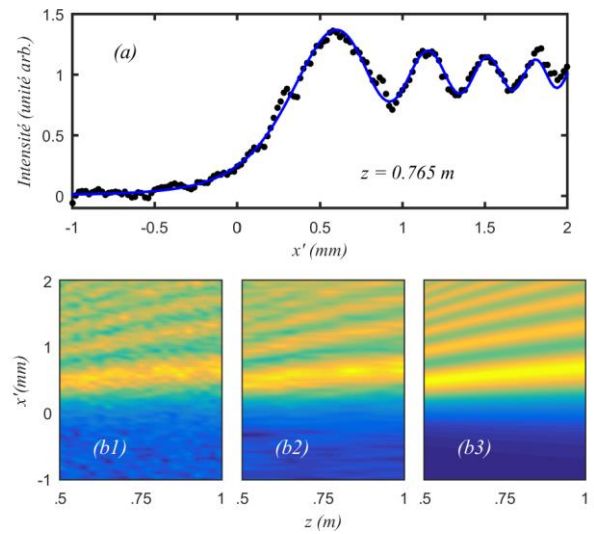


fig 7 : (a) Comparaison du résultat analytique (Eq. (5)) avec les prédictions obtenues par le réseau entraîné sur des données bruitées pour une distance de 0.765 m et $\lambda = 632.8$ nm. (b) Evolutions de la figure de diffraction en fonction de la distance d'observation reconstituées à partir de données bruitées, des prédictions du réseau neuronal, de la théorie analytique (Eq. (5)) (panels 1, 2 et 3 ; une échelle de fausses couleurs a été utilisée pour mieux souligner les différences entre figures).

5 LE RESEAU UTILISE POUR EXPLOITER UNE FIGURE DE DIFFRACTION

Après avoir validé la capacité d'un réseau à prédire une figure de diffraction connaissant la distance d'observation et la longueur d'onde, nous nous sommes intéressés au problème inverse, i.e. déterminer à partir d'une figure de diffraction enregistrée la distance et la longueur d'onde à laquelle la figure a été prise. Un tel problème nécessite a priori l'utilisation d'un autre réseau neuronal où l'entrée sera cette fois ci constituée du profil d'intensité discrétisé en cent points, alors que les paramètres de sortie seront la longueur d'onde et la distance. Nous pouvons donc utiliser le même jeu de données précédemment créé, mais en intervertissant données d'entrées et données de sorties.

Dès leurs premières manipulations, les étudiants ont pu constater des soucis au niveau de l'apprentissage des données. Lorsqu'ils travaillaient avec des figures avec des longueurs d'onde et des distances inconnues, les résultats obtenus étaient loin des attentes avec des prédictions très erronées, et cela même en partant de données exemptes de tout bruit. Ce n'est qu'en se penchant sur la théorie analytique que les étudiants ont pu déterminer l'origine de cette incertitude : comme le montre l'Eq. (2), la longueur d'onde et la distance de propagation tiennent un rôle similaire dans la variable normalisée u . Autrement dit, pour une figure de diffraction donnée, il existe une infinité de combinaisons λ et z possibles (i.e. les combinaisons conduisant à un produit λz donné). Ainsi, en raison de la physique sous-jacente, si les deux paramètres λ et z sont inconnus, il ne sera pas possible de les déterminer sans ambiguïté quelle que soit la qualité du réseau neuronal employé.

Étant donnée la contrainte précédemment mise en lumière, nous avons considéré la longueur d'onde connue et fixe ($\lambda = 632.8$ nm) et nous avons évalué la capacité du réseau à retrouver la distance de propagation. Les données utilisées pour l'apprentissage sont une série de 20 enregistrements entre 0.5 et 1 m. Le réseau neuronal mis ici en œuvre est un réseau de trente neurones disposés sur une unique couche. Les étudiants ont tout d'abord considéré des enregistrements idéaux (i.e. sans bruit). L'erreur entre la distance prédite par le réseau et la distance réelle est résumée Fig. 8(a) et qualifie la qualité du réseau employé. Cette erreur est remarquablement faible (bien inférieure au mm), validant la reconnaissance de figures non-bruitées. Notons que l'erreur est plus marquée sur les extrémités de la zone entraînée.

