



HAL
open science

Enseigner ses propres recherches à l'École polytechnique : l'exemple d'une conférence de mathématiques en 1895

Yannick Vincent

► **To cite this version:**

Yannick Vincent. Enseigner ses propres recherches à l'École polytechnique : l'exemple d'une conférence de mathématiques en 1895. 2020. hal-02424745v1

HAL Id: hal-02424745

<https://hal.science/hal-02424745v1>

Preprint submitted on 6 Jan 2020 (v1), last revised 8 Jan 2020 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Enseigner ses propres recherches à l'École polytechnique : l'exemple d'une conférence de mathématiques en 1895

Vincent, Yannick
LinX - IP Paris

2019

Le contexte d'une conférence

À partir des années 1870, l'École polytechnique met en place un système de conférences. Au départ, il s'agit avant tout d'encadrer le travail des élèves dans des sortes de séances d'exercices. Au cours des décennies 1880 et 1890, ces conférences vont toutefois évoluer. Alors qu'elles étaient données devant des effectifs très faibles (moins d'une dizaine d'élèves), elles rassemblent ensuite plus d'une cinquantaine d'élèves. Les conférences deviennent alors un moyen d'entraîner les élèves à appliquer le cours mais permettent aussi de présenter des concepts nouveaux, inconnus des élèves, et d'aborder des questions mathématiques d'ordre relativement général. Celle donnée par Emmanuel Carvallo durant l'année scolaire 1894-1895 dans le cadre du cours d'analyse en fournit un exemple intéressant. C'est en fait dans un double objectif que nous souhaitons présenter le contenu de cette conférence. D'une part, nous nous intéresserons aux résultats mathématiques présentés dans cette conférence, s'agissant essentiellement de méthodes permettant d'obtenir des valeurs approchées des racines d'une équation polynomiale¹. D'autre part, cela permettra de donner un exemple de lien entre activité d'enseignement et activité de recherche en mathématiques². Plus précisément, on sera amené à discuter des interactions entre enseignement et recherche dans le cadre de l'École polytechnique du XIX^e siècle.

Durant l'année scolaire 1894-1895, Emmanuel Carvallo est examinateur de mécanique à l'École polytechnique. Sans être lui même répétiteur, il vient donner une conférence dans le cadre du cours de Joseph Bertrand devant la deuxième division³. On peut d'ailleurs imaginer que c'est Bertrand qui a décidé de l'inviter en raison de ses connaissances sur le sujet. La conférence est intitulée « Méthode pour la résolution numérique des équations » et divisée en cinq parties⁴ :

1. Au XIX^e siècle, ces méthodes sont désignées sous le nom de « méthodes pour la résolution numérique des équations ». Pour plus d'informations à ce sujet, on pourra consulter [Chabert, 2015], [Vincent, 2019] et [Vincent, 2020].

2. Par « activité de recherche », nous entendons simplement ici le fait de rechercher des résultats mathématiques nouveaux. Par « activité d'enseignement », nous désignons le fait de transmettre des connaissances à un public d'élèves ou d'étudiants. Par ailleurs, un certain nombre d'historien-ne-s ont déjà insisté sur l'importance de considérer l'histoire de l'enseignement pour comprendre l'histoire de la production de savoirs mathématiques. Voir par exemple [Belhoste, 1998].

3. La deuxième division correspond à la première année d'étude à l'École polytechnique. Carvallo n'est ni professeur, ni répétiteur du cours d'analyse. Le fait qu'il donne une conférence est donc assez peu commun à l'École polytechnique. Au cours de la décennie 1880, cela ne s'est en tout cas jamais produit et l'arrivée de conférenciers extérieurs au cours semble être un phénomène nouveau de la décennie 1890.

4. Dans le cours lithographié de Bertrand de l'année 1894-1895, nous disposons 39 pages de notes concernant cette conférence : Archives de l'École polytechnique, cote BERTRAND, 1894-1895.

- Théorie de la résolution numérique des équations algébriques ;
- Pratique de la méthode ;
- Méthode d'approximation ;
- Extension de la méthode à la résolution numérique complète d'une équation transcendante dont le premier membre est une fonction holomorphe de la variable ;
- Application à la physique.

