HAL
open science

Modélisation de la cinématique de fissuration à l'échelle mésoscopique des composites tissés

Guillaume Fourrier, Christian Fagiano, Martin Hirsekorn, Emmanuel Baranger, Alain Rassineux, Vincent Chiaruttini

To cite this version:

Guillaume Fourrier, Christian Fagiano, Martin Hirsekorn, Emmanuel Baranger, Alain Rassineux, et al.. Modélisation de la cinématique de fissuration à l'échelle mésoscopique des composites tissés. 21ème Journées Nationales sur les Composites, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers (ENSAM) - Bordeaux, Jul 2019, Bordeaux, Talence, France. hal-02420730

HAL Id: hal-02420730

https://hal.science/hal-02420730

Submitted on 20 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation de la cinétique de fissuration à l'échelle mésoscopique des composites tissés

Modelling of cracking kinetics at the mesoscopic scale of woven composite

Guillaume FOURRIER[1,2,3], Christian FAGIANO[1], Martin HIRSEKORN[1], Emmanuel BARANGER[2], Alain RASSINEUX[3] et Vincent CHIARUTTINI[2]

1 : DMAS, ONERA
Université Paris-Saclay
29 Avenue de la Division Leclerc, F-92322 Châtillon, France
e-mail : guillaume.fourrier@onera.fr, christian.fagiano@onera.fr et martin.hirsekorn@onera.fr

2 : LMT, ENS Paris-Saclay
CNRS, Université Paris-Saclay
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan, France

3 : Laboratoire Roberval UMR CNRS/UTC 7337
Sorbonne Universités, Université de Technologie de Compiègne
Centre de Recherches de Royallieu, BP 20529,F60205 Compiègne, France

Résumé

Une comparaison de modélisations de l'amorçage et de la propagation de la fissuration transverse et des décohesions au sein d'une cellule élémentaire représentative d'un composite tissé est réalisée. Celle ci utilise d'une part un critère couplé (CC) en énergie et en contrainte et d'autre part un modèle des zones cohésives (CZM). De manière globale les deux approches reposant sur les même grandeurs physiques sont comparables. Cependant les contraintes imposées sur l'évolution de l'endommagement avec le CC ralentissent celui-ci par rapport au CZM qui ne les impose pas. L'observation en détails des géométries de fissures obtenues avec chaque modèle montre que le CZM permet une propagation moins guidée que dans le cas avec le CC et les hypothèses contraignantes.

Abstract

The initiation and propagation of transverse yarn cracks and yarn debondings within a representative unit cell of a composite with woven reinforcement is modeled using two different methods : a coupled stress and energy criterion (CC) and a cohesive zone model (CZM). The results obtained with both methods are similar, as they rely on the same physical quantities. However, the constraints imposed on damage in the CC method to reduce computational costs lead to a slower damage progression compared to the CZM. Detailed analysis of the crack geometries obtained with each method show that the damage propagation obtained with the CZM is less guided than with the CC and its limiting hypotheses.

Mots Clés : Modélisation de l'endommagement, composite tissé, échelle mésoscopique, zones cohésives, critère couplé
Keywords : Failure modelling, woven composite, mesoscopic scale, cohesive zone, coupled criterion

1. Introduction

Les matériaux composites à renfort tissé présentent une grande variété de configurations (type et architecture de renfort), et donc de propriétés mécaniques, permettant d'élargir de plus en plus leur champ d'application. L'utilisation de la modélisation à l'échelle mésoscopique permet de représenter finement l'architecture du renfort des composites tissés. C'est donc l'échelle privilégiée pour modéliser les mécanismes d'endommagement qui ont une influence non-négligeable sur les propriétés mécaniques macroscopiques du matériau. La mécanique de la rupture linéaire élastique permet de modéliser la propagation d'une fissure existante mais échoue à prédire son amorçage. Pour cela des méthodes basées sur la mécanique de la rupture incrémentale ont été développées [1]. Ces méthodes reposent sur l'amorçage brutal de fissures de longueur finie. Dans ce contexte l'amorçage est alors modélisé en utilisant un critère couplé (CC) en contrainte et en énergie mis en place par Leguillon [2], qui permet de définir le chargement critique et les dimensions finies de la fissure correspondante.

