



HAL
open science

Un modèles augmenté asymptotiquement exact pour la restauration bayésienne d'images dégradées par un bruit de Poisson

Maxime Vono, Nicolas Dobigeon, Pierre Chainais

► **To cite this version:**

Maxime Vono, Nicolas Dobigeon, Pierre Chainais. Un modèles augmenté asymptotiquement exact pour la restauration bayésienne d'images dégradées par un bruit de Poisson. 27e colloque du Groupe de Recherche et d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2019), Aug 2019, Lille, France. pp.1-4. hal-02419443

HAL Id: hal-02419443

<https://hal.science/hal-02419443>

Submitted on 19 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Open Archive Toulouse Archive Ouverte

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible

This is an author's version published in:
<http://oatao.univ-toulouse.fr/24988>

To cite this version: Vono, Maxime and Dobigeon, Nicolas and Chainais, Pierre *Un modèles augmenté asymptotiquement exact pour la restauration bayésienne d'images dégradées par un bruit de Poisson.* (2019) In: 27e colloque du Groupe de Recherche et d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2019), 26 August 2019 - 29 August 2019 (Lille, France).

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr

Un modèle augmenté asymptotiquement exact pour la restauration bayésienne d’images dégradées par un bruit de Poisson

Maxime VONO¹, Nicolas DOBIGEON¹, Pierre CHAINAIS²

¹Université de Toulouse, IRIT/INP-ENSEEIH, Toulouse, France

²Université de Lille, Centrale Lille, UMR CNRS 9189 - CRIStAL, Lille, France

maxime.vono@irit.fr, nicolas.dobigeon@enseeiht.fr, pierre.chainais@centralelille.fr

Résumé – De nombreux travaux ont porté sur la restauration d’images dégradées par un bruit de Poisson. Une grande partie des approches proposées reposent sur des algorithmes d’optimisation ou d’approximation variationnelle. Ces derniers sont rapides et efficaces mais ne permettent pas une estimation précise des intervalles de crédibilité sous la loi a posteriori cible. Cet article présente une méthode de type Monte Carlo par chaînes de Markov (MCMC) permettant de restaurer ces images tout en apportant une mesure contrôlée des incertitudes liées à l’estimation. L’approche proposée repose sur un modèle augmenté asymptotiquement exact et fait intervenir des algorithmes MCMC proximaux pour échantillonner efficacement les lois d’intérêt.

Abstract – In the past years, much research has been devoted to image restoration under Poisson noise. A large part of these works uses optimization or variational approximation methods. The latter are known to be fast and efficient but struggle to provide accurate estimates of credibility intervals under the posterior distribution. This paper presents a new Markov chain Monte Carlo method which provides a controlled quantification of the uncertainty. The proposed approach builds on a recently proposed asymptotically exact data augmentation scheme and embeds proximal MCMC methods to sample efficiently the target distributions.

1 Introduction

Le bruit de Poisson apparaît généralement dans les problèmes de traitement des images lorsque les observations ont été obtenues via un processus de comptage de particules (e.g., des photons) émises par l’objet d’intérêt et arrivant sur le plan image où un détecteur (e.g., un dispositif à transfert de charge) est placé. Un tel bruit est par exemple présent en tomographie par émission [1], en microscopie à fluorescence [2] ou encore en astronomie [3]. En particulier, l’intérêt de restaurer les images astronomiques remonte au moins jusqu’aux aberrations optiques du télescope spatial Hubble au début des années 90. Les méthodes utilisées pour résoudre de tels problèmes de restauration à cette époque étaient principalement basées sur de l’estimation par maximum de vraisemblance via l’algorithme *expectation-maximization* ou sur le filtre inverse de Tikhonov-Miller [4]. Parmi ces méthodes, l’algorithme classique de Richardson-Lucy [5, 6] a été utilisé et revisité dans un grand nombre d’applications [7]. Depuis, beaucoup de travaux ont amélioré ces méthodes en se basant sur les avancées récentes en optimisation et approximation variationnelle. Nous pouvons par exemple citer l’approche de [8] qui a utilisé un algorithme type *forward-backward splitting* en se basant sur la transformée d’Anscombe [9] ou encore les algorithmes de minimisation alternée de [10]. Ces approches basées sur l’optimisation se sont avérées efficaces et rapides dans un grand nombre de scénarios avec différents types de régularisation.