En fait, le texte lithographié de la conférence de Carvallo est très proche d'un article de Carvallo publié en 1889 dans les *Annales de la faculté des sciences de Toulouse* [Carvallo, 1889]. Dans l'introduction de cet article, il revient sur l'historique de la méthode de Gräffe, permettant de résoudre numériquement une équation polynomiale⁵. Il explique notamment :

« Dès 1837, le professeur Gräffe de Zurich, estimant que la séparation des racines, poursuivie par ses devanciers, n'est qu'une méthode de tâtonnements, a donné dans un Mémoire de l'Académie de Berlin une méthode directe remarquable par la simplicité de principe et d'application. Elle consiste à calculer une puissance des racines assez grande pour que leurs rapports deviennent considérable. Ainsi grossies, les racines sont séparées et immédiatement mesurables, comme les objets fins et rapprochés sont séparés et rendus mesurables par le microscope. [...] Cette opération, d'Arithmétique pure, est si simple qu'elle n'exige aucune connaissance théorique ; elle s'exécute sur les coefficients de l'équation sans préparation préliminaire. Plus de difficulté telle que la recherche du plus grand commun diviseur ; plus de tâtonnements dont la longueur indéterminée est incompatible avec les besoins de la pratique. » [Carvallo, 1889, pp.2-3]

Carvallo note toutefois que la méthode de Gräffe ne s'applique pas dans le cas de racines égales et ne permet de déterminer que le module des racines imaginaires. Il explique également que, plus tard, c'est « le célèbre astronome allemand Encke, admirateur de la méthode de Gräffe, [qui] se préoccupe de la compléter » [Carvallo, 1889, p.3] tout en soulignant le fait que la théorie de Encke devient compliquée et qu'elle « retombe, pour les imaginaires, dans les difficultés de la méthode de Sturm » [Carvallo, 1889, p.4].

Dans ce mémoire, Carvallo propose donc quelques éclaircissements permettant de mieux utiliser la méthode de Gräffe afin d'obtenir un algorithme permettant de calculer en pratique les racines imaginaires d'une équation polynomiale :

« Je reprendrai le problème d'Encke. Je démontrerai que la règle de Gräffe donne immédiatement et sans nouveau calcul au cas des racines d'égal module. [...] Dépassant ensuite le but poursuivi par Encke, je démontrerai que la méthode s'applique avec un caractère de supériorité remarquable au cas où le premier membre de l'équation est une fonction holomorphe de l'inconnue. » [Carvallo, 1889, p.4]

Carvallo reprend ainsi les résultats de Gräffe et de Encke en les modifiant un peu afin d'obtenir une méthode plus efficace de résolution des équations numériques. Nous verrons que l'ensemble de ses apports, que ce soit par rapport au cas des racines imaginaires, des racines de modules égaux, ou des recherches de zéros de fonctions holomorphes, est présenté dans la conférence qu'il donne en 1894-1895 à l'École polytechnique. Ajoutons enfin que pour faciliter la présentation de la conférence, nous reprendrons la structure du texte lithographié en cinq parties.

5. Cette partie historique n'est pas présente dans le texte de la conférence.

1 Théorie de la résolution numériques des équations

1.1 Idée générale de la méthode

Cette partie vise à expliquer l'algorithme de la méthode de Gräffe sur le plan théorique en y ajoutant les apports de Carvallo. Il est intéressant de noter que dans son article de 1889, Carvallo notait déjà que les travaux de Gräffe et de Encke n'étaient pas suffisamment rigoureux et qu'un de ses travaux personnels avait justement été de présenter les choses de manière plus rigoureuse. Il ajoutait : « [Cela] est nécessaire pour ouvrir à une méthode nouvelle les portes de l'enseignement [Carvallo, 1889, p.4] ». Des considérations pédagogiques étaient donc présentes chez Carvallo plusieurs années avant qu'il ne fasse sa conférence à l'École polytechnique. De plus, il semblerait que cela ait eu un impact sur son travail, étant donné que c'est l'une des motivations qu'il met en avant lorsqu'il présente son travail. D'une certaine manière, on peut dire que les considérations pédagogiques de Carvallo se concrétisent par la tenue de la conférence de 1894-1895.

