



**HAL**  
open science

## Distribution de particules en turbulence de surface : application à la pollution plastique océanique

Marie Poulain, Alexandra ter Halle, Matthieu Mercier

### ► To cite this version:

Marie Poulain, Alexandra ter Halle, Matthieu Mercier. Distribution de particules en turbulence de surface: application à la pollution plastique océanique. 24e Congrès Français de Mécanique, Aug 2019, Brest, France. pp.0. hal-02406337

**HAL Id: hal-02406337**

**<https://hal.science/hal-02406337v1>**

Submitted on 12 Dec 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## Open Archive Toulouse Archive Ouverte

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible

This is author's version published in: <http://oatao.univ-toulouse.fr/25194>

**To cite this version:**

Poulain, Marie and Ter Halle, Alexandra and Mercier, Matthieu Distribution de particules en turbulence de surface : application à la pollution plastique océanique. (2019) In: Congrès Français de Mécanique, 26 August 2019 - 30 August 2019 (Brest, France). (Unpublished)

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: [tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr](mailto:tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr)

# Distribution de particules en turbulence de surface :

## Application à la pollution plastique océanique

M. POULAIN<sup>a, b</sup>, A. TER HALLE<sup>b</sup>, M. MERCIER<sup>a</sup>

a. Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, UMR 5502, Toulouse, France. emails :  
marie.poulain@imf.fr et matthieu.mercier@imft.fr

b. Laboratoire des Interactions Moléculaires et Réactivité Chimique et Photochimique, Université de  
Toulouse, CNRS, UMR 5623, Toulouse, France. email : ter-halle@chimie.ups-tlse.fr

### Résumé :

*Nous étudions ici la turbulence de surface générée par un dispositif expérimental de grille oscillante et son influence sur la distribution verticale de particules millimétriques de plastiques légèrement flottantes. Dans un premier temps, la description détaillée de cette turbulence est faite grâce à des mesures PIV (Particle Image Velocimetry) pour remonter aux profils verticaux des grandeurs caractéristiques de l'écoulement (échelles intégrale et de Kolmogorov, énergie cinétique turbulente, taux de dissipation). Dans un second temps, le lien avec la distribution de particules légèrement flottantes dont la taille est comprise entre l'échelle de Kolmogorov et celle intégrale est fait. Nous comparons nos résultats avec des modèles existants, dans le cadre de la pollution plastique océanique.*

### Abstract :

*We consider the turbulence generated by an oscillating grid near the surface and its influence on the vertical distribution of millimetric buoyant particles. First, we performed the detailed description of this turbulence through PIV measurements in order to obtain vertical profiles of characteristics quantities of the flow (integral and Kolmogorov scales, turbulent kinetic energy, dissipation rate). Secondly, we investigate the influence of surface turbulence on the plastic suspension, using particles with a size between the integral scale and the Kolmogorov one. We compare our results with existing models in the context of the plastic pollution in the ocean.*

**Mots clefs : Turbulence de grille, PIV, particules.**

### Introduction

La pollution plastique alerte depuis une petite dizaine d'années les autorités scientifiques et publiques [1, 2]. Si nous commençons à prendre conscience de ce fléau par la vision de paysages ravagés, d'une faune affectée à différentes échelles (mortalité, malformations), nous sommes bien loin de pouvoir quantifier l'ampleur des dégâts déjà causés par la non gestion de la production et des déchets rejetés depuis les années 1950. Afin de quantifier l'impact de la pollution plastique sur l'environnement et les écosystèmes

