



HAL
open science

Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées

François Conne

► **To cite this version:**

François Conne. Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées. *Éducation et francophonie*, 2003, La spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire, XXXI (2), pp.82-102. hal-02420547

HAL Id: hal-02420547

<https://hal.science/hal-02420547>

Submitted on 8 Jan 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées

François CONNE

Didactique des mathématiques, Fpse, Université de Genève, Suisse
Ddmes, Ifres, Hep, Lausanne, Suisse



Conseil de recherches en
sciences humaines du Canada

Social Sciences and Humanities
Research Council of Canada

Canada



Patrimoine
canadien

Canadian
Heritage

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est d'inspirer et de soutenir le développement et l'action des institutions éducatives francophones du Canada.

Directrice de la publication
Chantal Lainey, ACELF

Présidente du comité de rédaction
Marianne Théberge,
Université d'Ottawa

Comité de rédaction
Gérald C. Boudreau,
Université Sainte-Anne
Lucie DeBlois,
Université Laval
Simone Leblanc-Rainville,
Université de Moncton
Paul Ruest,
Collège universitaire de Saint-Boniface
Marianne Théberge,
Université d'Ottawa

Directeur général de l'ACELF
Richard Lacombe

Conception graphique et montage
Claude Baillargeon pour Opossum

Responsable du site Internet
Anne-Marie Bergeron

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.



ASSOCIATION CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE LANGUE FRANÇAISE

268, Marie-de-l'Incarnation
Québec (Québec) G1N 3G4
Téléphone : (418) 681-4661
Télécopieur : (418) 681-3389
Courriel : info@acef.ca

Dépôt légal
Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada
ISSN 0849-1089

La spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire

Rédactrices invitées :

Claudine MARY et **Sylvine SCHMIDT**, Faculté d'éducation,
Université de Sherbrooke, (Québec) Canada

- 1 **Liminaire**
La spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire
Claudine MARY et Sylvine SCHMIDT, Faculté
d'éducation, Université de Sherbrooke, (Québec) Canada
- 13 **Les rencontres singulières entre les élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques et leurs enseignants**
Gisèle LEMOYNE et Geneviève LESSARD, Université
de Montréal, Montréal (Québec), Canada
- 45 **Impact des capacités d'autorégulation en résolution de problèmes chez les enfants de 10 ans**
Jérôme FOCANT - Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique
- 65 **Analyse didactique d'une situation d'apprentissage coopératif des mathématiques au primaire réalisée dans un contexte d'intégration scolaire**
Diane GAUTHIER et Jean-Robert POULIN, Université
du Québec à Chicoutimi (Québec) Canada
- 82 **Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées**
François CONNE, Didactique des mathématiques, Fpse, Université de Genève, Suisse
- 103 **Interventions orthopédagogiques sous l'angle du contrat didactique**
Claudine MARY, Université de Sherbrooke, (Québec) Canada
- 125 **Interactions sociales et apprentissages mathématiques dans une classe d'élèves en difficulté grave d'apprentissage**
Sylvine SCHMIDT, Université de Sherbrooke, Sherbrooke (Québec) Canada
Louise THIVIERGE, École Vanguard Québec Itée, (Québec) Canada
- 155 **Le temps didactique dans trois classes de secondaire I (doubleurs, ordinaires, forts)**
Sophie René DE COTRET et Jacinthe GIROUX,
Université de Montréal, Montréal (Québec) Canada
- 176 **Interpréter explicitement les productions des élèves : une piste...**
Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec (Québec) Canada
- 199 **L'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé est-il pavé de bonnes analyses d'erreurs?**
Christian CANGE et Jean-Michel FAVRE, HEP-Vaud, Lausanne, Suisse
- 218 **Le développement du système en base 10 chez des élèves de 2^{ème} et de 3^{ème} année primaire, une étude exploratoire**
Marie COLLET, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées

François CONNE

Didactique des mathématiques, Fpse, Université de Genève, Suisse
Ddmes, Ifres, Hep, Lausanne, Suisse

RÉSUMÉ

L'objet principal de mes études dans l'enseignement spécialisé (ES) sont les situations et leur dynamique que j'essaye d'aborder en examinant les *interactions de connaissances* qui les traversent et les *investissements de savoirs* qu'elles actualisent. Je cherche à comprendre comment les situations sont à la fois supports, cadres et moteurs des apprentissages qui se déroulent dans les institutions ES, que ces apprentissages soient provoqués ou non, prévus ou au contraire fortuits. Pour ce faire, je ne me contente pas de construire des situations isolées et ad hoc, mais me concentre sur l'étude *d'un suivi de situations*. Ce ne sont pas exactement des *séquences de situations* comme les étudie la théorie des situations didactiques en ce sens qu'elles ne sont pas pensées d'avance en fonction d'un objectif de savoir préalablement fixé. J'étudie des situations non seulement du point de vue de leur développement interne, mais encore du point de vue des suivis de situations qu'elles permettent de générer. Cette communication définit ces nouvelles expressions et donne des exemples de divers aspects de la question.

ABSTRACT

Interactions Between Knowledge and Knowledge Investment in Mathematics Teaching in Special Education Institutions and Classes

The main object of my studies in teaching special education (SE) is situations and their dynamics, which I try to approach by examining the *knowledge interactions* involved in them and the *knowledge investments* that make them a reality. I try to understand how situations provide support, motivation and a framework for the learning that takes place in SE institutions, whether this learning is provoked or not, whether it is planned or it happens by chance. To do so, I concentrate on studying *situation follow-up*, rather than creating isolated and *ad hoc* situations. They are not exactly *sequences of situations* like those studied in the context of the theory of didactic situations, in the sense that they are not planned in advance with a previously set knowledge objective. I study situations from the points of view of both their internal development and the follow-up of the situations they generate. This article defines these new expressions and gives examples of various aspects of the question.

RESUMEN

Interacción entre conocimientos y transposición de saberes en la enseñanza de las matemáticas en instituciones y clases especializadas

El principal objeto de mis estudios en la enseñanza especializada (EE), son las situaciones y sus dinámicas las cuales trato de abordar examinando las interacciones entre conocimientos que las entrecruzan y las transposiciones de conocimientos que actualizan. Trato de comprender como las situaciones son al mismo tiempo soportes, cuadros y motores de los aprendizajes que se desarrollan en las instituciones EE, que dichos aprendizajes sean o no provocados, previstos o fortuitos. Para lograrlo, no me limito a construir situaciones aisladas y apropiadas, sino que me concentro en el estudio del seguimiento de situaciones. No se trata tanto de las secuencias de situaciones como las estudia la teoría de las situaciones didácticas en el sentido en que no han sido pensadas de manera anticipada en función de un objetivo de conocimiento previamente establecido, sino del punto de vista del seguimiento de situaciones que generan. Esta comunicación define esas nuevas expresiones y ofrece ejemplos de los diversos aspectos de la cuestión.

Introduction

L'objet principal de mes études dans l'enseignement spécialisé (ES), ce sont les situations (au sens où on l'entend en didactiques des mathématiques) et leur dynamique. J'essaye de les aborder en examinant les interactions de connaissances qui les traversent. Je cherche à comprendre comment les situations sont à la fois supports, cadres et moteurs des apprentissages qui se déroulent dans ces classes, que ces apprentissages soient provoqués ou non, prévus ou au contraire fortuits. Les mécanismes à l'œuvre sont ceux du jeu de dévolution / institutionnalisation ou plus généralement du double mouvement de conversion connaissance / savoirs (pour une définition de ces termes, voir Rouchier (1991), (1996)).

Dans mes recherches sur le terrain de l'ES, je ne construis pas des situations isolées et *ad hoc*, mais des *suivis de situations*. Je ne parle pas de *séquences de situations* parce que ce suivi n'est pas pensé d'avance en fonction d'un objectif de savoir préalablement fixé, comme cela est préconisé dans les recherches sur l'ingénierie et la théorie des situations. Font objet de l'étude d'une situation non seulement la manière dont elle se développe, mais encore les suivis qu'elle peut générer, i.e. dans mon cas, la possibilité qu'il y ait, pour le chercheur, de tirer parti de ce qu'il observe dans une situation donnée pour en inventer une autre, dans le cadre d'un suivi. Il s'agit donc de regarder comme de l'intérieur, la manière dont des situations peuvent s'articuler.

