



**HAL**  
open science

## Estimation de la rigidité résiduelle d'une structure composite oxyde/oxyde sollicitée en fatigue : comparaison essais/calculs.

Orianne Sally, Frédéric Laurin, Cédric Julien, Rodrigue Desmorat, Florent Bouillon

### ► To cite this version:

Orianne Sally, Frédéric Laurin, Cédric Julien, Rodrigue Desmorat, Florent Bouillon. Estimation de la rigidité résiduelle d'une structure composite oxyde/oxyde sollicitée en fatigue : comparaison essais/calculs.. 21ème Journées Nationales sur les Composites, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers (ENSAM) - Bordeaux, Jul 2019, Bordeaux, Talence, France. hal-02420768

**HAL Id: hal-02420768**

**<https://hal.science/hal-02420768>**

Submitted on 20 Dec 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## **Estimation de la rigidité résiduelle d'une structure composite oxyde/oxyde sollicitée en fatigue**

### *Estimation of the residual stiffness of an oxide/oxide composite structure subjected to fatigue stress*

**Orianne Sally<sup>1,2,3</sup>, Frédéric Laurin<sup>1</sup>, Cédric Julien<sup>1</sup>, Rodrigue Desmorat<sup>2</sup>, Florent Bouillon<sup>3</sup>**

1 : DMAS, Onera – Université Paris-Saclay  
29 avenue de la Division Leclerc, BP 72 – 92322 Chatillon Cedex  
e-mail : orianne.sally@onera.fr

2 : LMT Cachan, ENS Paris Saclay  
62 avenue du président Wilson, 94230 Cachan  
e-mail : desmorat@lmt.ens-cachan.fr

3: Safran Ceramics, a technology platform of Safran Tech  
105 avenue Marcel Dassault 33700 Mérignac– 92322 Chatillon Cedex  
e-mail : florent.bouillon@safrangroup.com

### **Résumé**

Le présent document traite d'un modèle d'endommagement unifié capable de prédire le comportement et l'évolution des dommages de composites oxyde/oxyde sous des chargements statiques et de fatigue. Il utilise un formalisme incrémental qui permet de traiter des chargements réels complexes. Une méthode de sauts de cycle, qui s'appuie étroitement sur la loi d'endommagement proposée, est mise au point pour réduire les temps de calcul pendant les chargements de fatigue cyclique et est comparée à d'autres méthodes disponibles dans la littérature. L'ensemble de la stratégie est implémenté dans un code EF et permet de simuler le comportement en fatigue de pièces composites. Une comparaison entre les essais et les simulations est effectuée à l'échelle du matériau.

### **Abstract**

The present paper deals with a unified damage model able to predict the behaviour and damage evolution of oxide/oxide composites under static and fatigue loadings. It is formulated in a kinetic formalism that enables to handle real complex loadings. A cycle jumps method, that relies closely on the proposed damage evolution law is developed in order to reduce computational times during cyclic fatigue loadings and is benchmarked against other methods available in the literature. The whole strategy is implemented in a FE code and allows fatigue simulation of composite parts. A comparison between tests and simulations is conducted at the material scale.

**Mots Clés :** Composites, modèle d'endommagement, durée de vie en fatigue, sauts de cycles

**Keywords :** Composites; damage model; fatigue lifetime; cycle jumps

## 1 Introduction

Grâce à leurs excellentes propriétés mécaniques à hautes températures, les composites à matrice céramique (CMC) sont de bons candidats pour des applications dans les parties chaudes des moteurs d'avions, contribuant à leur réduction de masse conformément aux impératifs environnementaux et économiques. En particulier, les composites oxyde/oxyde sont envisagés pour des pièces sujettes à des chargements thermomécaniques, comme les arrière-corps de moteurs. Ils ont en effet l'avantage d'être physiquement et chimiquement stables sur une grande plage de températures, jusqu'à 800°C. Dans cette gamme de températures, le comportement non-linéaire du matériau est donc imputé exclusivement aux sollicitations mécaniques. Pour l'industriel, la maîtrise du comportement et la prévision de la durée de vie des pièces composites représentent des enjeux majeurs pour les applications civiles, où le nombre de cycles de vols est élevé. Il est donc nécessaire de disposer de stratégies de calcul pour le dimensionnement de pièces composites soumises à des chargements statiques et de fatigue, robustes et utilisables en bureaux d'études. Le but de cette étude est de développer une stratégie d'accélération des calculs de fatigue dans le but de prévoir la durée de vie et les propriétés résiduelles de structures composites soumises à des sollicitations réelles (complexes et de longues durées). Au vu de leurs propriétés attractives, cette étude sera appliquée aux stratifiés de plis tissés 2D oxyde/oxyde. Or, à notre connaissance, aucune publication ne fait état d'un modèle d'endommagement capable de déterminer la durée de vie de structures composites oxyde/oxyde, soumises à des chargements de fatigue spectrale, représentatifs de sollicitations industrielles.

