



HAL
open science

Méthode exacte pour un problème de livraison de chimiothérapie avec séquence de lots fixée

Alexis Robbes, Yannick Kergosien, Jean-Charles Billaut

► To cite this version:

Alexis Robbes, Yannick Kergosien, Jean-Charles Billaut. Méthode exacte pour un problème de livraison de chimiothérapie avec séquence de lots fixée. Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision (ROADEF'19), Feb 2019, Le Havre, France. hal-02404108

HAL Id: hal-02404108

<https://hal.science/hal-02404108v1>

Submitted on 11 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Méthode exacte pour un problème de livraison de chimiothérapie avec séquence de lots fixée

Alexis Robbes¹, Yannick Kergosien¹, Jean-Charles Billaut¹

Université de Tours, LIFAT EA 6300, CNRS, ROOT ERL CNRS 7002, 64 avenue Jean Portalis,
37200 Tours.

{alexis.robbes,yannick.kergosien,jean-charles.billaut}@univ-tours.fr

Mots-clés : *Problème de tournées, Branch and Bound, Santé*

Introduction

La production et la livraison de produits de chimiothérapies sont des activités délicates et coûteuses avec des enjeux humains importants. Le pilotage de ces activités passe par la résolution d'un problème intégré d'ordonnancement et de tournée de véhicule. Ce problème peut être décomposé en 3 niveaux de décisions : l'ordonnancement de la production, l'affectation à une tournée et l'optimisation des tournées. Dans cet article nous supposons que les deux premiers niveaux de décisions ont été fixés et nous nous intéressons à la résolution exacte du dernier niveau sur un horizon de planification d'une journée. Une première section est dédiée à la définition du problème. La deuxième section présente un état de l'art composé de travaux sur le domaine de la livraison de produits chimiothérapies et sur les problèmes de tournées de véhicules multi-tours. La troisième section est consacrée à la méthode exacte proposée pour la résolution de ce problème. Enfin la dernière section présente des expérimentations numériques pour évaluer la performance de la méthode.

1 Définition du problème

L'optimisation des tournées de livraison de produits chimiothérapies consiste à résoudre une variante du problème de tournée de véhicule multi-tours. Chaque chimiothérapie j produite est destinée à un patient et doit être livrée avant une heure d'échéance d_j au service de soins s_j où il est affecté. Ces services de soins peuvent être localisés dans le même bâtiment que l'unité de production des chimiothérapies, nommé dépôt, ou dans des hôpitaux répartis dans une ville.

On note $t_{s_j, s_{j'}}$ le temps de trajet entre les services destinataires des chimiothérapies j et j' . Chaque chimiothérapie est associée une heure de fin de production r_j et le lot de livraison auquel elle est affectée. Chaque lot de livraison correspond à une tournée. La livraison est effectuée par une flotte de V véhicules pouvant effectuer plusieurs tournées. Le problème consiste à affecter chaque lot à un unique véhicule et à calculer la séquence de livraison de chaque tournée.

Chaque lot b_k est défini par une heure de départ de livraison au plus tôt R_{b_k} . Cette dernière est égale à $\max_{j \in b_k}(r_j)$.

On supposera que la séquence $(b_k)_{k \in [1, n]}$ de n lots est triée par ordre croissant des heures de départ de livraison au plus tôt. Le problème consiste à minimiser la somme des retards de livraison de l'ensemble des chimiothérapies.

2 État de l'art

Le problème intégré de production et de livraison de chimiothérapie a déjà été traité une première fois dans sa version avec un seul véhicule [1]. Le problème étudié dans ce papier est une variante du Multi-Trip Vehicle Routing Problem (MTVRP). Le MTVRP a été l'objet de nombreuses études [2]. L'extension du MTVRP la plus similaire au problème étudié considère des fenêtres de temps à respecter. Cette dernière est nommée MTVRP with Time Windows. Pour résoudre ce problème à l'exacte, une méthode de génération de colonne a été proposée [3]. Cependant, les temps de calculs restent trop importants pour pouvoir être utilisés dans la résolution du problème intégré production et livraison. Les heuristiques proposées pour la résolution du MTVRP-TW et de ses extensions, se base dans la plupart des cas sur un algorithme génétique comme dans [4]. En revanche, un algorithme génétique n'est pas adapté à notre problème où nous souhaitons avoir une méthode d'évaluation exacte pour un ordonnancement et une séquence de lot fixés.