Ce critère est utilisé pour des applications variées [3, 4, 5], comme cela a été présenté récemment par Weißgraeber et al. [6] dans une revue détaillée.
Une autre approche largement répandue pour décrire de manière discrète l'endommagement est le modèle des zones cohésives (ou *cohesive zone model* - CZM), consiste à relier une force cohésive à un saut de déplacement entre les deux surfaces d'une interface. En diminuant graduellement les forces cohésives avec une ouverture croissante de l'interface, il est possible de simuler le processus mécanique de dégradation d'un matériau.
La principale différence entre les deux approches est la présence, pour le modèle cohésif, d'une *process zone* composée d'éléments endommagés. Malgré la différence de mécanisme de propagation de l'endommagement entre les deux méthodes (le CZM diminue progressivement les forces à l'interface tandis que la mécanique de la rupture incrémentale les annule directement) les paramètres des deux lois reposent sur les mêmes grandeurs. En effet l'énergie dépensée par unité de surface pour créer une nouvelle fissure est G_c, le taux de restitution d'énergie critique du matériaux, identique pour les deux modèles. Le critère en contrainte utilisé pour amorcer l'endommagement σ_c est également le même.
Plusieurs comparaisons entre CZM et CC ont été menées dans la littérature : Martin et al. [7] a comparé les deux approches dans le cas de décohesions en bord d'échantillon. Il a observé des états d'amorçage similaires pour le CC et le CZM dans le cas ou la zone endommagée reste petite devant les dimensions du problème. En effet pour des longueurs d'endommagements plus importantes la *process zone* devient plus grande introduisant un retard à l'amorçage. Récemment Doitrand [8] a également montré des configurations d'amorçage (déformation et longueur initiale de fissure) similaires pour les deux modèles dans le cas de l'étude en 2D d'une plaque trouée d'un losange. Dans cette étude la *process zone* est 10 fois plus petite que la longueur de la fissure à l'amorçage. Cornetti et al. [9] est parvenu à obtenir des endommagements comparables pour de grandes *process zones* avec l'introduction d'une fonction de pénalisation dans la condition en contrainte du critère couplée.
Le but des travaux présentés ici est de comparer CC et CZM sur une géométrie 3D complexe d'intérêt industriel. Il s'agit de mettre en évidence l'apport de chaque méthode pour l'étude de l'endommagement (amorçage et propagation) à l'échelle mésoscopique un composite tissé.

2. Présentations des méthodes

2.1. Le critère couplé

Le critère couplé développé par Leguillon [2] spécifie qu'une fissure apparait ou propage sur une surface ΔS quand la contrainte sur cette surface est supérieure à la contrainte à rupture du matériau σ_c, et que simultanément l'énergie disponible pour la formation de la fissure est supérieure à $G_c \cdot \Delta S$ (Eq. 1).

$$\begin{cases} f(\sigma_{ij}(x)) \geq \sigma_c, \forall x \in \Omega_c \\ G_{inc}(\Delta S) \geq \Delta S \cdot G_c \end{cases} \qquad \text{(Eq. 1)}$$

où $G_{inc}(S)$ est le taux de restitution d'énergie incrémental. $G_{inc}(S)$ représente la variation d'énergie potentielle au sein du matériau entre un état sain et un état endommagé. D'après ce double critère, le chargement à l'amorçage est donné par la valeur minimale pour laquelle les deux inégalités de l'équation (Eq. 1) sont validées. Dans le cadre des hypothèses d'élasticité linéaire et des petites déformations, la contrainte est proportionnelle au chargement (Eq. 2). Les énergies potentielles des matériaux sain et endommagé, et par conséquent le taux de restitution d'énergie incrémental, sont proportionnelles au carré de la déformation imposée.

$$\begin{cases} \sigma = k\varepsilon = \sigma_c \\ G_{inc}(S) = A(S)\varepsilon^2 = G_c \end{cases} \qquad \text{(Eq. 2)}$$

