HAL
open science

Statistiques, Probabilité et Justice

Leila Schneps

To cite this version:

Leila Schneps. Statistiques, Probabilité et Justice. Cahiers philosophiques, 2018. hal-02399171

HAL Id: hal-02399171

https://hal.science/hal-02399171v1

Submitted on 18 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Statistiques, Probabilité et Justice

Leila Schneps

Résumé En raison de l'utilisation croissante de l'analyse scientifique dans les enquêtes criminelles, nous assistons à un retour en force du calcul des probabilités, longtemps banni des tribunaux. Toutefois, la mauvaise compréhension de celui-ci par le jury limite son utilité, ce qui a conduit au cours de la dernière décennie à un effort de pédagogie visant à améliorer la présentation des arguments mathématiques aux personnes peu familières des méthodes de raisonnement numérico-logique. Ceci a mis en lumière un problème longtemps ignoré : pour des raisons psychologiques, nous n'analysons pas de la même manière les évènements aléatoires (accidents ou catastrophes naturelles) et ceux résultant d'actes commis par des êtres humains (meurtres, vols…). Ainsi, nous sommes amenés à surestimer la probabilité des deuxièmes par rapport aux premiers, même lorsque les probabilités réelles sont identiques.

Abstract Due to the increasing use of scientific analysis in criminal trials, probabilistic computations, long banished from the courts, are making a powerful comeback. However, their usefulness is limited by the lack of comprehension of the trier of fact; this has led in the past decade to a massive effort aimed at improving the presentation of mathematical arguments to people unfamiliar with the process of rigorous numerico-logical reasoning. In turn, this effort has revealed an issue that was previously invisible: we make a psychological difference between events that strike randomly (such as accidents or natural disasters) and events that are perpetrated by human beings (such as murders), which causes the latter to be considered as far more probable than the former even when the actual frequencies are strictly identical.

Introduction

Les statistiques sont mêlées à la justice comme les tendons à la chair; elles se trouvent un peu partout, elles lient la masse, et pourtant elles sont curieusement invisibles, et il est même souvent difficile de se convaincre de leur importance. Quel besoin de statistiques dans une enquête criminelle - ne s'agit-il pas de chercher des indices, trouver et questionner des témoins, relever des traces sur la scène du crime ou sur les vêtements des accusés, et puis construire, à partir de tout ce corpus d'informations, un narratif convaincant ? Tout au plus veut-on bien admettre que la biologie ou la chimie peuvent avoir un rôle important à jouer, en ces temps où l'on fait régulièrement appel à l'analyse scientifique pour chercher à tirer une identification de personne ou de lieu à partir de traces infimes.

Et pourtant, on ignore les statistiques à nos risques et périls, car ce sont elles qui nous aident en de nombreuses situations à prendre la bonne décision. Après une analyse biologique ou chimique, ce sont en fin de compte les statistiques qui serviront à décider si la trace provient de l'accusé lui-même et avec quelle probabilité, ou des vêtements qu'il est censé avoir portés, ou du lieu où il est censé avoir visité. Ce sont elles qui apparais-

sent silencieusement dans les pensées de ceux à qui incombe la tâche de prendre une décision finale par rapport à la culpabilité ou l'innocence de l'accusé, en respectant un certain niveau de conviction intime forcément moindre qu'une certitude absolue, et en préférant sciemment relâcher un coupable que condamner un innocent. La tâche du juge et du jury consiste à rendre un jugement à partir d'indices divers, ou, en d'autres termes, d'effectuer une synthèse des preuves, de mesurer le poids de la totalité des preuves. La théorie des probabilités et des statistiques peut révéler des secrets invisibles à l'oeil nu, en aidant notre intuition souvent défaillante à mesurer correctement le poids d'une preuve scientifique en comparaison avec d'autres qui ne le sont pas, ou alors le poids d'une combinaison de preuves quand on a vu chacune présentée séparément. Une des tactiques préférées des avocats de la défense est de jeter le doute sur chaque preuve, une par une. La seule réponse possible est de résister à cette séparation, en revenant à une considération globale des preuves prises ensemble. Là encore, la théorie mathématique peut rendre service de manière précieuse et même indispensable.

Malgré une multitude d'exemples d'erreurs judiciaires qui auraient pu être évitées par une application correcte de la théorie des probabilités, application qui a souvent été effectuée a posteriori par des statisticiens se penchant sur un cas rendu public (parfois à temps pour obtenir un acquittement de l'accusé lors du procès en appel, parfois des décennies plus tard dans le but de fournir un résultat purement théorique), cette idée a énormément de mal à faire son chemin dans la mentalité judiciaire. Dans les pays anglo-saxons, qui sont à la pointe de la recherche dans ce domaine, des jugements fiables et solides ont été annulés en appel parce que le juge n'appréciait pas que le jury parvienne à une décision sur la base d'une formule mathématique. Historiquement, dans les pays anglo-saxons, on envisage autrement le travail du jury, comme une combinaison savante et mystérieuse, jamais explicitée et ne devant d'explications à personne, de raisonnement, d'intuition et de compromis entre les différentes opinions. Certes, le fait de mettre douze personnes dans un jury diminue les risques d'une erreur grossière commise par un seul individu[1]. Mais comme cela a été démontré par de nombreuses études, il y a des erreurs de probabilités qui sont faites par tous les êtres humains ; si l'on refuse d'aborder certaines situations de manière rigoureuse et… mathématique, cela ne servira à rien de prendre une ou neuf ou douze ou même des centaines de personnes comme lors des études ; l'erreur sera toujours la même.