3 Méthode exacte pour séquence de lots fixés

La méthode de résolution se base une méthode arborescente type Branch and Bound (B&B) où chaque nœud représente une affectation partielle des lots aux véhicules. Tout d'abord nous présentons la structure générale du B&B puis nous détaillons dans la partie suivante la méthode d'évaluation des nœuds. Cette méthode d'évaluation passe par la résolution de plusieurs sous-problèmes de livraison multi-tours avec un seul véhicule. Ce problème est appelé par la suite Multi-Trip Delivery Sub Problem (MTDSP). Une troisième partie est dédiée à la présentation d'un sous-problème bi-objectifs nécessaire à la résolution du MTDSP. Ce sous-problème bi-objectif est nommé par la suite Traveling Salesman Sub Problem (TSSP).

3.1 Branch and Bound

L'exploration de l'arbre consiste à affecter un véhicule à chaque lot dans l'ordre de la séquence fixée des lots $(b_k)_{k \in [1, n]}$. Chaque niveau k de l'arbre représente l'affectation du $k^{\text{ième}}$ lot. La Figure (1) représente l'arbre pour 3 véhicules et 4 lots. Dans ce problème les véhicules sont identiques. Pour éviter des symétries, l'affectation du $k^{\text{ième}}$ lot est choisi parmi les l premiers véhicules affectés aux nœuds antérieurs ou au $(l + 1)^{\text{ième}}$ véhicule.

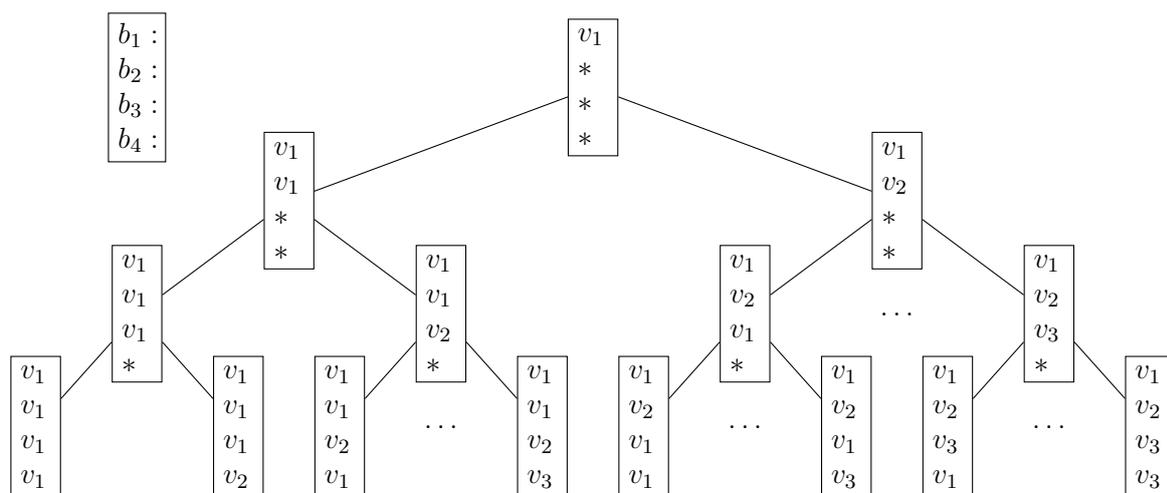


FIG. 1 – Arbre du B&B pour 3 véhicules et 4 lots

Cette stratégie de branchement permet de diminuer la taille de l'arbre par rapport à une stratégie classique qui consisterait à énumérer l'ensemble des combinaisons possible (lot, véhicule). Il est possible de démontrer que la taille de l'arbre est en $O(V^{n-2})$ si $n \geq V \geq 3$. Si le

nombre de véhicules V est supérieur au nombre de lots, la solution optimale consiste à affecter chaque lot à un véhicule différent.