En pratique un seul calcul éléments finis est nécessaire pour obtenir k et donc le critère en contrainte. En revanche, pour le critère en énergie, plusieurs calculs doivent être effectués afin de déterminer $A(S)$.
La propagation de la fissuration est guidée par le taux de restitution d'énergie différentielle $G = \frac{-dW}{dS}$. Numériquement celui ci est calculé à partir du taux de restitution d'énergie incrémental G_{inc} (Eq. 3)

$$G(S) = \frac{-dW}{dS} = \frac{dG_{inc}(S)}{dS} + G_{inc}(S) \qquad \text{(Eq. 3)}$$

G_{inc} ayant déjà été calculé pour définir la configuration d'amorçage de l'endommagement, l'obtention de G ne nécessite aucun calcul EF supplémentaire. La stabilité de la propagation dépend du taux de restitution d'énergie différentiel G. Cet aspect a été détaillé par A. Doitrand dans le cas de l'étude de l'endommagement d'un composite tissé [5]. Après l'amorçage, plusieurs cas de propagation se distinguent :

- Aucune propagation : $G < G_c$
- Propagation stable : $G = G_c$ et $\frac{dG}{dS} \leq 0$
- Propagation instable : $G > G_c$ (ou $G = G_c$ et $\frac{dG}{dS} \geq 0$)

Dans le cas d'une propagation stable une augmentation de la déformation est requise pour faire propager la fissure, à la différence d'une propagation instable qui intervient sans augmentation du chargement. Dans certains cas, l'excès d'énergie engrangé par une propagation instable peux entrainer une propagation supplémentaire de l'endommagement [5, 10]. En réalité une partie de cette énergie est dissipée et l'autre est utilisée pour la propagation.

2.2. Le modèle cohésif

Le modèle des zones cohésives traduit la relation entre la force de traction cohésive T et le saut de déplacement δ au sein d'une *process zone*, cette approche fut introduite par Dugdale et Barenblatt [11, 12]. Elle se rapproche de la mécanique de la rupture dans le cas d'une *process zone* de taille négligeable devant la taille caractéristique du problème. La première partie du modèle correspond à un comportement élastique pour lequel la force de traction T augmente jusqu'à une valeur critique σ_c, au déplacement d'ouverture δ_0. Intervient ensuite un comportement adoucissant traduisant l'endommagement progressif de l'interface jusqu'à un déplacement critique δ_c pour lequel la force cohésive s'annule, ce qui correspond à l'apparition locale de la fissure. Trois zones distinctes sont donc identifiables : une zone d'éléments sains, une zone d'élements plus ou moins endommagés et une zone d'éléments rompus (Fig. 1b). L'aire sous la courbe représente l'énergie nécessaire à l'ouverture de la fissure, dans le cas d'un matériau élastique sans dissipation d'énergie elle est égale à G_c. La figure (Fig. 1a) présente la courbe effort cohésif - saut de déplacement, dans le cas d'un modèle de zone cohésive bi-linéaire. Les allures de courbes peuvent être différentes en fonction des comportements que l'on cherche à représenter [13, 14].

3. Implémentation numérique

Le support de cette étude est une cellule élémentaire représentative d'un composite tissé. La géométrie utilisée est celle d'un taffetas de fibre de verre dans une matrice thermodurcissable, elle est issue des travaux de Doitrand [15] dans lesquels sont détaillés les étapes d'obtention du maillage. Les endommagements observés dans ce matériau sont des fissures intra-toron transverses à la direction de chargement et des décohésions inter-toron en pointe de fissure [15]. L'endommagement est introduit de manière discrète au sein de la géométrie à l'aide du module Z-Cracks développée à l'ONERA par Chiarrutini [15] au sein de la suite Z-set (Fig. 2). L'étude des deux modélisations se concentre sur l'analyse de l'endommagement d'un seul toron.

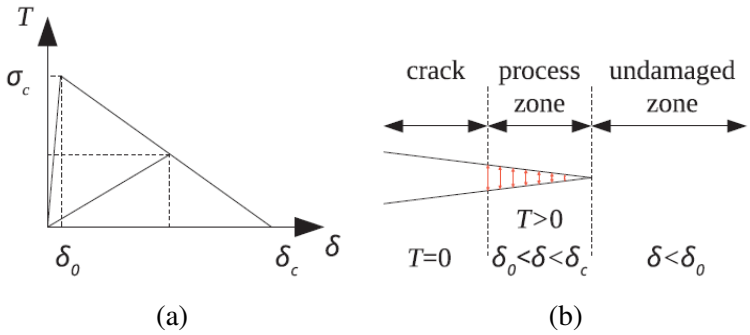


Fig. 1.: (a) Courbe effort - saut de déplacement (exemple d'un modèle bi-linéaire) (b) Représentation schématique de la process zone [8]