Si l'objet de mes recherches est bien l'étude des situations, pour examiner ce qui se passe, en particulier dès qu'il s'agit de considérer les individus impliqués dans les situations successives qui leur sont proposées, je dois distinguer deux niveaux. Le premier est interne à la situation et à son propos; je parlerai *d'interaction de connaissances*, le second, que je dirais externe, est de l'ordre du transport du savoir d'une situation à l'autre, voire d'un lieu à l'autre de l'institution, et à son propos; je parlerai *d'investissement de savoir*. Le cadre global de tout ceci est l'institution, elle-même caractérisée par un réseau de lieux, un collectif de personnes circulant dans ce réseau et une distribution des savoirs engendrée par cette circulation.

Le but de cette communication est de formuler et illustrer quelques éléments d'un cadre théorique et problématique supportant un certain nombre de descriptions de mes observations. Lors de ma présentation orale, j'ai pu illustrer mes propos à partir d'un matériel que je ne puis reproduire ici. Je suis conscient de ne pouvoir ici qu'esquisser mes descriptions et ne vous livrer des données plus suggestives que véritablement exemplaires. J'espère pourtant que le trait sera suffisamment fort pour que vous puissiez vous faire une idée précise de ce que je propose.

Interaction de connaissances

J'utilise ici le mot connaissance comme un des deux termes du couple connaissance / savoir, et je me suis expliqué là-dessus dans de nombreux textes. Je renvoie le lecteur à Conne (1992), (1998) et (1999a).

L'activité cognitive est interaction. L'individu, source de l'interaction, en est le *sujet* et les choses avec lesquelles il interagit en sont les *objets*. Les choses ne sont jamais présentes toutes seules et les objets sont inter-reliés dans et par les *interactions cognitives*. On peut parler de milieu pour désigner ces ensembles d'objets. Parler de milieu est donc relatif à une (des) interaction(s) cognitive(s). Dans les systèmes que je considère, je distingue deux niveaux selon que j'inclus ou non dans ces milieux un ou d'autres sujets partenaires. Il y a *interaction de connaissances* (et plus seulement *interaction cognitive*) lorsque le milieu considéré contient non seulement des objets mais encore plus d'un sujet, et donc des interactions cognitives diverses. Je m'intéresse aux connaissances qui ont les mathématiques pour contenus, c'est-à-dire à des connaissances que je puisse reconnaître comme liées à certains savoirs mathématiques institués. Cette condition de re-connaissance me place donc *de facto* dans le cadre de l'étude des interactions de connaissances. Mes recherches portent exclusivement sur l'enseignement des mathématiques élémentaires et mes propos ne dépassent pas ce cadre.

Pertes de contrôle et prises de contrôles

Je me propose d'observer les interactions de connaissances et je chercherai ici à rendre compte de leur dynamique au travers de la succession des prises et pertes de contrôles de la part de leurs différents acteurs des situations observées qui, comme je le préciserai plus loin sont d'un caractère particulier.

Pertes et prises de contrôle et dynamique intra-situation

Regarder les prises et pertes de contrôle, c'est tenter de faire le lien entre la dynamique de l'interaction de connaissance et les savoirs en jeu.

Dans mon article *Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique*, je proposais de distinguer deux cas. Premièrement, celui pour lequel le contrôle de la relation sujet / situation se trouve du côté de la situation, je disais alors que *le sujet est en rapport de connaissance à la situation*. Secondement, le cas où ce contrôle se trouve du côté du sujet (et de la représentation), je disais alors que *le sujet est en rapport de savoir à la situation*. Si les processus cognitifs relèvent de l'adaptation du sujet à la situation et de l'équilibration des structures cognitives, le savoir est de l'ordre de l'utilité des connaissances pour *transformer les situations*. On dira par exemple, que l'enjeu de toute dévolution didactique est d'instaurer, pour l'élève, un rapport de savoir à la situation.

Je considère après Rouchier (1991) et (1996) que dévolution et institutionnalisation sont les deux facettes d'un même processus *de conversions Savoir /*

Connaissance qui est continûment à l'œuvre dans les situations. Regarder les pertes et prises de contrôle dans les situations est donc essayer de mettre en correspondance la dynamique interne de la situation avec celle du processus dévolution / institutionnalisation. Dans certains cas, cette continuité de processus nuit au pilotage de situations.

Exemple, activité de partage :

Le nombre et les dénombrements peuvent intervenir à différents degrés dans le contrôle d'un partage. Si vous devez réaliser un partage équitable effectif d'une collection d'objets à un groupe de personnes, vous n'aurez pas besoin de savoir combien il y a d'objets ni combien il y a de personnes, et si vous opérez correctement, vous n'aurez pas non plus besoin de vous enquérir sur le nombre d'objets que chacun aura reçu. Il n'empêche que savoir combien il y a d'objet à distribuer en combien de parts peut vous aider dans votre tâche; et vous pourrez aussi vouloir contrôler votre résultat en dénombrant ou figurant de quelque autre manière le nombre d'objets des parts de chacun. Ce faisant, vous associez des dénombrements à vos actions de partage (dénombrements tantôt d'objets, tantôt d'actes). La portée de telles actions est double : elles vous permettent d'organiser votre distribution et elles vous garantissent le résultat, pour autant que vos dénombrements soient fiables (à défaut de quoi ils vont perturber et compliquer l'accomplissement du partage). Vous pouvez alors contrôler à leur tour vos dénombrements de différentes manières, par exemple en effectuant un calcul selon le scénario suivant : dénombrement de la quantité à distribuer, calcul anticipateur de la valeur d'une part, vérification empirique via la distribution et le dénombrement d'une part. Mais on peut encore envisager d'autres moyens.

Selon qu'il vaudra inciter les élèves à de tels contrôles numériques (dénombrements, calculs, etc.), ou au contraire les bloquer, le didacticien essaiera de jouer sur la variable : *ordre de grandeur de la quantité à distribuer*. Par exemple, le didacticien cherchera à engager les élèves à dépasser les actes matériels d'un partage par distribution en recourant à un traitement mathématique plus commode. En passant d'une modalité à l'autre, le contrôle portant sur les *savoirs distribuer des quantités matérielles* va alors progressivement se reporter sur les *savoirs diviser des nombres*, tandis que les *savoirs dénombrer* joueront un rôle médiateur. Dans un cas comme dans l'autre, les dénombrements annexes sont secondaires. Pourtant, ils n'auront pas le même sens, ni la même fonction selon qu'ils sont effectués pour supporter un acte de distribution ou pour obtenir les données d'un calcul.

Tentant d'expérimenter dans des classes d'enseignement spécialisé une activité de partage (Hutin, et Groupe mathématique (1994)) pour laquelle, selon les descriptions de ses concepteurs, les dénombrements ne devaient intervenir que comme moyen de validation du partage obtenu, je me suis toujours trouvé devant l'impossibilité de contrôler que des dénombrements ne viennent pas parasiter le cours prévu de cette activité. À chaque fois, les dénombrements sont devenus centraux alors qu'ils n'auraient dû ne jouer qu'un rôle annexe. Il est même difficile que les expérimentateurs n'y soient pas entraînés à leur tour, à la faveur d'une perte momentanée de

contrôle. En effet, et cela n'a jamais manqué de se passer chaque fois que nous avons expérimenté cette activité dans les classes ES, à un moment ou à un autre, du matériel est toujours tombé par terre de sorte que nous étions nous aussi obligés, dans notre coin, de dénombrer les pièces (afin de pouvoir noter si les variables de la situation avaient été modifiées ou non). De tels accidents n'ont pas non plus manqué de se produire lorsque nous avons expérimenté cette activité en laissant les élèves travailler seuls, en présence d'un observateur qui était sensé rester en dehors des échanges. Ce dernier n'a pas pu éviter d'être pris à parti par les élèves et d'intervenir pour que le matériel ne se retrouve pas éparpillé aux 4 coins de la pièce.