L'évaluation exacte d'un nœud passe par la résolution de plusieurs instances du MTDSP : une pour chaque véhicule ayant au moins un lot d'affecté. La méthode de résolution de ce problème est présentée dans la Section (4.2). Cette évaluation étant coûteuse en temps de calcul, elle est utilisée uniquement pour les feuilles de l'arbre.

Afin d'éviter une exploration totale de l'arbre, le B&B s'appuie sur une borne supérieure et une borne inférieure déterminées à chaque nœud.

La borne supérieur d'un nœud est calculée à l'aide de l'heuristique suivante : la tournée de chaque lot est déterminée en utilisant l'heuristique du Plus Proche Voisin (PPV). Chaque lot non assigné à un véhicule est affecté au véhicule disponible le plus tôt de manière séquentielle.

Pour calculer la borne inférieure d'un nœud, la contrainte du nombre de véhicule est relaxée en supposant que la tournée de chaque lot non affecté à un véhicule commence à son heure de départ au plus tôt. Le calcul se déroule ensuite en deux étapes : pour chacune des tournées non affectées, une borne inférieure d'un TSSP présenté dans la Section (3.3) est calculée. Enfin pour les lots déjà affectés nous calculons une borne inférieure du MTDSP correspondant à chacun des véhicules affectés. La borne inférieure du nœud est égale à la somme de ces bornes inférieures.

La stratégie de parcours de l'arbre est d'explorer en priorité les nœuds ayant une meilleure borne supérieure. En cas d'égalité, le nœud ayant la plus petite borne inférieure est exploré.

3.2 Évaluation d'un nœud feuille

La méthode de résolution du MTDSP proposée est une méthode arborescente de type Branch and Bound. Chaque tournée est caractérisée par le triplet : heure de départ du dépôt α_0 , somme des retards $\sum T_j$, heure de retour au dépôt ω_0 .

Soit b_{v_i} le $i^{\text{ème}}$ des m lots affectés au véhicule v . On définit alors une instance du TSSP pour chaque lot b_{v_i} . Ce sous-problème est un problème de type voyageur de commerce bi-objectifs $(\sum T_j, \omega_0)$.

La méthode arborescente construit un arbre où chaque solution non dominée du TSSP du lot b_{v_i} engendre un nœud fils. La méthode pour déterminer l'ensemble des tournées non dominées, le front de Pareto, du TSSP est détaillée à la section suivante.

La Figure (2) illustre la méthode d'exploration de l'arbre. Le nœud racine de la méthode arborescente représente le front de Pareto de la résolution du TSSP associé au lot b_{v_1} avec pour heure de départ du véhicule $R_{b_{v_1}}$. Un nœud de niveau i représente le front de Pareto de la résolution du TSSP associé au lot b_{v_i} . Chaque solution \mathcal{S} de ce front de Pareto engendre un nœud de niveau $i + 1$ qui correspond à une instance du TSSP associé au lot $b_{v_{i+1}}$ ayant pour heure de départ, le maximum entre l'heure de retour au dépôt de cette solution \mathcal{S} et l'heure de départ au plus tôt $R_{b_{v_{i+1}}}$.

Soit ζ l'ensemble des solutions non dominées pour un nœud de niveau i donné tel que l'heure de retour au dépôt est inférieure à l'heure de départ au plus tôt du prochain lot à livrer $R_{b_{v_{i+1}}}$. Ces solutions impliqueront un temps d'attente du véhicule au dépôt. Nous nommerons les solutions de ζ des solutions « avec attente ». Seule la solution avec attente ayant la plus petite somme des retards est intéressante. Les autres solutions avec attente n'engendreront donc pas de nœuds fils.

La taille maximale de l'arbre est en $O(p^{m-1})$ où p est le nombre maximum de solutions non dominées utilisées pour engendré un nœud fils.

Une stratégie de mémorisation des fronts de Pareto a été mise en place afin d'éviter de calculer plusieurs fois une instance du TSSP pour un même lot et une même heure de départ. Il est possible de couper à un nœud donné si sa solution partielle du MTDSP est dominée par la solution partielle du MTDSP d'un autre nœud d'un même niveau i sur les critères d'heure de retour de la tournée du lot b_{v_i} et la somme des retards des $i^{\text{ème}}$ premiers lots. Ce Branch and Bound s'appuie également sur des bornes supérieures et inférieures déterminées à chaque nœud.