L'idée même d'utiliser des calculs probabilistes pour déterminer la probabilité de la culpabilité d'un accusé, ou plus simplement pour déterminer la probabilité qu'un certain événement précis ait eu lieu ou non, étant données les circonstances observées, n'est survenue dans le contexte judiciaire qu'à la fin du 19ème siècle. Dans le premier cas répertorié, un mathématicien de Harvard a été appelé à témoigner dans un procès contre une femme accusée d'avoir imité la signature de sa tante décédée sur une lettre léguant toute

---

[1] Notons toutefois que le système du jury, en cas d'infraction grave, varie beaucoup de pays en pays; dans la plupart des pays européens le jury consiste en un mélange de juges professionnels et de simples citoyens, mais dans d'autres (tel les Pays-Bas), le jury n'existe pas du tout et les décisions sont prises par trois juges; de plus dans certains pays (tel l'Italie) le jury est tenu de rendre un rapport détaillé expliquant sa décision, ce qui fournit une source extraordinaire pour ceux qui étudient la nature des erreurs judiciaires.

sa fortune à l'accusée, en contradiction directe avec son testament. La signature de la lettre était à peu près identique à celle du testament, similarité suspecte même si cette dame avait une écriture d'une grande régularité. Ce mathématicien — nul autre que le renommé Benjamin Peirce — a fait appel à son fils pour mesurer les lettres individuelles des signatures d'une manière très précise. En effet, avant de devenir le philosophe logicien dont on se souvient aujourd'hui, le jeune et talentueux Charles Sanders Peirce était chimiste, astronome et arpenteur, trois métiers dans lesquels la précision des mesures jouent un rôle essentiel. Pour interpréter les résultats de son fils, Peirce le père a eu recours à un modèle binomial beaucoup trop théorique, considérant la probabilité que les différentes lettres dans deux signatures de la même personne se ressemblent comme une constante, indépendamment du fait que les signatures aient pu être faites au même moment sur le même bureau avec le même stylo, ou à des décennies d'intervalle. Ce calcul, devenu légendaire dans le monde juridique, a convaincu le jury, mais pas la postérité ; il est peut-être même la raison pour laquelle de tels calculs ont été évités par la suite pendant plus de soixante ans. Ce n'est en 1964 qu'un procureur californien a eu l'idée qui est devenue toute une science depuis : utiliser un calcul théorique pour déterminer la probabilité que, par une pure coïncidence, les accusés dans un procès pour vol à l'arraché possèdent de nombreux traits en commun avec les vrais voleurs, vus par deux témoins. Là aussi, le calcul, fait n'importe comment, a convaincu le jury mais non la postérité, et comme dans le cas précédent, le fait d'être perçu plus tard comme erroné a encore une fois remis l'utilisation des mathématiques à bon escient à plus tard. Il a fallu l'arrivée de l'analyse de l'ADN, développée dans les années 80, pour réintroduire une troisième fois les calculs mathématiques dans les procès criminels ; une fois présente dans ce cadre, on a commencé à accepter qu'ils pouvaient être utilisés de manière correcte par des personnes qualifiées. On les utilise également aujourd'hui en lien avec des analyses scientifiques chimiques ou biologiques, en général dans le but d'une comparaison entre les traces du crime et les échantillons prélevés sur l'accusé. Mais le débat sur l'extension de cette utilisation à des questions plus larges, par exemple pour calculer la probabilité qu'un certain concours de circonstances puisse avoir eu lieu, ou pour estimer le poids d'une preuve par rapport aux autres, reste vif, et les désaccords sont loin d'être résolus.

Pour comprendre pourquoi les probabilités rencontrent tant de problèmes dans toute application à la justice en dehors des sciences dites « dures », il faut comprendre où se situent les obstacles, qui sont de nature aussi bien historique que psychologique. Dans les paragraphes qui suivent, après une petite introduction mathématique volontairement très élémentaire, nous expliquerons quelques uns des malentendus les plus fréquents et les plus frappants, illustrés sur des cas réels.

Le théorème de Bayes

Probabilités conditionnelles

Notons par une lettre majuscule (A, B, I, C, T etc.) un événement qui peut se produire avec une certaine probabilité, par exemple « l'accusé est coupable » ou alors « cette empreinte digitale appartient à telle personne ». Nous notons P(A) la probabilité que

l'événement A ait lieu[2]. Nous notons P(NA) son opposée, la probabilité que l'événement A n'ait pas lieu, dite aussi probabilité de non-A. La somme P(A)+P(NA) est égale à 1, c'est-à-dire qu'étant donné P(A), nous pouvons calculer P(NA) par la formule P(NA)=1-P(A).

Nous notons P(A|B) la probabilité, dite *conditionnelle,* que A ait lieu étant donné qu'on sait que B a eu lieu; on dit « P(A|B) est la probabilité de A étant donné B », ou plus simplement « la probabilité de A si B ».

Deux probabilités conditionnelles opposées P(A|B) et P(B|A) sont reliées par une formule précise connue sur le nom du *théorème de Bayes* (voir la note 2), donnée par la formule suivante:

(1) $$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|NA)P(NA)} .$$

En substituant P(NA)=1-P(A) dans le (1) nous obtenons la version suivante simplifiée, dans laquelle le membre de gauche est calculé par le membre de droite utilisant seulement trois inconnues P(A), P(B|A) et P(B|NA):

(2) $$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|NA) - P(B|NA)P(A)} .$$

Mise à jour d'une probabilité a priori en ajoutant une nouvelle information

Pour illustrer l'utilisation de la formule, nous considérons le cas d'un accusé et d'un fait spécifique porté contre lui, qui peut être par exemple une trace physique laissée sur la scène du crime, l'affirmation d'un témoin oculaire, ou une coïncidence par trop surprenante dans son explication des faits. Notons I l'énoncé « l'accusée est innocente », et X l'énoncé « tel fait a été constaté » La probabilité qui nous intéresse est P(I|X), la proba-