La démarche adoptée dans cette étude consiste dans un premier temps à proposer un modèle d'endommagement capable de déterminer la durée de vie et les propriétés résiduelles du matériau sous chargements statiques et/ou de fatigue, même complexes. La partie statique du modèle est basée sur les travaux de thèse de Ben Ramdane [1]. L'extension du modèle aux chargements de fatigue est réalisée à l'aide d'une loi d'endommagement incrémentale proposée initialement pour les composites à matrice organique [3], et adaptée aux spécificités des composites oxyde/oxyde. L'utilisation d'un formalisme incrémental permet de prendre en compte des chargements complexes sans avoir à les convertir en chargement cyclique équivalent, la loi d'endommagement étant écrite sous la forme d'un taux :  $\dot{d} = \dots$ . Ce modèle est présenté dans la partie 2. Cependant, ce type de méthodologie simule tous les cycles (dans leur intégrité), ce qui engendre des coûts de calcul prohibitifs pour une structure soumise à un nombre élevé de cycles. C'est pourquoi dans un second temps, une stratégie de calcul a été développée afin de réduire les coûts de calcul en fatigue sur une structure de grande taille, et de rendre l'utilisation de ce modèle possible en bureaux d'étude. Notre choix s'est porté sur une méthode de sauts de cycles non-linéaire, qui s'appuie étroitement sur la loi d'endommagement du modèle, et qui est présentée dans la partie 3. Cette méthode a été comparée avec succès aux méthodes de sauts de cycles disponibles dans la littérature [6,8-9] et a été implémentée dans un code commercial de calcul de structure par éléments finis.

## 2 Modèle d'endommagement

Le modèle proposé décrit le comportement de composites stratifiés de plis tissés oxyde/oxyde, sous chargements complexes de statique et de fatigue. Il s'agit d'un modèle unifié d'endommagement continu, défini à l'échelle du pli et utilisant un formalisme incrémental, capable de simuler des chargements réels et de prédire la résistance et la durée de vie des matériaux composites. Cette approche permet de décrire l'évolution temporelle des propriétés mécaniques du composite.

### 2.1 Comportement macroscopique et mécanismes d'endommagement

La formulation du présent modèle d'endommagement, écrit en déformation totale, est basée sur les travaux antérieurs réalisés à l'Onera et au LMT Cachan pour les composites à matrice polymère ou

céramique [1–3, 10], mais prend en compte les spécificités du composite oxyde/oxyde étudié. On suppose que les non-linéarités observées ne sont dues qu'aux mécanismes d'endommagement suivants (et aux variables d'endommagement  $d_k$  associées):

- Fissuration matricielle dans la direction des chaînes (notée  $d_1$ ) ou des trames (notée  $d_2$ )
- Décohésions fibre/matrice (notées  $d_3$ )

Le comportement macroscopique, décrit par l'équation (Eq. 1), dérive de l'énergie libre de Helmholtz.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^{\text{eff}} : \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{C}}^0 : \underline{\underline{\varepsilon}}^r \quad \text{avec} \quad \underline{\underline{C}}^{\text{eff}} = \left( \underline{\underline{S}}^0 + \sum_k d_k \underline{\underline{H}}_k \right)^{-1} \quad (\text{Eq. 1})$$

où  $\underline{\underline{\sigma}}$  est le tenseur de contraintes,  $\underline{\underline{C}}^{\text{eff}}$  le tenseur de rigidité élastique effective qui prend en compte les effets des mécanismes d'endommagement,  $\underline{\underline{C}}^0$  le tenseur de rigidité élastique,  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  la déformation totale, et  $\underline{\underline{\varepsilon}}^r$  la déformation résiduelle, dont le calcul est décrit dans la section 2.3. Avec cette approche, les effets des mécanismes d'endommagement sur le comportement sont appliqués via l'augmentation de la compliance élastique initiale  $\underline{\underline{S}}^0$  avec un terme additionnel  $\sum_k d_k \underline{\underline{H}}_k$ , qui décrit l'effet de fissures ouvertes sur la rigidité effective, à l'aide des variables d'endommagement  $d_k$  et des tenseurs d'effets correspondants  $\underline{\underline{H}}_k$ .

Les règles de conception actuelles pour de telles structures composites utilisent un critère basé sur la rigidité résiduelle. C'est pourquoi le critère introduit dans le modèle est basé sur l'évolution des dommages, qui est directement liée à l'évolution de la rigidité.

## 2.2 Loi d'évolution de l'endommagement

Ben Ramdane [1] a démontré expérimentalement que les dommages statiques dans ce matériau sont principalement orientés par la microstructure, à cause du contraste de propriétés mécaniques entre la matrice microporeuse et les fibres. Ainsi, sous l'hypothèse de contrainte plane (conditions représentatives des essais disponibles et des applications industrielles), seules deux variables d'endommagement scalaires,  $d_1$  et  $d_2$ , sont introduites. De plus, des travaux antérieurs sur les CMOs [11] ont montré que les dommages induits par des chargements statiques ou de fatigue présentent le même type de dommages, d'effets sur le comportement et de niveau de saturation des dommages mais ont des lois d'évolution différentes (les dommages induits par des chargements de fatigue évoluent beaucoup plus lentement que ceux induits par des chargements statiques). La même hypothèse est faite pour le matériau étudié. Par conséquent, il existe une loi d'évolution de l'endommagement unique pour chaque mécanisme d'endommagement, qui fusionne les contributions des chargements statiques et de fatigue.