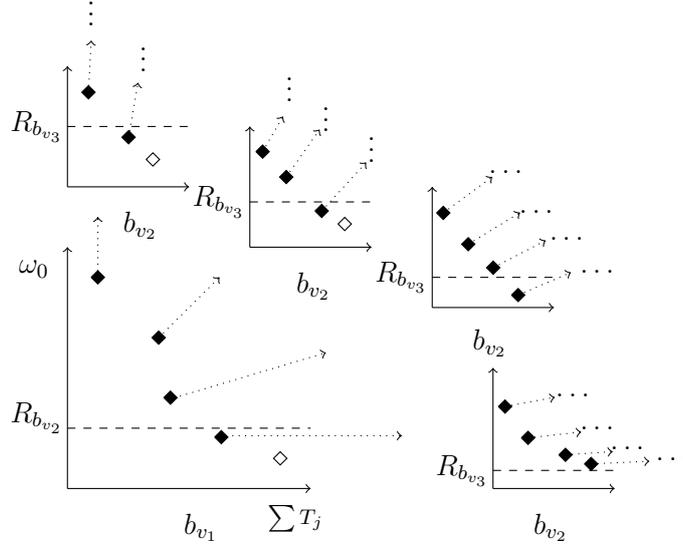


FIG. 2 – Arbre d'évaluation d'une feuille

La borne supérieure d'un nœud de niveau i est calculé en sommant le retards des lots b_{v_1} à b_{v_i} et la somme des retards donnée par la livraison des lots $b_{v_{i+1}}$ à b_{v_m} en utilisant l'heuristique PPV.

La borne inférieure d'un nœud de niveau i est donné par l'addition de $\sum_{h=1}^i \sum_{j \in b_{v_h}} T_j$ et la somme des bornes inférieures des TSSP associés au lots $b_{v_{i+1}}$ à b_{v_m} .

Ces bornes inférieures sont détaillées dans la section suivante. Elles permettent de déterminer non seulement une borne inférieure de la somme des retards d'une tournée mais également une borne inférieure de la date de retour au dépôt du véhicule qui est utilisée pour définir l'heure de départ de la tournée du lot suivant.

La stratégie d'exploration de l'arbre est la même que pour le Branch and Bound de la Section (3.1).

3.3 Résolution du TSSP

L'objectif de ce problème est de calculer le front de Pareto représentant l'ensemble des tournée non dominées d'un lot b_k sur les critère somme des retards et heure de retour au dépôt. La modélisation linéaire de ce problème est présentée ci-dessous.

Paramètres

- S ensemble des services et du dépôt
- J ensemble des chimiothérapies du lot b_k
- s_j service associé à la chimiothérapie j
- $t_{s,s'}$ temps de trajet entre s et s'
- d_j heure d'échéance de la chimiothérapie j
- M grande valeur arbitraire
- α_0 heure de départ du dépôt du véhicule

Variables

- ω_s heure d'arrivée au service s
- $x_{s,s'} = 1$ si l'arc (s, s') est emprunté
- T_j retard associé à la chimiothérapie j

$$\min \sum_{j \in J} T_j \quad (1)$$

$$\min \omega_0 \quad (2)$$

$$\forall s \in S \quad \sum_{s' \in S \setminus \{s\}} x_{s,s'} = 1 \quad (3)$$

$$\forall s \in S \quad \sum_{s' \in S \setminus \{s\}} x_{s',s} = 1 \quad (4)$$

$$\forall (s, s') \in S \times S \setminus \{0, s\} \quad \omega_s \geq \omega_{s'} + t_{s',s} - M.(1 - x_{s',s}) \quad (5)$$

$$\forall s \in S \quad \omega_s \geq \alpha_0 + t_{0,s} \quad (6)$$

$$\forall j \in J \quad T_j \geq d_j - \omega_{s_j} \quad (7)$$

$$\forall (s, s') \in S^2 \quad x_{s,s'} \in \{0, 1\} \quad (8)$$

$$\forall s \in S \quad \omega_s \in \mathbb{R} \quad (9)$$

$$\forall j \in J \quad T_j \in \mathbb{R}_+ \quad (10)$$

L'objectif (1) est la somme des retards et l'objectif (2) est l'heure de retour au dépôt. Les contraintes (3) et (4) sont des contraintes de conservation de flux. La contrainte (5) permet à la fois de calculer l'heure d'arrivée à chaque service et à éliminer les sous-tours. La contrainte (6) est à la fois une inégalité valide et la définition de l'heure de départ du dépôt. La contrainte (7) permet de calculer le retard associé à chaque chimiothérapie. Il est à noter qu'il est possible d'avoir plusieurs chimiothérapies à livrer à un même service s .

