



**HAL**  
open science

## Absorbeur de vibrations non-linéaire multi-physique

Bastien Cadiou, Cyrille Stephan, Guilhem Michon, Adrien Renoult, Jean-Luc Akian

► **To cite this version:**

Bastien Cadiou, Cyrille Stephan, Guilhem Michon, Adrien Renoult, Jean-Luc Akian. Absorbeur de vibrations non-linéaire multi-physique. CFM 2019, Aug 2019, BREST, France. hal-02420862

**HAL Id: hal-02420862**

**<https://hal.science/hal-02420862>**

Submitted on 3 Jan 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Absorbeur de vibrations non-linéaire multi-physique

**B. CADIOU<sup>a</sup>, C. STEPHAN<sup>b</sup>, G. MICHON<sup>c</sup>, A. RENOULT<sup>b</sup>,  
J-L. AKIAN<sup>d</sup>**

a. Département Aérodynamique, Aéroélasticité et Acoustique, ONERA, Université de Toulouse,  
ISAE-SUPAERO, bastien.cadiou@onera.fr

b. Département Aérodynamique, Aéroélasticité et Acoustique, ONERA, F-92320, Châtillon,  
cyrille.stephan@onera.fr, adrien.renault@onera.fr

c. Université de Toulouse, Institut Clément ader, ISAE-SUPAERO, F-31055, Toulouse,  
guilhem.michon@isae.fr

d. Département Matériaux et Structure, ONERA, F-92320, Châtillon, jean-luc.akian@onera.fr

## Résumé :

*L'étude d'un absorbeur de vibrations non-linéaire multi-physique avec un couplage électro-magnéto-mécanique est proposée. L'ajout du couplage multi-physique a pour but d'augmenter les performances de dissipation d'énergie de l'absorbeur par effet Joule. Deux méthodes sont présentées pour établir ce couplage : l'interaction bobine-aimant et les matériaux fortement magnétostrictifs.*

## Abstract :

*The study of a multi-physic nonlinear vibrations absorber with an electromagnetomechanical coupling is proposed. The purpose of adding multiphysics coupling is to increase the energy dissipation of the absorber by Joule effect. Two methods to establish this coupling are presented : the coil-magnet interaction and the strongly magnetostrictive materials*

**Mots clefs : Absorbeur de vibrations, dynamique non-linéaire, couplage multi-physique**

## 1 Introduction

Les structures présentent des vibrations lorsqu'elles sont soumises à des excitations dynamiques dans leur environnement. La suppression et le contrôle de ces vibrations ont montré un intérêt important depuis plusieurs années. Plusieurs moyens de contrôle ont été investigués depuis plusieurs années et parmi ces moyens, les absorbeurs de vibrations passifs montrent un grand intérêt car ces derniers ne nécessitent pas un apport d'énergie par une source extérieure.

Pour améliorer les performances de dissipation d'énergie des absorbeurs non-linéaires, uniquement mécanique à ce jour, une nouvelle voie de recherche s'est ouverte très récemment sur les absorbeurs de

vibrations multi-physiques, qui permettraient de combiner des techniques mettant en jeu des circuits électriques passifs. Pour s'affranchir de l'ajout d'une source extérieure pour générer un amortissement électrique, il est nécessaire de trouver un moyen de convertir l'énergie mécanique due aux vibrations en énergie électrique, elle-même dissipée ensuite par effet Joule par l'ajout d'une résistance.

Avant de présenter les dispositifs d'absorbeur multi-physique, une première partie introduit un rappel sur les absorbeurs non-linéaires et leurs comportements. Le couplage multi-physique retenu pour cette étude est de nature électromagnétique-mécanique où deux technologies sont proposées pour analyser l'impact de ce couplage sur les performances de dissipation d'énergie. Le premier dispositif utilise l'interaction bobine-aimant pour générer une tension électrique, qui a commencé à être explorée par G. Pennsi [1]. La deuxième technologie utilise les matériaux fortement magnétostrictifs. Ces matériaux ont la propriété de produire un champ magnétique lorsqu'ils sont soumis à une déformation.

## 2 Rappel sur les absorbeurs non-linéaires

Les absorbeurs non-linéaires passifs, communément appelé NES (Nonlinear Energy Sink), sont constitués en un système de masse-ressort couplé non-linéairement à la structure à amortir, représentée comme un oscillateur linéaire (LO) (Figure 1). Généralement, la non-linéarité provient de la raideur, souvent cubique, avec un couplage de la forme  $F_{nl} = c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1)^3$ . La non-linéarité permet à cet absorbeur de ne pas avoir une fréquence propre et ainsi d'engager une résonance interne avec le système primaire. Il peut alors effectuer un transfert d'énergie irréversible au-delà d'un certain niveau d'énergie pour une masse faible de l'ordre de 1%.

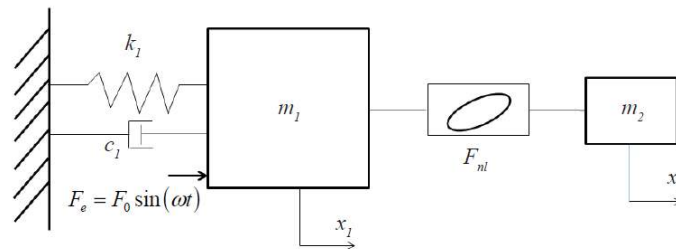


FIGURE 1 – un système linéaire principal couplé à un absorbeur non-linéaire NES

Un prototype de NES a été élaboré par Stéphan et al [2] (Figure 2). Le dispositif consiste en un oscillateur linéaire (LO : Linear Oscillator) composé d'une masse de 63,2 kg reliée au sol par 4 ressorts. L'oscillateur est excité par un pot vibrant avec une cellule de force entre le LO et le pot vibrant. Une masse légère de 0,61 kg est placée sur le LO, il s'agit du NES. Il peut se translater le long de deux glissières par le biais de roulements linéaires. La force de restauration du NES est générée par les quatre ressorts qui peuvent pivoter et s'allonger pour suivre le mouvement de l'absorbeur. Cette configuration permet d'obtenir un raideur cubique dans la direction de translation du NES. Le rapport de masse NES/LO est de 0,97%.