Passons maintenant à la description proprement mathématique de cette première partie de la conférence. Après avoir défini quelques termes, comme l'« erreur » commise lors de l'approximation d'une racine, ou encore la « séparation » des racines, Carvallo s'attarde sur un exemple pour présenter l'idée générale de la méthode⁶. Il se place dans le cadre d'une équation polynomiale de degré quatre et suppose que les racines sont rangées dans l'ordre décroissant et sont séparées (dans le cadre de cette conférence, deux racines sont dites séparées lorsque la première est négligeable devant la seconde). Avec les relations entre coefficients et racines, il observe que la première racine, c'est-à-dire celle dont le module est très grand devant celui des autres, est approximativement l'opposé du coefficient du monôme devant x^3 . Cela lui donne donc une valeur approchée de cette racine. Les relations coefficients-racines permettent également d'obtenir les autres racines. Par la suite, partant d'une équation quelconque, l'idée de la méthode consiste à déterminer une nouvelle équation dont les racines sont celles de la première, élevées à une certaine puissance μ . Pour un μ bien choisi, suffisamment grand, les racines seront ainsi séparées. Il est alors possible d'appliquer le raisonnement précédent à cette nouvelle équation. C'est cette méthode que Carvallo attribue à Gräffe et qu'il date de 1837.

- De manière plus concrète, la méthode de Gräffe nécessite de pouvoir réaliser deux opérations :
- La première consiste à calculer la nouvelle équation dont les racines seront séparées. Pour se faire, on détermine d'abord l'équation dont les racines sont les carrés des racines de la première. On itère ensuite le procédé afin d'obtenir une équation dont les racines sont séparées.
 - La seconde consiste, à partir d'une équation aux racines séparées, à déterminer une approximation des racines en s'appuyant sur les relations coefficients-racines.

Dans la suite de notre propos, nous présentons en quelques lignes les grandes idées de ces deux opérations.

6. Pour les détails, nous avons reproduit la première page de la conférence en encadré.

Exemple de la méthode de Gräffe pour une équation de degré 4⁷

« Imaginons une équation du quatrième degré et soient, pour fixer les idées, 4, 3, 2 et 2 les modules de ses racines. L'équation aux puissances μ des racines aura pour solutions quatre nombres $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ dont les modules sont

$$a = 4^\mu, \quad b = 3^\mu, \quad c = 2^\mu, \quad d = 2^\mu$$

On prendra μ assez grand pour séparer les racines, c'est-à-dire pour rendre δ et γ négligeables devant β et α et β devant α . Le nombre μ dépend de l'approximation que l'on veut apporter au calcul.

Soit

$$x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$$

l'équation aux puissances μ des racines, on aura :

$$\begin{aligned} -A &= \alpha + \beta + \gamma + \delta = \alpha \\ B &= \alpha\beta + \dots = \alpha\beta \\ -C &= \alpha\beta(\gamma + \delta) + \dots = \alpha\beta(\gamma + \delta) \\ D &= \alpha\beta\gamma\delta \end{aligned}$$

d'où l'on déduit, à l'approximation demandée,

$$\alpha = -A, \quad \beta = -\frac{B}{A}, \quad \gamma + \delta = -\frac{C}{B}, \quad \gamma\delta = \frac{D}{B};$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sont donc donnés par les équations

$$x + A = 0, \quad Ax + B = 0, \quad Bx^2 + Cx + D = 0;$$

ou encore par les équations

$$x^4 + Ax^3 = 0, \quad Ax^3 + Bx^2 = 0, \quad Bx^2 + Cx + D = 0;$$

dont les premiers membres sont trois fragments du premier membre de l'équation qui a pour racines $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. De ces racines, on déduit facilement celles de l'équation proposée.