Pour résoudre ce problème, une méthode de type ϵ -contrainte sur l'heure de retour au dépôt à été développée. Chaque problème ϵ -contraint est résolu par un Branch and Bound classique qui minimise par ordre lexicographique les objectifs en bornant l'heure de retour au dépôt.

Le schéma de branchement s'effectue sur les services comme l'illustre la Figure (3)

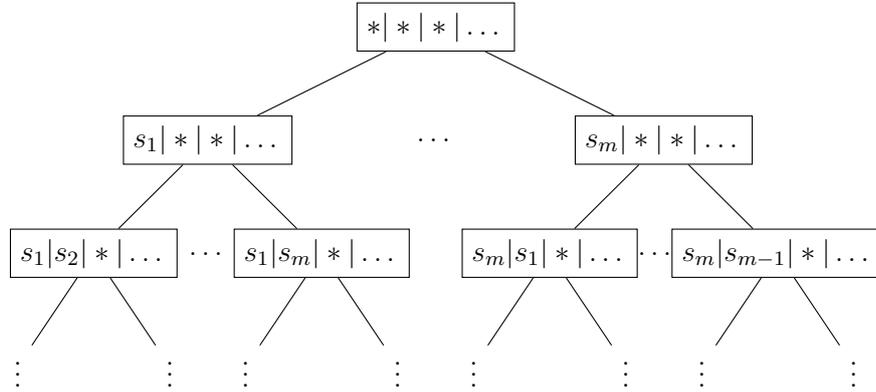


FIG. 3 – B&B pour résoudre le TSSP

L'heuristique du PPV est utilisé pour obtenir une borne supérieure pour les deux objectifs du problème. Lors de la résolution du problème global, une même instance de TSSP est résolu pour plusieurs heures de départ du véhicule. Ainsi toute les solutions précédemment trouvées sont évaluées avec la nouvelle heure de départ et comparées afin d'améliorer la borne supérieure.

Une borne inférieure est calculée à chaque nœud en utilisant la méthode suivante. Soit \mathcal{G} le graphe composé du dépôt, du dernier service séquencé et des services non séquencés. La recherche d'un arbre couvrant de poids minimum (ACM) du graphe \mathcal{G} donne un ensemble d'arêtes E_{ACM} . Le ACM est déterminé en utilisant l'algorithme de Kruskal. La borne inférieure de l'heure de retours au dépôt est donné par la somme du poids de ACM et la plus petite arête de \mathcal{G} partant du dépôt. Pour calculer la borne inférieure de la somme des retards, tout d'abord

l'ensemble d'arêtes E_{ACM} est trié par ordre croissant des temps de trajet. Ensuite les services non séquencés sont triés par ordre croissant des d_j . On peut déduire une heure d'arrivée au plus tôt des services dans l'ordre de cette séquence en utilisant successivement les arêtes de E_{ACM} trié. La démonstration de cette borne inférieure peut se faire par récurrence en utilisant des propriétés de l'arbre de poids minimum.

Comme le montrerons les résultats expérimentaux, la borne supérieure initiale est souvent la solution optimale. Il reste cependant à prouver l'optimalité. Étant donné une instance ϵ -contraint du problème sur l'heure de retour au dépôt, dans certains cas il est possible de le faire sans exploration de l'arbre en utilisant une des deux propositions suivantes :

Proposition 1 *Soit une tournée \mathcal{S} livrant le lot b_k avec l'heure de départ α . Si la somme des retards associé à \mathcal{S} est nulle alors la tournée \mathcal{S} est optimale pour toute heure de départ dans l'intervalle $[-\infty, \alpha + \delta]$ où $\delta = \min_{j \in b_k} (\max(d_j - \omega_{s_j}, 0))$ représente la plus petite marge de temps avant qu'une chimiothérapie soit en retard.*