Les forces motrices  $y_k$  associées aux variables d'endommagement sont formulées dans un cadre thermodynamique non standard [2, 10]. Pour des raisons de simplicité, les forces motrices sont reformulées selon l'équation (Eq. 2) en termes de déformations équivalentes, homogènes à des déformations.

$$\begin{cases} \varepsilon_{eq1} = \sqrt{\frac{2y_1}{C_{11}^0}} \\ \varepsilon_{eq2} = \sqrt{\frac{2y_2}{C_{22}^0}} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} y_1 = \frac{1}{2} \left( C_{11}^0 (\varepsilon_{11}^{d_1+})^2 + a_{26} C_{66}^0 (\varepsilon_{12}^{d_1+})^2 \right) \\ y_2 = \frac{1}{2} \left( C_{22}^0 (\varepsilon_{22}^{d_2+})^2 + a_{16} C_{66}^0 (\varepsilon_{12}^{d_2+})^2 \right) \end{cases} \quad (\text{Eq. 2})$$

Elles dépendent de (i) des composantes du tenseur de rigidité  $\underline{\underline{C}}^0$ , (ii) du paramètre  $a_{16}$  (resp.  $a_{26}$ ) qui relie l'endommagement induit dans la direction des torons de chaîne (resp. de trame) au cisaillement plan et (iii) des tenseurs de déformation positive  $\varepsilon^{d_k+}$  liés à chaque mécanisme d'endommagement. La déformation positive reportée dans l'équation (Eq. 2) correspond à la partie positive, comme décrit dans [2], du tenseur de déformation totale, où toutes les composantes sont nulles exceptées celles qui induisent de l'endommagement  $d_k$ .

Les lois d'évolution de l'endommagement de ces deux variables, exprimées sous forme d'équation différentielle temporelle (Eq. 3), sont formulées sous forme de lois incrémentales et dérivent directement de celles décrites dans [1-2]. Elles sont basées sur les travaux de thèse de Angrand [3].

$$\begin{aligned} \dot{d}_k = & (d_{\infty k} - d_k) \left( \frac{\langle \varepsilon_{eqk}^{max} - \varepsilon_k^{0s} \rangle_+}{s_k} \right)^{s_k} \left\langle \frac{d}{dt} \varepsilon_{eqk}^{max} \right\rangle_+ \\ & + (d_{\infty k} - d_k)^{\gamma_k} \left( \frac{\langle \varepsilon_{eqk} - m_k \check{\varepsilon}_{eqk} - \varepsilon_k^{0f} \rangle_+}{S_k^f} \right)^{s_k^f} \left\langle \frac{d}{dt} \varepsilon_{eqk}^{max} - \frac{d}{dt} \varepsilon_{eqk} \right\rangle_+ \text{ pour } k = [1,2] \end{aligned} \quad (\text{Eq.3})$$

où  $d_{\infty k}$  correspond à la saturation de l'endommagement,  $(S_k, s_k)$  et  $(S_k^f, s_k^f, \gamma_k)$  sont des paramètres matériau, qui permettent de calibrer l'évolution de l'endommagement statique et de fatigue respectivement. Les paramètres  $(\varepsilon_k^{0s}, \varepsilon_k^{0f})$  représentent les seuils d'endommagement statique et de fatigue. Le seuil de fatigue est plus bas que le seuil statique et correspond à la limite d'endurance du matériau.

L'impact du rapport de charge, aussi appelé effet de contrainte moyenne, est pris en compte grâce à la déformation équivalente moyenne  $\check{\varepsilon}_{eqk}$ , qui est introduite au sein de la partie fatigue de la loi d'endommagement. Elle est calculée à l'aide d'une moyenne évolutive décrite dans [3-4] et basée sur toute l'histoire du chargement. L'évolution de  $\varepsilon_{eqk}^{max} = \max_{\tau} \varepsilon_{eqk}(\tau)$ , qui est la valeur maximale de  $\varepsilon_{eqk}$  sur toute l'histoire du chargement, permet de passer automatiquement d'une contribution statique à une contribution de fatigue. Cette formulation incrémentale du modèle permet de simuler naturellement tout type de chargement, qu'il soit statique, cyclique ou spectral [3, 4]. Il est également à noter que l'endommagement ne peut que croître, conformément au second principe de la thermodynamique.

### 2.3 Déformations résiduelles

Le tenseur  $\underline{\underline{\varepsilon}}^r$  rend compte des déformations résiduelles après décharge qui sont dues aux différents endommagements. Leur taux d'évolution est directement relié aux variables d'endommagement, comme le montre l'équation (Eq. 4).

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^r = \sum_{k=1}^2 [\chi_k e^{r_k d_k} \dot{d}_k R_k : e_k^*] \text{ avec } e_k^* = \frac{\varepsilon^*}{|\max_i \varepsilon_{ki}^*|}, i = [1,2] \text{ et } R_k = \underline{\underline{H}}_k : \underline{\underline{C}}^0 \quad (\text{Eq.4})$$

Cette formulation répond à la nécessité de réduire les coûts de calcul à chaque incrément, car elle permet de calculer analytiquement les déformations résiduelles, comme proposé dans [3].

### 2.4 Identification des paramètres du modèle

Le tissu est censé être équilibré et, à cet égard, les paramètres de chaîne et de trame sont supposés identiques. Le modèle a d'abord été implémenté sur un point d'intégration. Les paramètres sont identifiés par des comparaisons entre les essais mécaniques sur éprouvettes droites et les simulations matériau à l'échelle locale.