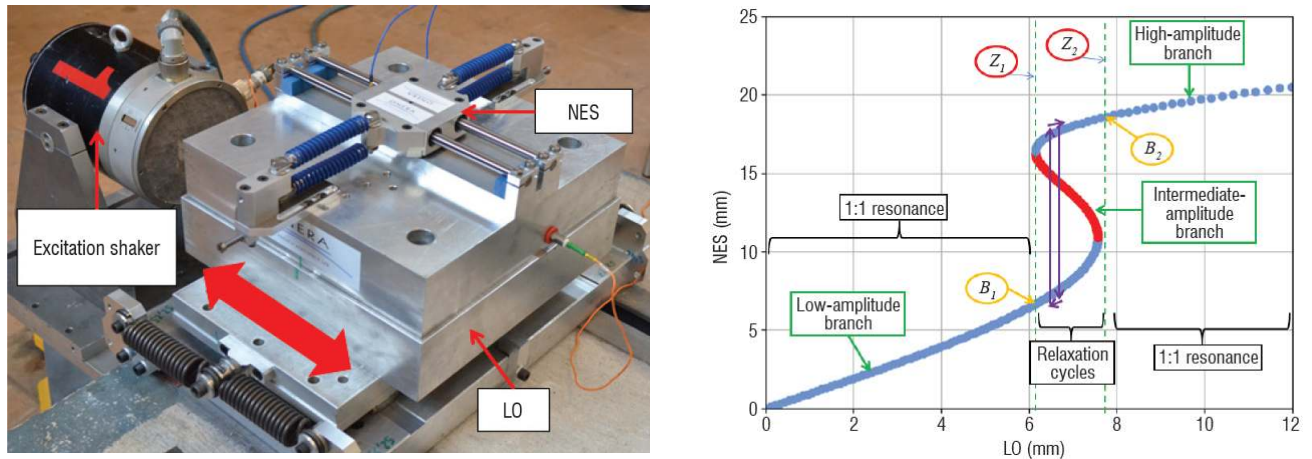


FIGURE 2 – Prototype d'un NES à raideur cubique couplé à un oscillateur linéaire à gauche et variété invariante (cercles bleus : solutions stables, cercles rouges : solutions instables) à droite

Les équations du mouvement du système couplé sont définies par les relations suivantes, avec  $x_1$  et  $x_2$  étant respectivement le déplacement du LO et du NES.

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + c_1 \frac{dx_1}{dt} + k_1 x_1 + c_2 \left( \frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) + k_2 (x_1 - x_2)^3 &= F_0 \sin(\omega t) \\ m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + c_2 \left( \frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) + k_2 (x_2 - x_1)^3 &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

A partir de la méthode de complexification et d'échelles multiples, un développement analytique a permis de déterminer une relation décrivant la variété invariante du système :

$$(\lambda_2^2 + 1)Z - \frac{3}{2}KZ^2 + \frac{9}{16}K^2Z^3 = N_{10}^2, \quad Z = N_{20}^2 \quad (2)$$

Avec  $N_{10}$  et  $N_{20}$  caractérisant l'amplitude du LO et du NES,  $K$  et  $\lambda_2$  décrivant la raideur non-linéaire et l'amortissement du NES. La variété invariante définit une relation entre les principaux paramètres du système qui peuvent caractériser l'évolution de son amplitude. Son évolution est présentée par la figure 2 de droite. Trois différentes zones peuvent être distinguées. Entre 0 et 6,2 mm, une seule combinaison stable existe pour le LO et le NES, une résonance 1 : 1 (ils oscillent à la même fréquence) est observée où le NES ne fait que suivre le mouvement du LO. Il peut être conclu alors que le NES est inactif. Entre 6,2 et 7,6 mm, une dynamique non-linéaire apparaît car le système passe par des points de bifurcation, il y a une coexistence de deux solutions stables qui encadrent une solution instable. Ce comportement est à l'origine des cycles de relaxation, observés numériquement et expérimentalement. Le système oscille entre les deux solutions stables, décrit par des cycles d'activation et de désactivation du NES. La deuxième solution stable implique un décuplement du déplacement du NES, cela aura pour conséquence de provoquer une forte réduction du niveau vibratoire de l'ensemble. Au-delà de 7,6 mm, il n'existe plus qu'une seule solution stable pour le système, un retour en résonance 1 : 1 est alors observé avec une amplitude plus importante du NES.

### 3 Couplage électro-magnéto-mécanique par interaction bobine-aimant

#### 3.1 Présentation du dispositif

Cette partie présente le couplage électro-magnéto-mécanique réalisé par un ensemble bobine/aimant, lorsque celui-ci est ajouté à l'absorbeur non-linéaire. On considère alors son comportement seul, sans structure à amortir. La conception de l'absorbeur multi-physique reprend la structure du prototype introduit dans la précédente partie avec des ajouts. Une bobine de 80 mm de long est placée sur la masse de l'absorbeur. Etant solidaire du mouvement de l'absorbeur, cette bobine se déplace le long d'une barre aimantée fixe (Figure 3). L'interaction entre le champ de l'aimant et celui de la bobine créé lors de son déplacement le long de l'aimant va augmenter l'absorption des vibrations. Le champ créé par la bobine pourra varier en fonction de la résistance qui sera appliquée à ses bornes via un sélecteur de résistance permettant de mettre plusieurs résistances en parallèles, d'être en circuit ouvert (résistance infinie) ou en circuit fermé (résistance quasi nulle). La barre aimantée, de 90 mm, légèrement plus longue que la bobine, est composée de 18 aimants cylindriques superposés donnant un système d'aimants modulable.

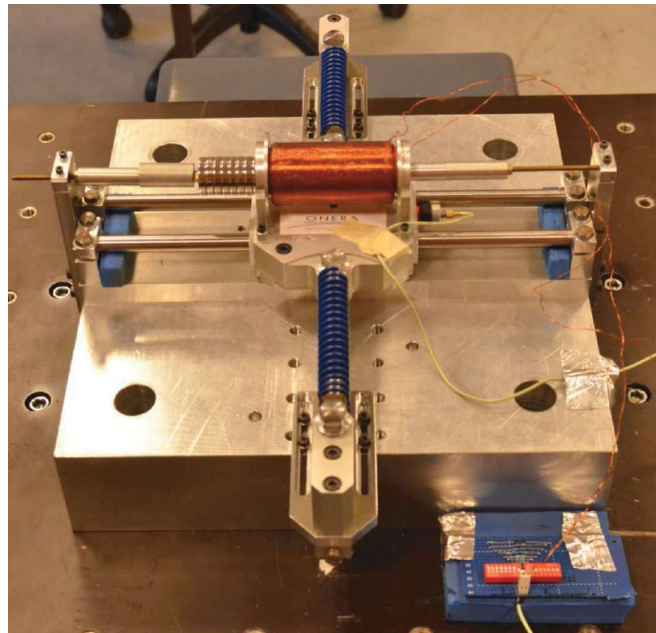


FIGURE 3 – Prototype de l'absorbeur avec le système bobine-aimant et les résistances