---

[2] On parle de la probabilité que l'événement "l'accusé est coupable" ait lieu même quand il s'agit d'un événement passé, donc déjà décidé: en réalité, soit cet événement a eu lieu, soit non. Cela pose un problème psychologique; il n'est pas évident de saisir le sens d'un taux de probabilité pour un événement *passé,* mais dont on ne sait pas s'il a eu lieu ou non. Le révérend Thomas Bayes (1702-1761), auteur de la formule probabiliste utilisée le plus souvent dans le cadre judiciaire, était lui-même conscient de cette bizarrerie, et a tenté de l'illustrer par l'exemple suivant. Il avait placé derrière son dos un assistant chargé de lancer une pièce sur une table divisée en deux par une ligne dessinée au milieu. Ensuite, l'assistant lançait plusieurs autres pièces, et informait à chaque fois le révérend Bayes si la nouvelle pièce était tombée à droite ou a gauche de la première. De cette façon, après l'information apportée par la lancée de quelques dizaines de pièces, Bayes était à même de donner une estimation probabiliste de la position de la première pièce par rapport à la ligne du milieu de la table. Cette position était pourtant un fait établi, et connu de l'assistant, mais que Bayes lui-même ignorait.

bilité que l'accusé soit innocent malgré le fait X. Pour calculer cette probabilité P(I|X), nous changeons simplement A en I et B en X dans la formule (2), ce qui donne

(3) $$P(I|X) = \frac{P(X|I)P(I)}{P(X|I)P(I) + P(X|NI) - P(X|NI)P(I)} .$$

En général dans les affaires judiciaires, nous pouvons adopter la valeur 1 pour la probabilité P(X|NI), qui représente la probabilité que si l'accusé est coupable, le fait X ait pu se produire. En effet, si l'accusé est coupable, son ADN ou son empreinte correspondra à celle qui a été trouvée, c'est bien lui qui aura été vu par le témoin, la coïncidence étonnante ne sera finalement pas du tout une coïncidence mais une situation produite par un acte volontaire. Si l'accusé n'est pas compatible avec la trace ou au fait X (par exemple si l'empreinte digitale trouvée sur la scène du crime ne lui correspond pas), il sera relaxé. On peut supposer donc que X lui correspond, donc que s'il est coupable il a fourni ou causé X, d'où P(X|NI)=1. La formule (3) se simplifie alors pour devenir

(4) $$P(I|X) = \frac{P(X|I)P(I)}{P(X|I)P(I) + 1 - P(I)} .$$

Cette formule permet donc de calculer la probabilité désirée, P(I|X), que l'accusé soit innocent étant donné le fait X, en termes de deux autres seulement : P(X|I), qui mesure la probabilité d'observer X si l'accusé est innocent, et P(I), la probabilité a priori que l'accusé soit innocent avant de connaître quoi que ce soit de l'existence du fait X. On interprète cette formule comme une *mise à jour* de la probabilité a priori P(I), établie avant de connaître quoi que ce soit sur X, en y ajoutant l'information P(X|I), qui est généralement une information purement scientifique : la probabilité d'observer X purement par hasard (étant donné que l'accusé est innocent). Le côté droit de la formule (4) montre la façon mathématique, la seule correcte, d'incorporer la nouvelle information P(X|I) à l'ancienne estimation P(I) de la probabilité innocence, pour produire une nouvelle probabilité mise à jour, de la probabilité P(I|X) étant donné la nouvelle information au sujet de X.

Exemples tirés de faits réels

Pour illustrer l'utilisation de la formule, nous prendrons l'exemple d'une infirmière[3] accusée du meurtre de plusieurs de ses patients à l'hôpital où elle travaille sous prétexte qu'elle s'est trouvée dans la salle lors de chacun des décès. Notons I l'énoncé « l'accusée

[3] On peut par exemple considérer le cas de Lucia de Berk, infirmière néerlandaise, dont le cas est plus ou moins décrit ci-dessous, mais on trouvera des cas similaires dans pratiquement tous les pays.

est innocente », et X l'énoncé « elle était présente dans la salle chaque fois que l'un de ses patients est décédé».

La probabilité P(X|I) est la probabilité, étant donné le nombre de morts au sein de l'hôpital et les plages horaires travaillées par l'infirmière dans chaque service, qu'elle soit présente à chaque décès purement par hasard ; c'est un calcul mathématique un peu compliqué mais nullement subjectif. La probabilité a priori, P(I), est celle qu'une infirmière prise au hasard ne tue pas ses patients. On pourrait la calculer à partir de statistiques connues sur les infirmières tueuses ; elles sont en nombre minuscule, peut-être de l'ordre de 1 sur 1 million, ce qui fait que P(I) serait très proche de 1. Cette définition de P(I) serait toutefois contestable. Lors du procès, on citera par exemple le passé louche de l'infirmière, des choses étranges qu'elle a pu noter dans son journal intime, le fait que ses collègues ne se sont jamais vraiment liées d'amitié avec elle, qu'elles la trouvaient bizarre, et une multitude d'autres faits concernant cette infirmière particulière. Pour cette raison-là, la valeur de P(I) peut être considérée comme beaucoup plus élevée que la simple proportion d'infirmières tueuses.

C'est la nécessité de fournir une estimation assez subjective et personnelle de P(I) qui fait que le raisonnement dit bayésien est souvent remis en doute ou considéré comme étant approximatif, pas vraiment scientifique et de ce fait peu fiable. Pourtant, il est souvent possible de calculer P(I) purement sur la base d'informations statistiques sans aucun apport subjectif, et même quand ce n'est pas possible, on peut utiliser une fourchette de valeurs pour P(I).

Admettons qu'il n'y a qu'une infirmière sur un million qui tue ses patients, posons donc en conséquence P(I)=0.999999, et prenons pour P(X|I) la valeur 0.0001. Il est certain que si l'on calcule qu'il n'y a qu'une chance sur dix mille que l'infirmière se soit trouvée dans la salle à chaque décès, on est en droit de la soupçonner. On applique donc la formule (4), et on trouve une valeur de 0.99 pour P(I|X), c'est-à-dire que l'accusé est presque surement innocent.

Si l'expert affirme que la probabilité P(X|I) est beaucoup plus petite, disons de 0.0000001, la probabilité d'innocence tombe à 9%, ce qui est largement suffisant pour imposer l'acquittement.