Il serait malaisé de déterminer *a priori* le nombre μ et de former d'un coup l'équation aux puissances μ des racines. Les convenances de la pratique conduisent à procéder ainsi :

On forme l'équation aux carrés changés de signes des racines de l'équation proposée, c'est la première transformée ; on forme la transformée de la nouvelle équation, c'est la deuxième transformée. On continue ainsi jusqu'à ce que la n^e transformée qui a pour racines les puissances $\mu = 2^n$ de celles de la proposée, le nombre n étant assez grand pour séparer les racines dont les modules sont différents. Avant d'aborder la théorie qui sert de base à cette méthode, examinons quel effort en exige l'application. L'idée de séparer ainsi les racines est due au professeur Gräffe de Zurich (1837), pour le cas où l'équation a ses racines réelles et distinctes. [...] »

7. Voir Archives de l'École polytechnique, cote BERTRAND, 1894-1895.

1.2 Formation de la transformée aux carrés et approximation des racines

La méthode présentée par Carvallo est légèrement différente de celle de Gräffe. Pour résumer, Gräffe considérait, dans son ouvrage, un polynôme de la forme

$$f(x) = \prod_{i=1}^n (x - \alpha_i).$$

En posant $y = x^2$, il obtenait la nouveau polynôme :

$$g(y) = g(x^2) = (-1)^n f(x)f(-x) = \prod_{i=1}^n (y - \alpha_i^2).$$

Les racines de g sont bien les carrés des racines de f . On peut noter au passage que, si les racines de f sont toutes réelles et deux à deux distinctes, celles de g seront toutes positives et deux à deux distinctes. Cela signifie, d'après la règle des signes de Descartes, que deux coefficients successifs de g seront de signes contraires. Afin d'éviter ces alternances de signe⁸, Carvallo préfère plutôt effectuer le changement de variable $y = -x^2$.

Il présente un algorithme permettant de calculer les coefficients de g à partir de ceux de f ⁹ :

« Le coefficient d'un terme quelconque de la transformée égale le carré du coefficient correspondant de l'équation donnée, moins le double produit des deux coefficients qui la comprennent, plus le double produit des coefficients qui comprennent ceux-ci, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on arrive à un des termes extrêmes de l'équation. »

Autrement dit, si $f(x) = \sum_{1 \leq i \leq n} A_i x^i$ et $g(x) = \sum_{1 \leq i \leq n} B_i x^i$, on a, pour tout i :

$$B_i = A_i^2 - 2A_{i-1}A_{i+1} + 2A_{i-2}A_{i+2} - \dots$$

Carvallo explique alors qu'il faut itérer ce procédé un nombre suffisant de fois. Les racines étant élevées au carré à chaque étape, les rapports entre les modules deviennent en effet de plus en plus grand. Plus précisément, le nombre d'itérations à réaliser est donné par le théorème suivant, désigné sous le nom de « théorème fondamental » par Carvallo lui-même¹⁰ :

« Pour que les racines consécutives α_p et α_{p+1} du polynôme

$$f(x) = \sum_{1 \leq i \leq n} A_i x^i,$$

soient séparées, il faut et il suffit que

$$\left(\frac{A_{p+k}}{A_p}\right)^{\frac{1}{k}} \text{ soit négligeable devant } \left(\frac{A_p}{A_{p-l}}\right)^{\frac{1}{l}}$$

pour toutes les valeurs de k et de l . Le polynôme $f(x)$ se sépare alors en deux fragments. Le premier, obtenu en négligeant les termes qui suivent A_p donne les p premières racines. Le second fragment, obtenu en négligeant les termes qui précèdent A_p , donne les $m - p$ dernières racines. »

Ainsi, ce théorème permet à la fois de savoir lorsqu'il faut arrêter l'algorithme tout en donnant également le moyen de calculer les racines recherchées.

8. Cela simplifiera la méthode, en pratique, pour reconnaître les cas de racines multiples ou de racines imaginaires. Mais cette méthode est sensiblement la même que celle de Gräffe.