Ce genre de difficultés se rencontre massivement dans les conditions de l'enseignement spécialisé et demande par conséquent à être soigneusement étudié. Les chercheurs se font toujours fort discrets sur ces questions comme si, justement, ils étaient sous contrôle. Pour moi qui me place dans une perspective d'interactions de connaissances et qui ne me contente pas d'observer les interactions cognitives des sujets chacun pour soi, c'est justement comprendre ce que supposent ces contrôles qui m'intéresse. Je dois donc aussi interpréter ce qui se passe aussi lors de tels incidents. Lors de telles tentatives de garder le contrôle de la situation, les acteurs engagent certains savoirs, en particulier numériques, et se focalisent sur certaines actions, par exemple des dénombrements. Le processus de dévolution / institutionnalisation qui était au préalable envisagé s'en trouve profondément perturbé, et les efforts du didacticien contrecarrés.

Prises de contrôle en amont de la situation

Les contraintes externes auxquelles on soumet les situations d'enseignement sont des prises de contrôle didactiques portant sur l'interprétation de l'interaction de connaissances..

Marie-Hélène Salin (Salin (2001)), décrit une situation d'énumération. Les élèves disposent d'une collection d'allumettes et d'une collection de boîtes d'allumettes. Ils doivent réaliser une énumération en glissant une allumette et une seule dans chaque boîte. Notre collègue disait qu'en s'assurant que toutes ces boîtes restent fermées, (ce qui n'empêche pas de glisser les allumettes dans les boîtes) l'expérimentateur rendait impossible aux élèves de s'appuyer sur leur perception visuelle. La description est correcte mais reste trop teintée d'empirisme. Il ne faudrait par exemple pas croire pour autant que si les boîtes étaient restées ouvertes tous les sujets auraient pour autant recouru à de tels contrôles perceptifs. En fait, même si cela est fort probable, on n'en sait rien et pour le savoir, il faudrait le contrôler, par exemple en engageant des moyens d'observation très sophistiqués, comme enregistrement de mouvements oculaires ou je ne sais quoi d'autre. Ce que l'action de l'expérimentateur fait en prévoyant de ne présenter que des boîtes fermées, c'est assurer que s'il accomplit sa tâche d'énumération (correctement ou pas, peu importe), l'élève n'aura pas pu mettre en œuvre un tel contrôle perceptif. La précaution de l'expérimentateur consiste à discriminer entre les diverses hypothèses qu'il peut faire *a priori* sur l'accomplissement de la tâche. C'est une *prise de contrôle anticipée* de la part de l'expérimentateur qui se répercute en aval, lors du pilotage de

la situation, soit par le truchement de consignes idoines, soit, comme c'est le cas fréquemment dans l'ES, par des interventions directes. Par ailleurs, comme une telle mesure influe sur la signification des actions des acteurs, je soutiens qu'elle est *de nature didactique*, c'est-à-dire qu'elle est liée aux savoirs en jeu : ici, les savoirs de l'énumération en lieu et place de contrôles perceptifs ou mnémotechniques.

Investissement et désinvestissement de situation

Au niveau intra-situation, je parlerai de *dynamiques de pertes et prises de contrôle dans la situation*, tandis qu'au niveau inter-situation, je parlerai de *dynamiques des investissements et désinvestissements des situations*.

Au delà de telle ou telle situation particulière, le savoir a une importance cruciale dans le fait qu'il se transporte (en se modifiant) de situations en situations. Ici, nous ne sommes plus au niveau de contrôle comme décrits à la section Pertes de contrôle et prise de contrôle, mais au niveau de ce que j'appellerai l'investissement et le désinvestissement didactiques. Les savoirs ont une fonction de décharge, de dispense, de sortie, de bifurcation, ils nous dégagent de l'emprise de la situation et nous les engageons pour tenter d'en prendre ou garder le contrôle. Cette dynamique se manifeste de différentes manières, et en particulier par des désinvestissements, ou au contraire des surinvestissements de certains savoirs, de la part des élèves, des enseignants, voire de l'institution elle-même.

Exemple : Surinvestissement

Le surinvestissement de certains savoirs n'est pas le seul fait des élèves.

À plusieurs reprises déjà, j'ai pu faire part de mon étonnement que dans les classes d'enseignement spécialisé qui jouissent d'une liberté certaine vis-à-vis des exigences des programmes scolaires, on consacre autant de temps et d'énergie à reprendre sempiternellement l'enseignement du calcul écrit. Il y a là une marque indéniable d'un surinvestissement institutionnel, largement partagé par les différents acteurs : enseignants, élèves, orthophonistes, parents, etc. Les phénomènes de dénombremens parasites que j'ai décrits sont sans doute une des manifestations de tels surinvestissements.

Exemple : Contrôle et investissement

Un exemple de l'articulation entre dynamique de contrôle intra-situations et dynamique d'investissement inter-situations.

En 1988, j'observe une leçon dans une classe accueillant des élèves « caractérisés » en âge de fin de scolarité obligatoire (15-17 ans). Le maître a prévu de mener une activité, tirée des manuels de 6P (âge 10-11 ans) autour de l'observation de la table de multiplication 12x12. À un moment donné, il est proposé aux élèves de calculer la somme des nombres dans les différentes cases. Pour cela, le maître autorise les élèves à utiliser une calculatrice. Quelques élèves ont leur propre calculatrice. Un des élèves en possède deux, une petite de poche ainsi qu'une autre,

beaucoup plus imposante avec ruban pour imprimer les calculs. Magnanime, cet élève a prêté sa petite calculette à un camarade qui n'en possède pas, se gardant pour lui la calculette imposante. Au bout d'un moment, tous les élèves ont obtenu le même nombre... tous sauf lui, et sa calculette a produit un nombre incroyablement plus élevé. Elle était en effet programmée autrement et avait repris de manière cumulée toutes les données successivement entrées par l'élève. La réaction ne s'est pas fait attendre : l'élève a quasiment arraché sa petite calculette des mains de son camarade pour lui refilet la grande. Cette anecdote est significative parce qu'elle marque combien l'élève (et sa famille) est pris dans les contradictions provenant de surinvestissement. Mais elle manifeste aussi toute une symbolique : la surprise que la grande machine qui devait avoir plus de valeur, donnait un résultat plus grand que la petite (qui affichait le résultat attendu et obtenu sur toutes les autres machines). (Passons sur le contrôle que l'élève sur-muni exerce sur son camarade démuné.)

Ce que j'ai retenu de cette anecdote c'est l'exemple, si fréquent, d'un passage fulgurant d'un surinvestissement à un désinvestissement. Mais la situation ne s'est pas arrêtée là et cette dynamique a connu un développement inattendu. J'ai aussitôt repris la balle au bond (prise de contrôle par l'observateur) pour proposer aux élèves de chercher par quel calcul cette machine avait bien pu produire un si grand nombre. Nous étions en pleine improvisation, qui est bien une manifestation d'interaction de connaissances, basée sur le fait que j'avais reconnu cette variante de programmation. À notre grande surprise, il est apparu alors qu'un des élèves a su trouver le calcul et a tenté de l'écrire au tableau en utilisant une notation avec parenthèses. Il avait dû apprendre cela ailleurs qu'en classe et l'occasion s'est présentée à lui de nous restituer ses savoirs en la matière. Il y a ici investissement de savoirs dans une tentative de prise de contrôle du résultat inattendu fourni par la calculette. Cela se fait lors d'un report d'une situation à une autre. Si on considère les choses du point de vue de l'enseignant, il y a eu localement et momentanément possibilité de se dégager d'une activité correspondant au programme de 6P, pour passer à une activité du programme de fin de scolarité obligatoire, tel que ces élèves auraient suivi s'ils n'accusaient pas de retard scolaire. Non seulement le maître a été appelé à marquer sa reconnaissance des savoirs manifestés par l'élève, mais encore il n'a pu que chercher à s'assurer que ses camarades le comprenaient, au moins partiellement. (Pour d'autres observations et une description du cadre de cette étude, voir Conne (1989b)).