D’un autre côté, bien que des méthodes bayésiennes basées

sur l’approximation variationnelle aient été proposées, les méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov (MCMC) n’ayant pas bénéficié des mêmes progrès algorithmiques que l’optimisation sont restées peu attractives. En effet, leur coût calculatoire peut être prohibitif dans des problèmes de grande dimension (e.g., en astronomie) où la taille des images peut atteindre le mégapixel (resp., le mégavoxel) [11]. Notons tout de même qu’une approche MCMC a été proposée récemment dans [12] exploitant la conjugaison Poisson-Gamma et donnant des résultats de restauration du même ordre de grandeur que des méthodes utilisant des régularisations plus sophistiquées.

Cet article prolonge cette approche en proposant une méthode MCMC efficace, avec des garanties théoriques. La méthode proposée permet d’échantillonner des lois a posteriori construites via une vraisemblance de Poisson et une loi a priori log-concave. L’approche proposée se base sur un modèle augmenté asymptotiquement exact (AXDA) [13] et utilise une instance particulière du *split Gibbs sampler* [14]. Si l’inférence basée sur le modèle original ne peut pas être conduite de manière efficace voire est impossible avec les méthodes existantes, une alternative consiste à introduire des variables auxiliaires telles que la densité augmentée associée soit plus simple à manipuler, sous contrainte que la densité marginale sous la nouvelle loi soit approximative mais asymptotiquement égale à la densité initiale. Ainsi, nous considérons l’introduction de variables auxiliaires amenant à travailler avec une densité augmentée p_ρ dont la marginale $\pi_\rho(\mathbf{x}) = \int_{\mathbf{z}} p_\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) d\mathbf{z}$ est telle

que pour tout $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$, $\lim_{\rho \rightarrow 0} \pi_\rho(\mathbf{x}) = \pi(\mathbf{x})$. Le paramètre $\rho > 0$ correspond à un compromis entre le biais introduit par ce modèle AXDA et le coût computationnel, voir Proposition 1. Une telle approche permet de fournir des résultats de restauration d'une qualité comparable à celle des méthodes d'optimisation mais surtout de les assortir d'intervalles de crédibilité contrôlés pour un coût calculatoire modéré. Pour ce faire, la partie 2 présente le modèle et l'algorithme considérés. La partie 3 applique l'approche proposée à la restauration d'images contaminées par du bruit de Poisson et l'illustre avant de conclure.

2 Modèle et algorithme

Cette partie présente le problème d'inférence bayésienne associée à des observations sous bruit de Poisson et à une loi a priori log-concave. Partant de ce problème, un modèle augmenté asymptotiquement exact [13] et un algorithme de Gibbs basé sur ce dernier sont présentés. Pour des raisons de simplicité, la même notation sera utilisée pour une distribution de probabilité et la densité associée.

2.1 Formulation du problème

Nous considérons l'observation d'une image $\mathbf{y} \in \mathbb{N}^m$, dégradée (e.g., floutée ou avec des pixels manquants) et contaminée par un bruit de Poisson. Nous supposons que chaque observation individuelle $y_i, i \in \llbracket 1, m \rrbracket$ correspond à une réalisation indépendante d'une variable aléatoire suivant une loi de Poisson, c'est-à-dire que pour tout $i \in \llbracket 1, m \rrbracket$,

$$y_i \stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} \mathcal{P}(\llbracket \mathbf{H}\mathbf{x} \rrbracket_i), \quad (1)$$

où $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^d$ est l'image originale à recouvrer et $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m \times d}$ est l'opérateur associé à la fonction d'ouverture de l'objectif (PSF). Nous supposons par la suite que pour tout $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^d$, $\mathbf{H}\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$. La vraisemblance peut s'écrire

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \propto \exp(-f_1(\mathbf{H}\mathbf{x}; \mathbf{y})), \quad (2)$$

$$\text{où} \quad f_1(\mathbf{H}\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^m -y_i \log(\llbracket \mathbf{H}\mathbf{x} \rrbracket_i) + \llbracket \mathbf{H}\mathbf{x} \rrbracket_i. \quad (3)$$