9. Voir Archives de l'École polytechnique, cote BERTRAND, 1894-1895.

10. Voir Archives de l'École polytechnique, cote BERTRAND, 1894-1895.

1.3 Méthode générale pour une équation quelconque

La méthode de Gräffe présentée précédemment ne fonctionne pas lorsque les équations ont des racines de même module. Comme nous l'avons expliqué, ce problème a été résolu par Encke et repris par la suite par Carvallo. L'idée globale est la suivante : calculer la transformée afin que l'équation « se sépare en fragments tels que chacun d'eux donne les racines d'égal module » et diviser ensuite toutes les racines par leur module. Il est alors ramené au cas d'une équation dont toutes les racines sont de module égal à 1. En utilisant la transformation $z = x + \frac{1}{x}$ et en remarquant que deux racines conjuguées de module 1 sont inverses l'une de l'autre, il obtient une nouvelle équation, ce qui, d'après lui, permet de calculer ces racines. Il n'amène pour autant pas plus de précisions sur la méthode¹¹. On voit en tout cas que Carvallo ne se contente pas de présenter une méthode datant d'environ un demi-siècle mais qu'il apporte également des éléments supplémentaires permettant de l'améliorer.

2 Pratique de la méthode

Dans la seconde partie de la conférence, Carvallo présente quelques exemples afin de donner des conseils pratiques permettant de mener au mieux les calculs. Il traite plus exactement trois exemples de difficulté croissante.

Le premier est celui de l'équation $x^3 - x^2 - 2x + 2 = 0$. Il s'agit de l'exemple le plus facile étant donné que l'équation est d'un degré faible et que les trois racines sont réelles. Carvallo calcule à l'aide d'une règle à calcul les transformées successives et détermine une valeur approchée des racines. Il lui est possible de vérifier les calculs du fait que les trois racines sont faciles à calculer de manière exacte : 1, $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$.

Le deuxième exemple est un peu plus compliqué. Il s'agit du cas de l'équation $x^7 - 2x^5 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6 = 0$ qui possède trois racines réelles et deux couples de racines imaginaires.

Il traite enfin l'exemple de l'équation $x^4 + 4.002x^3 + 14.01801x^2 + 20.03802x + 25.07005 = 0$. qui a deux couples de racines imaginaires de même module. Cela lui permet de revenir sur la démarche à adopter dans ce cas et de préciser un peu la méthode. Il pose donc $z = x + \frac{1}{x}$ dans la transformée qu'il a calculée et obtient, après simplification, une équation de degré deux. Cela lui permet donc facilement de calculer z puis x . Il trouve au final que les quatre racines sont :

$$-1.001 \pm 2.003\sqrt{-1} \quad \text{et} \quad -1.000 \pm 2.000\sqrt{-1}.$$

3 Méthode d'approximation

Dans la troisième partie, Carvallo remarque que la méthode de Gräffe, contrairement à celle de Newton, fonctionne dans tous les cas et ne nécessite pas au départ de connaître une valeur approchée de la racine recherchée. Il avance en outre que la méthode présentée dans les deux premières parties « suffit, dans la plupart des cas, aux ingénieurs et aux physiciens ». Il tient toutefois à présenter une manière d'obtenir les racines avec autant de précision que nécessaire.

Le principe est en fait assez simple. Une fois qu'une première approximation α de la racine cherchée a été obtenue, il s'agit de poser le changement de variable $x = z + \alpha$ afin d'obtenir une nouvelle équation en la variable z : $f(\alpha + z) = 0$. Les coefficients de cette nouvelle équation sont donnés par le développement de Taylor mais, remarquant qu'il serait trop difficile de les calculer, Carvallo

11. Ce point sera éclairci par Carvallo dans la troisième partie intitulée « Méthode d'approximation ».

présente une autre technique de calcul qu'il juge « bien connue ». Il forme pour cela un tableau dans lequel chaque case s'obtient en effectuant quelques additions et multiplications des cases adjacentes déjà connues¹². L'équation en z permet alors d'obtenir une nouvelle valeur, plus précise de la racine cherchée. Carvallo note même, à propos de l'exemple de l'équation $x^3 - 7x + 7 = 0$, qu'il est possible d'obtenir assez facilement un résultat avec sept ou huit chiffres significatifs.