Différentes configurations de position des aimants par rapport à la bobine sont étudiées afin d'obtenir le meilleur couplage électromagnétique. 4 configurations sont présentées, appelées par la suite Configuration 1, 2, 3 ou 4. Dans la Configuration 1, les centres de la bobine et de l'aimant sont coïncidents. Ensuite, la Configuration 2 décale la barre aimantée de 40 mm pour que le centre de la barre soit centrée avec une extrémité de la bobine. Pour les deux dernières configurations, la barre aimantée est séparée en deux blocs égaux de 45 mm. Dans la Configuration 3, les deux blocs sont placés de façon à ce que leur extrémité coïncident avec une extrémité de la bobine. En position initiale, les aimants ne passent pas à l'intérieur de la bobine. Enfin en Configuration 4, les deux blocs sont éloignés cette fois-ci de 40 mm pour que chaque extrémité de la bobine soit au centre d'une barre aimantée.

Pour les expériences, l'absorbeur est placé sur une table vibrante. Il s'agit d'un système à un degré de liberté. La table peut être contrôlée soit en déplacement, soit en vitesse, soit en accélération. Les essais

réalisés sont faits par un contrôle en déplacement car il a été montré que la fonction de non-linéarité de cet absorbeur dépend du déplacement au premier ordre.

## 3.2 Modélisation analytique

Selon la loi de Faraday, une tension  $V$  se crée aux bornes d'une bobine, proportionnellement à la variation du flux magnétique  $\Phi$  qui la traverse.

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dx} \frac{dx}{dt} \quad (3)$$

Sneller A.J. et al [3] ont établi un modèle permettant de déterminer la tension et le couplage électromagnétique non-linéaire entre une bobine et un aimant oscillant à l'intérieur. L'expression de la tension en fonction du déplacement entre la bobine et l'aimant  $y = x_m - x_c$  est la suivante :

$$V = \theta(y)\dot{y} \quad (4)$$

$$\theta(y) = -\frac{N_c B_r \nu_s \xi}{2A_c} \sum_{i,j=1}^2 (-1)^{i+j} \left[ \ln(r_i + z_{ij}) - \frac{r_i}{z_{ij}} \right] \quad (5)$$

avec  $z_{ij}^2 = r_i^2 + (x'_{cj} + y)^2$ ,  $x'_{c1} = -L/2$  et  $x'_{c2} = L/2$ . Le terme  $\theta(y)$  est appelé coefficient de couplage magnétique-mécanique. Alors qu'il est souvent supposé constant dans la littérature, l'exemple suivant va montrer qu'il dépend fortement de la distance entre la bobine et l'aimant.

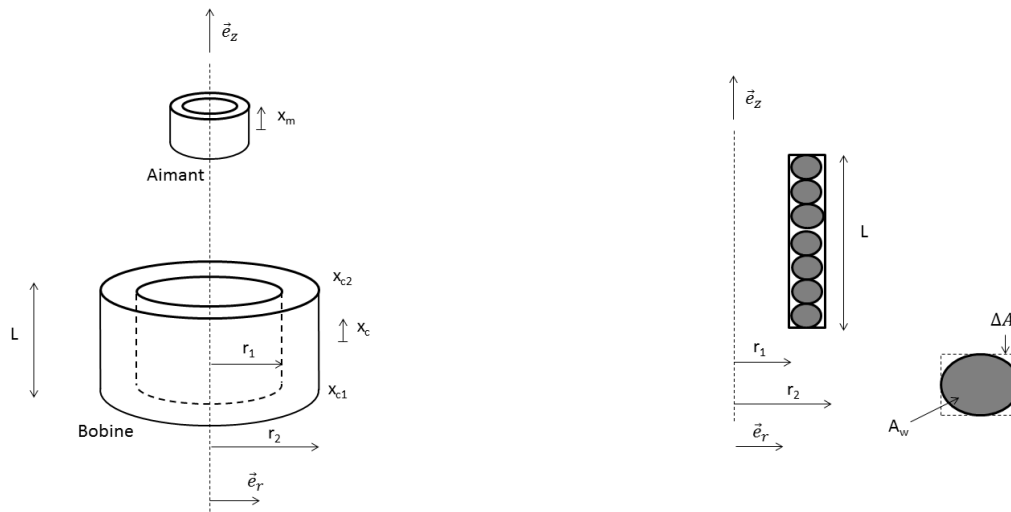


FIGURE 4 – Interaction aimant-bobine et coupe polaire d'une bobine

La figure 5 introduit l'évolution du terme de couplage  $\theta(y)$  simulé pour les différentes configurations. La configuration 1 permet le couplage le plus puissant et le plus efficace pour de grands déplacements de -80 à +80 mm. Pour une efficacité dès les premiers mouvements, la deuxième configuration sera la meilleure car le décalage des aimants de 40 mm, permet à la courbe de la première configuration de se décaler de 40 mm. Le plateau est alors centré sur l'axe des ordonnées. La configuration 3 montre

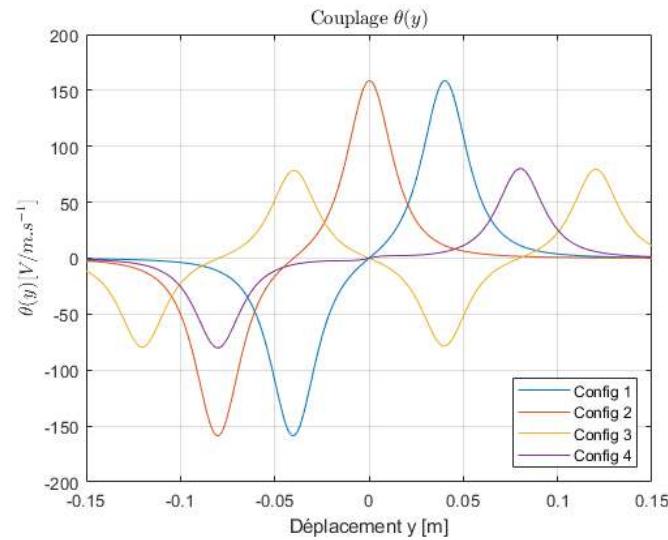
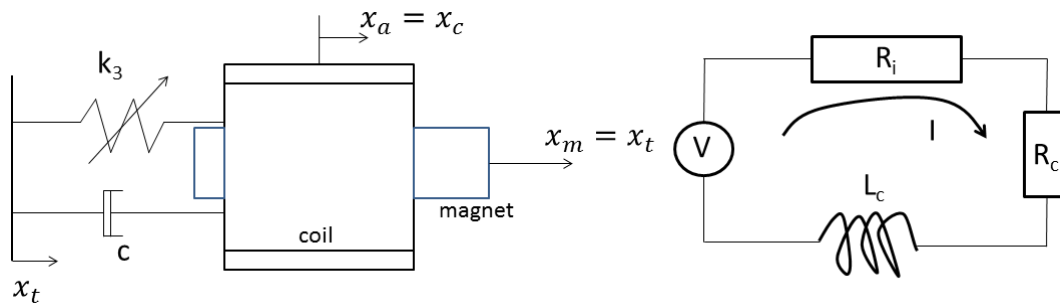
FIGURE 5 – Terme de couplage magnétique-mécanique  $\theta(y)$ 