à l'instant  $t$  ainsi que ceux sur le plus long terme, il faut dans un premier temps savoir où focaliser notre attention. Or les estimations actuelles de la quantité de déchets plastiques dans les océans, environ 200 000 pièces / km<sup>2</sup>, ne représentent qu'entre 2 et 5 % de la quantité annuellement rejetée dans les océans [3]. Ceci s'explique en partie par le fait que les modèles utilisés pour ces estimations globales ne permettent pas encore d'évaluer les fortes inhomogénéités spatio-temporelles des concentrations de plastiques,  $n(x, y, z)$ , que l'on retrouve en surface [4, 5], ainsi que suivant la profondeur. Les modèles pour le transport vertical sont basés sur un équilibre de flux entre celui ascendant, lié à la flottabilité des plastiques, et celui descendant, lié à la turbulence de surface induite par le vent et les vagues [6, 7]. Nous nous intéresserons ici à cet équilibre reliant la vitesse de flottabilité des plastiques,  $W_b$ , à un modèle de diffusivité turbulente,  $\Gamma_t$ , proportionnelle à la viscosité turbulente,  $\nu_t$  :

$$\frac{dn(z)}{dz} + \frac{W_b}{\Gamma_t}n(z) = 0 \quad (1)$$

Des modèles ont été proposés pour mieux estimer la flottabilité des plastiques en tenant compte des leurs spécificités (taille et géométrie) [8, 9]. Cependant peu de travaux ont étudié le couplage entre la turbulence et ces particules de faible flottabilité, que ce soit via un modèle pour la diffusivité turbulente modifiant le profil de concentration vertical des plastiques [10], ou pour caractériser la dynamique Lagrangienne de ces particules [11].

Dans le cadre de la pollution plastique, une spécificité du problème résulte dans la nature de la turbulence de surface produite par le vent et les vagues, dont l'intensité décroît avec la profondeur,  $z$ . Nous reproduisons cette particularité en utilisant un dispositif de grille vibrante proche de la surface. Pour ce type d'écoulement, il a été montré que les vitesses fluctuantes transverses,  $U_{rms}$ , et longitudinales,  $W_{rms}$ , diminuent en  $z^{-1}$ , et peuvent être modélisées par [12, 13] :

$$U_{rms} = \sqrt{U'^2} = C_1 M^{1/2} A_g^{3/2} f_g z^{-1} \quad \& \quad W_{rms} = \sqrt{W'^2} = C_2 M^{1/2} A_g^{3/2} f_g z^{-1}, \quad (2)$$

où  $U'$  et  $W'$  sont les fluctuations de vitesses,  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes,  $M$  est la maille de la grille,  $A_g$  et  $f_g$  sont respectivement l'amplitude et la fréquence d'oscillations de la grille. Plusieurs études ont vérifié ces lois paramétriques [14, 15], des différences ont néanmoins été trouvées sur les constantes  $C_1$  et  $C_2$  variant respectivement entre 0.20 et 0.25 et entre 0.19 et 0.27 [12, 14, 15]. Afin de prédire le transport de particules plastiques océaniques par des modèles de type  $k - \epsilon$ , l'énergie cinétique turbulente,  $k$ , et le taux de dissipation,  $\epsilon$ , doivent également être considérés. Si pour le taux de dissipation aucune loi suivant  $z$  n'est proposée dans la littérature, on en trouve en revanche pour l'énergie cinétique turbulente [16]

$$k = 0.5(2C_1^2 + C_2^2) M A_g^3 f_g^2 z^{-2}. \quad (3)$$

Matsunaga *et al.* proposent des expressions paramétriques pour  $k$  et  $\epsilon$  à la position moyenne de grille [17],

$$k_0 = 8.1 \times 10^{-3} M^{-1/4} A_g^{9/4} f_g^2 Re_g^{1/2} \quad \& \quad \epsilon_0 = 8.2 \times 10^{-2} M^{-1} A_g^3 f_g^3 Re_g, \quad (4)$$

où  $Re_g = f_g A_g^2 / \nu_f$  est le nombre de Reynolds avec  $\nu_f$  la viscosité cinématique du fluide. Cette formulation est valable pour  $Re_g < 5500$ .

Les travaux présentés ici proposent une caractérisation de la turbulence de grille issues de mesures PIV. La section 2 décrit le dispositif expérimental et les mesures effectuées, et la section 3 présente les principaux résultats sur la caractérisation de la turbulence ainsi que la modélisation du transport de particules dans ce type d'écoulement.

