



HAL
open science

Une approche de décomposition pour des problèmes robustes avec recours entier

Ayşe N Arslan, Boris Detienne

► **To cite this version:**

Ayşe N Arslan, Boris Detienne. Une approche de décomposition pour des problèmes robustes avec recours entier. 20ème congrès annuel de la société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision ROADEF2019, Feb 2019, Le Havre, France. hal-02407760

HAL Id: hal-02407760

<https://hal.science/hal-02407760>

Submitted on 12 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Une approche de décomposition pour des problèmes robustes avec recours entier

Ayşe-Nur Arslan¹, Boris Detienne²

¹ Département de génie mathématique, INSA Rennes

ayse-nur.arslan@insa-rennes.fr

² Institut de Mathématiques de Bordeaux, Université de Bordeaux

RealOpt, Inria Bordeaux Sud-Ouest

boris.detienne@u-bordeaux.fr

Mots-clés : *Optimisation robuste, Programmation linéaire en nombres entiers, Génération de colonnes*

1 Introduction

Nous étudions une classe de problèmes d'optimisation robuste avec recours et fonction objectif incertaine de la forme

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \max_{\xi \in \Xi} \min_{\mathbf{y} \in \mathcal{Y}(\mathbf{x})} \xi^T \mathbf{Q} \mathbf{y} \quad (1)$$

où $\mathcal{X} \subseteq \{0, 1\}^{N_1} \times \mathbb{R}_+^{N_2}$, $\mathcal{Y} \subseteq \{0, 1\}^{M_1} \times \mathbb{R}_+^{M_2}$ et $\mathcal{Y}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) \in \mathcal{Y} \mid \mathbf{H} \mathbf{y}_1 \leq \mathbf{d} - \mathbf{T} \mathbf{x}_1, \mathbf{A} \mathbf{y} \leq \mathbf{b}\}$ et $\Xi \subseteq \mathbb{R}^Q$ sont des polyèdres bornés. Les variables de décision, x au premier niveau et y au second niveau, peuvent être sujettes à des contraintes d'intégralité. Nous faisons l'hypothèse restrictive que les vecteurs de variables \mathbf{x}_1 et \mathbf{y}_1 intervenant dans les contraintes de liaison entre les deux niveaux, $\mathbf{H} \mathbf{y}_1 \leq \mathbf{d} - \mathbf{T} \mathbf{x}_1$, sont binaires.

Dans [3], les auteurs s'intéressent au cas général du recours en variables mixtes et proposent une résolution par génération de lignes et de colonnes, qui consiste à générer à la volée des blocs de variables et contraintes liés à des réalisations de l'incertitude pour lesquelles la solution courante n'est pas réalisable. Les auteurs proposent un algorithme sophistiqué pour identifier un de ces scénarios d'incertitude étant donnée une solution de premier niveau. Malheureusement, la méthode semble applicable en pratique uniquement à des instances de taille modeste. Les auteurs de [2] proposent le concept de K -adaptabilité, qui consiste à pré-déterminer, au premier niveau, une solution de premier niveau ainsi que K solutions de recours. Au second niveau, une fois l'incertitude révélée, le problème se réduit à sélectionner la solution pré-déterminée de moindre coût. Ainsi, le problème résolu est une restriction du problème original dans laquelle la flexibilité sur les actions de recours est réduite. Une autre approche [1] consiste à restreindre l'ensemble des valeurs des solutions de recours à des fonctions plus ou moins simples des variables aléatoires.

2 Contribution méthodologique

Dans ces travaux, nous nous intéressons à une relaxation du problème (1) dans laquelle nous remplaçons l'ensemble des solutions de second niveau réalisable $\mathcal{Y}(\mathbf{x})$ par son sur-ensemble $\bar{\mathcal{Y}}(\mathbf{x}) = \text{conv}(\mathcal{Y}) \cap \{\mathbf{y} \mid \mathbf{H} \mathbf{y}_1 \leq \mathbf{d} - \mathbf{T} \mathbf{x}_1\}$. Nous proposons de résoudre cette relaxation par un algorithme de branch-and-price. Nous montrons par ailleurs que pour certains problèmes non triviaux, cette relaxation coïncide avec le problème original, ce qui fournit un algorithme de résolution exacte n'imposant pas de restriction supplémentaire sur l'ensemble des solutions de recours.

3 Application au problème de sac-à-dos robuste avec recours

Nous appliquons notre approche à une variante robuste du problème de sac-à-dos. Dans ce problème, chaque article i de l'ensemble $\mathcal{I} = \{1, \dots, I\}$ a un poids c_i et un profit p_i . Les décisions de premier niveau consistent à sélectionner un sous-ensemble des articles (qui peuvent correspondre par exemple à un ensemble de commandes à accepter, et donc de produits à fabriquer). Après cette sélection, un vecteur de dégradations des profits $\boldsymbol{\xi} \in \Xi = \{\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}_+^I \mid \sum_{i \in \mathcal{I}} \xi_i \leq \Gamma, 0 \leq \xi_i \leq 1\}$ est révélé. Nous définissons $d_i(\boldsymbol{\xi}) = \xi_i \bar{d}_i$ où \bar{d}_i est la dégradation de profit maximale pour l'article $i \in \mathcal{I}$. Après l'observation des dégradations, trois actions sont possibles pour chaque article :

- (i) Accepter l'article tel quel, en utilisant c_i unités de capacité du sac-à-dos, avec le profit dégradé $p_i - d_i(\boldsymbol{\xi})$.
- (ii) Réparer l'article, en utilisant t_i unités de capacité supplémentaires et en rétablissant le profit initial p_i .
- (iii) Rejeter l'article, avec le profit $p_i - f_i$, où f_i est une pénalité associée au fait de sélectionner l'article i au premier niveau mais de le rejeter au second niveau (par exemple, ne pas honorer la commande ou la sous-traiter en urgence).

Pour appliquer notre méthode de résolution par reformulation et branch-and-price, nous développons un programme dynamique pour résoudre le sous-problème de génération de colonnes. Nous comparons numériquement cette approche avec la résolution par un solveur commercial de PLNE d'une reformulation basée sur l'énumération des solutions du problème et d'une reformulation basée sur un modèle de flot de coût minimum issu de la récurrence de programmation dynamique du problème de recours.

Références

- [1] Dimitris Bertsimas and Angelos Georghiou. Binary decision rules for multistage adaptive mixed-integer optimization. *Mathematical Programming*, 167(2) :395–433, 2018.
- [2] Grani A Hanasusanto, Daniel Kuhn, and Wolfram Wiesemann. K-adaptability in two-stage distributionally robust binary programming. *Operations Research Letters*, 44(1) :6–11, 2016.
- [3] Long Zhao and Bo Zeng. An exact algorithm for two-stage robust optimization with mixed integer recourse problems. *submitted, available on Optimization-Online.org*, 2012.