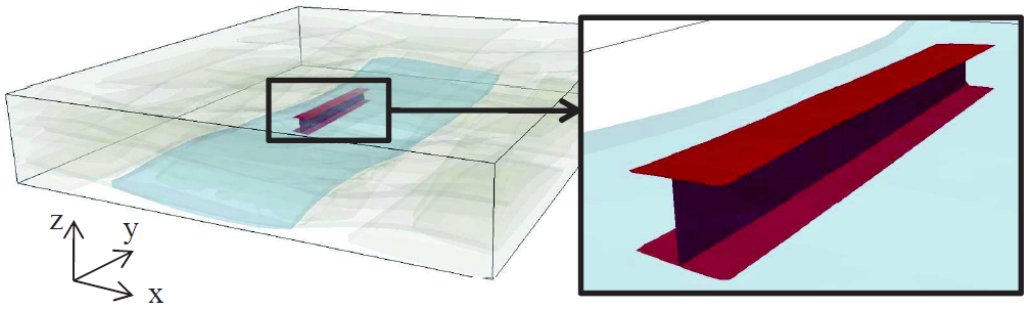


Fig. 2.: Illustration du type d'endommagement inséré dans la CER (fissure intra-toron et décohesion en pointe de fissure [5]

3.1. Mise en œuvre du critère couplé

L'obtention des données nécessaires à l'application du critère en contrainte dans la cellule de taffetas ne nécessite qu'un seul calcul linéaire élastique comme indiqué précédemment. En revanche pour l'application du critère en énergie, un calcul EF par configuration de fissure est nécessaire. Ces calculs permettent de trouver la configuration qui minimise la déformation obtenue à partir du critère. Dans le cas de la géométrie d'un composite tissé les configurations de fissures possibles sont innombrables, il a donc été nécessaire de mettre en œuvre certaines hypothèses afin de limiter le nombre de calculs à mener. Les hypothèses utilisées par Doitrand ont donc été reprises [5].

- Plan de fissure à l'intérieur du toron parallèle aux fibres
- Fissure traversant toute l'épaisseur du toron
- Fissures orthogonales à la direction de chargement
- Fissures localisées au niveau des maxima du critère en contrainte
- Propagation de l'endommagement symétrique par rapport au maximum du critère en contrainte

L'utilisation de ces hypothèses permet de réduire le nombre de paramètres utilisés : seule la longueur de la fissure l_c est nécessaire pour décrire la configuration d'amorçage. La méthode décrite dans la section précédente (cf Sec. 2.1) est ensuite utilisée pour étudier l'amorçage de la fissuration avec la condition en énergie du CC. Il s'avère que dans le cas de la géométrie traitée ici le critère en contrainte est validé dans tout le toron pour les niveaux de déformations d'amorçage obtenus avec le critère en énergie. C'est donc le critère en énergie qui pilote l'amorçage de la fissuration. Le maximum du critère en contrainte permet de localiser l'amorçage [5].
L'amorçage de la décohésion est également déterminé à l'aide du CC, celui ci intervient une fois la fissuration transverse initiée. En effet celle ci entraine une concentration de contrainte locale en pointe

de fissure qui permet la validation du critère en contrainte. Des hypothèses sont également formulées sur la géométrie des décohésions :

- Propagation symétrique de part et d'autre de la fissure
- Propagation symétrique sur les faces supérieures et inférieures du toron
- Longueur de la décohésion constante sur toute la longueur de la fissure

Ces hypothèses permettent là aussi de décrire la décohésion par un seul paramètre : la longueur de décohésion l_d de part et d'autre de la fissure. La prise en compte d'une propagation de l'endommagement en décohesion et en fissure augmente le nombre de calculs à réaliser de manière significative. Il est nécessaire de tester toutes les combinaisons possibles de paramètres (l_c, l_d) afin de trouver la configuration la plus favorable énergétiquement.