## Dispositif expérimental

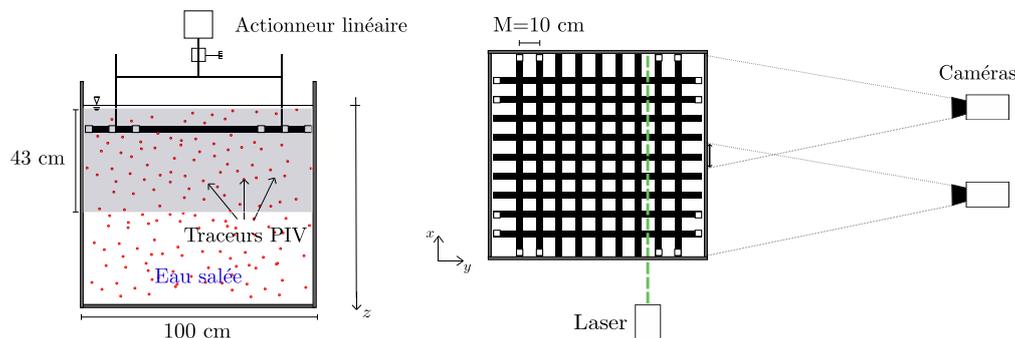


FIGURE 1 – Schéma du dispositif expérimental (Gauche : vue latérale. Droite : vue de haut). La zone de mesure est symbolisée par la zone grisée sur la vue latérale.

Les expériences ont été réalisées dans une cuve carrée de dimension  $1 \times 1 \times 1 \text{ m}^3$ . Le fluide est de l'eau salée de densité  $\rho_f = 1042.0 \text{ kg/m}^3$ . La zone de mesure est illuminée par une nappe laser (source Quantel CFR 200,  $\lambda = 532 \text{ nm}$ ,  $200 \text{ mJ max.}$ ) de  $1 \text{ mm}$  d'épaisseur située à  $0.25 \text{ m}$  de la paroi de la cuve et mesure  $0.43 \times 1 \text{ m}^2$  (zone grisée de la Fig. 1). Les images sont acquises grâce à deux caméras de type sCMOS (pco.edge) de résolution  $2160 \times 2560$  pixels, placées parallèlement l'une par rapport à l'autre à  $6.5 \text{ m}$  du dispositif. Chaque caméra permet de visualiser un champ de  $52 \times 43 \text{ cm}^2$ , avec un recouvrement d'une maille de grille (Fig. 1). La résolution spatiale de chaque caméra étant de  $210 \mu\text{m}/\text{pixel}$ , des particules sphériques de polystyrène de diamètre  $d_p = 228 \mu\text{m}$  sont utilisées pour caractériser l'écoulement. Il a été vérifié que leur taille est entre 4 et 1.5 fois plus petite que l'échelle de Kolmogorov, assurant ainsi qu'il s'agit bien de traceurs de l'écoulement malgré leur diamètre 4 fois supérieur à des particules de PIV classiques. L'acquisition est faite en mode séquentiel avec une fréquence d'acquisition entre 9 et 18 fois  $f_g$ . Les champs PIV sont calculés grâce au logiciel commercial Davis de Lavision avec une résolution de  $1.7 \text{ mm}$ . Les champs issus des deux caméras sont concaténés puis analysés dans la section suivante. Pour chaque forçage une acquisition de 300 périodes de grille est faite, afin d'assurer la convergence des données statistiques (champ moyen et fluctuations, non montré ici). Les paramètres expérimentaux sont détaillés dans la Table 1. Des résultats analogues ont été trouvés pour l'ensemble des configurations.

$f_g$	1.5 Hz	1.5 Hz	2.0 Hz	3.0 Hz
$A_g$	3.4 cm	4.0 cm	2.0 cm	1.4 cm
$Re_g$	1730	2400	800	690

TABLE 1 – Paramètres expérimentaux.