Proposition 2 *Soit une tournée optimale \mathcal{S} livrant le lot b_k avec l'heure de départ α . Si $\forall j \in b_k, T_j > 0$ alors \mathcal{S} est optimale pour toute heure de départ dans l'intervalle $[\alpha, +\infty]$.*

4 Résultats préliminaires

Connaissant la complexité dans le pire des cas des deux premières méthodes de B&B présentés dans les Sections (3.1) et (3.2), nous nous sommes intéressés dans un premier temps aux performances de la méthode de B&B de la Section (3.3) afin de déduire une estimation du temps de calcul de la méthode de résolution globale.

Des instances du TSSP ont été générées aléatoirement en inspirant de données réelles d'un cas d'étude (CHRU de Tours). Le nombre de chimiothérapies à livrer varie entre 5 et 20 et 100 instances sont générées pour chaque valeur. Chaque instance a été résolue pour une heure de départ variant sur un intervalle d'une heure après l'heure de départ au plus tôt par pas de 5 minutes. Les temps de trajets varient entre 0 et 45 minutes. L'heure de départ au plus tôt des chimiothérapies est tirée uniformément entre 9h et 18h. L'écart entre l'heure de départ au plus tôt et l'heure d'échéance de chacune des chimiothérapies varie entre 25 minutes et 2h.

La Figure (4) représente l'évolution du temps de calcul en fonction du nombre de chimiothérapie sur les 100 instances en utilisant des Boxplots et en considérant uniquement la première heure de départ.

La Figure (5) représente cette même évolution sur l'ensemble des heures de départs. Ces deux figures utilisent une échelle logarithmique pour l'axe des ordonnées ce qui implique que deux boites de même taille n'auront pas la même distribution si elles ne sont pas à la même hauteur. On constate que le B&B proposé peut résoudre une première fois une instance de 20 chimiothérapies en environ 1 seconde. Ce temps de calcul moyen est diminué pour l'ensemble des heures de départ. Cette réduction de temps de calcul est possible grâce à la Propriété (2) et l'utilisation des solutions précédemment trouvées pour initialiser la borne supérieure.

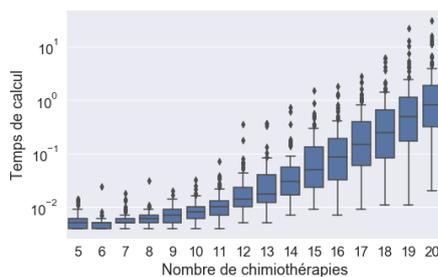


FIG. 4 – Temps de calcul $\alpha_0 = R_{b_k}$

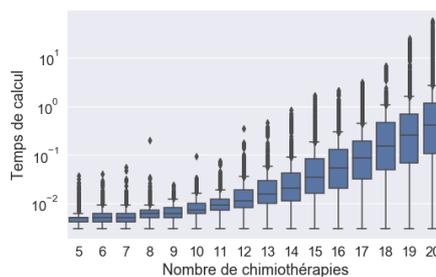


FIG. 5 – Temps de calcul $\alpha_0 \in \llbracket R_{b_k}, R_{b_k} + 12 \rrbracket$

On peut confirmer ce phénomène grâce à la Figure (6) qui représente le pourcentage de solution optimale donnée par la borne supérieure initiale en fonction de l'heure de départ du dépôt.

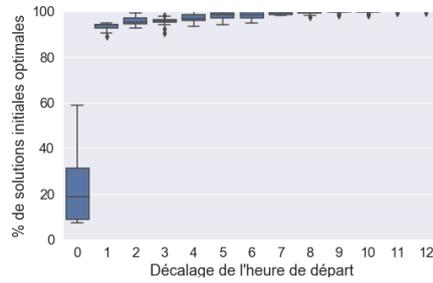


FIG. 6 – Changement de solution optimale

La Figure (7) représente le nombre moyen de solutions non dominées d'une instance en fonction du nombre de chimiothérapie ainsi que l'intervalle de confiance à 95%.