FIGURE 6 – Système couplé : représentations mécanique et électrique

quatre pics car la barre aimantée a été séparée en deux mais elle montre une bande d'efficacité moins importante. cette configuration peut être efficace pour des déplacements encore plus importants que pour la configuration 1. Enfin, la configuration 4 montre un intérêt minime avec un plateau qui décrit une zone d'inactivité.

Pour rappel, dans le montage, l'aimant est solidaire de la structure principale (table vibrante), tandis que la bobine est solidaire de l'absorbeur (figure 6). Donc  $x_m = x_t$ ,  $x_t = X_e \sin(\omega t)$  étant le déplacement de la table, avec  $X_e$  l'amplitude,  $\omega$  la pulsation, et  $x_c = x_a$ ,  $x_a$  étant le déplacement de l'absorbeur. Les équations du mouvement caractérisant ce montage prenant en compte le couplage électro-mécanique sont les suivantes :

$$\begin{aligned} m_a \ddot{y} + c \dot{y} + k_3 y^3 - \theta(y) I &= -m_a \ddot{x}_t \\ L \dot{I} + (R_c + R_i) I + \theta(y) \dot{y} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

avec  $m_a$  la masse de l'absorbeur,  $q$  la charge dans le circuit,  $L$  l'inductance de la bobine et en posant  $I$  l'intensité qui traverse le circuit électrique,  $y = x_c - x_m$

La puissance dissipée dans le système couplé est de deux natures : mécanique et électrique. Une approximation peut être calculée analytiquement en supposant que le système a atteint un régime stationnaire, ce qui permet d'écrire :

$$\dot{I} = 0 \longrightarrow (R_c + R_i)I + \theta(y)\dot{y} = 0 \quad (7)$$

ce qui permet d'écrire l'équation mécanique sous la forme :

$$m_a\ddot{y} + \left(c + \frac{\theta^2(y)}{R_c + R_i}\right)\dot{y} + k_3y^3 = -m_a\ddot{x}_t \quad (8)$$

Cette équation montre que plus la résistance appliquée  $R_L$  est importante plus la dissipation électrique diminue. De plus, dans la littérature, le terme du couplage est souvent considéré constant pour l'interaction bobine-aimant. Or, le modèle analytique a montré la variation non-linéaire du terme du couplage en fonction du déplacement entre la bobine et l'aimant et de la position initiale de ce dernier en fonction de la bobine. Il est donc important de prendre cette variation en compte.

### 3.3 Essais sur table vibrante

Dans un premier temps, des essais sont réalisés sans aimants mais en conservant la bobine sur l'absorbeur pour que sa masse reste inchangée lorsque le couplage sera pris en compte. Des essais ont été faits entre 3 et 8 Hz pour un déplacement imposé de la table de 1 mm crête-crête. Les résultats expérimentaux, présentés par la figure 7 révèlent un facteur d'amplification très important en sinus montant. Au-delà d'une consigne de 2 mm crête-crête, le déplacement devient très important et pourrait mettre en péril l'intégrité physique du montage. En sinus descendant, il est aussi possible de voir de fortes amplitudes de l'absorbeur si l'on donne une petite impulsion à l'absorbeur. En effet, on a constaté expérimentalement que celui-ci a deux branches de solution. Par une petite impulsion, l'énergie nécessaire pour le faire sauter de la courbe bleue vers la rouge est atteint. Inversement lorsque l'absorbeur vibre fortement, freiner légèrement l'absorbeur en le touchant permet au système de sauter de la courbe rouge à forte amplitude vers la bleue à plus faible amplitude. Les essais sur la table vibrante permet d'interagir directement sur l'absorbeur.

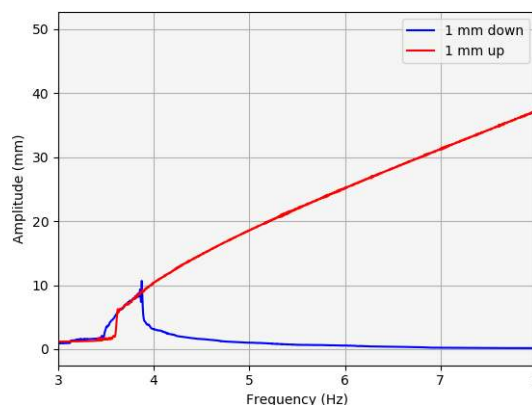


FIGURE 7 – Configuration sans aimants, déplacement de l'absorbeur, sinus glissant de 8 à 3 Hz en bleu et sinus glissant 3 à 8 Hz en rouge, consigne de 1 mm crête-crête de la table

Dans les essais suivants, le barre aimantée est placée à travers la bobine et la résistance aux bornes de la bobine peut varier en fonction celle choisie dans le jeu de résistances. Les résultats expérimentaux de la configuration 2, où la barre aimantée est centrée sur une extrémité de la bobine, sont introduits par la figure 8. Les résultats montrent un comportement qui évolue fortement en fonction de la résistance appliquée. En sinus glissant décroissant, l'amplitude varie de 6 mm à 20mm pour un niveau croissant



de résistance dans le circuit. Cette variation d'amplitude en fonction des résistances est encore plus importante en sinus croissant, notamment lorsque le circuit est ouvert (résistance infinie).