Les paramètres statiques  $(S_k, s_k, \varepsilon_k^{0s})$  sont identifiés sur des essais de traction incrémentales à  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  and  $45^\circ$ . Leur valeur est validée à l'aide d'essais hors axe ( $22,5^\circ$  et  $67,5^\circ$ ). Les résultats de

l'identification statique sont illustrés par la figure (Fig. 2a-b). Ensuite, les paramètres de fatigue ( $S_k^f, s_k^f, \gamma_k, m_k, d_{\infty k}$ ) sont identifiés sur un essai de traction cyclique. Cet essai est constitué de plusieurs paliers de chargement cyclique à rapport de charge constant  $R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = 0,05$  et où la contrainte maximale appliquée augmente après un nombre de cycles donné (environ 1,8 million de cycles). La figure (Fig. 2c) montre la dégradation du module effectif au cours des trois premiers paliers.

Une bonne concordance est trouvée entre les données expérimentales et les résultats des simulations, ce qui confirme la capacité du modèle à décrire le comportement macroscopique non-linéaire des composites oxyde/oxyde. Quelques secondes suffisent pour simuler le comportement statique d'un volume élémentaire représentatif, tandis que des chargements de fatigue d'un million de cycles prendront environ une heure sur un ordinateur de bureau.

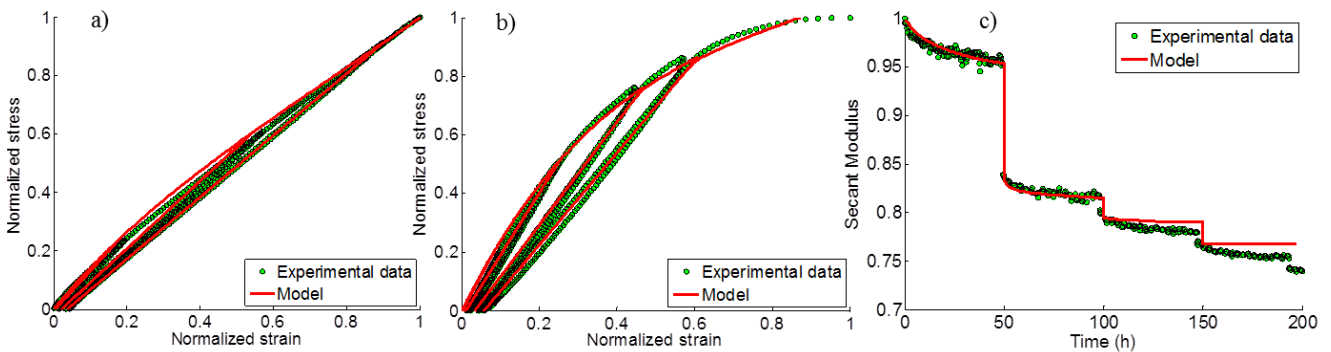


Fig. 1. Comparaison entre le modèle et les données expérimentales sur des essais statiques (a) à  $90^\circ$ , (b) à  $22.5^\circ$  et un essai de fatigue multipaliers (c).

### 3 Stratégie d'accélération des calculs de fatigue

La stratégie retenue au cours de ces travaux pour accélérer les calculs s'apparente à une méthode de saut de cycles. Le concept de sauts de cycles a déjà été étudié par plusieurs auteurs [6,8-9,12]. Il permet de réduire le nombre de cycles effectivement simulés, en sautant un grand nombre d'entre eux. Par conséquent, il permet une réduction drastique des coûts de calcul pour une approximation donnée de la solution finale. Nous attirons votre attention sur le fait que seule la périodicité du chargement est supposée, et non celle de la réponse du matériau.

Pour atténuer cette approximation, une nouvelle méthode de sauts de cycle qui repose étroitement sur la physique du modèle est proposée. Cette méthode est ensuite comparée à un schéma commun à l'aide d'une extrapolation explicite d'Euler.

Pour la suite, on notera indifféremment  $d = d_1$  ou  $d_2$ , l'endommagement matriciel dans l'une des directions.

#### 3.1 Schéma de saut de cycle standard

La méthode de sauts de cycle la plus simple trouvée dans la littérature est basée sur l'extrapolation des variables d'endommagement à l'aide d'une formule d'intégration d'Euler explicite. Une telle méthode a été utilisée pour les matériaux métalliques [6, 7] et plus récemment pour des matériaux composites [2, 8]. Elle évalue l'augmentation locale de l'endommagement sur chaque saut de  $\Delta N$  cycles (voir équation (Eq. 5)), pour chaque point d'intégration.

$$d_{N+\Delta N} = d_N + \left. \frac{dd}{dN} \right|_N \Delta N \quad (\text{Eq.5})$$

L'endommagement est supposé évoluer linéairement pendant le saut avec un taux égal à l'augmentation des dommages pendant le cycle précédant le saut. Cette hypothèse n'est généralement pas vérifiée, par conséquent une erreur directement liée à la taille du saut est introduite.

### 3.2 Schéma d'extrapolation non-linéaire proposé

Pour réduire cette erreur, une nouvelle méthode étroitement basée sur la loi d'endommagement est proposée. Le même formalisme que précédemment est utilisé pendant le saut. Les contributions statique et de fatigue à l'endommagement évoluent de façon indépendante lors d'un chargement de fatigue. Par conséquent, au lieu de calculer l'augmentation de l'endommagement au cours d'un cycle de référence, l'augmentation de ses parties statiques ou monotones ( $m$ ) et de fatigue ( $f$ ) sont considérées séparément.