Essayons maintenant pour P(I) un chiffre plus subjectif, provenant des considérations personnelles concernant cette infirmière. Ce n'est pas parce qu'elle a un passé louche ou un caractère peu amène qu'elle a une grande chance d'être meurtrière, mais on peut se permettre d'augmenter la probabilité de culpabilité de 1 sur 1 million à disons 1 sur 10 mille ; on pose donc P(I)=0.9999. Calculons P(I|X) par curiosité avec ce chiffres et P(X|I)=0.0000001 ; on trouve alors une probabilité d'innocence de 9 sur 10 mille, c'est-à-dire proche de 1 sur mille ; étant donné le nombre d'infirmières dans un pays, ce chiffre rend toujours assez probable le fait que l'une d'entre elles rencontre la situation X de temps en temps.

Le théorème de Bayes a été utilisé plusieurs fois dans des procès, mais - notamment en Angleterre - il a malheureusement rencontré un mur d'incompréhension qui a fait que plus d'un juge en a interdit l'usage, même par des experts qualifiés. Les cas qui se prêtent le mieux à une utilisation directe du théorème de Bayes sont ceux où l'on présente très peu de preuves, mais parmi elles une preuve purement scientifique comme par exemple une fréquence de type de trace dans la population générale fournie par un expert. Un cas de ce type, Regina vs Adams (1996), a fait jurisprudence en Angleterre ; il s'agissait d'une accusation de viol. Les rares preuves présentées au procès, dont le fait que la victime n'a pas su identifier son agresseur lors d'une parade d'identification malgré son affirmation qu'elle le reconnaîtrait n'importe où, le fait que l'accusé n'avait pas l'âge indiqué par la victime mais lui semblait beaucoup trop vieux, et le fait qu'il avait un alibi (quoique peu fiable) pour la nuit en question, étaient toutes de nature à disculper l'accusé, à l'exception de l'échantillon d'ADN prélevé sur la victime peu après l'agression, qui correspondait à l'accusé et dont l'analyste a estimé qu'il pourrait appartenir à seulement une personne sur 200 millions[4].

Confronté à une identification par l'ADN qui était, sinon parfaite, du moins d'une grande précision, l'avocat de la défense a fait appel à un statisticien pour expliquer au jury comment comparer le poids de cette preuve à celui de toutes les autres réunies, toutes à décharge. Le statisticien s'est servi du théorème de Bayes, qu'il a expliqué de façon claire et pédagogique, dans le but de montrer que les autres preuves pouvaient justifier une minuscule possibilité d'innocence, baissant la probabilité de culpabilité à 99% au lieu de pratiquement 100%. Peut-être, espérait la défense, une petite fenêtre de 1% de chance d'innocence serait-elle suffisante pour créer dans l'esprit des jurés un doute. Mais cela n'a pas marché, et le jury a condamné l'accusé. Celui-ci a fait appel sous prétexte qu'on ne pouvait pas faire un cours de mathématiques au jury. Le juge au procès d'appel a confirmé ce sentiment, soulignant l'événement avec des phrases bien senties, dans un jugement qui a fait jurisprudence en Grande Bretagne et qui continue à peser lourdement dans tous les procès où le théorème de Bayes aurait un rôle à jouer.

> Introduire le théorème de Bayes ou toute autre méthode du même acabit dans un procès criminel plonge le jury d'une manière inappropriée et inutile dans des régions de théorie et de complexité qui le détourne de la tâche qui lui a été assignée […] Le jury doit évaluer le poids des preuves et parvenir à une conclusion, non pas en utilisant une formule (mathématique ou autre) mais par l'application collective de leur sens commun individuel et leur connaissance du monde aux preuves qui leur ont été présentées.

Ce juge avait-il raison? Le statisticien a en tout cas réagi avec un article publié dans un journal de statistiques, dans lequel il formule l'objection suivante : *Comment le jury est-il*

---

[4] Il arrive souvent qu'un échantillon d'ADN prélevé lors d'une agression n'identifie pas complètement un individu, car un tel échantillon est généralement un mélange de celui de l'agresseur avec celui de la victime, et si en un lieu génétique donné on ne relève pas quatre allèles distinctes (deux par individu), mais disons trois seulement dont deux de la victime, on peut supposer que l'allèle manquante de l'agresseur est invisible car identique à l'une de celles de la victime, mais on ne peut pas savoir laquelle. Ceci peut conduire à une légère incertitude quant au positionnement de certaines allèles de l'agresseur, donc une identification moins certain que quand on dispose d'un échantillon de bonne qualité provenant d'un seul individu.

censé pouvoir comparer, en utilisant leur connaissance du monde, un chiffre minuscule comme 1 sur 200 millions à des preuves du type ordinaire ? En effet, notre connaissance du monde ne nous permet d'aborder, au quotidien, ni des nombres minuscules ni des nombres gigantesques. Le juge a eu beau dire que les jurys fonctionnent depuis des centaines d'années, le statisticien a rétorqué que ce n'est que depuis une trentaine d'années que ce genre de résultat scientifique est présenté systématiquement comme partie des preuves. Comment raisonner comme d'habitude quand, dixit Benjamin Peirce, ce mathématicien de Harvard évoqué dans l'introduction, les nombres sont si petits que « de telles ombres évanescentes des probabilités ne peuvent appartenir à la vraie vie; elles sont extraordinairement moindres que des choses déjà beaucoup trop petites pour que la loi s'y intéresse ».

Le sophisme du procureur

Définition

Un problème majeur qui intervient dans un très grand nombre de procès, et qui joue également un grand rôle dans la manière dont un procès est perçu par le public, est le malentendu dit *sophisme du procureur*, qui consiste à conclure, à partir d'une très faible probabilité qu'une situation précise ait pu se produire entièrement par hasard, que la seule explication vraiment raisonnable est que cette situation se soit produite en réalité par un acte intentionnel. Notons que cette situation se produit souvent ; le cas de l'infirmière évoqué ci-dessus en est un exemple typique, puisque c'est avant tout la coïncidence de sa présence dans la salle à chaque décès qui a éveillé les soupçons de ses collègues.