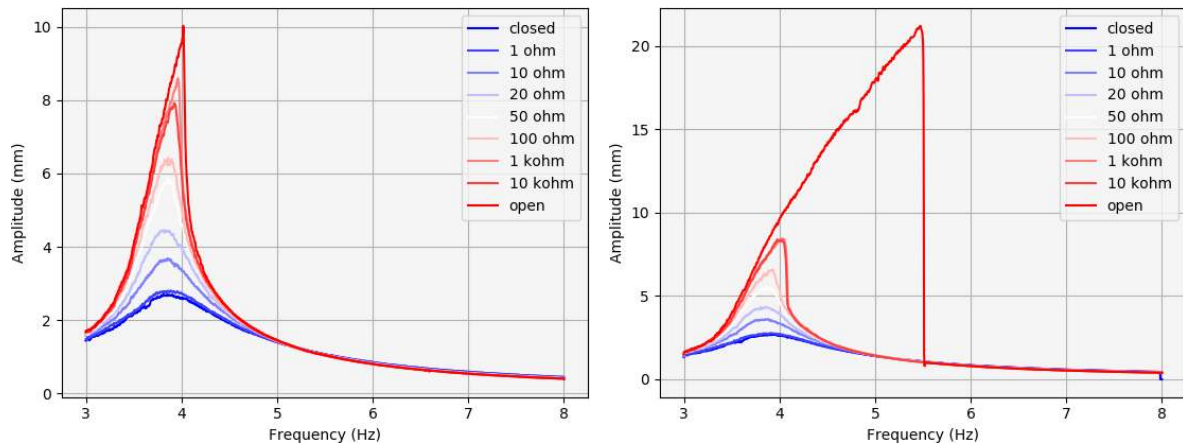


FIGURE 8 – Configuration 2, déplacement de l'absorbeur, sinus glissant de 8 à 3 Hz à droite et sinus glissant 3 à 8 Hz à gauche, consigne de 2 mm crête-crête de la table

Les essais de la configuration 3 sont introduits par la figure 9. Pour rappel, dans cette configuration, la barre aimantées de 16 cylindres est séparée en deux barres de 8 aimants éloignés de 80 mm par rapport au milieu de la bobine de sorte qu'à chaque extrémité de la bobine correspond l'extrémité d'un bloc d'aimants. Les résultats de cette configuration montre que la valeur de la résistance a une influence assez faible sur l'amplitude de la réponse.

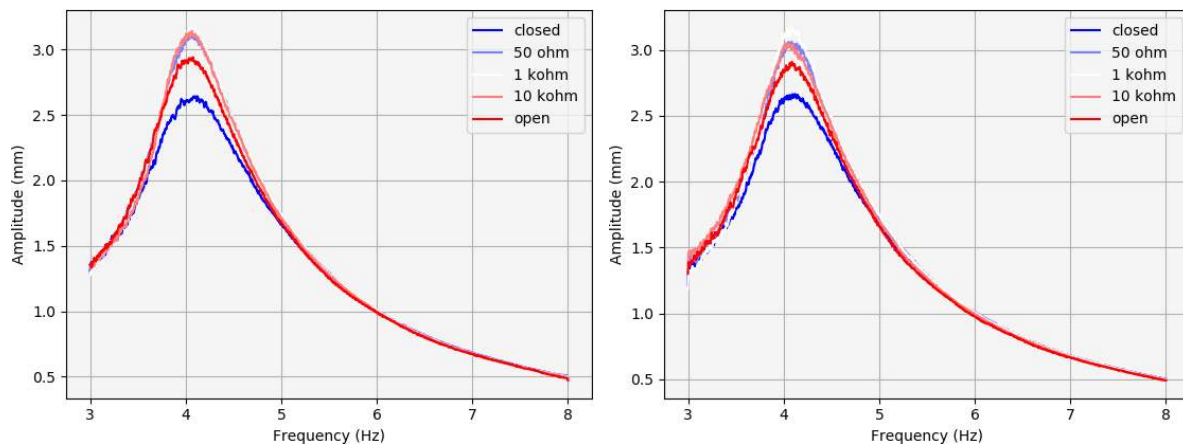


FIGURE 9 – Configuration 3, déplacement de l'absorbeur, sinus glissant de 8 à 3 Hz à droite et sinus glissant 3 à 8 Hz à gauche, consigne de 2 mm crête-crête de la table

La configuration 4, chaque bloc d'aimants est centré sur une extrémité de la bobine, montre des résultats similaires à la configuration 3 (Figure 10). La réponse est montrée peu d'influence de la résistance.

Au vu des résultats, la configuration 2 se montre la plus intéressante avec une influence importante de la résistance sur le comportement de l'absorbeur, ce qui est en cohérence avec l'évolution du terme de couplage (Figure 5 où la configuration 2 montre le couplage le plus important pour de faibles déplacements). A ce jour, les simulations à partir du modèle analytique sont en cours de réalisation. Une confrontation aux mesures expérimentales permettrait de valider le modèle et de déterminer les valeurs optimales des paramètres pour obtenir la meilleure dissipation électrique.

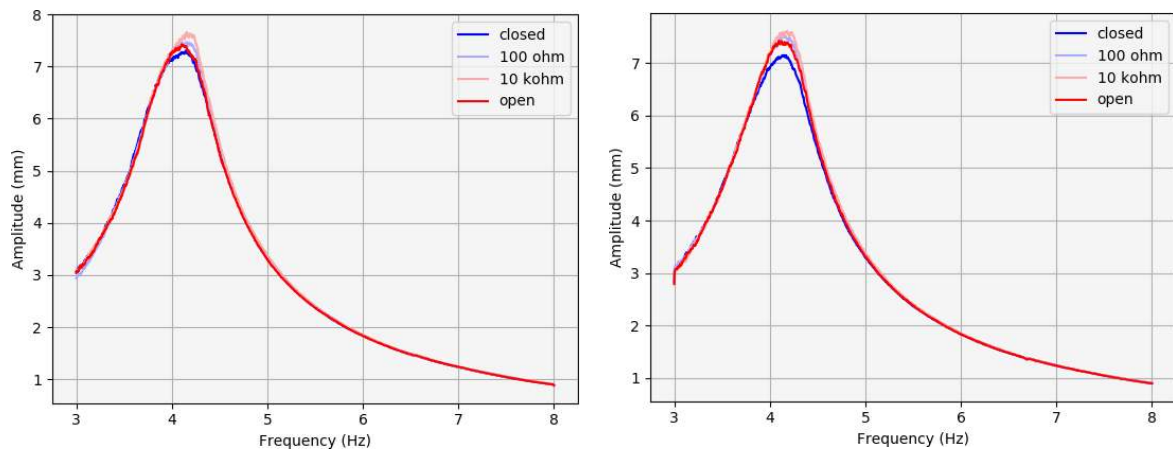


FIGURE 10 – Configuration 4, déplacement de l’absorbeur, sinus glissant de 8 à 3 Hz à droite et sinus glissant 3 à 8 Hz à gauche, consigne de 2 mm crête-crête de la table