$$\dot{d} = (d_\infty - d)\dot{m} + (d_\infty - d)^\gamma \dot{f} \quad (\text{Eq. 6})$$

$$\text{avec } \dot{m} = \left( \frac{\langle \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{max}} - \varepsilon^{0s} \rangle_+}{S} \right)^s \left\langle \frac{d}{dt} \varepsilon_{\text{eqk}}^{\text{max}} \right\rangle_+$$

$$\text{et } \dot{f} = \left( \frac{\langle \varepsilon_{\text{eq}} - m\check{\varepsilon}_{\text{eq}} - \varepsilon^{0f} \rangle_+}{S^f} \right)^{s^f} \left( \frac{d}{dt} \varepsilon_{\text{eqk}}^{\text{max}} - \left\langle \frac{d}{dt} \varepsilon_{\text{eqk}} \right\rangle_+ \right)$$

Par intégration de l'équation (Eq. 6) sur un cycle, l'endommagement  $d$  étant considérée constant, l'incrément d'endommagement sur le cycle de référence est :

$$\frac{dd}{dN} = (d_\infty - d) \frac{dm}{dN} + (d_\infty - d)^\gamma \frac{df}{dN} \quad (\text{Eq.7})$$

$$\text{avec } \frac{dm}{dN} = \int_{\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{max old}}}^{\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{max}}} \left( \frac{\langle \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{max}} - \varepsilon^{0s} \rangle_+}{S} \right)^s \left\langle \frac{d}{dt} \varepsilon_{\text{eqk}}^{\text{max}} \right\rangle_+$$

$$\text{et } \frac{df}{dN} = \int_{\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{old}}}^{\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{max old}}} \left( \frac{\langle \varepsilon_{\text{eq}} - m\check{\varepsilon}_{\text{eq}} - \varepsilon^{0f} \rangle_+}{S^f} \right)^{s^f} \left( \frac{d}{dt} \varepsilon_{\text{eqk}}^{\text{max}} - \left\langle \frac{d}{dt} \varepsilon_{\text{eqk}} \right\rangle_+ \right)$$

$\frac{dm}{dN}$  et  $\frac{df}{dN}$  représentent respectivement les incréments d'endommagement statique et de fatigue sur le cycle de référence. Ces deux quantités sont considérées constantes durant le saut de cycles. C'est une hypothèse forte qui permet de calculer de façon analytique la valeur de l'endommagement après le saut, par intégration de (Eq. 7).

Deux cas sont distingués:

- En fatigue en déformation imposée, il n'y a pas d'endommagement statique ( $\frac{dm}{dN} = 0$ ). De plus l'hypothèse  $\frac{df}{dN}$  constant est exactement vérifiée, puisque la déformation équivalente est cyclique et la déformation équivalente moyenne constante. Il est intéressant de noter que dans ce cas, la méthode d'extrapolation proposée est exacte.
- Dans le cas contraire, en fatigue à contrainte imposée, la déformation et par conséquent la déformation équivalente moyenne augmentent durant le saut, sous l'influence de l'endommagement, ce qui va à l'encontre de l'hypothèse formulée. Notre approximation induit donc une erreur reliée à la taille du saut.

Il en résulte deux solutions analytiques distinctes fournissant la valeur de l'endommagement après le saut, présentées par l'équation (Eq. 8), en fonction de la création ou non de nouveaux dommages statiques pendant le cycle de référence.

$$d_{N+\Delta N} = \begin{cases} d_{\infty} - \left[ -\Delta N (1 - \gamma) \frac{df}{dN} + (d_{\infty} - d_N)^{1-\gamma} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}}, & \text{si } \frac{dm}{dN} = 0 \\ d_{\infty} - \left[ \exp \left( -\Delta N \frac{dm}{dN} (1 - \gamma) \right) \left( (d_{\infty} - d_N)^{1-\gamma} + \frac{df}{dm} \right) - \frac{df}{dm} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}}, & \text{si } \frac{dm}{dN} > 0 \end{cases} \quad (\text{Eq.8})$$

### 3.3 Comparaison entre les deux méthodes d'extrapolation

L'un des avantages d'utiliser un modèle incrémental est de pouvoir simuler l'ensemble des cycles de chargement de façon continue. Ainsi une telle simulation est exacte d'un point de vue numérique et peut servir de référence pour calculer l'erreur faite par une simulation utilisant une méthode de saut de cycles.

Pour des raisons de simplicité, les simulations sont d'abord réalisées avec une taille de saut fixée de  $\Delta N$  cycles constante au cours du calcul. La méthode est illustrée sur un chargement purement cyclique, bien que cette stratégie puisse être appliquée à des chargements périodiques plus complexes, comme illustré par la suite.

Les résultats de simulations utilisant l'une ou l'autre de ces méthodes d'extrapolation sont comparés à une simulation de référence, sur un point d'intégration soumis à un chargement cyclique en contrainte imposée ( $\sigma^{\max} = 90$  MPa et  $R=0,05$ ) de 100 000 cycles. La figure (Fig. 3a) représente l'évolution de l'endommagement au cours du chargement, pour chaque méthode d'extrapolation et pour une taille de saut donnée. D'autres simulations avec des tailles de sauts différentes sont réalisées de façon à obtenir la relation entre taille de saut appliquée et erreur relative finale sur l'endommagement, illustrée par la figure (Fig. 3b). La méthode non-linéaire proposée permet d'exécuter des simulations moins coûteuses pour une erreur prescrite ou, réciproquement, d'obtenir des résultats plus précis pour un coût de calcul souhaité.