Exemple : Investissement institutionnel

Une description contrastée de l'investissement d'un matériel didactique dans une institution.

En Suisse romande, les manuels scolaires préconisent l'utilisation d'un matériel appelé *polydrons*, une des innombrables versions de matériel de construction de polyèdres à base de plaques polygonales (dont entre autres triangles équilatéraux, carrés, pentagones et hexagones réguliers). Pas de doute que le thème des *solides de Platon* est un des piliers du domaine des *mathématiques amusantes*. En Suisse romande, l'école et les programmes proposent officiellement plusieurs activités autour

des polyèdres qui se situent certes en deçà de la problématique des solides platoniciens. Beaucoup d'écoles ou de classes possèdent donc ce matériel. Dans les classes que je fréquente, il n'est que très peu utilisé lors des leçons de mathématiques, mais sert lors d'activités récréatives. Sans conteste, l'institution prête aux polyèdres des vertus didactiques en matière de mathématiques et tout naturellement, les enseignants encouragent leurs élèves à jouer avec. Pourtant, le savoir des enseignants en matière de polyèdres est des plus élémentaires, ils ne connaissent généralement rien aux *solides de Platon*. De plus, leur curiosité est très limitée : ils ne regardent que les produits finis de leurs élèves, s'en tiennent à une brochure rudimentaire que l'on trouve dans les boîtes de ce jeu sur lesquelles sont essentiellement reproduits, à titre d'instructions de montage, quelques développements. Ils ne se questionnent pas du tout sur les potentialités du jeu. Il ne s'agit pas de les blâmer. Dans l'accomplissement de leurs tâches, ils n'ont sans doute pas le loisir de jouer et d'étudier ce matériel. De plus, ils disposent de peu de moyens pour y reconnaître des savoirs bien définis. Simplement on dira que ce matériel n'est en moyenne que très faiblement investi par les enseignants eux-mêmes. Le hasard de mes recherches me mène à travailler avec un élève, accusant lui aussi un retard notable dans sa scolarité, mais qui, par goût, a fortement investi les polyèdres. L'observer travailler avec ce matériel, inviter un de ses camarades à s'associer à ce travail m'ont permis de révéler aux enseignants tous les savoirs qu'ils avaient pu apprendre et développer dans leur jeu. En s'intéressant à cet aspect de la vie de l'institution, et en reconnaissant les savoirs en jeu, la recherche a contribué à ce que l'institution investisse autrement et moins superficiellement les savoirs associés aux polyèdres.

Le tableau est pour le moins contrasté.

Dynamiques : distribution de l'investissement dans le dispositif institutionnels, suivis de situations et contrôles en situation

Je poursuis mes recherches dans le cadre de la problématique esquissée dans : *Pouvons nous parler d'une didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé?* (Conne (1999b) (L'enseignement spécialisé sera désigné par ES et l'enseignement ordinaire par EO). Rappelons que je me place dans des conditions très spécifiques que peut prendre l'enseignement des mathématiques. Le terrain de mes recherches est en effet constitué de petites *institutions thérapeutiques* fréquentées par des enfants en âge de scolarité et qui, par conséquent, comportent dans leurs structures quelques classes dans lesquelles, entre autres, y sont enseignées les mathématiques. Comme les exemples qui précèdent ont commencé à le montrer, il y a une dimension institutionnelle à prendre en compte, et c'est bien ce que veut dénoter le terme *investissement*. Il ne s'agit pas seulement de questions de motivation, ni de centres d'intérêts; ne sont pas seulement concernés les élèves, mais tout autant les enseignants, et les chercheurs aussi, du moins pendant le temps de leur intervention. Ainsi, le simple fait que l'institution accueille un chercheur comme moi entre

dans ce que j'appelle investissement institutionnel. Comme je l'ai évoqué ci-dessus dans le cas des polydrons, ma venue a coïncidé à un investissement d'un thème négligé jusque-là.

Pour bien spécifier le cadre de mon travail dans ces classes ES, je reviens sur ce que j'ai esquissé en introduction, cadre institutionnel global, niveau inter-situations et niveau intra-situations.

1. Il y a donc un dispositif institutionnel, un réseau de lieux et des circulations de personnes dans ce réseau.

Il ne s'agit que de didactique des mathématiques, mais il y a bien un réseau de lieux dans l'institution, car les mathématiques n'y sont pas pratiquées en un seul endroit, la classe proprement dite, mais en plusieurs : les moments de récréation avec des jeux à disposition, les moments d'étude surveillées, voire les temps de punition (lorsque par exemple suite à tel ou tel comportement, un élève ou un groupe d'élèves n'a pas accompli sa tâche en classe et qu'on le(s) « colle »), un atelier de « jeu » animé par tel ou tel enseignant, quelques activités avec des enseignants de soutien, ou encore éventuellement avec les logopédistes (orthophonistes) et psychologues scolaires (activités alors centrées principalement sur la numération), et bien sûr les moments de travail avec le chercheur. Le personnel circule en ces lieux, des collaborations y prennent place etc. Il y a des colloques pour rendre compte du travail, etc. Les élèves y circulent tout autant.

Il y a ensuite un corpus de savoirs, d'activités ou de matériel didactico-ludique qui tire référence dans les programmes scolaires, les manuels, et autres sources d'inspiration. Ce corpus est organisé.

On peut examiner les réseaux de savoirs à enseigner au premier niveau défini ci-dessus, par exemple en s'appuyant sur l'approche dite de l'écologie des savoirs (Chevallard (1992)). Si une telle étude permet de comprendre l'espace de ce qui sera travaillé en classe, et les potentialités qu'il présente, elle ne suffit pas à décrire ce qui sera effectif puisqu'il faut encore que les enseignants réalisent ce programme en le respectant. Il est clair que sur ce point les conditions de l'ES diffèrent vraiment des conditions de l'EO (Conne (1999b)). Cela nous fait passer à l'étude de l'investissement de savoirs et surtout à la distribution de cet investissement dans la circulation que je viens d'évoquer.

2. Cette distribution de l'investissement de savoirs dont les agents sont les personnes se fait dans le dispositif et sur les situations. Il y a toute une dynamique dans la distribution de l'investissement dans l'institution.

Si on examine cette question selon l'entrée des programmes scolaires et de l'implication des enseignants pour le mettre en œuvre, on voit bien ce que peut signifier investissement de savoirs : tous les savoirs ne sont pas investis de la même manière, et ne le sont pas de manière constante au cours du temps, enfin, si les contraintes écologiques pèsent fort sur cet investissement, elles ne sont qu'un facteur dans cette distribution. Immanquablement, et pour des raisons

personnelles et/ou contingentes, des accents seront mis sur certaines facettes des mathématiques scolaires au détriment d'autres, et cela variera selon les lieux, les personnes enseignantes et les personnes élèves. Tant que dans l'institution on est censé enseigner les mathématiques continûment sur toute l'année scolaire, une constante globale de l'investissement est garantie, ce qui signifie que de nouveaux investissements s'accompagnent nécessairement de désinvestissements et vice versa. Dans les classes ES, on est plus souvent qu'ailleurs placé devant des actions didactiques non abouties. Les enseignants connaissent bien le dilemme : persister ou laisser en plan? En terme d'investissement je le traduis par : surenchérir ou désinvestir? Ce qui arrache la décision repose sur l'idée que se fait l'enseignant sur ce qu'il pourrait encore tenter (renchérir) ou ce qu'il pourrait faire à la place (désinvestir).

L'investissement est donc comme distribué sur les diverses facettes du programme. La distribution de l'investissement n'est pas pour autant statique, elle se modifie au cours du temps. L'investissement institutionnel est relayé de personnes à personnes et se reporte au sein du dispositif. Tous participent à l'investissement et ce dernier se distribue sur tout un éventail d'objets.