4 Extension de la méthode à la résolution numérique complète d'une équation transcendante dont le premier membre est une fonction holomorphe de la variable

Comme l'a expliqué Carvallo dans son mémoire, cette partie lui est propre et n'est pas contenue dans les travaux antérieurs de Gräffe et de Encke. En fait, l'idée de Carvallo est simplement de ne considérer que les termes de plus bas degré dans le développement de la fonction holomorphe dont on cherche les zéros. Il se ramène donc immédiatement au cas de la recherche des racines d'une équation polynomiale. Il présente ensuite l'exemple de l'équation $\sin(x) = \frac{1}{2}$. Dans le cadre de cet exemple, il souligne notamment un des avantages de la méthode : l'algorithme est récursif. Cela signifie « qu'il est superflue de fixer d'abord le nombre de termes à conserver dans la série ». Il ajoute :

« Par là, on évite une perte de temps, un effort d'intelligence et le risque d'aller trop loin pour une évaluation trop large »

C'est, selon lui, un des caractères remarquables de la méthode de Gräffe qui la rend particulièrement efficace et propice à des applications à la physique et à l'astronomie. Il présente d'ailleurs un exemple d'application à la physique dans la dernière et cinquième partie de la conférence.

5 Application à la physique

Carvallo présente la théorie de Kirchhoff sur les vibrations d'une plaque circulaire. Il donne en fait les équations régissant les grandeurs physiques en jeu dans le théorie de Kirchhoff, reliant notamment le nombre de vibrations correspondant à une harmonique à l'épaisseur de la plaque, son coefficient d'élasticité, son rayon, sa densité, etc. Une des grandeurs présente dans l'équation est en fait elle-même obtenu à partir du calcul du zéro d'une fonction holomorphe. Cela permet donc à Carvallo d'utiliser la méthode de Gräffe et de présenter aux élèves une application pratique.

Notons que, dans sa conférence, Carvallo cite plusieurs notes aux *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*. Il cite notamment une note de Kirchhoff de 1849, mais aussi plusieurs notes plus récentes de Mercadier qui est alors directeur des études de l'École polytechnique [Kirchhoff, 1849], [Mercadier, 1887], [Mercadier, 1888]. Cela montre que Carvallo ne s'intéresse pas seulement au fait d'améliorer la méthode de Gräffe d'un point de vue théorique mais qu'il présente également aux élèves des applications à la physique qui font l'objet de recherches à l'époque. En citant les *Comptes rendus de l'Académie*, il leur donne également la possibilité de s'intéresser de plus près à ces recherches s'ils souhaitent creuser le sujet. On voit apparaître ici clairement un lien entre une activité d'enseignement et une activité de recherche.

12. Pour plus de détails sur cette méthode, voir [Carvallo, 1889, pp.24-26].

Application de la méthode de Gräffe à la théorie de Kirchhoff sur les vibrations d'une plaque circulaire (extrait de la conférence de Carvallo ¹³)

« Les lignes nodales qui correspondent à un son quelconque de la plaque sont des cercles et des diamètres qui les divisent en portions égales. Le son fondamental répond à 2 diamètres et 0 cercles. Dans les autres cas, on obtient les harmoniques. Soient :

n le nombre des nœuds diamétraux ;

m le nombre des cercles ;

$\nu_{n,m}$ le nombre des vibrations correspondantes à n et m .

Pour calculer $\nu_{n,m}$ on a la formule suivante :

$$\nu_{n,m} = x_{n,m}^2 \frac{4\epsilon}{\pi l^2} \sqrt{\frac{q(1+2\theta)^2}{3p(1+\theta)(1+3\theta)}},$$

où l'on représente par

2ϵ l'épaisseur de la plaque ;

l son rayon

q son coefficient d'élasticité ;

p sa densité ;

$\theta = \frac{\lambda}{2\mu}$ le rapport des coefficients d'élasticité de Lamé ; $x_{n,m}$ la $(m+1)^e$ des racines de l'équation :

$$0 = (4\gamma - 1)n^2(n - 1 - A_1x^4 + A_2x^8 - A_3x^{12} + \dots,$$

dans laquelle on a :

$$\gamma = \frac{1 + 2\theta}{1 + \theta},$$

$$A_k = \frac{4\gamma(n + 2k)(n + 2k + 1)(n(n - 1) - 2k + 4\gamma k(n + k)) - n^2(n^2 - 1)}{1.2.3 \dots k \times (n + 1)(n + 2) \dots (n + k) \times (n + 1)(n + 2) \dots (n + 2 + k + 1)}$$

