



HAL
open science

Modélisation interfaciale de chocs dans les suspensions

Nicolas Jamet, Roger Prud'Homme, Louis Gottesdiener

► **To cite this version:**

Nicolas Jamet, Roger Prud'Homme, Louis Gottesdiener. Modélisation interfaciale de chocs dans les suspensions. XVème Congrès Français de Mécanique, Sep 2001, Nancy, France. hal-02390303

HAL Id: hal-02390303

<https://hal.science/hal-02390303>

Submitted on 3 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MODELISATION INTERFACIALE DE CHOCS DANS LES SUSPENSIONS

Nicolas JAMET, Roger PRUD'HOMME & Louis GOTTESDIENER

LMM (UMR 7607/CNRS/UPMC)
8 rue du Capitaine Scott-75015 Paris

Résumé :

L'onde de choc faible dans une suspension diluée et la zone de relaxation amont sont considérées comme des milieux interfaciaux. Les transferts de quantité de mouvement et d'énergie sont analysés par la thermodynamique des processus irréversibles. La singularité au voisinage du régime sonique est étudiée au moyen de développements asymptotiques. Le raccordement peut être opéré avec une théorie linéarisée des interfaces.

Abstract:

The weak shock wave in a dilute suspension and the downstream relaxation zone are considered as examples of interfaces in multiphase flows. Thermodynamics of Irreversible Processes is used to analyze momentum and energy transfers between phases. The singularity near the sonic regime is studied by means of asymptotic expansions. Matching can be performed with a linearized theory of interfaces.

Mots clés :

écoulement polyphasique, interface, suspension, onde de choc, développement asymptotique

1 Introduction

Les phénomènes de transport dans les milieux diphasiques sont étudiés depuis de nombreuses années (Fortier 1967, Marble 1970, Kuentzmann 1973, Barrere & Prud'homme 1973, Delhay 1974, Williams 1985, Nigmatulin 1989, Soo 1990), mais les discontinuités ont été l'objet d'une attention peut-être moins soutenue que ne l'a été le cœur de phase (Marble 1970, Sharma et al. 1993, Margulies & Schwartz 1994).

Nous proposons de les étudier ici en les considérant comme des interfaces généralisées, c'est-à-dire comme des surfaces matérielles sans épaisseur. Cette façon de voir, habituelle lorsqu'il s'agit de surfaces capillaires, peut en effet être étendue à des zones à forts gradients telles que des flammes ou des couches limites (Prud'homme 1988). Cela suppose que l'on sache écrire les équations de bilan de ces interfaces généralisées et que l'on soit en mesure d'établir les équations de fermeture correspondantes.

Pour cela on peut tenter d'intégrer les équations de l'écoulement à la traversée de la zone à fort gradient considérée (ici : choc ou zone de relaxation), ou alors écrire directement des équations d'interface.

Les équations de bilan d'une interface de discontinuité unidimensionnelle stationnaire S sont de la forme : $[[J + \rho\psi(V - W_S)]] = \rho_a \phi_S$ (1)

où ψ est l'unité de masse de la grandeur considérée, J son flux, ϕ_S sa production interfaciale par unité de masse, où ρ est la masse volumique et ρ_a la masse surfacique, V la vitesse matérielle et W_S la vitesse de l'interface, $[[f]] = f_{II} - f_I$ est le saut de f à la traversée de l'interface.

L'équation (1) est un cas particulier d'une équation plus générale (Gatignol & Prud'homme 2001).

Dans le cas où les phénomènes irréversibles sont d'origine visqueuse et thermoconductive, le taux de production d'entropie par unité d'aire est :

$$\Delta_a = \mathcal{A}_{vS} \mathcal{J}_{vS} + \mathcal{A}_{TS} \mathcal{J}_{TS} \quad (2)$$

où les quantités du second membre sont les forces généralisées notées \mathcal{A} et les flux généralisés notés \mathcal{J} , les indices v, T et S désignant respectivement la viscosité, la thermoconduction et la surface. La Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI) linéarisée, fournit, lorsqu'elle est valable, les relations de fermeture des équations (1) sous la forme :

$$\mathcal{J}_v = L_v \mathcal{A}_v, \quad \mathcal{J}_T = L_T \mathcal{A}_T \quad (3)$$

Nous voulons savoir si les relations (3) sont applicables ou non aux ondes de choc droites stationnaires, en gaz pur et en "gaz poussiéreux" (Marble 1970), totalement ou partiellement, et à quelle condition. Enfin, si elles sont applicables, nous chercherons à évaluer les coefficients phénoménologiques L.