## Résultats

Nous présentons uniquement quelques résultats issus des mesures PIV, pour le cas  $f_g = 2 \text{ Hz}$  et  $A_g = 2 \text{ cm}$ . Une analyse analogue a été faite pour chaque forçage de grille. Plusieurs profils verticaux sont présentés Fig. 2 ; les vitesses fluctuantes  $U_{rms}$  et  $W_{rms}$  aux panneaux a et b, l'énergie cinétique en c, et le taux de dissipation en d. Ces profils ont été obtenus en moyennant temporellement puis horizontalement les champs PIV, en excluant 2 mailles de grilles sur les bords de la cuve où les effets de bord de la cuve dominent l'écoulement [18]. On notera également que toutes ces grandeurs ont été calculées à partir des fluctuations turbulentes définies comme  $U' = U - \bar{U} - U_g$  pour la composante horizontale

par exemple, avec  $U$  le champ instantané,  $U_g$  est le champ associé à la fréquence de la grille et  $\bar{U}$  le champ moyen. Cette définition peu classique permet d'éliminer la contribution mécanique de la grille, correspondant approximativement à 5 – 10% de l'énergie cinétique turbulente calculée à partir de la définition classique des fluctuations ( $U' = U - \bar{U}$ , comparaison non montrée ici).

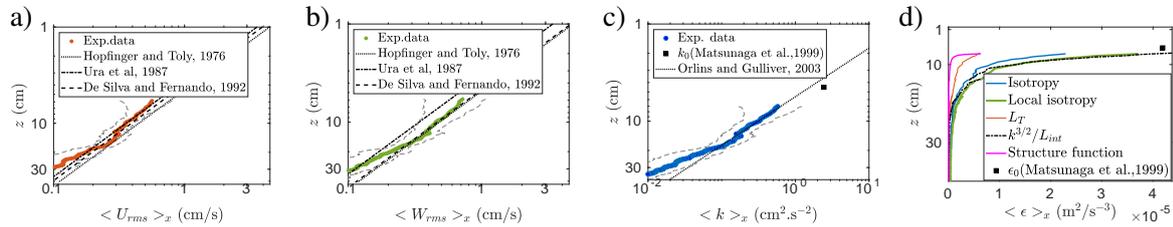


FIGURE 2 – Profils verticaux des vitesses fluctuantes (a) transverse,  $\langle U_{rms} \rangle_x$ , (b) longitudinale,  $\langle W_{rms} \rangle_x$ , (c) de l'énergie cinétique turbulente,  $\langle k \rangle_x$ , et (d) du taux de dissipation  $\langle \epsilon \rangle_x$  pour  $f_g = 2$  Hz et  $A_g = 2$  cm. (a-c) Les symboles représentent les données expérimentales, les lignes pointillées grises représentent la dispersion des mesures et les lignes noires sont les différentes lois proposées dans la littérature. (c,d) Le carré noir représente  $k_0$  et de  $\epsilon_0$  issu de l'eq. (4). (d) Les courbes représentent  $\epsilon$  calculé à partir de plusieurs méthodes.

Les vitesses fluctuantes déterminées à partir des mesures sont en accord avec les lois paramétriques de la littérature (eq. (2)) jusqu'à la dissipation de la turbulence à partir de  $z = 3M$ . Nos résultats sont plus proches de la loi issue de [13]. Elle est, en effet, plus proche de la solution analytique comme l'ont montré Matsunaga *et al.* [17]. On note une forte dispersion des données pour  $z < 1M$  (Fig. 2.a à c). Cela s'explique par des fluctuations de vitesses fortement impactées par la géométrie de la grille; sous les barreaux la vitesse du fluide étant plus importante qu'au centre de la maille. L'énergie cinétique turbulente est définie comme  $k = \overline{U'^2} + 0.5\overline{W'^2}$ , où nous supposons que loin des bords de la cuve les fluctuations de vitesse suivant  $x$  et  $y$  sont équivalentes. Les observations sont en accord avec la littérature tant que le niveau d'énergie n'est pas trop faible ( $z < 3M$ ). A la différence de Matsunaga *et al.* nous n'avons pas pris comme altitude d'injection d'énergie la position moyenne de la grille mais celle juste sous la grille, l'énergie étant fournie sur l'ensemble de la zone de déplacement de la grille (Fig. 2.c).