Dans la Section 2.2, il sera proposé de remplacer la variable $\mathbf{H}\mathbf{x}$ par une variable auxiliaire $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^m$. Afin d'assurer la positivité de \mathbf{z} , nous modifions légèrement (3) et considérons plutôt

$$f_1(\mathbf{z}; \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^m -y_i \log(\max\{0, z_i\}) + z_i + \iota_{\mathbb{R}_+}(z_i), \quad (4)$$

où $\iota_{\mathcal{C}}$ est la fonction indicatrice de l'ensemble \mathcal{C} , i.e., $\iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{x}) = 0$ si $\mathbf{x} \in \mathcal{C}$ et $\iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{x}) = +\infty$ sinon. Dans un contexte bayésien, nous supposons que la loi a priori s'écrit pour tout $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^d$,

$$p(\mathbf{x}) \propto \exp(-f_2(\mathbf{x}) - f_3(\mathbf{x})), \quad (5)$$

$$\text{avec} \quad f_2(\mathbf{x}) = \tau\psi(\mathbf{x}) \text{ et } f_3(\mathbf{x}) = \iota_{\mathbb{R}_+^d}(\mathbf{x}), \quad (6)$$

où $\psi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction propre, coercive, convexe et semi-continue inférieurement; τ est un paramètre strictement

positif. Les fonctions f_2 (via ψ) et f_3 étant convexes, le potentiel $f_2 + f_3$ l'est aussi et la loi a priori (5) est log-concave. La fonction f_2 est un terme de régularisation (e.g., la norme ℓ_1) alors que la fonction f_3 garantit la non-négativité de l'image originale \mathbf{x} puisque cette dernière est généralement une intensité. La loi a posteriori s'écrit alors

$$\pi(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \propto \exp(-f_1(\mathbf{H}\mathbf{x}; \mathbf{y}) - f_2(\mathbf{x}) - f_3(\mathbf{x})). \quad (7)$$

D'une façon générale, la non-conjugaison du modèle a priori et de la vraisemblance rend difficile l'échantillonnage direct et efficace de la loi a posteriori. Par ailleurs, π est log-concave mais son potentiel f_1 n'est pas gradient-Lipschitz empêchant l'utilisation directe de méthodes MCMC proximales [15].

2.2 Modèle augmenté asymptotiquement exact

Afin de lever ces verrous, nous nous basons sur un modèle augmenté asymptotiquement exact (AXDA) [13] qui, au lieu de π , cible une loi augmentée p_ρ dont la densité s'écrit

$$p_\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}_{1:3}) \propto \exp\left(-\sum_{i=1}^3 f_i(\mathbf{z}_i) + \varphi(\mathbf{K}_i \mathbf{x}, \mathbf{z}_i)\right), \quad (8)$$

où φ est une divergence telle que p_ρ définit une densité propre et où les matrices \mathbf{K}_i seront définies dans la section 3. La possible dépendance de f_i par rapport aux observations \mathbf{y} a été volontairement omise afin de simplifier les notations. Dans la suite, nous supposons que pour tout $\mathbf{x}, \mathbf{z}_i, \varphi(\mathbf{K}_i \mathbf{x}, \mathbf{z}_i) = (2\rho^2)^{-1} \|\mathbf{K}_i \mathbf{x} - \mathbf{z}_i\|_2^2$, où $\rho > 0$. La fonction φ est alors convexe, \mathcal{C}^1 et gradient Lipschitz permettant l'utilisation d'algorithmes MCMC proximaux pour échantillonner les conditionnelles associées à p_ρ au sein d'un échantillonneur de Gibbs. La proposition 1 énonce la principale propriété de ce modèle augmenté.

Proposition 1 Soit $\pi_\rho(\mathbf{x}) = \int p_\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}_{1:3}) d\mathbf{z}_{1:3}$ la marginale associée à \mathbf{x} sous p_ρ . Alors, dans le cas limite $\rho \rightarrow 0$,

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \|\pi - \pi_\rho\|_{\text{TV}} = 0. \quad (9)$$

Au delà de cette propriété asymptotique, l'intérêt de ce modèle est qu'il permet de diviser le potentiel initial $f = \sum_i f_i$ agissant sur la variable d'intérêt \mathbf{x} en trois potentiels qui agissent sur trois variables auxiliaires différentes. Cette approche permet l'utilisation d'un échantillonneur de Gibbs avec des conditionnelles plus simples à échantillonner, voir la partie 2.3.

2.3 Échantillonneur de Gibbs

Les lois conditionnelles associées à la densité jointe p_ρ (8) s'écrivent

$$p_\rho(\mathbf{z}_i|\mathbf{x}) \propto \exp\left(-f_i(\mathbf{z}_i) - \frac{\|\mathbf{K}_i \mathbf{x} - \mathbf{z}_i\|_2^2}{2\rho^2}\right) \forall i \in \llbracket 1, 3 \rrbracket \quad (10)$$

$$p_\rho(\mathbf{x}|\mathbf{z}_{1:3}) \propto \exp\left(-\sum_{i=1}^3 \frac{\|\mathbf{K}_i \mathbf{x} - \mathbf{z}_i\|_2^2}{2\rho^2}\right). \quad (11)$$

Un moyen naturel d'échantillonner selon p_ρ est un échantillonneur de Gibbs, appelé ici *split Gibbs sampler* en référence à l'étape de *splitting* présente dans les modèles AXDA. Les détails d'échantillonnage selon chaque conditionnelle sont donnés ci-après.