En effet, un événement rare, une véritable coïncidence, tend à créer des soupçons, même quand la théorie des probabilités nous dit qu'une telle coïncidence à une forte probabilité de se produire de temps en temps. Il faut faire très attention dans les affaires fondées essentiellement sur l'observation d'une coïncidence : a priori, on peut admettre tout au plus que la situation mérite une enquête approfondie.

En termes mathématiques, l'erreur consiste à confondre deux probabilités conditionnelles : la probabilité cherchée, c'est-à-dire celle que l'accusé soit innocent étant donnée la coïncidence, et celle qui est discutée le plus souvent au procès, l'opposée, c'est-à-dire la probabilité (généralement minuscule) que la coïncidence puisse se produire dans le cas où l'accusé serait innocent. En termes de formules, donc, la probabilité minuscule de la coïncidence $P(X|I)$ a été remplacée par $P(I|X)$. Parce que la première est réellement extrêmement faible, il nous semble que la deuxième doit l'être aussi. C'est pourtant souvent loin d'être le cas ; ces deux probabilités n'ont aucune raison d'être égales ni même commensurables.

Un exemple frappant: le cas de Sally Clark

L'exemple qui a permis au public britannique de prendre conscience de manière éclatante du sophisme du procureur était le cas de Sally Clark. Cette jeune avocate en congé de

maternité a perdu son bébé peu après sa naissance ; les médecins, n'ayant pu déceler une raison pour le décès de l'enfant, ni maladie ni maltraitance, ont diagnostiqué un cas de mort subite du nourrisson. Il s'agit d'un événement qui se produit malheureusement de temps en temps. Une étude extrêmement détaillée a été effectuée par l'organisation britannique CESDI[5] dans le but de chercher, sinon des causes de ce phénomène, tout au moins des facteurs corrélés avec un risque plus élevé.

En faisant remplir un questionnaire à des milliers de familles ayant connu un épisode de mort subite du nourrisson, l'étude a pu identifier trois facteurs qui semblaient augmenter la fréquence du phénomène de manière significative. Ils ont produit le tableau de fréquences suivant :

Famille avec mère de moins de 27 ans :	1/567
Famille avec mère de plus de 26 ans :	1/1882
Famille avec fumeur :	1/737
Famille sans fumeur :	1/5041
Famille avec deux parents chômeurs :	1/486
Famille avec un parent chômeur :	1/2088
Famille avec les trois facteurs :	1/214
Famille avec aucun de ces trois facteurs :	1/8543
Famille tous types confondus :	1/1303

Chaque famille qui subit un incident de mort subite du nourrisson au Royaume-Uni est désormais suivie par une organisation consacrée surtout à la suivie des autres enfants, le CONI[6]. Les parents reçoivent un détecteur d'apnée que tout autre bébé doit porter en permanence, ainsi qu'une formation en aide d'urgence et réanimation par bouche-à-bouche et une visite hebdomadaire par une auxiliaire puéricultrice entraînée à détecter tout signe de maladie ou de traumatisme chez les enfants.

Quand Sally et son mari eurent un deuxième enfant, un an plus tard, ils bénéficièrent de ce suivi. Des mois durant, tout se passa bien ; puis un jour, alors que l'enfant était âgé de neuf mois, en rentrant d'une visite à la clinique où il avait été vacciné, il tomba subitement malade. Le soir même, sa mère le retrouva dans son transat, la tête pendante, le teint gris. Elle appela son mari à la rescousse, lequel commença immédiatement la procédure de réanimation par bouche-à-bouche pendant que sa femme appelait l'ambulance. Malheureusement l'enfant décéda à l'hôpital.

L'autopsie détecta cette fois une infection, ainsi que quelques signes suspects de maltraitance; des marques sur les paupières associées avec des cas d'asphyxie et une côte légèrement fêlée. Le père attribua cette dernière aux pressions exercées sur la poitrine du bébé lors du bouche-à-bouche. Mais quand les parents racontèrent le déroulement précis de cette soirée aux enquêteurs, c'est sur la mère que les soupçons tombèrent, étant donné

---

[5] Confidential Enquiry into Stillbirths and Deaths in Infancy

[6] Care of Next Infant

que selon les deux parents, c'est elle qui avait trouvé l'enfant en mauvais état avant d'appeler son mari. Les enquêteurs, accusant la mère d'avoir secoué ou asphyxié le bébé, décidèrent de revenir sur le cas du premier bébé, supposant naturellement qu'il avait subi le même sort. On intenta alors un procès pour double meurtre à la mère. Son mari, totalement convaincu de son innocence, fut obligé d'assister au procès de sa femme en qualité de témoin.

Il semblait au couple que les preuves contre elle était minimales, voire inexistantes. Certes, le deuxième enfant souffrait d'une côte fêlée, mais de nombreux médecins étaient d'accord que le bouche-à-bouche paniqué du père pouvait en être la cause. L'auxiliaire puéricultrice et la nounou de la famille n'avaient que des bonnes choses à dire sur Sally Clark en tant que maman. Son mari, surtout, savait qu'il n'y avait aucune chance qu'elle ait fait le moindre mal à ses bébés. La plus lourde charge qui pesait contre elle était malheureusement le fait qu'elle n'avait pas perdu un mais deux enfants de mort subite du nourrisson, ce qui est un événement extrêmement rare.

Il est vrai que cette situation n'est nullement inconnue. De fait, Sally reçut pendant le procès des lettres d'autres mères qui avaient perdu jusqu'à trois enfants de cette façon, dont une par exemple où plusieurs générations avaient connu cet événement tragique.