Cela dit, je regarde les similitudes et les contrastes dans la distribution de l'investissement. Par exemple : *contraste* lorsque je constate que dans les classes ES il y a surinvestissement des activités numériques très élémentaires, voire de la numération, au détriment d'activités de résolution de problèmes d'arithmétique, et encore plus d'activités dans le domaine spatial et géométrique; *contraste* encore, dans le fait que les programmes que les enseignants s'efforcent d'accomplir sont nettement plus ceux des petits degrés que des grands; *similitude* par contre, dans l'observation qu'il semble bien que le surinvestissement du numérique soit partagé par les enseignants, les élèves, les orthophonistes et autres auxiliaires, sans compter les parents. Tout le monde semble s'accorder là-dessus. *Similitude* qui ne peut qu'augmenter les *contrastes* évoqués plus haut. Enfin n'oublions pas que l'intervention de recherche se marquera par des modifications dans cette distribution de l'investissement, soulignera certains contrastes, atténuera certaines similitudes. Par exemple, l'intervention de chercheurs pourrait amener une focalisation sur l'examen des erreurs des élèves, ou servir de prétexte à décharge spontanée des enseignants sur le chercheur pour aborder telle ou telle facette du programme particulièrement délicate (en soi ou pour cet élève particulier), ou au contraire, laisser au chercheur le soin d'aborder des sujets considérés comme marginaux, ou encore élargissement de l'horizon des activités de référence de l'institution suite aux apports et suggestions du chercheur.

Cela dit, cette dynamique de l'investissement ne se fait pas d'un mouvement autonome et spontanément au gré des circonstances mais se fait à propos et au cours d'un travail effectif en situation. La dynamique évoquée ci-dessus est un mouvement inter-situations qui prend ancrage dans la dynamique propre à chacune des situations réalisées dans ce réseau d'enseignement.

3. Nous en arrivons donc à considérer les situations et leur dynamique interne. Ici, je n'examine plus tant les profils, à tel ou tel moment donné, dans la distribution de l'investissement, mais son actualisation en situation, comment l'investissement inter-situations s'articule avec les contrôles intra-situations.

Ce que je constate depuis plus de dix ans que je fréquente des classes et écoles ES, et que j'ai voulu souligner dans mon tout premier exemple, c'est la difficulté d'arriver à un travail abouti dans les conditions de l'ES et le fait que les enseignants soient pris dans ce dilemme que j'ai évoqué ci-dessus : surenchérir ou investir ailleurs? Mais alors quoi? et qui de ce qui n'aura pas été acquis à temps? Cela produit des déséquilibres dans la distribution de l'investissement sur les savoirs peu propices à la souplesse requise pour des redistributions.

Il m'a paru essentiel de mieux comprendre les mécanismes à l'œuvre dans les situations, comment ces dynamiques peuvent se mettre en branle et de manière moins fragile. Il s'agit de trouver des situations suffisamment porteuses pour que les élèves y soient pris, comme on est pris au jeu, sans que cela dépende trop étroitement de leur réussite par les élèves. Qu'ils puissent oublier les enjeux qu'ils croient être les leurs (par exemple faire montre de ses compétences en calcul niveau 3P, voir ci-dessous la section Exemple de surinvestissement par une élève de 9 ans de savoirs numériques élémentaires). Dans *Pouvons-nous parler d'une didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé?* (Conne (1999b)), j'ai exprimé cela dans ma conclusion intitulée : *Desserrer les étaux institutionnels*.

Mais il y a plus, puisque, comme je l'ai dit en introduction, je me propose de faire un suivi de situations adaptées au fur et à mesure de ce que l'on a pu observer en situation. Selon les analyses et interprétations de ce qui aura pu se passer en situation, de nouvelles situations sont proposées, ou des situations déjà jouées sont reprises en un autre lieu du dispositif etc., toutes sortes d'adaptations qui se traduisent par une redistribution de l'investissement institutionnel. C'est alors bien cette articulation investissement / contrôle qui est au centre de ce travail.

C'est sur quelques esquisses de description de ce niveau d'analyse que je vais conclure cette communication, conscient de tout le travail qu'il reste à accomplir pour rendre compte de ce que j'ai déjà pu réaliser d'un tel programme de recherches.

Trois observations de ces dynamiques

Au cours de ma présentation, j'ai présenté quatre exemples que je ne puis relater en détails sous forme écrite. Le lecteur trouvera ici les esquisses de trois d'entre eux.

Ce sont des observations faites dans le même centre thérapeutique en Suisse romande. J'y travaille de la manière suivante. Je collabore avec un des enseignants de l'institution selon un accord passé au début de chaque année scolaire. Cet

enseignant a charge de transmettre à ses collègues les informations qui les intéressent. Je viens une fois par semaine dans l'institution et l'enseignant assiste aux séances. Les séances sont filmées en vidéo de telle sorte que les collègues qui n'assistent pas aux séances puissent les visionner s'ils le désirent. Au début de l'année, un projet est discuté et mis au point avec l'enseignant, en fonction de mes propres objectifs et des siens. Nous décidons aussi de la forme du travail proposé aux élèves : en individuel, à deux, en petit groupe, des élèves de la même classe ou pas, au sein ou hors de la classe, etc. Ces décisions sont prises en concertation avec tout le personnel enseignant et en fonction aussi de la situation des élèves. Je ne travaille que pour les mathématiques et ne prends aucun renseignement sur les élèves quant à leurs difficultés personnelles, les raisons de leur fréquentation du centre, le progrès de leur thérapie, etc. Par ailleurs, je ne travaille pas à l'établissement d'un projet pédagogique les concernant et les activités et situations proposées se font en marge du programme scolaire, en totale autonomie. Il s'agit de proposer un autre lieu où on pratique les mathématiques. En fait, les liens établis entre le lieu que j'anime et les autres éléments du dispositif institutionnel sont totalement à la charge des enseignants et en particulier de l'enseignant qui collabore avec moi. Avec trois enseignants, ces liens ont pu être organisés et pensés dans notre collaboration, avec les autres, cela n'a pas pu être le cas. Les séances sont pilotées soit par moi soit par l'enseignant, et ce, en fonction de notre projet commun. Ces séances visent aussi un objectif de formation de l'enseignant. Les élèves sont informés du statut de leur travail ainsi que du fait que leur enseignant vient lui aussi y apprendre quelque chose.

Exemple de surinvestissement par une élève de 9 ans de savoirs numériques élémentaires (comptage multiplicatif addition itérée)

Cette observation a été faite lors d'une séance en individuel préluant une suite de séances de travail avec une autre camarade. J'avais un projet bien précis d'enseigner un jeu de stratégies (jeu des moulins), mais l'élève m'a demandé instamment de lui poser des questions de calcul élémentaire et n'a pas attendu que je lui pose une question pour me proposer un calcul d'addition. J'ai décidé de permettre cette parenthèse en pensant y gagner pour la suite une bonne disposition de sa part. La demande de l'élève n'était pas surprenante car elle s'était toujours présentée comme très soucieuse de montrer comment elle s'appliquait bien en classe et comment elle apprenait bien les choses. D'ailleurs son enseignante nous l'avait adressée sous le même prétexte. Elle demandait aussi tout le temps de quel niveau scolaire étaient les activités, questions ou problèmes que nous lui posions. C'est pour moi une marque de surinvestissement d'activités numériques élémentaires, ici des comptages itérés dans lequel l'élève est prise (car ce surinvestissement n'est pas le seul fait de l'élève mais de tous ceux qui l'entourent dans ses apprentissages scolaires). Son invitation à se faire poser des questions de calculs marque le désir de circonscrire mes interventions sur un terrain familier dont elle est persuadée qu'il présente un enjeu important pour elle.