Conditionnelles log-concaves – Les lois conditionnelles associées aux variables auxiliaires $\mathbf{z}_{1:3}$ sont log-concaves avec un potentiel lisse et gradient Lipschitz φ . Elles peuvent ainsi être échantillonnées efficacement en utilisant l'algorithme *proximal Moreau-Yoshida unadjusted Langevin algorithm* (P-MYULA) [15] si les opérateurs proximaux des potentiels $f_{1:3}$ sont disponibles ou peuvent être approchés efficacement.

Conditionnelle gaussienne – D'un autre côté, la loi conditionnelle associée à la variable d'intérêt \mathbf{x} est gaussienne mais avec une matrice de covariance qui n'est pas forcément diagonale. Cependant, lorsque les matrices \mathbf{K}_i sont diagonales ou circulantes par bloc, nous pouvons nous placer dans le domaine de Fourier et utiliser la formule de Sherman-Morrison-Woodbury pour ré-écrire cette matrice de covariance à l'aide de matrices diagonales. L'algorithme *exact perturbation-optimization* (E-PO) [16] permet alors l'échantillonnage de (11).

3 Application à la restauration d'images sous bruit de Poisson

3.1 Problèmes considérés

Deux approches de restauration d'images entachées de bruit de Poisson sont considérées. Nous proposons une loi a priori faisant intervenir soit une régularisation variation totale (TV) soit une régularisation parcimonieuse ℓ_1 dans une trame d'ondelettes [17]. L'approche proposée peut se généraliser à d'autres lois a priori log-concaves.

Déconvolution avec régularisation TV – Dans cette approche (notée TV dans le tableau 1), les opérateurs définis au 2.1 sont $\mathbf{K}_1 = \mathbf{P}$, $\mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_3 = \mathbf{I}_d$. L'objet à recouvrer est l'image originale $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^d$. La matrice \mathbf{P} est associée à un noyau de convolution de flou gaussien : elle est circulante par bloc et diagonalisable dans le domaine de Fourier. Les potentiels $f_{1:3}$ sont ceux définis en 2.1 où ψ est la fonction variation totale.

Approche de synthèse basée sur une trame – Dans cette approche (notée WT pour *wavelet transform* dans le tableau 1), les opérateurs définis en section 2.1 sont $\mathbf{K}_1 = \mathbf{P}\mathbf{W}$, $\mathbf{K}_2 = \mathbf{I}_d$, $\mathbf{K}_3 = \mathbf{W}$ et l'objet à recouvrer est le vecteur de coefficients β associé à la trame \mathbf{W} telle que $\mathbf{x} = \mathbf{W}\beta$. La matrice \mathbf{P} est associée à un noyau de convolution de flou gaussien et les colonnes de \mathbf{W} sont les éléments de la trame considérée (e.g., ondelettes ou curvelets). Dans la suite, l'ondelette de Daubechies 3 est utilisée. Les potentiels $f_{1:3}$ sont ceux définis en section 2.1 avec ψ correspondant à la norme ℓ_1 appliquée au vecteur β . Pour ces deux approches, les opérateurs proximaux associés aux fonctions $f_{1:3}$ peuvent être calculés via leur expression explicite ou une approximation comme détaillé dans [10].

3.2 Protocole expérimental

L'approche proposée (appelée SP dans ce qui suit) est illustrée sur trois cas d'images floutées et contaminées par du bruit de Poisson qui sont représentées sur la figure 1. Ces images ont différentes tailles, un niveau d'intensité maximal M différent et sont restaurées en utilisant soit une régularisation TV soit via une approche de synthèse avec des ondelettes, voir le tableau 1. L'approche proposée est comparée à l'algorithme *Poisson image deconvolution by augmented Lagrangian* (PIDAL) [10] qui peut être vu comme un équivalent déterministe de l'échantillonneur de Gibbs proposé. Bien qu'il ne puisse pas être directement appliqué pour échantillonner selon π , l'algorithme P-MYULA a également été implémenté après stabilisation de la variance par la transformée d'Anscombe et une méthode de *splitting* de type Douglas-Rachford afin de calculer l'opérateur proximal de $f_2 + f_3$ lorsqu'une approche de synthèse basée sur une trame est utilisée. Cette implémentation est une contribution annexe intéressante de ce papier.