Cette étude est complétée par une étude où les traces étudiées sont affectées par du bruit blanc additif de type gaussien (d'écart type 5% de la valeur max du profil d'intensité). L'écart entre les prédictions du réseau et la distance réelle est ici beaucoup plus significatif. Une étude statistique a été menée sur 2000 réalisations et la distribution des erreurs est résumée Fig. 8(b) où l'on constate une répartition gaussienne. Si l'erreur absolue moyenne n'est que de 4 cm, quelques enregistrements peuvent présenter des écarts dépassant 15 cm,

ce qui limite la précision de cette approche simple pour le traitement d'enregistrements réels.

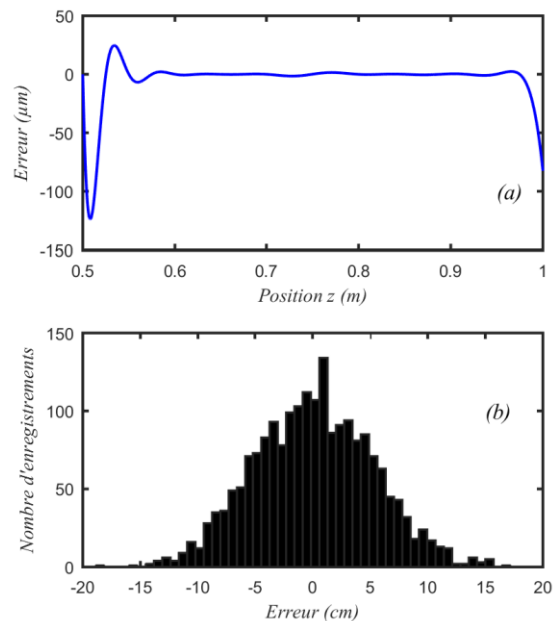


fig 8 : (a) Erreur commise sur la position z estimée à partir d'une enregistrement sans bruit. (b) histogramme de l'erreur sur z obtenue par l'analyse par le réseau neuronal d'enregistrement bruités (2000 réalisations).

6 CONCLUSION

Pour conclure, ce projet mené sur quelques jours avec des étudiants de licence de Physique n'ayant aucune connaissance a priori en intelligence artificielle a permis d'introduire sur l'exemple d'un problème optique connu l'intérêt de ces techniques. Sans aller dans le détail des algorithmes et sans chercher à optimiser les solutions retenues (l'utilisation d'un réseau convolutif serait un plus), ils ont ainsi pu cerner l'utilité potentielle pour la reconnaissance ou la prédiction d'un motif de diffraction. Ils ont également pu constater que parfois les limites ne sont pas liées à l'algorithme, mais plutôt à la physique sous-jacente et nécessite la compréhension analytique du phénomène modélisé. Ainsi, l'IA ne se place pas forcément en concurrente des approches traditionnelles. Le rôle crucial des données d'entrée a également été souligné.

Les étudiants ont pu terminer le projet par la lecture de quelques articles de recherche réalisés dans l'équipe sur des configurations plus avancées où des réseaux neuronaux ont été employés comme outils prédictifs pour le design de nouvelles solutions optiques [14-17] dans le cadre desquelles aucune formulation analytique n'était envisageable. En effet, que ce soit au

niveau ingénierie photonique [18-20], au niveau caractérisation d'impulsions complexes [21] ou bien de manière plus générale en physique [22], l'utilisation de l'intelligence artificielle connaît une utilisation grandissante.

Au final, les étudiants ont restitué leur compréhension des éléments découverts durant ce projet sous la forme d'un rapport synthétique et individuel de huit pages. Testé avec trois étudiants en 2018-2019, ce sujet a été repropoé à un binôme en 2020-2021. Le retour principal des cinq stagiaires est une démystification de l'intelligence artificielle, et une meilleure compréhension de l'importance du Big Data, i.e. l'apport d'une collection de données importante fournissant les bases de cet apprentissage supervisé. Les étudiants ont également pu constater qu'en partant de bibliothèques spécifiques, la réalisation d'un réseau neuronal multicouche ne requiert que quelques lignes de codage.