Conclusion

En définitive, dans sa conférence Carvallo présente les travaux de Gräffe tout en ajoutant quelques apports personnels, en proposant une méthode plus générale, valable pour toutes les équations polynomiales et même pour les fonctions holomorphes. En fait, la conférence traite d'abord les aspects théoriques de la méthode de Gräffe avant de s'attarder dans un deuxième temps sur des aspects pratiques de calculs de solution puis expose une partie conclusive concernant une application à la physique. Contrairement aux conférences des années 1870 qui étaient avant tout conçues comme des séances d'exercices, la conférence de Carvallo consiste bien plutôt en la présentation d'un sujet de manière globale, s'attardant sur des aspects tant théoriques que pratiques.

Le fait que Carvallo présente ses propres résultats illustre également les liens possibles entre enseignement et recherche. Cet exemple est à rapprocher d'autres cas connus. Au XIX^e siècle, sur le seul sujet des équations, les théorèmes de Sturm, de Hermite et de Laguerre fournissent en effet des

13. Voir Archives de l'École polytechnique, cote BERTRAND, 1894-1895.

exemples intéressants où les élèves de l'École polytechnique avaient l'occasion de s'intéresser à des résultats nouveaux, quelques années seulement après leur découverte [Vincent, 2020]. La conférence d'Emmanuel Carvallo est donc révélatrice d'un contexte où « enseigner ses propres recherches » était tout à fait possible.

Enfin, cette conférence aura permis d'illustrer la façon dont se tissent les liens entre activité d'enseignement et activité de recherche sur un cas concret. D'une part, Carvallo enseigne ses recherches personnelles sur les équations numériques. D'autre part, ses motivations pédagogiques ont eu des répercussions sur son travail de recherche. Il dit en effet avoir recherché un moyen « d'ouvrir les portes de l'enseignement [Carvallo, 1889, p.4] » à la méthode de Gräffe. Cela signifie que les interactions entre enseignement et recherche sont à comprendre dans les deux sens : l'activité de recherche influence l'activité d'enseignement tout autant que l'inverse.

Références

- [Belhoste, 1998] Belhoste, Bruno. « Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques ». *Revue d'histoire des mathématiques*, 4(2) : 289–304.
- [Carvallo, 1889] Carvallo, Emmanuel. « Extension de la méthode de Gräffe. Méthode de pratique pour la résolution numérique complète des équations algébriques ou transcendentes ». *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, série 1, t.3 : O.1–O.40.
- [Chabert, 2015] Chabert, Jean-Luc. « Sur la résolution numérique des équations ». Dans Gilain, Christain et Guilbaud, Alexandre, éditeurs, *Sciences mathématiques, 1750 - 1850, continuités et ruptures*, 475–507. CNRS éditions, Paris.
- [Kirchhoff, 1849] Kirchhoff, Gustav. « Note sur l'équation d'une plaque vibrante ». *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 29 : 753–756.
- [Mercadier, 1887] Mercadier, Ernest. « Sur la détermination du coefficient d'élasticité de l'acier ». *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 105 : 215–218, 273–276.
- [Mercadier, 1888] Mercadier, Ernest. « Sur la détermination des constantes et du coefficient d'élasticité dynamique de l'acier ». *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 107 : 27–29, 82–85.
- [Vincent, 2019] Vincent, Yannick. *Les répétiteurs de mathématiques à l'École polytechnique de 1798 à 1900*. Thèse de doctorat, soutenue le 12 décembre 2019, École polytechnique.
- [Vincent, 2020] Vincent, Yannick. « Ce que nous apprend une étude autour des équations numériques à propos de l'École polytechnique au XIX^e siècle ». *Philosophia Scientiae*, 24(1) : 59–74.