La séance a donc débuté par une demande de calcul d'addition, puis de soustraction, avec demandes répétées de la part de l'élève de répéter la question etc. Puis profitant du fait qu'elle me réclamait des questions de niveau 3^{ème} primaire, je lui ai demandé combien faisaient 3 fois 5. Elle a compté et répondu 21, je lui ai demandé de réaliser cela avec des jetons qu'elle a disposés en groupes de 3, et elle a trouvé un total de 15 jetons. Je lui ai alors demandé combien il lui faudrait de tas de 3 jetons pour en obtenir 21. La situation s'est maintenue un moment autour de ces questions, sans que l'élève réussisse vraiment, puis, pour donner le change, elle a déclaré qu'elle savait combien faisaient 10 fois 10, cela faisait 100. Je lui ai demandé combien faisaient 9 fois 10, elle a compté sur ses doigts et a trouvé que cela faisait aussi 100 (elle parlait de 10), ce qui lui a semblé bien bizarre. La situation s'est dirigée sur cette question et ce mystère.

Une telle observation nous a livré une foule de renseignements, en particulier sur le jeu que l'élève, qui essaye de reporter ce dont elle a l'habitude en classe alors qu'elle sait qu'elle est dans un lieu autre. Ce sont des informations de nature didactique parce qu'y est centrale une représentation de ce qu'il s'agit d'apprendre et un accent mis sur certains objets privilégiés par cette élève. Dans le cas présent, on voit aussi qu'elle essaye de se raccrocher à des questions plus scolaires que celles que je lui pose pour reprendre pied, ce que j'appelle une tentative de reprendre contrôle. Si l'enjeu est tel pour elle, c'est qu'elle croit pouvoir contrôler quelque chose avec ses savoirs compter.

Fait notable, la situation qu'elle a elle-même engagée commence à lui jouer des tours et la déstabiliser. Je n'y suis pas totalement étranger. Pourtant, j'adopte une attitude qui ne sanctionne pas ses réponses, me contentant soit de lui demander si elle est sûre de sa réponse, soit de lui demander comment elle a fait, soit de lui poser des questions apparemment analogues à celle qu'elle s'est proposée elle-même de traiter. Mes questions ne sont pourtant pas anodines. Je connais de très longue date cette erreur qui fait trouver 21 à la question combien font 3 fois 5 et c'est la même erreur qui lui fait trouver 100 pour 9 fois 10. Par exemple, je lui demande comment elle a compté 3 fois 5. Elle me décrit sa manière de faire avec les doigts. C'est une addition itérée et elle s'engage à dire une addition. Je la renvoie à ce qu'elle me dit et ce qu'elle prononce elle-même pour lui dire : « tu m'as dit savoir faire des multiplications, mais là tu me fais une addition! ». Ce faisant je lui renvoie une question qui entre dans l'enjeu qu'elle s'est elle-même fixé : me montrer qu'elle sait multiplier, mais j'en déplace les termes : non pas réussir à répondre à des questions de multiplication, mais me convaincre que multiplier c'est bien autre chose qu'additionner ou compter. Elle tente alors de me convaincre que c'est bien une multiplication, et pour ce faire s'ingénie à le montrer avec force gestes, sur ses doigts, puis sur son front, puis avec l'aide de jetons tantôt mis en file, lorsqu'il y a comptage, tantôt regroupés en triplets etc. On peut constater qu'elle comprend fort bien la nuance entre une addition et une addition itérée et témoigne de tout un travail réflexif qu'elle a fait ou est en train de faire à ce propos, travail qui est resté totalement invisible à ses enseignants. Bien entendu, ce travail est loin d'être abouti. On voit aussi que plus elle engage de nouveaux supports à sa démonstration, plus elle rencontre de surprises

occasionnées par tous les auxiliaires symboliques qu'elle met successivement en place, et elle doit s'y reprendre à de multiples reprises et essayant aussi de modifier ce qui, selon elle, n'a pas fonctionné, etc.

Je pense que cette évocation vous permet de comprendre ce jeu d'investissement de l'élève, qui rencontre l'intérêt du chercheur, en particulier, comment cet investissement va donner l'occasion d'une situation qui ne cesse d'échapper au contrôle de l'élève, et ce, au fur et à mesure des éléments que l'élève y introduit elle-même dans sa recherche d'emprise. Étant pris moi-même dans la situation, mes interventions ont aussi contribué à ce jeu de perte et de prise de contrôle de la part de l'élève, sans compter mon propre jeu. Mais cet équilibre est surtout celui de la situation elle-même qui nous permettait à chacun de rétablir momentanément et localement le contrôle de ce qui se passait, puis qui nous le faisait reperdre presque aussitôt (et ce, pas forcément de manière synchrone bien entendu).

Ce qui nous a tous frappé et en particulier l'ensemble des enseignants, c'est que les tentatives de l'élève montraient combien elle avait retenu les leçons reçues en classe et en prenait en quelque sorte la responsabilité. Eux croyaient que cette élève avait d'énormes difficultés à apprendre et ne retenait les explications que de manière embrouillée et mal comprise. La situation a pu révéler que les choses étaient bien plus cohérentes pour elle et en particulier que si elle n'arrivait pas à expliquer ce qu'une itération d'addition avait de plus qu'une addition, et si elle maîtrisait cela d'ailleurs fort mal, c'était pourtant bien ce qu'elle avait compris et cherchait à m'exprimer.

Je ne dis pas que cette situation fut exemplaire, ni même qu'elle fut bénéfique, je ne m'intéresse pas à savoir ce qui aurait pu se passer d'autre, voir mieux se passer, etc. Je m'intéresse à décrire didactiquement, c'est-à-dire en établissant un lien fort avec les contenus et savoirs en jeu, ce qui s'est passé, et à rendre compte de la dynamique des contrôles et le lien avec ce que j'ai appelé investissement. J'observe régulièrement lors de séances pareilles que les élèves révèlent énormément de choses qui étaient restées jusque-là inaccessibles. Dans cette observation, il est notable que ce soit l'élève qui ait mis en branle une situation qui nous emporte tous ailleurs que prévu.

Exemple d'une activité de classe avec 4 élèves portant sur la notion de distance

J'ai observé à plusieurs reprises l'activité que je vais décrire ici telle qu'elle s'est déroulée dans une classe. Les diverses observations convergent.

Cette activité a eu lieu en classe, au cours d'une suite d'observations consacrées au cercle. J'avais repris dans cette institution des activités proposées l'année d'avant à une autre classe et j'avais été amené à réfléchir sur la question de la figuration d'une distance par une ficelle tendue, ce qui m'avait valu quelques surprises. Lors de la séance que je relate ici, je me suis contenté de reprendre une des activités que j'avais examinées auparavant. Les élèves de cette classe venaient de travailler la notion de mesure de longueur et de distance. Ce sont 4 élèves de 8-10 ans, de niveaux très comparés. Au départ, un des élèves refusait de travailler, l'activité a donc été proposée

aux trois autres élèves, mais le 4^{ème} est très vite intervenu dans les débats. (Une telle conduite était habituelle de sa part.)

La tâche est la suivante. Je demande aux trois élèves de se mettre en file indienne à un bout de la salle de classe. La consigne demande au premier élève de marcher jusqu'à l'autre bout de la classe, puis une fois qu'il y est rendu, je demande au suivant de rejoindre le premier, cela fait, je demande au troisième de faire de même. Une fois qu'ils se sont exécutés, je demande : « est-ce que l'un de vous a parcouru une plus grande distance que les autres ou bien avez-vous tous parcouru la même distance? ». Et j'ouvre le débat entre les réponses. Ensuite et sans donner aucune validation, je demande aux élèves de se remettre dans la position de leur arrivée, de faire demi tour sur eux-mêmes, et de bien vouloir se rendre, l'un après l'autre à leur point de départ. Mais avant qu'ils s'exécutent, je leur pose la question suivante : « est-ce que l'un de vous va parcourir une plus grande distance que les autres ou bien aurez-vous tous parcouru la même distance? ». Je relance le débat, en confrontant un constat (réponse à la première question) et une anticipation (réponse à la seconde question), seront-ils cohérents? Enfin, les élèves exécuteront le parcours de retour (en sens inverse) et s'il y a lieu, reprendront leur débat. J'encourage les élèves à expliquer leurs arguments par des croquis au tableau noir. Par la suite, nous essayons aussi de « paver le parcours » avec des feuilles A4, etc. Ici donc, comme dans l'exemple précédent, j'encourage l'enrichissement du milieu par les élèves au fur et à mesure que la situation évolue. Une reprise de l'expérience est prévue dans les escaliers, ou dans le préau de l'école, etc.