Mais dans une famille comme les Clark, qui ne présentait aucun des trois facteurs à risque indiqués par l'étude CESDI, la probabilité d'une double mort subite de nourrisson paraissait si faible que cela en devenait suspect. C'est de cela que témoigna l'expert médical appelé par l'accusation, Sir Roy Meadows, qui était surtout spécialiste d'abus maternel des enfants. Sir Roy Meadows affirma au procès que comme la fréquence d'une mort subite dans une famille comme les Clark était de 1 cas sur 8543, la fréquence que ce malheur se produise deux fois serait de (1/8453)^2, donc de 1 sur 73 millions à peu près, ce qui revient à un cas par siècle. La probabilité que cela arrive par hasard étant également minuscule, il y avait tout lieu de penser que ce n'était pas arrivé par hasard, affirma-t-il, donc que la mère y était pour quelque chose.

Le jury, n'ayant entendu par ailleurs que des témoins du bon caractère de Sally Clark et des disputes parfois âpres entre médecins convaincus d'interprétations différentes et même totalement contradictoires des résultats techniques des autopsies, trouva le raisonnement de Roy Meadow simple et convaincant. Sally Clark fut reconnue coupable du double meurtre de ses enfants et condamnée à la prison à perpétuité.

Le raisonnement utilisé par le témoin expert est ici vicié par deux erreurs : celle qui consiste à supposer que la mort subite du nourrisson est un événement qui frappe aléatoirement - une hypothèse démentie immédiatement par l'étude CESDI citée au procès, qui montre bien qu'il y a des facteurs à risque - et donc à calculer la probabilité de la mort de deux nourrissons comme le carré de la probabilité de la mort d'un seul, et le sophisme du procureur. En effet, si X dénote l'assertion « deux enfants sont morts » et I dénote l'assertion « la mère est innocente », il explique que la probabilité P(X|I) que deux enfants dans une famille sans facteur à risque meurent absolument par hasard (sans que la mère y soit pour quoi que ce soit) est minuscule, et de ceci il conclut que la probabilité

P(I|X) que la mère soit innocente étant donné la mort des deux bébés doit être elle aussi minuscule. Mais ces deux probabilités n'ont aucune raison d'être égales. Elles sont reliées par la formule (4) ci-dessus:

$$P(I|X) = \frac{P(X|I)P(I)}{P(X|I)P(I) + 1 - P(I)} \ .$$

Selon cette formule, pour calculer correctement P(I|X), il ne suffit donc pas de connaître P(X|I); il faut, comme dans le cas de l'infirmière, connaître aussi une probabilité d'innocence a priori P(I). Or, ici aussi il est possible de donner une réponse statistique à la question « avec quelle fréquence les mères tuent-elles leurs enfants ? ». Cette probabilité est statistiquement minuscule, certainement pas plus grande que celle que deux enfants meurent de mort subite du nourrisson dans une même famille. Pour simplifier, admettons que ces deux probabilités sont égales, c'est-à-dire que P(NI)=P(X|I),
où P(NI) dénote la probabilité qu'une mère tue ses enfants. On a alors

(5) $$P(I) = 1 - P(NI) = 1 - P(X|I) \ ,$$

et la formule (4) devient

(6) $$P(I|X) = \frac{P(X|I) - P(X|I)^2}{2\,P(X|I) - P(X|I)^2} \ .$$

Le terme P(X|I)^2, étant au carré, est négligeable par rapport au terme P(X|I); en l'ignorant on obtient finalement

(7) $$P(I|X) = \frac{P(X|I)}{2\,P(X|I)} = \frac{1}{2} \ .$$

Cette formule donne une représentation mathématique du raisonnement suivant: nous sommes en face de deux possibilités rarissimes ; soit les deux enfants sont effectivement morts tous les deux par la mort subite du nourrisson, soit la mère est une double meurtrière de ses enfants. Or la fréquence de ces deux événements dans notre société est à peu près équivalente (et minuscule), donc les deux interprétations des faits ont une probabilité égale d'être la bonne.

Il est aberrant d'être arrivé à une condamnation dans un cas pareil.

De la difficulté de reconnaître le sophisme du procureur

Le problème du sophisme du procureur a été beaucoup étudié, et les professionnels du droit en sont, aujourd'hui, très largement conscients. Malheureusement, cette vigilance

peut aller trop loin, en les amenant à rejeter des arguments légitimes sous prétexte qu'ils tombent dans le sophisme du procureur, quand en réalité ce n'est pas le cas.

Lors d'un procès concernant la mort d'un nouveau-né en Angleterre, dont le cadavre fut retrouvé dans une haie traversant un champ près d'un marais dans la campagne à 500 mètres du domicile de l'enfant, l'accusation a fait appel à l'experte en botanique Patricia Wiltshire pour examiner et analyser le pantalon et les chaussures boueuses d'un ami de la mère de l'enfant, lequel niait avoir jamais mis le pied à cet endroit. L'experte a prélevé des échantillons de plantes et de terre sur le lieu et sur les vêtements pour effectuer une comparaison. Elle a énoncé ses conclusions comme suit:

La combinaison particulière de plantes qui poussent à cet endroit est rarissime. Des nombreuses espèces que j'ai pu identifier à partir des échantillons prélevés sur le lieu, j'en ai trouvé presque toutes également sur le pantalon et les chaussures du suspect. J'en conclus que, en dépit de ses dénégations répétées, il est extrêmement probable qu'il a marché à cet endroit assez récemment.

L'avocat de la défense a relevé immédiatement le défi. « Vous nous montrez que la probabilité que ces traces précises apparaissent sur le pantalon de l'accusé étant donné qu'il n'a pas marché près du marais et minuscule, et vous en déduisez que la probabilité qu'il n'ait pas marché près du marais étant donné qu'il porte ces traces et également minuscule! C'est un cas classique du sophisme du procureur. On ne peut pas accepter ce raisonnement. »

L'experte, peu ferrée en mathématiques, ne sut que répondre, et l'avocat réussit ainsi à semer le doute dans l'esprit du jury au sujet de ses conclusions. Mais en réalité, l'avocat se trompe; cet exemple ne constitue pas un véritable cas du sophisme du procureur. La différence tient dans le renseignement supplémentaire que nous possédons ici, contenu dans la première phrase de l'experte.