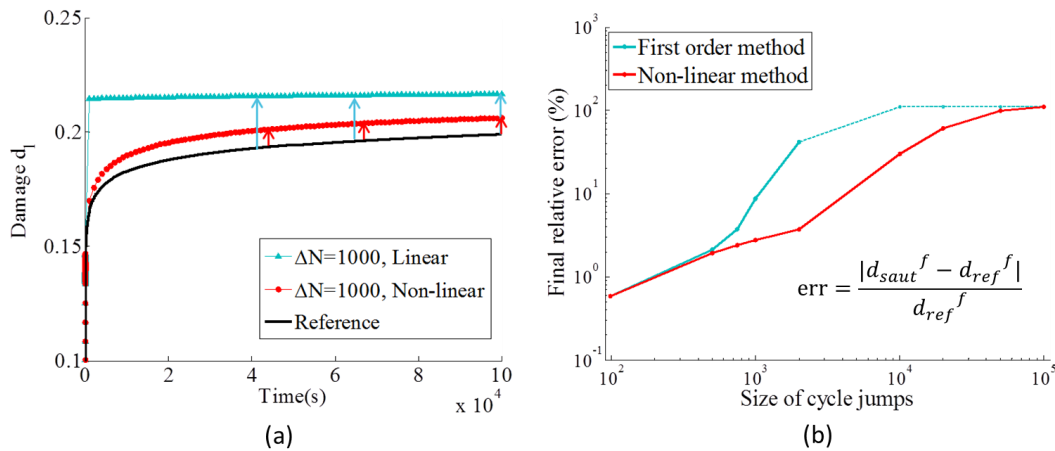


Fig. 2. Comparaison entre les deux méthodes d'extrapolation : (a) évolution de l'endommagement durant une simulation pour une taille de saut fixée et (b) erreur relative de l'endommagement final en fonction de la taille de saut

## 4 Application à une structure académique

Le cas d'application choisi est une plaque trouée d'un pli orienté à  $45^\circ$ , dont le maillage est représenté Fig. 3, de façon à exacerber les différents mécanismes d'endommagements mis en jeu.

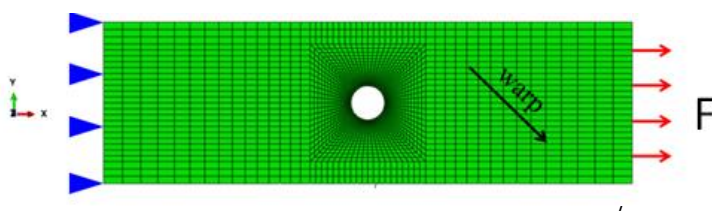


Fig. 3. Maillage de la plaque trouée utilisée comme cas d'application. Il contient 2500 éléments.



La pièce est soumise à un chargement cyclique en force imposée.

Afin de déterminer le comportement d'une pièce composite et sa durée de vie, le modèle est implémenté dans un code éléments finis commercial à l'aide d'une routine utilisateur définissant le comportement du matériau (UMAT). Pour simuler 1020 cycles de chargement ( $F=900N$ ), il faut plus de 3,5h avec 4 CPUs. Le coût de calcul reste donc trop élevé pour des applications industrielles, particulièrement pour des cas de fatigue polycyclique, si l'ensemble des cycles sont simulés. La méthode de saut de cycle proposée, plus performante que la méthode linéaire classiquement utilisée dans la littérature, a donc également été implémentée dans le code éléments finis. Différents chargements, de complexité croissante, sont présentés dans la suite, mettant en avant la performance de la stratégie utilisée.

#### 4.1 Chargement purement cyclique de 1020 cycles

Dans un premier temps, la stratégie de saut de cycle est appliquée à un chargement cyclique de 1020 cycles ( $F^{max} = 900 N$  et  $R=0,05$ ). Le premier saut est réalisé après 20 cycles d'entraînement. La taille des sauts est fixée à  $\Delta N = 48$  et chaque saut est suivi par 2 cycles de contrôle permettant d'actualiser les incréments d'endommagement et gérer les reprints de charge au sein de la structure. La simulation dure 11 minutes, ce qui accélère la simulation d'un facteur 19 par rapport à la référence. La figure (Fig. 4) montre la carte d'erreur obtenue sur le champ d'endommagement.