## 4 Couplage électro-magnéto-mécanique par GMMs

### 4.1 Comportement des Giant Magnetostrictive Materials

La magnétostriction est la propriété de matériaux qui peuvent produire un champ magnétique lorsqu’ils sont soumis à une déformation. Tous les matériaux ferromagnétiques ont un comportement magnétostrictif, cependant pour la plupart, il est négligeable. Une famille de matériaux fortement magnétostrictifs, appelée Giant Magnetostrictive Material, est étudiée. Le Terfenol-D a le comportement magnétostrictif le plus fort aujourd’hui. C’est le premier GMM (Giant Magnetostrictive Material) développé.

Le couplage magnéto-mécanique peut être décrit comme une discrétisation de plusieurs domaines magnétiques. Soumis à des sollicitations en compression, les domaines magnétiques sont forcés de s’aligner dans une direction perpendiculaire à la direction de la contrainte et induisent ainsi une magnétisation volumique nulle. Lorsque le champ magnétique domine, les domaines magnétiques sont alignées parallèlement à la direction du champ et créent ainsi une magnétisation volumique maximale. Les matériaux magnétostrictifs présentent un effet de couplage magnéto-mécanique maximal, qui correspond à une rotation de domaine de  $90^\circ$ , lorsque l’énergie mécanique et l’énergie magnétique sont équilibrées.

Ces matériaux possèdent un couplage magnéto-élastique très fort et ont un temps de réponse très rapide leur permettant une utilisation à haute fréquence. Ce n’est que récemment que l’utilisation de GMMs pour le développement de collecteurs d’énergie passifs se fait. Le comportement non-linéaire de ces matériaux, notamment hystérétique sous sollicitations cycliques, permet au matériau de dissiper de l’énergie, ce qui n’est pas voulu dans l’étude de collecteurs d’énergie et de capteurs sans fil. Ce dernier point est, au contraire, un avantage pour les absorbeurs car on souhaite dissiper au maximum l’énergie. Un premier intérêt de coupler un NES avec des matériaux magnétostrictifs a été montré par Z. Fang et al [5].

Une première piste quant à l’utilisation de ces GMMs, sous forme de barreaux dans un absorbeur est présenté en figure 11. Le concept de l’absorbeur reprend le même que celui introduit en première partie. Les GMMs feraient la jonction entre les ressorts et la partie fixe. De ce fait, lors des oscillations, les GMMs seraient soumis à des cycles de sollicitations en traction-compression. Ces contraintes permettraient une variation de la déformation au sein des matériaux magnétostrictifs et ainsi la production d’un

champ magnétique. Enfin, enroulés dans une bobine, ces matériaux créeraient une tension aux bornes de la bobine.

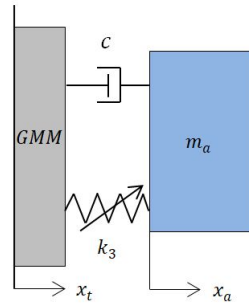


FIGURE 11 – NES couplé à des matériaux fortement magnétostrictifs

Un modèle du couplage magnéto-élastique prenant le comportement hystérétique des GMMs a été établi par M J. Dapino et al [6]. Le flux magnétique  $B$  généré dans un GMM est défini selon l'expression suivante :

$$B = d_{33}\sigma + \mu_{\sigma}H \quad (9)$$

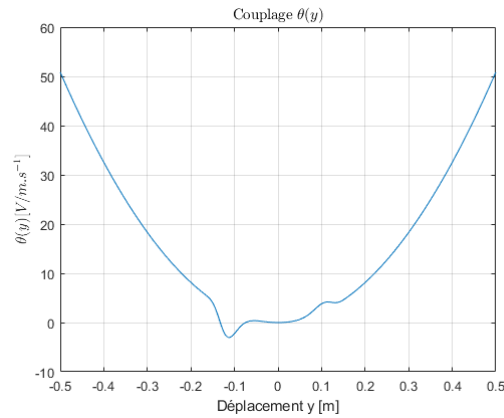
Avec  $d_{33}$  le coefficient de couplage magnéto-élastique,  $\mu_{\sigma}$  la perméabilité pour une contrainte constante et  $H$  l'intensité du champ magnétique. Une bobine est placée autour du barreau en Terfenol-D. La variation du champ magnétique due au chargement cyclique permet la production d'une tension aux bornes de la bobine. L'intensité du champ magnétique est calculée à partir des équations du modèle de Jiles-Artherton et comme pour l'interaction bobine-aimant, la tension produite est déterminée à partir de la loi de Faraday. La tension obtenue est donc :

$$\begin{aligned} V(t) &= N_{coil} \frac{d\phi}{dt} \\ &= N_{coil} A_{coil} \left( d_{33} + \frac{\mu_0 H_0 M_s}{E\xi(3a - cM_s\tilde{\alpha})} x_3 \sigma \right) \dot{\sigma} \end{aligned} \quad (10)$$

$$x_3 = \exp\left(\frac{\sigma^2(\tilde{\alpha}M_s - 3a)}{2E\xi(3a - cM_s\tilde{\alpha})}\right) \quad (11)$$

Avec  $\delta$  étant le paramètre directionnel défini comme  $\delta = \text{sign}\left(\frac{dH}{dt}\right)$ .  $M_s$  est la magnétisation,  $H_e$  décrit le champ magnétique effectif,  $\alpha$  est la quantité de l'interaction du domaine,  $\mu_0$  est la perméabilité de l'espace libre,  $a$  un paramètre de forme,  $\xi$  représente le coefficient d'énergie par unité de volume,  $H_0$  décrit la polarisation magnétique,  $c$  est un coefficient de proportionnalité.  $\sigma_0$  est la pré-contrainte appliquée pour que le matériau ne soit sollicité uniquement en compression durant le chargement cyclique.

Le terme  $x_3$  permet d'éviter la contrainte d'un terme exponentiel lors de la mise en place des équations du mouvement et du développement analytique.