Les élèves ont discuté longuement, avec de nombreux revirements de la part de chacun. Ils se sont demandés si c'est le premier qui a parcouru la plus grande distance, parce qu'il est allé le plus loin, ou si c'est le dernier parce qu'il est parti de plus loin, ou si cela se compense et que, par conséquent, tous ont parcouru la même distance (attention! en fait, matériellement, tous ne parcourent pas exactement le même chemin). La seconde partie de l'activité, où on leur demande ce qui se passe pour le chemin du retour après pivot de chacun de 180°, les a passablement perturbés, et a remis en cause l'idée d'une compensation. Le premier est devenu le dernier et voilà une nouvelle logique à coordonner avec le reste! (Un psychologue piagétien expliquerait cela très facilement). Le recours au dénombrement des pas de chacun s'est avéré inefficace, totalement, de même que le pavage. Comme ils n'ont pas retrouvé deux fois les mêmes résultats (pourtant le parcours est de l'ordre d'une vingtaine de pas), la confusion n'en aura été qu'accrue, sans compter que les élèves procédaient à des anticipations, devinettes, des résultats de leur vérification empirique.

Deux élèves se sont montrés capables de fournir les arguments essentiels pour expliquer l'égalité, mais ne sont pas arrivés à en être sûr et certains, ni à les articuler convenablement. Tout comme dans l'exemple précédent, la situation leur échappait au fur et à mesure qu'elle s'enrichissait de considérations nouvelles, de modifications de points de vues, mais aussi d'événements survenant contre toute attente. Tout ceci a contribué à d'incessantes remises en question. Comme c'est si fréquemment le cas, les savoirs appris sur la mesure et le dénombrement n'ont pas pu servir

de contrôle parce que les élèves les ont engagés dans le fil de leurs autres actions ou raisonnements et qu'ils se sont perdus dans la surcharge d'informations à prendre en compte. De plus pour certains, le simple fait de compter leurs pas les ont entraînés à vouloir en faire plus que les autres, c'est-à-dire leur a fait perdre complètement le but visé. Le quatrième élève qui ne voulait pas marcher, comptait par contre les pas de ses camarades qui, eux, ne l'entendaient pas de cette oreille. Etc. La confusion était assez grande et la situation s'est conclue d'elle-même dans la perplexité.

Avant de procéder à cette observation en suivant le protocole décrit ici, j'avais pu constater des faits allant dans le même sens. Ce dont je m'étais rendu compte avec étonnement, c'était qu'il n'allait peut-être pas de soi qu'une distance est la même si on la parcourt dans les deux sens; ou du moins que cette conviction ne résistait pas vraiment à la *petite farce* que je leur avais ménagée. J'ai procédé ultérieurement à d'autres observations analogues et c'est très souvent que les élèves *tombent dans le piège*. Un autre fait m'a intrigué, à savoir la difficulté que les élèves ont à se dégager de ce *paradoxe*. Par contre, le fait qu'ils ne sachent pas s'appuyer sur leur savoir mesurer ne me surprend pas le moins du monde. Cela marque encore une fois le surinvestissement de savoirs numériques très élémentaires comme les dénombrements qui fait obstacle à la mathématisation.

Il est clair que pour en savoir plus il faudrait mener des recherches plus systématiques, et il me semble que ce serait un sujet rêvé pour des psychologues (du moins piagétiens qui voudraient étudier ce qu'ils appellent *le formel*). La dernière chose que je voulais dire à ce propos est la suivante. Nous avons affaire à un domaine de savoirs peu et plutôt mal investis. En particulier, les quelques apprentissages de mesure réalisés sont des mesures de longueur plus que de distance. La question à laquelle j'ai convié les élèves ne leur est jamais posée, cela fait partie de ce que l'on considère comme évident, donné empiriquement. Pour moi, la question de savoir comment exploiter une telle activité reste entièrement ouverte. Ici, l'investigation du chercheur a indéniablement ouvert l'horizon sans qu'il soit absolument certain qu'il faille vraiment s'engager systématiquement dans cette direction. Il n'est pas exclu que la situation n'aura fait que provoquer une grande confusion sans intérêt. Pour ma part, je ne serais pas aussi négatif. Au travers de telles considérations, je veux simplement signaler comment le travail en situation, bien qu'issu d'une investigation légitime, est venu altérer la distribution d'investissement.

Ma description est trop courte pour rendre compte des prises et pertes de contrôle. À noter qu'ici l'expérimentateur n'intervenait pas autrement que pour gérer les tours de paroles et passer d'une phase à l'autre de l'activité.

Exemple de travail avec un duo d'élèves sur une tâche élémentaire de géométrie

C'est cet exemple que nous avons étudié le plus en détails car c'est celui qui illustre le mieux une dynamique d'interactions de connaissances, dans un jeu à trois : expérimentateur, élève A, élève B. Ce sont deux élèves de 7 et 8 ans. La situation se développe autour du découpage de triangles dans une feuille de papier. L'astuce de plier la feuille et de couper dans le pli est enseignée aux élèves après que l'expéri-

mentateur se soit assuré qu'ils ne le connaissent pas ou ne pouvaient le trouver tout seuls. Cette situation est fort intéressante par le fait qu'elle est vraiment porteuse et ce, sans que son cours soit préterité par les difficultés ou échecs locaux des sujets. La situation est très riche en potentialités de relances. L'animation a consisté à travailler avec deux élèves, mais en proposant de manière alternée une tâche à chacun. Notons qu'une seule paire de ciseaux circulait. Chacun des élèves était donc tour à tour acteur et spectateur, ce qui permettait de nombreuses anticipations. En cas d'échec d'un élève, la tâche était confiée à l'autre, en cas de réussite, on passait à une autre tâche. Le matériel nécessaire était confectionné à mesure par l'expérimentateur. L'animation était menée avec une très grande souplesse. Cette activité est tout à fait au point, elle est très riche et intéressante. Mais surtout elle est aussi intéressante quand elle est menée en collectif, frontalement devant une classe de plus de 20 élèves, qu'elle peut l'être en travail individuel ou en petits groupes. L'animation ne se prive pas d'être interventionniste, en particulier dans le rythme du travail, ne laissant pas toujours les élèves terminer leur tâche, ou les interrompant dans leurs explications etc., et ce de manière délibérée de ma part. En particulier, on y assiste à un phénomène que j'ai pu observer maintes fois dans mes travaux ES : le fait de décalages, notamment de retards entre la suite des réponses des élèves et la suite des questions posées. Soit que les élèves répondent avec un ou deux temps de retard à une question antérieure sur laquelle ils avaient été muets, alors que c'est une autre question qui leur est posée, soit qu'ils trouvent comme réponse à une question la réponse attendue à une autre question (préalable ou non).

Dans l'observation évoquée ici, cela s'est effectivement produit. Nous nous sommes en effet rendu compte qu'un des deux élèves fournissait systématiquement des réponses *passant en revue* toutes les réponses aux questions antérieures, comme s'il n'arrivait pas à les détacher les unes des autres. De plus, dans ses réponses, cet élève manifestait un temps de retard sur mes questions. Pour pouvoir observer de tels faits, il est impératif que l'animateur ne fournisse pas les réponses attendues aux questions qu'il pose et même souhaitable qu'il reste discret sur l'évaluation des réponses obtenues. La validation d'une réponse peut de cette manière très bien se produire à un moment ultérieur de la situation. Il faut en effet être conscient que si l'animateur se permet d'intervenir, par exemple dans des prises de contrôle de ce qui se passe (pour lui, de ce qu'il en comprend, dans ce qu'il anticipe etc.), alors il doit compter que son action va perturber les contrôles de l'élève et éventuellement lui permettre de ne pas chercher à reprendre contrôle, ou que sais-je. Ainsi, demander à un élève s'il est certain de sa réponse, ou encore lui demander ce qu'il a fait ou lui indiquer la réponse exacte, voire le lui expliquer, tout cela nous rend plus opaque à ce qui se passe pour l'élève. L'animateur gagne beaucoup à attendre des indications qui lui seront fournies lors du développement de la situation. Cette manière de s'appuyer sur la situation est très utile dans les conditions ES puisqu'elle permet à l'animateur d'exercer un contrôle à la fois différé et indirect de l'apprentissage en cours. En fait, il s'agit d'une animation très pragmatique de la situation qui permet entre autres de ne pas donner des consignes trop fermées, précises voire indicatrices de ce qui est attendu, mais qui permet de profiter d'un certain flou obligeant les

élèves à une interprétation qui nous donnera des indications précieuses sur les représentations de ce dernier. (Pour d'autres informations voir Conne (1989a) où cela est discuté abondamment à propos d'épreuves papier crayon).