L'analyse de la décroissance du taux de dissipation avec la profondeur est faite en revenant sur sa définition, à partir des gradients spatiaux des fluctuations des vitesses dans les trois directions de l'espace. Cependant seulement une composante horizontale,  $U'$ , et selon la verticale,  $W'$ , sont accessibles par mesures PIV 2D-2C. Plusieurs hypothèses sont donc testées pour remonter à  $\epsilon(z)$ : turbulence homogène isotrope, isotropie locale [19, 20, 21]. Le taux de dissipation peut aussi être obtenu via l'analyse du spectre d'énergie qui requiert une résolution des mesures suffisante pour observer la gamme inertielle sur deux décades [17, 22]. Deux autres méthodes sont basées sur les échelles caractéristiques de l'écoulement: l'échelle intégrale,  $L_{int}$  [12, 22, 23, 24], ou celle de Taylor,  $L_T$  [23]. Enfin une dernière méthode est possible en utilisant la fonction de structure en se basant sur les première et seconde hypothèses de similitudes de Kolmogorov [22, 25]. Les résultats sont présentés Fig. 2.d.

Les profils obtenus sur des hypothèses de turbulence isotrope ou homogène isotrope (via le calcul à partir de  $L_T$  ou de la fonction de structure) sous-estiment la valeur de  $\epsilon$  en zone proche grille. En effet, pour  $z < 2M$  la turbulence n'est pas homogène isotrope, la signature de la grille étant encore présente dans cette région [12, 16]. En revanche, le profil via  $L_{int}$ , basé sur des hypothèses moins fortes, est très proche et en accord avec l'expression paramétrique donnée par l'eq.(4). Ainsi nous utilisons ce profil de  $\epsilon(z)$  dans le modèle  $k - \epsilon$  pour déduire la viscosité turbulente.

Afin d'étudier l'influence du modèle de  $\nu_t$  sur la concentration des déchets plastiques, deux modèles

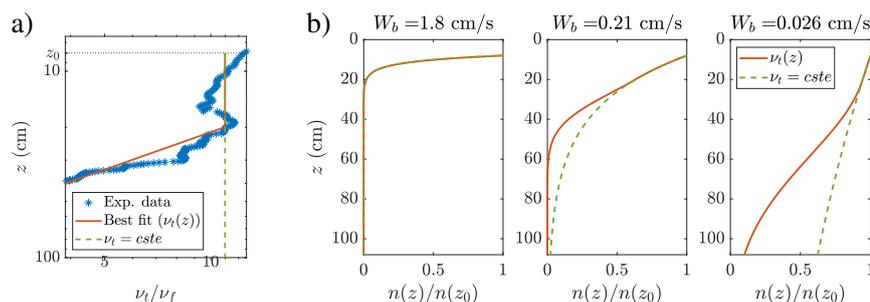


FIGURE 3 – Profils verticaux de (a) viscosité turbulente,  $\nu_t$ , et (b) des concentrations de plastiques,  $n(z)$ , issu de l’eq. (1) pour deux modèles de diffusivité ( $\nu_t(z)$  ou  $\nu_t = cste$ ) et 3 vitesses de remontées,  $W_b = 1.8$  cm/s,  $W_b = 0.21$  cm/s et  $W_b = 0.026$  cm/s. (a) les symboles représentent les données expérimentales, la ligne pleine représente le modèle de  $\nu_t$  ajusté sur les données expérimentales et la ligne pointillée le modèle de  $\nu_t$  constante.