Chaque algorithme MCMC a été implémenté avec $T_{MC} = 10^5$ itérations pour SP (resp. 10^6 pour P-MYULA qui mélange moins bien) et 10^4 échantillons ont été utilisés dans chaque cas pour approcher les estimateurs bayésiens. Le paramètre de SP a été choisi tel que $\rho = 1$ pour un meilleur compromis entre bons résultats de reconstruction et bonnes propriétés de mélange, voir [14] pour les détails. La performance de chaque méthode a été évaluée en utilisant l'erreur absolue moyenne ($MAE = d^{-1} \|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_1$) et sa version normalisée par rapport au niveau d'intensité M . Pour chaque méthode, ces critères ont été moyennés sur 10 réalisations indépendantes du bruit.

3.3 Résultats

Résultats de restauration – Le tableau 1 présente les résultats de restauration obtenus. L'écart-type associé à chaque expérience est de l'ordre de 0.005. Pour les algorithmes MCMC, l'estimateur de la moyenne a posteriori (MMSE) a été utilisé pour calculer le critère MAE. Les résultats de l'approche proposée sont proches de ceux obtenus avec les deux autres méthodes mais les cibles de ces dernières diffèrent. En effet, PIDAL permet d'approcher l'estimateur du maximum a posteriori (MAP) associé à π alors que P-MYULA et SP ont été utilisés dans ces expériences afin d'approcher l'estimateur MMSE. Il est à noter que bien que SP cible une loi approchée, cette approximation est contrôlée par un seul paramètre ρ qui peut être pris aussi petit que possible, voir Proposition 1. Au contraire, l'implémentation de P-MYULA souffre de plusieurs approximations sur ce problème d'échantillonnage : absence d'étape d'acceptation-rejet, l'utilisation de la transformée d'Anscombe et l'utilisation d'un algorithme itératif type Douglas-Rachford afin d'approcher l'opérateur proximal de $f_2 + f_3$ pour les approches de synthèse basée sur des trames. Bien que la première approximation puisse être contrôlée avec un seul paramètre [15], la deuxième n'est pas justifiée pour tous les scénarios rencontrés en restauration d'images et la dernière, étant itérative, implique un coût supplémentaire. Dans les expériences

TABLE 1 – Critères de performance avec les approches implémentées : PIDAL, P-MYULA et SP. Les résultats sont moyennés sur 10 simulations indépendantes. Pour les algorithmes MCMC, l’estimateur MMSE a été utilisé.

image	approach	M	τ	PIDAL [10]		P-MYULA [15]		SP [14]	
				MAE	norm. MAE	MAE	norm. MAE	MAE	norm. MAE
Saturn	TV	300	0.1	2.42	0.01	3.37	0.01	3.06	0.01
neuron	TV	30 (Fig. 1)	1	0.89	0.03	0.99	0.03	1.45	0.05
cameraman	WT	255	0.1	13.21	0.05	12.89	0.05	13.05	0.05

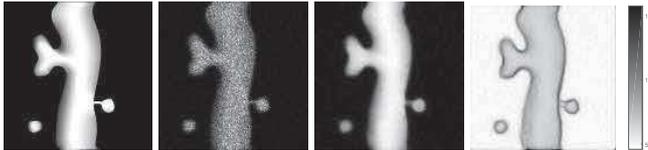


FIGURE 1 – De gauche à droite : image originale, observation, estimateur MMSE et intervalles de crédibilité à 95%.

que nous avons menées, la convergence de SP était en moyenne 6 fois plus rapide que celle de P-MYULA pour des résultats de reconstruction similaires.

Intervalles de crédibilité – En plus de pouvoir fournir un estimateur bayésien ponctuel (e.g., l’estimateur MMSE ou MAP, voir la figure 1), l’approche proposée permet également de fournir une estimation des intervalles de crédibilité sous la loi a posteriori de la variable d’intérêt x . La figure 1 montre les intervalles de crédibilité à 95% estimés avec SP pour une expérience. Comme indiqué dans [15], nous avons la conviction que les méthodes d’optimisation et de simulation doivent être considérées de manière complémentaire afin de conduire des tâches de traitement et d’analyse des images. En effet, une estimation MAP pourrait par exemple être conduite dans un premier temps avant d’utiliser l’approche proposée pour estimer des intervalles de crédibilité, tester des hypothèses ou encore sélectionner des modèles en se basant sur leur évidence.