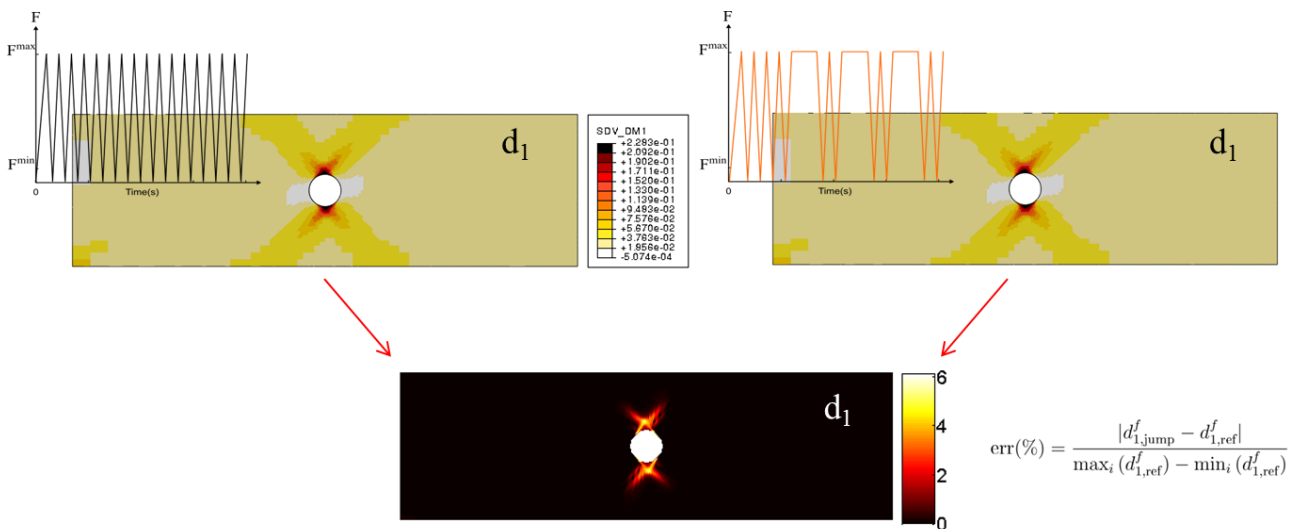


Fig. 4. Comparaison des champs d'endommagement après le dernier cycle entre la simulation de référence et une simulation avec sauts de cycles, après un chargement cyclique de 1021 cycles.

Plus le nombre de cycles sautés est élevé, plus le gain en termes de temps de calcul est important. Ainsi, pour un chargement identique de 10 000 cycles, le gain atteint un facteur 29 avec la stratégie de saut de cycle, la taille de saut restant identique.

#### 4.2 Chargement de fatigue spectrale

Dans un second temps, des chargements plus complexes ont été considérés, qui peuvent être représentatifs des conditions de vols de pièces aéronautiques. Dans cet exemple, il s'agit d'une séquence aléatoire répétée 103 fois au cours du temps. Un calcul de référence simulant tous les cycles intégralement a été mené en 152 minutes, puis la stratégie d'accélération a été appliquée avec une taille de saut  $\Delta N = 9$  cycles (9 sauts), commençant après le 4<sup>ème</sup> cycle. La simulation dure

cette fois 13,5 minutes. L'accélération sera bien plus importante sur des chargements plus longs. La figure 5 montre les chargements appliqués ainsi que la carte d'erreur obtenue.

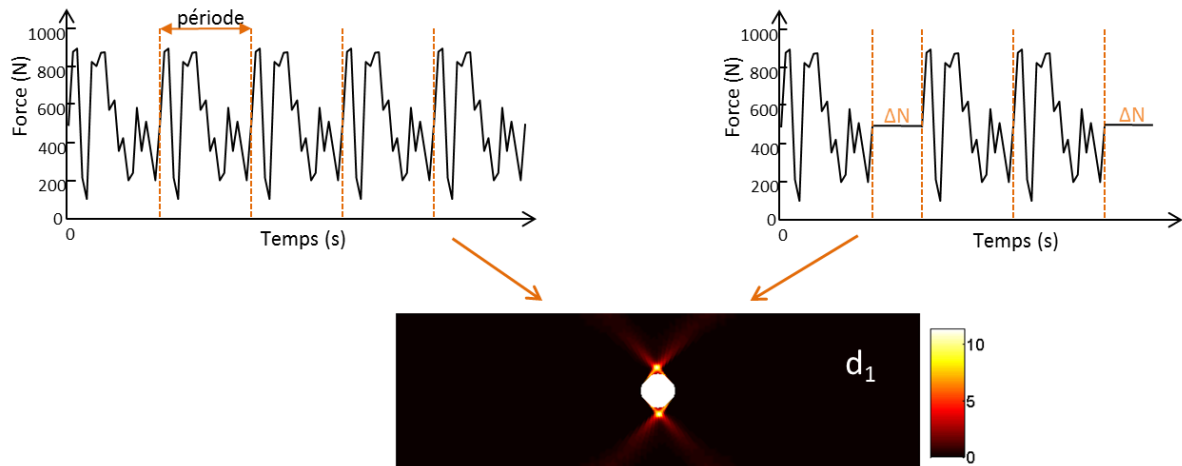


Fig. 5. Carte de l'erreur relative sur le champ d'endommagement après le dernier cycle entre la simulation de référence et une simulation avec sauts de cycles, après un chargement spectral de 103 cycles.

Cet exemple illustre la possibilité pour la stratégie mise en place d'effectuer des simulations de fatigue spectrale sur pièce.

### 4.3 Chargement de fatigue spectrale polycyclique

Jusqu'à présent, toutes les simulations avec des sauts de cycles utilisaient des tailles de sauts fixées et constantes tout au long de la simulation. Or il est communément admis dans la littérature qu'il est plus efficace d'opter pour des tailles de sauts qui évoluent au fur et à mesure que les propriétés du matériau se dégradent. Ainsi le saut sera très court si un point de la structure s'endommage fortement durant le cycle de contrôle et inversement si la structure se dégrade peu, la taille de saut sera grande. Cette dernière propriété est déterminante pour des applications en fatigue polycyclique.

Ainsi la quantité choisie pour déterminer la taille de saut est l'incrément d'endommagement maximal  $\Delta d^{max}$ . En chaque point de la structure, la taille de saut optimale  $\Delta N_{local}$  est calculée, en inversant les équations (Eq. 9) avec  $d_{N+\Delta N} = d_N + \Delta d^{max}$ . La taille de saut optimale pour l'ensemble de la structure est ensuite déterminée comme la taille de saut associée au point d'intégration qui s'endommage le plus au cours du cycle de contrôle.

Cette méthodologie a également été implémentée au sein d'un code éléments finis, ce qui permet de simuler la réponse de la plaque trouée soumise à 100 000 cycles spectraux (définis partie 4.2) en 625 minutes (10,5 heures), comme illustré par la figure (Fig. 6).