Il est envisagé de faire évoluer ce projet de trois jours où les étudiants ont toute liberté d'explorer et tester par eux-mêmes en une séance de travaux pratiques de quatre heures qui permettrait à l'ensemble d'une promotion d'avoir un premier contact avec ce domaine. Les concepts des réseaux convolutifs et de l'apprentissage profond seront également évoqués.

Remerciements

Nous remercions très sincèrement Leo Théodon, Nicolas Thevenot et Guillaume Jaskula, étudiants de Licence de Physique de l'Université de Bourgogne, pour leur investissement et la grande qualité de leur travail mené durant toute la durée de ce projet. Nous remercions également le support de l'Agence Nationale de la Recherche (I-SITE BFC ANR-17-EURE-0002 et le projet OPTIMAL ANR-20-CE30-0004).

Bibliographie

- [1] Moen A K and Vander Meulen D L, "Fresnel Diffraction Using a He-Ne Gas Laser", *Am. J. Phys.*, Vol. 38, 1095-7 (1970).
- [2] Chu C C, Hey J D and Hoarau M, "An Optical Diffraction System for Industrial Application", *Phys. Scr.*, Vol. T97, 131 (2001).
- [3] Jenkins F A and White H E, "Fundamentals of optics - 4th edition", *McGraw-Hill Inc., US* (1976).
- [4] Wolfers M F, "Diffraction par un bord rectiligne avec une source large", *J. Phys. Radium*, Vol. 6, 305-12 (1925).
- [5] Wikipedia contributors, "Fresnel integral".
- [6] "Œuvres complètes d'Augustin Fresnel", *Paris Imprimerie impériale (1866-1870)*.
- [7] Stepanov V I, "Auguste Fresnel. The 150th anniversary of his death", *J. Appl. Spectrosc.*, Vol. 27, 825-30 (1977).
- [8] Blayo F and Verleysen M, "Les réseaux de neurones artificiels", *Presses Universitaires de France (1996)*.
- [9] Wikipedia contributors, "Clothoïde".
- [10] Thome N, "Deep Learning".
- [11] Mathworks, "Deep Learning Toolbox".
- [12] GNU Octave, "nnet library", <https://octave.sourceforge.io/nnet/>
- [13] Wikipedia contributors, "Réseau de neurones artificiels".
- [14] Finot C, Gukov I, Hammani K and Boscolo S, "Nonlinear sculpturing of optical pulses with normally dispersive fiber-based devices", *Opt. Fiber Technol.*, Vol. 45, 306-12 (2018).
- [15] Boscolo S, Finot C, Gukov I and Turitsyn S K, "Performance analysis of dual-pump nonlinear amplifying loop mirror mode-locked all-fibre laser", *Laser Phys. Lett.*, Vol. 16, 065105 (2019).
- [16] Boscolo S and Finot C, "Artificial neural networks for nonlinear pulse shaping in optical fibers", *Opt. Laser Technol.*, Vol. 131, 106439 (2020).
- [17] Boscolo S, Dudley J M and Finot C, "Modelling self-similar parabolic pulses in optical fibres with a neural network", *Results in Optics*, Vol. 100066 (2021).
- [18] Chugh S, Gulistan A, Ghosh S and Rahman B M A, "Machine learning approach for computing optical properties of a photonic crystal fiber", *Opt. Express*, Vol. 27, 36414-25 (2019).
- [19] Pillozzi L, Farrelly F A, Marcucci G and Conti C, "Machine learning inverse problem for topological photonics", *Commun. Phys.*, Vol. 1, 57 (2018).
- [20] Genty G, Salmela L, Dudley J M, Brunner D, Kokhanovskiy A, Kobtsev S and Turitsyn S K, "Machine learning and applications in ultrafast photonics", *Nat. Photon.*, Vol. 15, 91-101 (2021).
- [21] Zahavy T, Dikopoltsev A, Moss D, Haham G I, Cohen O, Mannor S and Segev M, "Deep learning reconstruction of ultrashort pulses", *Optica*, Vol. 5, 666-73 (2018).
- [22] Carleo G, Cirac I, Cranmer K, Daudet L, Schuld M, Tishby N, Vogt-Maranto L and Zdeborová L, "Machine learning and the physical sciences", *Rev. Modern Physics*, Vol. 91, 045002 (2019).