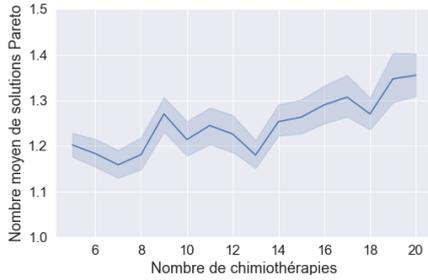


FIG. 7 – Taille du front de Pareto en fonction du nombre de services

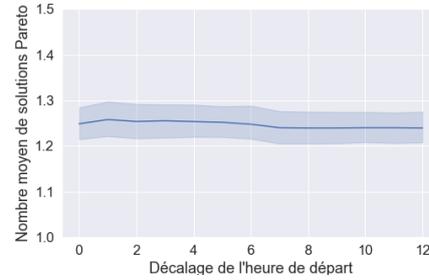


FIG. 8 – Influence du décalage sur la taille du front de Pareto

On observe une légèrement augmentation de la taille moyenne du Front Pareto lorsque le nombre de chimiothérapies augmente. La Figure (8) représente l'évolution de cette taille du Front de Pareto en fonction de l'heure de départ. D'après la Figure (8), l'heure de départ a pratiquement aucune influence sur la taille du front de Pareto.

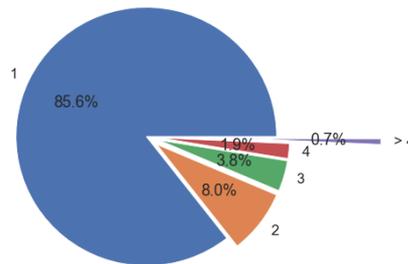


FIG. 9 – Répartition des tailles de front de Pareto

Enfin la Figure (9) représente la répartition des tailles de front de Pareto sur l'ensemble des instances générées pour toutes les heures de départ. On constate que plus de 85% des instances ont qu'une seule solution non dominée. La taille maximale du front de Pareto atteinte sur le jeu d'instance est de 9 solutions non dominées.

Des résultats expérimentaux sur l'ensemble de la méthode globale seront présentés lors du congrès ROADEF 2019.

Conclusions et perspectives

Dans cet article nous avons abordé une variante du problème de tournée de véhicule multi-tours adaptée à un problème de livraison de produits de chimiothérapies. Nous avons présenté une méthode de résolution exacte pour un problème de tournée de véhicule multi-tours avec séquence des lots fixée pour un objectif et des contraintes adaptés à un problème intégré de production et de livraison de produit de chimiothérapie. Cette méthode exacte se base sur l'imbrication de trois Branch and Bound en utilisant des stratégies d'exploration et des bornes adaptées au problème étudié. Cette méthode est de plus modulable puisqu'elle est facilement adaptable à une flotte hétérogène impliquant des contraintes : de capacité, de vitesse de déplacement, d'heure de début de service ou encore d'accessibilité aux services propre à chaque véhicule. Nos perspectives de recherche sont d'évaluer notre méthode globale sur des instances réelles mais aussi d'ajouter les contraintes de stabilité des produits de chimiothérapie. Enfin l'objectif final de ces travaux de recherche est d'obtenir une méthode de résolution d'un problème intégré d'ordonnancement et de tournée de véhicule.

Références

- [1] Yannick Kergosien, M. Gendreau et Jean-Charles Billaut. *A benders decomposition based heuristic for a combined transportation and scheduling problem in chemotherapy production*. 39th International Conference on Operational Research Applied to Health Services, Istanbul, Turkey. (2013).
- [2] Şen Ahmet et Bülbül Kerem. *A survey on multi trip vehicle routing problem*. 2008.
- [3] Nabila Azi, Michel Gendreau et Jean-Yves Potvin. *An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles*. *European Journal of Operational Research*, 202 (3), 756-763 (2010).
- [4] Yusuf Priyo Anggodo, Amalia Kartika Ariyani, Muhammad Khaerul Ardi and Wayan Firdaus Mahmudy. *Optimization of Multi-Trip Vehicle Routing Problem with Time Windows using Genetic Algorithm*. *Journal of Environmental Engineering and Sustainable Technology* (2016).