sont considérés (Fig. 3.a). L’un, classiquement utilisé pour les estimations de concentrations globales de plastique [6], suppose  $\nu_t$  constante avec la profondeur. L’autre modèle, basé sur les données expérimentales de turbulence de grille, propose  $\nu_t$  constante sur une hauteur  $H_{\nu_t}$  puis qui décroît en  $z^{-1.5}$  pour  $z > H_{\nu_t}$ . Pour chaque modèle, le profil de concentration est calculé à partir de l’eq. (1). Les résultats obtenus pour trois flottabilités ( $W_b = 1.8$  cm/s,  $W_b = 0.21$  cm/s et  $W_b = 0.026$  cm/s correspondant respectivement à des particules sphériques de diamètre de 6 mm, 1 mm et 0.1 mm pour un écart en densité de  $5$  kg/m<sup>3</sup> avec le fluide) sont présentés Fig 3.b. Les profils calculés à partir des deux modèles de  $\nu_t$  diffèrent pour les flottabilités les plus faibles (0.21 cm/s et 0.026 cm/s). En effet, lorsque la flottabilité diminue, la longueur  $H_{W_b} = \Gamma_t/W_b$  augmente. Lorsque cette longueur devient supérieure à  $H_{\nu_t}$ , les particules de plastique atteignent la zone où  $\nu_t$  décroît en  $z^{-1.5}$  modifiant ainsi leur profil de concentration. Inversement pour les flottabilités plus fortes ( $W_b = 1.8$  cm/s), le rapport  $H_{W_b}/H_{\nu_t}$  est inférieur à 1. Les plastiques restent confinés dans une épaisseur de fluide sur laquelle  $\nu_t$  est constante. Les deux modèles donnent alors la même solution. L’approximation de  $\nu_t$  constante dans l’équilibre des flux est donc une bonne approximation dans ce cas.

En conclusion, cette étude témoigne de l’importance de décrire finement la turbulence de surface pour notamment fournir une estimation réaliste de  $\nu_t(z)$ . En effet, nous avons observé que le modèle choisi pour la viscosité turbulente peut modifier les profils de concentration des plastiques, notamment pour ceux dont la flottabilité est faible (i.e. les plus petits en taille). Le rapport  $H_{W_b}/H_{\nu_t}$  permet d’anticiper la pertinence d’un modèle de  $\nu_t$  (constant ou variant selon  $z$ ) dans l’équilibre des flux afin d’estimer de manière plus réaliste les concentrations de plastiques dans les océans en tenant compte du couplage fluide-particules.

## Références

- [1] C. M. Rochman, M. A. Browne, B. S. Halpern, B. T. Hentschel, E. Hoh, H. K. Karapanagioti, L. M. Rios-Mendoza, H. Takada, S. Teh, R. C. Thompson., Classify plastic wastes hazardous, *Nature*, 347 (2013) 768–771.
- [2] Sustainable Development Goals, Goal 14 : Conserve and sustainably use the oceans, seas and marine resources, <https://www.un.org/sustainabledevelopment/oceans/>.
- [3] J. R. Jambeck, R. Geyer, C. Wilcox, T. R. Siegler, M. Perryman, A. Andrady, R. Narayan, K. L. Law, Plastic waste inputs from land into the ocean *Jenna, Marine Pollution Bulletin*, 347 (2015) 768–771.
- [4] K. L. Law, S. E. Morét-Ferguson, D. S. Goodwin, E. R. Zettler, E. Deforce, T. Kukulka, G. Proskurowski, Distribution of surface plastic debris in the eastern pacific ocean from an 11-year data set, *Environmental Science & Technology*, 48 (2014) 4732–4738.