4 Conclusion

Nous avons présenté une nouvelle approche Monte Carlo par chaînes de Markov afin d’échantillonner selon une loi a posteriori construite à partir d’une loi a priori log-concave et possiblement non différentiable. En plus d’être générale, l’approche AXDA proposée permet de faciliter la mise en oeuvre d’algorithmes existants, par exemple, les méthodes MCMC proximales, en les utilisant en son sein. Le coût calculatoire de la méthode proposée est modéré comparé à celui d’un algorithme d’optimisation tout en ayant des résultats de restauration similaires accompagnés d’intervalles de crédibilités précieux. Ce travail ouvre la voie vers des méthodes de simulation efficaces pour des problèmes de restauration plus compliqués (e.g., bruit Poisson-gaussien) ou plus complexes.

Remerciements

Une partie de ce travail a été soutenue par le projet ANR-3IA Artificial and Natural Intelligence Toulouse Institute (ANITI).

Références

- [1] L. A. Shepp and Y. Vardi, “Maximum likelihood reconstruction for emission tomography,” *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 1, no. 2, 1982.
- [2] D. A. Agard and J. W. Sedat, “Three-dimensional architecture of a polytene nucleus,” *Nature*, vol. 302, pp. 676–681, 1983.
- [3] R. J. Hanisch and R. L. W. (ed.), *The restoration of HST images and spectra*, 1991.
- [4] M. Bertero, P. Boccacci, G. J. Brakenhoff, F. Malfanti, and H. T. M. van der Voort, “Three-dimensional image restoration and super-resolution in fluorescence confocal microscopy,” *Journal of Microscopy*, vol. 157, no. 1, pp. 3–20, 1990.
- [5] W. H. Richardson, “Bayesian-based iterative method of image restoration,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 62, no. 1, pp. 55–59, 1972.
- [6] L. B. Lucy, “An iterative technique for the rectification of observed distributions,” *Astron. J.*, vol. 79, pp. 745–754, 1974.
- [7] J.-L. Starck, A. Bijaoui, and F. Murtagh, “Multiresolution support applied to image filtering and deconvolution,” *Graphical Models and Image Processing*, vol. 57, pp. 420–431, 1995.
- [8] F. Dupé, J. M. Fadili, and J. Starck, “A proximal iteration for deconvolving Poisson noisy images using sparse representations,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 18, no. 2, pp. 310–321, 2009.
- [9] F. J. Anscombe, “The transformation of Poisson, binomial and negative-binomial data,” *Biometrika*, vol. 35, pp. 246–254, 1948.
- [10] M. A. T. Figueiredo and J. M. Bioucas-Dias, “Restoration of Poissonian images using alternating direction optimization,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 19, no. 12, pp. 3133–3145, 2010.
- [11] J. M. Bardsley and A. Luttmann, “A Metropolis-Hastings method for linear inverse problems with Poisson likelihood and Gaussian prior,” *Int. J. Unc. Quant.*, vol. 6, no. 1, pp. 35–55, 2016.
- [12] Y. Altmann, R. Aspden, M. Padgett, and S. McLaughlin, “A Bayesian approach to denoising of single-photon binary images,” *IEEE Trans. Comput. Imag.*, vol. 3, no. 3, pp. 460–471, 2017.
- [13] M. Vono, N. Dobigeon, and P. Chainais, “Asymptotically exact data augmentation : models, properties and algorithms,” submitted. [Online]. Available : <https://arxiv.org/abs/1902.05754/>
- [14] —, “Split-and-augmented Gibbs sampler - Application to large-scale inference problems,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 67, no. 6, pp. 1648–1661, 2019.
- [15] A. Durmus, E. Moulines, and M. Pereyra, “Efficient Bayesian computation by proximal Markov chain Monte Carlo : When Langevin meets Moreau,” *SIAM J. Imag. Sci.*, vol. 11, no. 1, pp. 473–506, 2018.
- [16] G. Papandreou and A. L. Yuille, “Gaussian sampling by local perturbations,” in *Adv. in Neural Information Process. Systems*, 2010, pp. 1858–1866.
- [17] M. Elad, P. Milanfar, and R. Rubinstein, “Analysis versus synthesis in signal priors,” *Inv. Probl.*, vol. 23, pp. 947–968, 2007.