FIGURE 12 – Terme de couplage magnétique-mécanique  $\theta(y)$  sur -500 à +500 mm

Connaissant la force exercée par les ressorts, les contraintes dans les GMMs peuvent être déterminées :

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{k_3}{S} y^3 + \sigma_0 \\ \dot{\sigma} &= \frac{3k_3}{S} y^2 \dot{y}\end{aligned}\quad (12)$$

$$V = \frac{3k_3 N_c A_c}{S} \left( d_{33} + \frac{\mu_0 H_0 M_s}{E\xi(3a - cM_s\tilde{\alpha})} x_3 \left( \frac{k_3}{S} y^3 + \sigma_0 \right) \right) y^2 \dot{y} = \theta(y) \dot{y} \quad (13)$$

$$\theta(y) = (A_1 y^2 + A_2 x_3 y^5 + A_3 x_3 y^2) \quad (14)$$

Avec  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  des constantes qui dépendent des paramètres du couplage.

Les équations du mouvement de l'absorbeur couplé à des GMMS peuvent être établies :

$$\begin{aligned}m_a \ddot{y} + c \dot{y} + k_3 y^3 - \theta(y) I &= -m_a \ddot{x}_t \\ L \dot{I} + (R_c + R_i) I + \theta(y) \dot{y} &= 0 \\ \dot{x}_3 &= \frac{3k_3^2 (\tilde{\alpha} M_s - 3a)}{S^2 E \xi (3a - cM_s \tilde{\alpha})} x_3 y^5 \dot{y}\end{aligned}\quad (15)$$

$x_t = X_e \sin(\omega t)$  étant le déplacement de la table, avec  $X_e$  l'amplitude,  $\omega$  la pulsation. La non-linéarité cubique présente dans la deuxième équation du système ne permet pas une résolution analytique exacte. Une approximation des solutions périodiques peut être calculée par les méthodes de complexification [4].

Les équations du mouvement peuvent être réécrites de la manière qui suit :

$$\begin{aligned}\ddot{y} + \lambda \dot{y} + K y^3 - \theta(y) \frac{I}{m_{nes}} &= X \sin(\omega t) \\ L \dot{I} + R I + \theta(y) \dot{y} &= 0 \\ \dot{x}_3 &= \frac{3k_3^2 (\tilde{\alpha} M_s - 3a)}{S^2 E \xi (3a - cM_s \tilde{\alpha})} x_3 y^5 \dot{y}\end{aligned}\quad (16)$$

$$\lambda = \frac{c}{m_a}, \quad K = \frac{k_3}{m_a}, \quad X = X_c \omega^2, \quad R = R_c + R_i \quad (17)$$

On se place dans le cas où le système est supposé suivre une résonance 1 :1, signifiant que le NES oscille à la même pulsation d'excitation  $\omega$  de la table. Dans un premier temps, il faut introduire les variables complexes qui suivent :

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2i\omega}(\Phi_1 - \Phi_1^*), \quad I = \frac{1}{2i\omega}(\Phi_2 - \Phi_2^*), \quad x_3 = \frac{1}{2i\omega}(\Phi_3 - \Phi_3^*) \\ \dot{y} &= \frac{1}{2}(\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_1^*), \quad \dot{I} = \frac{1}{2}(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_2^*), \quad \dot{x}_3 = \frac{1}{2}(\dot{\Phi}_3 + \dot{\Phi}_3^*) \\ \ddot{y} &= \dot{\Phi}_1 - \frac{i\omega}{2}(\Phi_1 + \Phi_1^*) \end{aligned} \quad (18)$$

L'ajout des variables complexes a pour effet de partitionner les oscillations rapides du système à la pulsation d'excitation  $\omega$  et la modulation lente des amplitudes complexes  $\{\phi_1, \phi_2\}$ . En injectant (18) dans (16). De plus, les équations sont moyennisées par rapport à l'échelle des temps rapides. Par conséquent, seuls les termes proportionnels à  $\exp(i\omega t)$  sont conservés. Les termes  $\Phi_i$  sont remplacés par  $\phi_i \exp(i\omega t)$ . Un système proportionnel à  $\phi_1$  et  $\phi_2$  est établi :

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 + \frac{i\omega}{2}\phi_1 + \frac{\lambda}{2}\phi_1 \frac{3iK}{8\omega^3}|\phi_1|^2\phi_1 - \frac{3A_1}{4m_a\omega^2}|\phi_1|^2\phi_1 - \frac{35A_2}{64m_a\omega^6}|\phi_1|^4\phi_1\phi_2\phi_3 - \frac{X}{2i} &= 0 \\ \frac{L}{2}\phi_2 + \frac{R}{2i\omega}\phi_2 + \frac{A_1}{8\omega^2}|\phi_1|^2\phi_2 + \frac{5A_2}{128\omega^6}|\phi_1|^6\phi_3 &= 0 \\ \frac{\phi_3}{2} - \frac{35B_1}{128i\omega^7}|\phi_1|^6\phi_3 &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

A partir du système d'équations (19), il est possible de déterminer les points fixes. Ces derniers correspondent aux solutions périodiques du système sous l'hypothèse d'une résonance 1 :1. Ils sont calculés en annulant les dérivées du système (19) :  $\dot{\phi}_1 = 0 \rightarrow \phi_1(t) = \phi_{10}, \quad \phi_2(t) = \phi_{20}$ .

L'expression de  $\phi_{20}$  peut alors être calculée en fonction de  $\phi_{10}$  et des paramètres du système.

$$\phi_{20} = -\frac{A_1}{8\omega^2 \left(\frac{L}{2} + \frac{R}{2i\omega}\right)}|\phi_{10}|^2\phi_{10} \quad (20)$$

En substituant cette expression dans (19), un polynôme complexe est obtenu :

$$A|\phi_{10}|^4\phi_{10} + B|\phi_{10}|^2\phi_{10} + C\phi_{10} + D = 0 \quad (21)$$

Où  $A, B, C, D$  dépendent des différents paramètres du système. Après quelques manipulations mathématiques, un polynôme de degré 5 est obtenu :

$$\alpha_5 X^5 + \alpha_4 X^4 + \alpha_3 X^3 + \alpha_2 X^2 + \alpha_1 X + \alpha_0 = 0, \quad X = |\phi_{10}|^2 \quad (22)$$

Par la résolution de ce polynôme, le module  $|\phi_{10}|$  est déterminé et il est alors possible de remonter à la réponse stationnaire du déplacement de l'absorbeur.