Du point de vue de l'investissement institutionnel, nous avons affaire ici à une de ces activités fort prisées par le primaire : découpage et pliage de napperons ou d'étoiles de Noël etc, où on joue sur les symétries de pliages. Ce sont aussi de ces activités dont on dit dans tous les manuels de géométrie qu'il est bon de les proposer aux élèves en guise de propédeutique à l'enseignement de la géométrie, afin que, le moment venu, celui-ci puisse s'appuyer sur une bonne quantité d'expériences spatiales. Donc un objet qui semble fortement investi par l'enseignement, même dans les classes ES. Le seul problème est que ces soi-disant expériences tournent très vite à l'enseignement de procédés dont on obtient quasiment toujours des résultats étonnants. L'expérience est donc très facilement « grillée » et la facilité des effets obtenus rend extrêmement difficile de la rendre problématique. Dès lors, si investissement il y a, c'est de manière isolée, comme une chose en soi. Par contre, la situation que j'ai mise au point rompt avec ces usages en liant le recours au pliage-découpage à l'étude des polygones et du triangle en particulier. En mettant une telle condition, non seulement on obtient des informations importantes sur les savoirs liés aux triangles, mais encore on place les élèves devant la tâche de contrôler un minimum la petite machine à symétrie qu'est le dispositif : *papier / plier / découper / déplier*. Non seulement il leur est demandé de laisser un trou d'une certaine forme, mais encore de le laisser à un endroit précis de la feuille. Ce que l'on remarque alors, et même chez des adultes, c'est la très faible incidence des expériences de bricolage (accumulées par ailleurs) sur les savoirs en jeu dans ma situation. Pourtant, elle se contente de demander l'accomplissement de tâches très élémentaires. Mais voilà, en classe, on n'étudie pas ce qui dans le bricolage cause tous ces effets. Certes, une telle étude suppose de bien comprendre les liens entre pliage et symétrie, et ils ne sont pas aussi évidents que la majorité des enseignants, pédagogues et didacticiens semblent croire. D'ailleurs, interpréter les pliages en termes de symétries est une manière de comprendre le pliage. Classiquement on croit que référer la symétrie aux expériences de pliages pourrait éclairer les élèves. C'est une illusion.

On voit ici que l'activité classiquement et abondamment promue en classe retire toute sa valeur des effets que produisent les pliages-découpages, donc de ce que l'on ne contrôle pas, et ne cherche pas vraiment à contrôler. C'est à charge du matériel, il n'y a qu'à laisser faire la petite machine en papier. Les élèves et les enseignants sont assurés d'être surpris de manière plaisante. C'est comme si l'activité valait pour son impossibilité à être contrôlée. On a ici un très joli exemple de *non articulation* entre investissement et contrôle. Pour reprendre les termes de mon article *Savoir et connaissance* (Conne (1992)), n'est investi qu'un savoir pragmatique irréfléchi. Ma proposition offre un moyen assuré de mieux tirer parti des pliages dans l'enseignement de la géométrie.

Conclusion

Cette communication a pour moi une double valeur. D'un côté, elle illustre ce que peut être une confrontation d'un champ théorique (celui de la théorie des situations) au terrain de l'enseignement des mathématiques dans les institutions d'enseignement spécialisé; d'un autre côté, elle ouvre de nouvelles pistes d'investigation en situant clairement trois niveaux d'analyse : dynamique intra situationnelle - décrite à la faveur des pertes et prises de contrôle; reports inter situationnels - avec le suivi de situation; et enfin, intra institutionnel - investissement de savoirs. L'intervention du chercheur agit alors comme analyseur du jeu de ces dynamiques et c'est bien le savoir tantôt vu comme moyen de contrôle des situations, comme vecteur de report de situation en situation et enfin comme objet d'investissement de la part des différents acteurs. L'intervention du chercheur qui propose de nouvelles situations et tente de reporter leur dynamique à d'autres situations vient modifier, voire perturber la distribution des investissements de savoir dans l'institution. Si le cadre conceptuel décrit ici est bien celui de la théorie des situations, la confrontation que je propose peut être qualifiée d'interprétation expérimentale d'un champ théorique. Ici, il faut entendre le mot interprétation dans un sens pragmatique; la mise à l'épreuve consistant à préserver une cohérence à la théorie tout en restant pertinent au regard des données expérimentales étudiées. À l'exercice, la théorie en ressort enrichie de nouveaux développements conceptuels : l'idée d'interactions cognitives se voit enrichie par celle d'interactions de connaissances, celle de séquence de situations par celle de suivi de situations, le rapport situation / savoir est précisé par l'idée de pertes et prises de contrôle, l'idée d'investissement de savoirs constitue une interprétation didactique des phénomènes liés à la motivation des acteurs. Et notre connaissance du terrain se trouve approfondie par la mise en relations des multiples observations que nous glanons lors de nos interventions.

Références bibliographiques

- Brousseau G. (1996). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. IN *Didactique des mathématiques*, Collection *Textes de base en Pédagogie*. Sous la direction de J. Brun, Lausanne, Paris : Delachaux et Niestlé, 1996, 5^e chapitre, pp. 45-144.
- Chevallard Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. IN *Didactique des mathématiques*, Collection *Textes de base en Pédagogie*. Sous la direction de J. Brun, Lausanne, Paris : Delachaux et Niestlé, 1996, 5^e chapitre, pp. 145-196.

- Conne F. (1989a). Comptage et écriture en ligne d'égalités numériques. IN *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 9:1, 1989, pp. 71-115.
- Conne F. (1989b). L'articulation des contenus et des moyens et leur double nature mathématique et didactique dans l'enseignement des mathématiques et son évolution. IN *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, Vol. XXIX-3, 1989, pp. 8-14.
- Conne F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. IN *Didactique des mathématiques*, Collection *Textes de base en Pédagogie*. Sous la direction de J. Brun, Lausanne, Paris : Delachaux et Niestlé, 1996, 5^e chapitre, pp. 275-338. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 12 / 2-3, 1992, pp. 221-270.
- Conne F. (1998). L'activité dans le couple enseignant / enseigné. IN *Actes de la IX^e école d'été de Didactique des Mathématiques*, Sept. 97, Houlgate, ARDM ed.
- Conne F. (1999a). Faire des maths, faire faire des maths et regarder ce que ça donne. IN *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Chapitre I, Sous la dir. de F. Conne et G. Lemoyne. Montréal : Presses de l'Université de Montréal.
- Conne F. (1999b). Pouvons-nous parler d'une didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé?, IN *Actes de la X^e école d'été de didactique des mathématiques*, Houlgate ARDM éd.
- Hutin R., Groupe mathématique (1994). Deux et deux font quatre... L'apprentissage de la mathématique entre quatre et huit ans. IN *Cahier SRP*, n° 48, Service de la recherche pédagogique, Département de l'instruction public Genève.
- Rouchier A. (1991). *Étude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatiques élémentaires : proportionnalité, structures itérativo-récurrentes, institutionnalisation*, Thèse de doctorat, Université d'Orléans, Orléans.
- Rouchier A. (1996). Connaissances et savoirs dans le système didactique. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 16(2), pp. 177-196.
- Salin M.-H. (2001). Cours sur la théorie des situations. IN *Actes de la X^e école d'été de didactique des mathématiques*, Corps.