- [5] L. Brach, P. Deixonne, M. F. Bernard, E. Durand, M. C. Desjean, E. Perez, E. van Sebille, A. ter Halle, Anticyclonic eddies increase accumulation of microplastic in the North Atlantic subtropical gyre, *Marine Pollution Bulletin*, 126 (2018) 191–196.
- [6] T. Kukulka, G. Proskurowski, S. Morét-Ferguson, D. W. Meyer, K. L. Law, The effect of wind mixing on the vertical distribution of buoyant plastic debris, *Geophysical Research Letters*, 39 (2012).
- [7] T. Kukulka, K. Brunner, Passive buoyant tracers in the ocean surface boundary layer : 1. Influence of equilibrium wind-waves on vertical distributions, *Journal of Geophysical Research : Oceans*, 120 (2015) 3837–3858.
- [8] J. Reisser, B. Slat, K. Noble, K. Du Plessis, M. Epp, M. Proietti, J. De Sonnevile, T. Becker, C. Pattiaratchi, The vertical distribution of buoyant plastics at sea : An observational study in the North Atlantic Gyre, *Biogeosciences*, 12 (2015) 1249–1256.
- [9] M. Poulain, M. J. Mercier, L. Brach, M. Martignac, C. Routaboul, E. Perez, M. C. Desjean, A. ter Halle, Small microplastics as a main contributor to plastic mass balance in the North Atlantic subtropical gyre, *Environmental Science & Technology*, 53 (2018) 1157–1164.
- [10] K. Enders, K. Lenz, C. A. Stedmon, T. G. Nielsen, Abundance, size and polymer composition of marine microplastics  $\geq 10\mu\text{m}$  in the Atlantic Ocean and their modelled vertical distribution, *Marine Pollution Bulletin*, 100 (2015) 70–81.
- [11] V. Mathai, V. N. Prakash, J. Brons, C. Sun, D. Lohse, Wake-Driven Dynamics of Finite-Sized Buoyant Spheres in Turbulence, *Physical Review Letters*, 115 (2015) 1–5.
- [12] E. Hopfinger, J. Toly, Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces, *Journal of Fluid Mechanics*, 78 (1976) 155–175.
- [13] I. P.D. de Silva, H. J.S. Fernando, Some aspects of mixing in a stratified turbulent patch, *Journal of Fluid Mechanics*, 240 (1992) 601–625.
- [14] M. Ura, T. Komatsu, N. Matsunaga, Entrainment due to oscillating-grid turbulence in two-layered fluid, in : C.J. Chen, L.-D. Chen, F.M. Holly (ed.), *Turbulence Measurements and Flow Modeling*, New York, United States, 1987, pp. 109–118
- [15] S. M. Thompson, J. S. Turner, Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid, *Journal of Fluid Mechanics*, 67 (1975) 149–168.
- [16] J. J. Orlins, J. S. Gulliver, Turbulence quantification and sediment resuspension in an oscillating grid chamber, *Experiments in Fluids*, 34 (2003) 662–677.
- [17] N. Matsunaga, Y. Sugihara, T. Komatsu, A. Masuda, Turbulence quantification and sediment resuspension in an oscillating grid chamber, *Fluid Dynamics Research*, 25 (1999) 147–165.
- [18] M. W. McCorquodale, R. J. Munro, A method for reducing mean flow in oscillating-grid turbulence, *Experiments in Fluids*, 59 (2018) 1–16.
- [19] A. Al-Homoud, M. Hondzo, Energy dissipation estimates in oscillating grid setup : LDV and PIV measurements, *Environmental Fluid Mechanics*, 7 (2007) 143–158.
- [20] J. De Jong, L. Cao, S. H. Woodward, J. P. L. C. Salazar, L. R. Collins, H. Meng, Dissipation rate estimation from PIV in zero-mean isotropic turbulence, *Experiments in Fluids*, 46 (2009) 499–515.
- [21] P. Doron, L. Bertuccioli, J. Katz, T. R. Osborn, Turbulence Characteristics and Dissipation Estimates in the Coastal Ocean Bottom Boundary Layer from PIV Data, *Journal of Physical Oceanography*, 31 (2001) 2108–2134.
- [22] S. Pope, *Turbulent flows*, Cambridge, 2000.
- [23] R. J. Adrian, J. Westerweel, *Particle Image Velocimetry*, Cambridge University Press, 2010.
- [24] H. Michallet, M. Mory, Modelling of sediment suspensions in oscillating grid turbulence, *Fluid Dynamics Research*, 35 (2004) 87–1006.
- [25] D. Xu, J. Chen, Accurate estimate of turbulent dissipation rate using PIV data, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 44 (2013) 662–672.