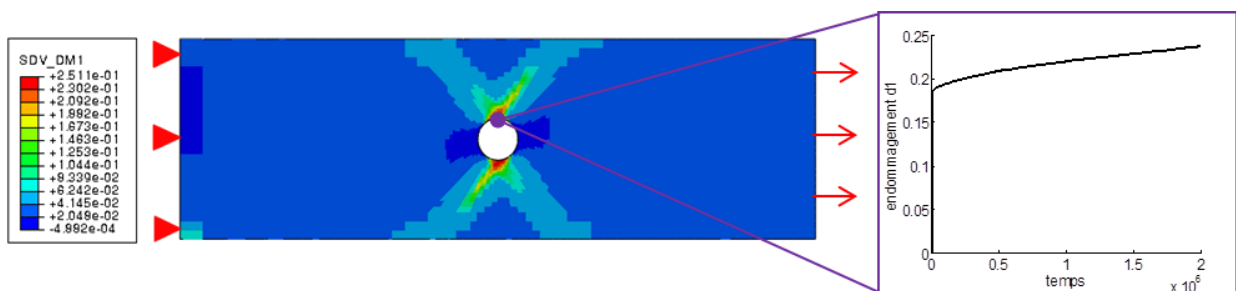


Fig. 6. Champ d'endommagement après 100 000 cycles spectraux.

## Conclusions and perspectives

Pour concevoir des pièces composites oxyde/oxyde, il est performant pour les industriels d'utiliser des modèles d'endommagement physiques, disponibles dans un code par éléments finis. Dans ce but, le modèle d'endommagement proposé permet de décrire l'évolution de l'endommagement sous des charges statiques et/ou de fatigue et une première identification de ses paramètres a été réalisée sur le composite tissé oxyde/oxyde étudié. Le chargement de fatigue peut être cyclique ou spectral grâce à la formulation incrémentale de la loi d'évolution des dommages, qui peut naturellement gérer des chargements complexes. Les coûts de calcul en fatigue restent trop élevés pour une utilisation industrielle dans le cas des chargements de fatigue polycyclique. C'est la raison pour laquelle la loi d'évolution des dommages est associée à une stratégie de calcul efficace de sauts de cycle, qui permet à la fois de réduire les temps de calcul et de prendre en compte de larges pièces. Le modèle, ainsi que la stratégie numérique associée, sont mis en place dans un code éléments finis commercial pour des applications structurelles soumises à des chargements de fatigue complexes.

Il s'agit maintenant de comparer les prédictions issues des simulations numériques à des essais sur éprouvettes trouées, notamment en termes de perte de raideur.

## Remerciements

Cette étude est menée dans le cadre du PRC MECACOMP, projet co-financé par la DGAC et le groupe Safran, piloté par Safran, et impliquant Safran, l'Onera et le CNRS. Les auteurs remercient la collaboration avec Safran Ceramics.

## Références

- [1] C. Ben Ramdane, «Etude et modélisation du comportement mécanique de CMC oxyde/oxyde», », Ph.D. thesis, Université de Bordeaux I, 2014.
- [2] C. Rakotoarisoa, «Prévision de la durée de vie en fatigue des composites à matrice organique tissés interlock», », Ph.D. thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2014.
- [3] L. Angrand, «Modèle d'endommagement incrémental en temps pour la prévision de la durée de vie des composites tissés 3D en fatigue cyclique et en fatigue aléatoire», », Ph.D. thesis, Université Paris-Saclay, 2016.
- [4] R. Desmorat, L. Angrand, P. Gaborit, M. Kaminski, et C. Rakotoarisoa, «On the introduction of a mean stress in kinetic damage evolution laws for fatigue», *Int. J. Fatigue*, Vol.77, pp.141- 153, 2015.
- [5] J. Lemaitre, J. P. Sermage, et R. Desmorat, «A two scale damage concept applied to fatigue», *Int. J. Fract.*, Vol.97,pp. 67-81, 1999.
- [6] J. Lemaitre et I. Doghri, «Damage 90: a post processor for crack initiation», *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 115, pp. 197-232, 1994.
- [7] L. Gornet, H. Ijaz, «A high-cyclic elastic fatigue damage model for carbon fibre epoxy matrix laminates with different mode mixtures», *Compos. Part B*, Vol. 42, pp.1173-1180, 2011.
- [8] P. M. Lesne et S. Savalle, «An efficient cycles jump technique for viscoplastic structure calculations involving large number of cycles», in: 2nd Int. Conf. on « Computational Plasticity » Models Software and Applications, Barcelone, 1989.
- [9] W. Van Paepegem, J. Degrieck, et P. De Baets, «Finite element approach for modelling fatigue damage in fibre-reinforced composite materials», *Compos. Part B Eng.*, Vol. 32, pp. 575- 588, 2001.
- [10] E. Hemon, «Modèles multi-niveaux de prévision des durées de vie en fatigue des structures composites à matrice céramique pour usage en turbomachines aéronautiques», », Ph.D. thesis, Université de Bordeaux I, 2013.
- [11] N. Revest, «Comportement en fatigue de pièces épaisses en matériaux composites», », Ph.D. thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2011.
- [12] D. Cojocar, A. Karlsson, «A simple numerical method of cycle jumps for cyclically loaded structures», *Int. J. Fatigue*, Vol. 28, pp. 1677- 1689, 2006.