3.2. Mise en œuvre du modèle des zones cohésives

Le modèle des zones cohésives utilisé dans cette étude est un modèle bi-linéaire reprenant les mêmes paramètres σ_c et G_c utilisés pour le CC. Les éléments cohésifs sont introduits sur toute la longueur du toron dans un plan normal au chargement appliqué, localisé au maximum du critère en contrainte. Les éléments cohésifs de la décohésion sont insérés à l'interface inter toron de part et d'autre du plan de la fissure. Ils s'étendent sur une longueur nettement supérieure à celle de la décohésion obtenue avec le CC pour une fissure propagée sur toute la longueur du toron, ceci afin d'éviter d'imposer une longueur de décohésion maximale. Avec les paramètres utilisés (G_c et σ_c), il a été observé que la taille de la *process zone* était du même ordre de grandeur que celle de la fissure à l'amorçage obtenue avec le CC.
L'implémentation du modèle cohésif permet en un seul calcul EF de déterminer l'amorçage de l'endommagement ainsi que sa propagation, mais le caractère non linéaire de celui ci nécessite le calcul de nombreux incréments afin de modéliser l'intégralité de la propagation. De plus pour assurer la convergence du calcul implicite, a chaque incrément plusieurs itérations sont nécessaires.

4. Comparaison des deux modélisations CC et CZM

4.1. Résultats des simulations

La mise en œuvre des deux approches a permis de comparer l'évolution de la fissuration au sein d'un toron avec les deux modèles (Fig. 3). Le fait de moins contraindre la géométrie des fissures et décohésions avec le CZM devrait accélérer la propagation, par rapport au CC. Dans le cas on l'on considère pour le CZM les éléments totalement rompus, la longueur de fissure est plus petite qu'avec le CC. Cependant cela revient à négliger toute la *process zone* qui contient des éléments endommagées et qui induit un endommagement plus progressif. En réalité, à longueur de fissure équivalente la zone endommagée avec le CZM est bien plus grande qu'avec le CC et plus d'énergie a été dissipée. Il est d'ailleurs possible d'observer que lorsque la fissure traverse l'intégralité du toron, les niveaux de chargement sont similaires.
L'observation en détail des zones endommagées, pour le niveau de déformation à l'amorçage déterminé avec le CC, révèle que les fissures obtenues avec les deux approches propagent différemment (Fig. 4a). En effet les hypothèses formulées font que la propagation avec le CC s'effectue de façon symétrique de part et d'autre du point d'amorçage, tandis que avec le CZM direction de propagation de la fissure n'est pas imposée. La propagation de l'endommagement avec le CZM apparait être directement impactée par l'architecture du renfort. La reprise ou non des efforts par des torons voisins semble être un critère important. L'analyse de la propagation sur d'autres torons confirme cette observation.
L'amorçage des décohésions intervient avec le CZM quand la fissure atteint la peau du toron comme cela est observé avec le CC, cependant cela se produit sur les faces supérieures et inférieures du toron pour des chargements différents (Fig. 4b et 4c). La propagation des décohésions n'est donc pas

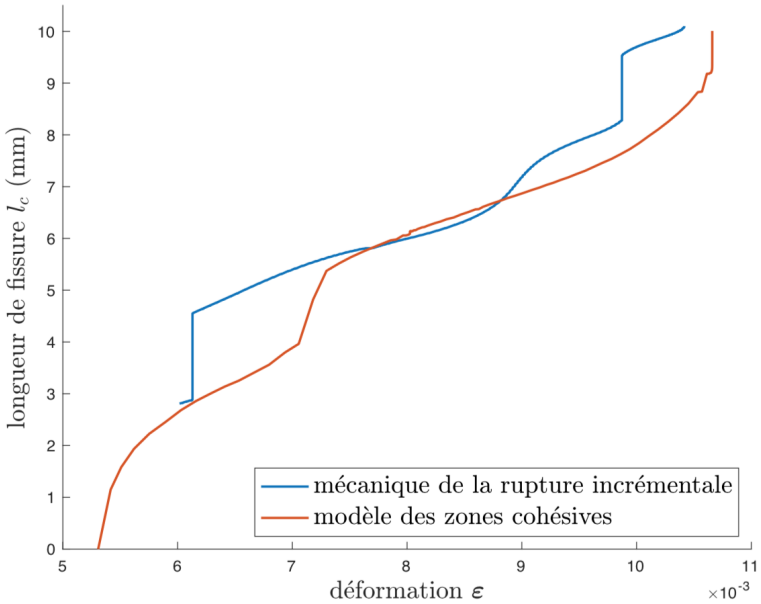
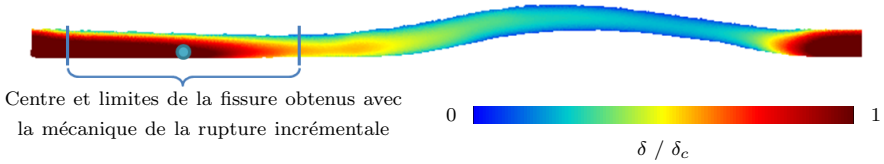