Des premiers résultats du modèle analytique sont présentés. Un premier cas est étudié pour une amplitude d'excitation de 2 mm crête-crête comme lors des essais expérimentaux. La figure 13 de droite présente l'évolution temporelle en circuit fermé (résistance nulle) et circuit ouvert (résistance infinie) à 6 Hz. Pour ce cas, les deux réponses sont identiques montrant aucune influence de la résistance. De plus, l'amplitude du NES est d'environ 22 mm, ce qui correspond à l'amplitude mesurée expérimentalement à 6 Hz pour le NES seul (Figure 7). Par conséquent, les GMMs ont un effet négligeable dans ce cas-ci. Un autre calcul a été fait pour une amplitude d'excitation de 200 mm crête-crête, représentant un cas extrême. Cette-fois-ci, une influence du GMM avec les résistances est montrée, l'amplitude en circuit fermé est réduite de moitié par rapport au circuit ouvert. Ces résultats coïncident avec l'évolution du couplage (Figures 12) car pour de faibles déplacements, le couplage est quasi nul et augmente pour des déplacements importants.

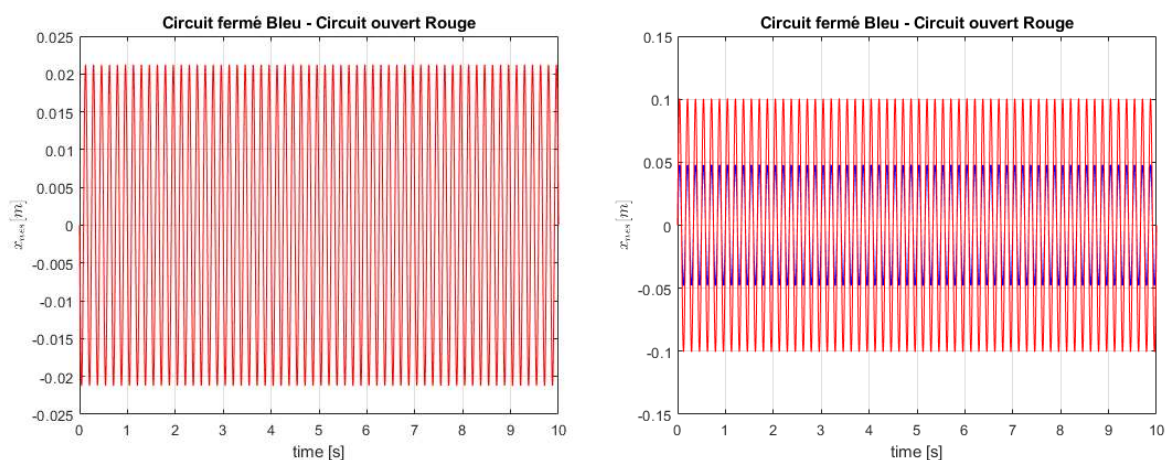


FIGURE 13 – Réponse temporelle de l'absorbeur pour une excitation à 6 Hz et une consigne de 2 mm crête-crête de la table à gauche et 200 mm à droite

Le couplage par GMMs n'est pas une solution pertinente dans le cas de notre absorbeur où les déplacements sont faibles. Néanmoins, ils pourraient être utilisés pour des applications demandant des déplacements importants, comme dans le domaine du Génie civil.

## 5 Conclusion

A travers cette étude, le couplage électromagnétique a été étudié dans le but d'améliorer les performances de l'absorbeur de vibrations non-linéaire pour générer un amortissement électrique par effet Joule par l'ajout d'une résistance. Deux technologies pour réaliser ce couplage ont été présentées. Premièrement l'interaction bobine-aimant a été considérée. A partir de la conception d'un prototype, des essais expérimentaux ont été réalisés. Lors de ces essais, l'influence de la position des aimants par rapport à la bobine ont montré une influence sur le comportement dynamique de l'absorbeur. Il a été montré que lorsque le centre de la barre aimantée et l'extrémité de la bobine coïncident, la résistance reliée aux bornes de la bobine peut modifier fortement l'amplitude d'oscillation de l'absorbeur. Un modèle analytique est en cours de réalisation afin de déterminer la résistance optimale pour obtenir la meilleur dissipation électrique par rapport à la dissipation mécanique.

Une autre technologie a été explorée par l'utilisation des GMMs. Des essais n'ont pas été réalisés sur un absorbeur couplé à ces matériaux mais un modèle analytique a été fait pour déterminer le potentiel de ce

matériau sur l'absorbeur conçu. D'après les résultats du modèle, l'utilisation des GMMs montre un intérêt pour des applications nécessitant des déplacements importants. Dans le cas de l'absorbeur présenté où seul de faibles déplacements sont appliqués, l'effet des GMMs est négligeable. Cependant une autre famille de matériaux fortement magnétostrictifs reste à explorer, le Metglas. Ce matériau se présente sous la forme de lame ou de ruban qui vient se coller sur la structure soumise à des déformations. Son mode de fonctionnement est similaire à des patches piézoélectriques à ceci près qu'il nécessite la présence d'une bobine pour créer une tension électrique. Cependant, il montre un coefficient de couplage beaucoup plus important que celui des patches piézoélectriques qui est faible.

## 6 Remerciements

Nous tenons à remercier le soutien de la DGA (Direction Générale de l'Armement) pour la réalisation de ces travaux.

## Références

- [1] G. Pennisi. *Passive control by using Nonlinear Energy Sink absorbers. Theoretical study and experimental investigations*, ISAE-SUPAERO Thesis, 2016.
- [2] C. Stéphan, G. Pennisi, G. Michon. *Vibration Mitigation Based on Nonlinear Absorbers*, Journal AerospaceLab, 2018.
- [3] A.J. SNELLER, B.P. MANN. *On the nonlinear coupling electromagnetic coupling between a coil and an oscillating magnet*, Journal of Physics D : Applied Physics, 43, 2010.
- [4] A. Vakakis, et al. *Nonlinear Targeted Energy Transfer in Mechanical and Structural Systems*, Springer, 2008.
- [5] Z.W. Fang, Y.W. Zhang, X. Li, H. Ding, L.Q. Chen. *Integration of a nonlinear energy sink and a giant magnetostrictive harvester*, Journal of Sound and Vibration, 2017.
- [6] M.J. DAPINO, R.C. SMITH, L.E. FAIDLEY, A.B. FLATAU. *A Coupled Structural-Magnetic Strain and Stress Model for Magnetostrictive Transducers*, Journal of Intelligent Material and Structures, Vol. 11, 2000.