Soit I l'hypothèse d'innocence, qui revient à l'affirmation: « l'accusé dit la vérité quand il affirme n'avoir jamais mis les pieds à cet endroit précis » (la seule question qu'on pose à l'experte est de savoir si oui ou non elle estime que l'accusé y est allé malgré ses dénégations). Soit donc NI l'affirmation contraire: « l'accusé a marché à cet endroit ». Soit X l'énoncé « telles traces correspondant précisément à l'endroit où le cadavre était caché furent découvertes sur le pantalon et les chaussures de l'accusé ».
Posant A=NI et B=X dans formule de Bayes (1) fournit

$$P(NI|X) = \frac{P(X|NI)P(NI)}{P(X|NI)P(NI) + P(X|I)P(I)}, \tag{8}$$

qui permet de calculer P(NI|X), la probabilité que l'accusé ait effectivement marché à l'endroit indiqué étant donné les traces. La probabilité d'innocence (i.e. qu'il n'y ait pas marché) sera ensuite donnée par P(I|X) = 1 - P(NI|X).

Dans la formule (8) nous pouvons poser la probabilité conditionnelle P(X|NI)=1 puisqu'elle mesure la probabilité de trouver ces traces si l'accusé a bien marché à l'endroit indiqué. La formule se simplifie donc comme suit:

(9) $$P(NI|X) = \frac{P(NI)}{P(NI) + P(X|I)P(I)} ,$$

et en posant P(I) = 1 - P(NI), on obtient

(10) $$P(NI|X) = \frac{P(NI)}{P(NI) + P(X|I) - P(X|I)P(NI)} .$$

A partir d'ici, nous pouvons constater que l'experte a raison d'affirmer que P(I|X), la probabilité que l'accusé n'ait jamais mis le pied près du marais, est très petite. Car la formule montre que la probabilité du contraire, P(NI|X), est effectivement très grande. Pour calculer sa valeur à partir de la formule (10), on a besoin de connaître seulement deux inconnues. La première, P(X|I), est la probabilité de trouver de telles traces sur quelqu'un qui n'a pas été récemment à l'endroit indiqué ; nous savons par la première phrase prononcée par l'experte que ce nombre est minuscule. La deuxième, P(NI), est la probabilité a priori (i.e. sans rien connaître des traces ni des déclarations du suspect) qu'une personne habitant à 500 mètres d'un endroit à la campagne y soit passé dernièrement. Or, un homme vivant à la campagne visite ou se promène normalement dans les champs alentour. Même si la probabilité d'avoir été à un endroit précis près de chez soi n'est pas grande, elle est certainement beaucoup plus grande que la probabilité infime P(X|I). Si par exemple on suppose que P(NI) est de 1 sur cent et P(X|I) de 1 sur cent mille, la formule (10) donne

P(NI|T) = 0.01 / (0.01 + 0.00001 - 0.00001x0.01) = 0.01/0.0100099 = 0.999

soit une probabilité de culpabilité de 99.9%, ce qui correspond bien à l'affirmation de l'experte.

En conclusion, pour bien reconnaître le sophisme du procureur, il ne suffit pas d'identifier la phrase erronée ; il faut analyser la situation pour être sûr que celui ou celle qui la prononce n'a pas apporté, par ailleurs, les probabilités supplémentaires qui permettent de compléter la formule correctement.

Pourquoi tant de problèmes ?

Une fois le sophisme du procureur compris, étudié et signalé aux professionnels du monde judiciaire, qui font à leur tour de grands efforts pour bien l'expliquer aux jurys, on pourrait croire que le danger d'erreur judiciaire qu'il représente est conjuré. Mais ce n'est

pas tout à fait le cas. Il y a de nombreuses situations où, malgré la plus grande clarté dans les explications, malgré une compréhension adéquate de la part de tous les acteurs, l'argument bayésien ne passe toujours pas.

En analysant des cas précis, on s'aperçoit que le cerveau humain semble opérer une distinction nette entre deux types d'événements probabilistes : ceux qui tombent comme la foudre du ciel, et ceux qui sont le résultat d'un acte qui peut avoir été commis exprès par un choix individuel. Il y a une différence qualitative dans notre façon d'appréhender la rareté, pourtant statistiquement égale, des incidents de personnes frappées par la foudre et celle des meurtres d'enfants par leur mères. Le fait que tous les sociologues du monde constateront que tel acte est commis par un nombre infime de gens ne suffit tout simplement pas à nous convaincre que la personne en face de nous a très peu de chance d'avoir commis cet acte, étant donné qu'elle a pu *choisir* de le faire et non qu'elle l'a simplement *subi*. Notre conscience du libre arbitre semble échapper à la théorie des probabilités. Les statistiques concernant les événements qui arrivent par hasard sont convaincantes, les statistiques concernant les actes volontaires et commis exprès ne le sont pas : aucun raisonnement du type « il est très rare de commettre cet acte » ne suffira jamais à nous convaincre qu'une personne donnée n'ait pas choisi de le faire, alors que l'observation « il est très rare que cela arrive à quelqu'un » nous fait douter, au contraire, du fait que c'est réellement ce qui s'est passé.

Comment aborder cette difficulté? La pensée que le fait d'agir est fondamentalement différent du fait de subir, et que les probabilités ne peuvent pas en être comparées car elles n'ont pas en réalité le même sens, semble avoir quelque justification psychologique, mais elle mène pourtant à des erreurs judiciaires fondées sur le fait de trouver l'acte choisi beaucoup plus probable que l'événement subi, alors qu'il ne l'est point. Aux explications du sophisme du procureur, il faudrait ajouter une discussion pédagogique claire sur ce point qui permet de reconnaître et mettre en perspective l'idée que si on doit comparer deux causes possibles d'un résultat suspect, l'acte choisi paraîtra toujours beaucoup plus croyable que l'événement subi, quelle que soit la vraie fréquence de l'un et de l'autre.