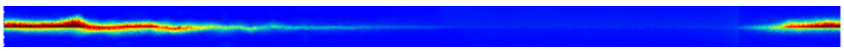
Fig. 3.: Évolution de la longueur de la fissure au sein du toron avec les deux méthodes de modélisation

symétrique de part et d'autre du toron. Une asymétrie est également observée sur la propagation des décohésions autour de la pointe de fissure.
De plus pour certains torons des points d'amorçages secondaires sont observés grâce aux CZM, deux fissures distinctes sont donc présentes dans le même plan avant de se rejoindre pour n'en former qu'une à l'approche de la rupture.
Ces éléments remettent en question les hypothèses formulées lors de la mise en place de la modélisation à l'aide du CC pour une observation fine à l'échelle mésoscopique des mécanismes de l'endommagement. En revanche les données macroscopique obtenues avec les deux modèles semblent être en accord (déformation à l'amorçage, déformation à rupture)



(a) Comparaison de l'endommagement au sein d'un toron obtenu avec les zones cohésives et la mécanique de la rupture incrémentale

(b) Décohésion en pointe de fissure avec le modèle cohésif sur la face inférieure du toron



(c) Décohésion en pointe de fissure avec le modèle cohésif sur la face supérieure du toron

Fig. 4.: Déplacement d'ouverture de l'interface normalisé obtenu avec le modèle cohésif pour un niveau de chargement correspondant à l'amorçage de l'endommagement prévu avec la mécanique de la rupture incrémentale.

4.2. Cout numérique

La mise en œuvre du CC ne nécessite que des calculs linéaires élastiques relativement peu couteux individuellement (environ 2h) ne nécessitant qu'un seul incrément et qu'une itération. Cependant pour s'approcher d'une modélisation plus réaliste de l'endommagement de la CER il est nécessaire de

limiter les hypothèses. La prise en compte de tous les paramètres de propagation observés avec le CZM (direction de propagation de la fissure, décohésions non symétriques, propagation en fissuration transverse et décohésion) fait croitre de manière exponentielle le nombre de calculs à réaliser. Ceci est à fortiori vrai lors de l'étude du couplage entre plusieurs fissures. Le cout final d'une telle étude devient très vite important. Cependant les calculs peuvent être parallélisés de manière assez simple. Il peut être également intéressant de mettre en œuvre des outils pour restreindre l'espace des paramètres à calculer (méthode du gradient, approche à direction de descente). Le calcul avec le CZM est beaucoup plus couteux (de 4 jours à 1 semaine) mais permet de prendre en compte tous ces paramètres directement, ce qui dans le cas d'une géométrie 3D complexe comme présentée ici est un réel avantage.

5. Conclusion

La comparaison entre le critère couplé et un modèle cohésif bilinéaire sur une géométrie complexe montre que les deux approches sont globalement cohérentes. Cependant de par la nature même des modélisations certaines différences apparaissent. L'amorçage de l'endommagement observé est différent : il est brutal sur une longueur finie avec le CC tandis qu'il est progressif avec le CZM. La présence d'une *process zone* avec le CZM semble entrainer un léger retard de la propagation sur le CC si la fissure est définie comme la zone des éléments complètement rompus. La zone endommagée est en réalité bien plus grande. Limiter le nombre d'hypothèses contraignant la propagation dans le cas des CZM engendre une progression de l'endommagement plus rapide, ce qui s'exprime par une dissipation d'énergie en avance par rapport au CC. Dans le cadre d'une démarche de modélisation prédictive de l'endommagement ayant pour objectif de concevoir une architecture de renfort, l'utilisation du CZM permet d'étudier de manière plus fine l'influence de l'architecture sur l'endommagement. Le nombre d'hypothèses étant plus faibles, les phénomènes observés sont moins influencés par celles-ci et donc plus représentatifs d'un comportement réel. Effectuer une simulation avec les mêmes contraintes à l'aide du CC entrainerait avec la méthode actuelle une explosion du nombre de calculs.