Pour combattre cette impression, un argument efficace semble être l'absurdité immédiate d'une application générale du principe. On cite souvent l'exemple d'un gagnant au loto, mais ce n'est pas un exemple adapté à notre situation, car d'une part, tout le monde sait à l'avance qu'il y aura bien un gagnant, donc son existence en soi ne surprend pas, et d'autre part, il est pratiquement impossible de gagner au loto par un acte intentionnel. L'exemple de l'infirmière est mieux adapté, car théoriquement il est parfaitement possible qu'aucune infirmière ne soit jamais présente à tous les décès dans l'hôpital où elle travaille. Il n'y a pas nécessité, comme au loto. Pourtant, un simple calcul probabiliste montre qu'il s'agit bien là d'un événement qui a une chance non négligeable de se produire de temps en temps purement par hasard, étant donné le grand nombre d'infirmières, d'hôpitaux et de décès dans un pays. (Il serait d'ailleurs d'une grande utilité pour la défense des infirmières accusées de disposer de statistiques fiables sur le sujet, ce qui n'est pas le cas.) Mais heureusement, tout le monde sera intuitivement d'accord qu'on ne peut pas automatiquement arrêter chaque infirmière à qui cela arrive. Ce serait comme si on tenait une liste de toutes les infirmières et tous les décès, et que l'on procédait à une

arrestation immédiate dès qu'il y avait une correspondance trop forte ; ce serait absurde. Il semblerait que cette façon de présenter les choses peut avoir un effet de clarification, et cela devrait faire partie intégrante de l'éducation des professionnels du judiciaire au sujet du sophisme du procureur.

Conclusion

L'utilisation simple et directe de la théorie des probabilités dans le contexte judiciaire, comme nécessité absolue et sans arrière-pensée tout comme dans le contexte scientifique, rencontre des obstacles historiques et psychologiques profonds. Parmi les professionnels de la justice, il persiste une impression que les probabilités s'assimilent à des formules mathématiques qui sont difficiles à comprendre pour le commun des mortels, inadaptées aux problèmes judiciaires, et qu'elles ne sont rien de plus qu'une façon de raisonner parmi d'autres également valables.

On ne peut pas dire, au moins aujourd'hui, que ces opinions sont totalement dénuées de fondement. L'éducation mathématique reçue à l'école ne forme pas l'intuition à saisir le sens des très grands et très petits nombres, et ne permet pas de trouver le raisonnement probabiliste bayésien simple et naturel. Pourtant, ce n'est pas plus difficile, techniquement, qu'une grande partie des mathématiques enseignées au lycée. Il est même probable que, étant donné l'intérêt général du sujet, même les élèves les plus récalcitrants soient plus ouverts à ce genre de mathématiques qu'à des sujets appris de manière plus théorique. L'éducation mathématique française n'entraîne pas les élèves à la faculté d'estimation numérique, alors que rien ne serait plus facile que de leur demander, à partir de l'école maternelle, de deviner des nombres décrivant ce qui les entoure: le nombre de bonbons dans une boîte, le nombre de pas pour traverser la salle, le nombre de gens dans la pièce, puis un peu plus tard le nombre de gens dans une foule prise dans une photo aérienne, de cheveux sur la tête ou d'arbres dans une forêt, pour en arriver finalement à des nombres décrivant des choses concrètes mais qui ne se voient pas : le nombre d'avions dans une flotte aérienne militaire, les sommes d'argent consacrées aux différents budgets de l'état, de molécules dans une quantité de matière ; cette méthode permettrait d'en arriver à une idée plus informée du véritable sens des grands et petits nombres. En fin de compte, les nombres sont des mots qui peuvent être utilisés, comme tous les mots, pour enrichir et préciser notre description de la réalité. Idéalement, le raisonnement probabiliste bien enseigné finirait par faire partie de notre intuition, au lieu d'être perçu, à tort, comme y étant étranger et d'une nature foncièrement différente.

L'idée que les probabilités soient mal adaptées aux problèmes judiciaires même quand elles sont bien comprises est encore moins fondée. Elle est basée sur le préjugé que les mathématiques, étant une science exacte, ne peuvent fournir que des résultats exacts à partir de données exactes. Le fait de produire un résultat qui est vrai avec une probabilité donnée, ou un résultat donné avec une marge d'erreur, choque. De telles mathématiques paraissent défectueuses ou fausses. Mais c'est encore une fois une conséquence de l'idée reçue sur ce que sont les mathématiques. Cette idée est attribuable à la manière d'ense-

igner les maths à l'école, qui a le défaut de créer une distance artificielle entre cette matière et la soi-disant "vraie vie", perçue par les élèves.

En réalité, chaque acteur dans le cadre judiciaire réfléchit en utilisant, consciemment ou inconsciemment, un processus de raisonnement probabiliste ; la plupart du temps, le raisonnement est mal informé, souvent basé sur des préventions ou préjugés et aussi sur des intuitions spontanées assez bien adaptées aux nombres de taille ordinaire, mais impossible à appliquer de manière intuitive aux probabilités minuscules produites par les analyses scientifiques. Notre expérience de la vie, censée informer nos jugements, est profondément influencée par la taille des nombres qui surviennent au quotidien autour de nous, ce qui est un phénomène universel et normal.

Étant données des preuves différentes mais pas forcément indépendantes, il y a une et une seule façon correcte de calculer leur poids commun : le théorème de Bayes. De nombreuses expériences ont montré que le raisonnement humain, basé sur notre intuition et notre expérience de la vie quotidienne, se trompe de manière grossière. Si une méthode existe qui permet d'améliorer le travail douteux de notre intuition, il nous semble dangereux et de la rejeter ou de l'utiliser sans une formation adéquate. Il faudrait rien de moins qu'une éducation différente par rapport au rôle des nombres et de la probabilité dans la vie quotidienne pour changer les attitudes dans le cadre judiciaire.

Leila Schneps
45 rue Westermeyer
94200 Ivry sur Seine

2 61 12 99 404 163 92