Références

[1] Z. Hashin « Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis », *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* Vol. 44 n° 7, pp. 1129–1145, 1996, ISSN 0022-5096.

[2] D. Leguillon « Strength or toughness ? A criterion for crack onset at a notch », *European Journal of Mechanics - A/Solids* Vol. 21 n° 1, pp. 61–72, 2002, ISSN 0997-7538.

[3] D. Leguillon, Z. Yosibash « Crack onset at a v-notch. Influence of the notch tip radius », *International Journal of Fracture* Vol. 122 n° 1, pp. 1–21, 2003, ISSN 1573-2673.

[4] V. Mantič « Interface crack onset at a circular cylindrical inclusion under a remote transverse tension. Application of a coupled stress and energy criterion », *International Journal of Solids and Structures* Vol. 46 n° 6, pp. 1287–1304, 2009, ISSN 0020-7683.

[5] A. Doitrand, C. Fagiano, N. Carrère, V. Chiaruttini, M. Hirsekorn « Damage onset modeling in woven composites based on a coupled stress and energy criterion », *Engineering Fracture Mechanics* Vol. 169, pp. 189–200, 2017, ISSN 0013-7944.

[6] P. Weißgraeber, D. Leguillon, W. Becker « A review of Finite Fracture Mechanics : crack initiation at singular and non-singular stress raisers », *Arch Appl Mech* Vol. 86 n° 1-2, pp. 375–401, 2016, ISSN 0939-1533, 1432-0681.

[7] E. Martin, T. Vandellos, D. Leguillon, N. Carrère « Initiation of edge debonding : coupled criterion versus cohesive zone model », *Int J Fract* Vol. 199 n° 2, pp. 157–168, 2016, ISSN 1573-2673.

[8] A. Doitrand, R. Estevez, D. Leguillon « Comparison between cohesive zone and coupled criterion modeling of crack initiation in rhombus hole specimens under quasi-static compression », *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* Vol. 99, pp. 51–59, 2019, ISSN 0167-8442.

[9] P. Cornetti, M. Muñoz-Reja, A. Sapora, A. Carpinteri « Finite fracture mechanics and cohesive crack model : Weight functions vs. cohesive laws », *International Journal of Solids and Structures* Vol. 156-157, pp. 126–136, 2019, ISSN 0020-7683.

[10] P. Weißgraeber, S. Hell, W. Becker « Crack nucleation in negative geometries », *Engineering Fracture Mechanics* Vol. 168, pp. 93–104, 2016, ISSN 0013-7944.

[11] D. S. Dugdale « Yielding of steel sheets containing slits », *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* Vol. 8 n° 2, pp. 100–104, 1960, ISSN 0022-5096.

[12] G. I. Barenblatt « The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks », *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* Vol. 23 n° 3, pp. 622–636, 1959, ISSN 0021-8928.

[13] G. Alfano, M. A. Crisfield « Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites : mechanical and computational issues », *International Journal for Numerical Methods in Engineering* Vol. 50 n° 7, pp. 1701–1736, 2001, ISSN 1097-0207.

[14] P. P. Camanho, C. G. Davila, M. F. de Moura « Numerical Simulation of Mixed-Mode Progressive Delamination in Composite Materials , Numerical Simulation of Mixed-Mode Progressive Delamination in Composite Materials », *Journal of Composite Materials* Vol. 37 n° 16, pp. 1415–1438, 2003, ISSN 0021-9983.

[15] A. Doitrand, C. Fagiano, V. Chiaruttini, F. H. Leroy, A. Mavel, M. Hirsekorn « Experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites under quasi-static tensile loading », *Composites Science and Technology* Vol. 119, pp. 1–11, 2015, ISSN 0266-3538.