Nous avons tenté de répondre à ces questions à propos de milieux diphasiques dilués avec changement de phase liquide-vapeur (Jamet, Prud'homme & Gottesdiener 1997). Dans ce cas s'ajoutaient aux équations (2) et (3) des termes d'échange de masse. Il a été démontré que les relations de la forme (3) étaient valables pour l'interface de relaxation particules-gaz, mais que les coefficients phénoménologiques L divergeaient au point sonique. Or cela n'aurait pas dû être le cas puisque c'est justement dans le domaine sonique que l'on se trouve le plus en proche-équilibre, domaine de validité de la TPI linéaire.

Le paradoxe a été levé depuis (Prud'homme, Jamet & Gottesdiener 1997, Jamet 1998) en tenant compte du caractère singulier de la zone transsonique. L'application de la méthode des développements asymptotiques à deux petits paramètres permet alors de retrouver la convergence en $M=1$. Nous nous sommes limités ici au cas sans évaporation.

2 L'onde de choc en tant qu'interface

Les équations d'une discontinuité en écoulement compressible, unidimensionnel stationnaire sont les suivantes :

$$\begin{aligned} [[\rho u]] &= [[\dot{m}]] = 0 \text{ (mass)}, \quad \dot{m} [[u]] + [[p]] = 0 \text{ (momentum)}, \\ \dot{m} \left[\left[h + \frac{u^2}{2} \right] \right] &= 0 \text{ (total energy)} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{On a, pour l'entropie: } \dot{m} [[s]] = \Delta_a \geq 0 \quad (5)$$

$$\text{ce qui donne, dans le cas d'un gaz idéal : } \Delta_a = \dot{m} c_v \ln(\tilde{p} \tilde{v}^\gamma) \quad (6)$$

où $\tilde{v} = \rho_0 / \rho_I$, $\tilde{p} = p_I / p_0$, $\gamma = c_p / c_v = \text{Cte}$, les indices 0 et I désignant respectivement les conditions amont et aval. Pour les ondes de choc faibles, c'est-à-dire en proche équilibre, on peut poser : $M_0^2 - 1 = \varepsilon \ll 1$, avec $M_0 = u_0 / a_0$, $a_0 = \sqrt{\gamma r T}$, $r = R/M$, R étant la constante universelle des gaz et M

$$\text{la masse molaire. L'équation (6) donne alors : } \Delta_a \cong \dot{m} c_v \frac{2\gamma(\gamma-1)}{3(\gamma+1)^2} \varepsilon^3 \quad (7)$$

Les équations (4) et (5) ont bien la forme (1) des équations d'interface appliquées aux écoulements unidimensionnels stationnaires. Aucune hypothèse n'est faite sur la validité des équations de Navier-Stokes à l'intérieur de l'onde de choc (couche interfaciale).

Si l'on définit la force généralisée $\mathcal{A}_S = [[u]]$ (qui correspond au gradient de vitesse dans le volume), et que l'on écrit la production d'entropie sous la forme classique $\Delta_a = \mathcal{A}_S \mathcal{J}_S$, on trouve, à partir de (7), le flux généralisé \mathcal{J}_S (correspondant à la contrainte visqueuse T_{xx} divisée par la température) :
$$\mathcal{J}_S = \frac{\Delta_a}{\mathcal{A}_S} = -\frac{\rho_0(\gamma+1)}{12T_0} \mathcal{A}_S^2 \tag{8}$$

On voit, d'après la relation (8) que l'on sort du domaine de la TPI linéaire.

Les dissipations visqueuse et thermoconductive n'apparaissent pas séparément dans l'équation (7). Pour les faire apparaître, on peut utiliser l'approximation de Smolderen (1971) et intégrer les dissipations correspondantes dans la zone interfaciale, ce qui donne (Gatignol et Prud'homme 2001) :

$$\Delta_{aT} \cong \frac{\gamma-1}{Pr'} \Delta_{av} \tag{9}$$

avec $\Delta_a = \Delta_{aT} + \Delta_{av}$, Δ_{aT} et Δ_{av} étant respectivement les productions d'entropie d'origine thermoconductive et visqueuse, et Pr' étant le nombre de Prandtl modifié : $4\mu c_p / 3k$.

3 Onde de choc dans une suspension diluée

3.1 Structure d'une onde de choc diphasique

Considérons maintenant une onde de choc dans un milieu diphasique. En amont (indice 0) et en aval (indice II) de cette onde de choc, supposée plane et normale à l'écoulement unidimensionnel, les conditions d'équilibre mécanique et thermique sont réalisées (Marble 1970). On admet que le choc diphasique réel est constitué d'un choc gazeux (0→I) suivi d'une zone de relaxation (I→II) comme sur la figure 1.

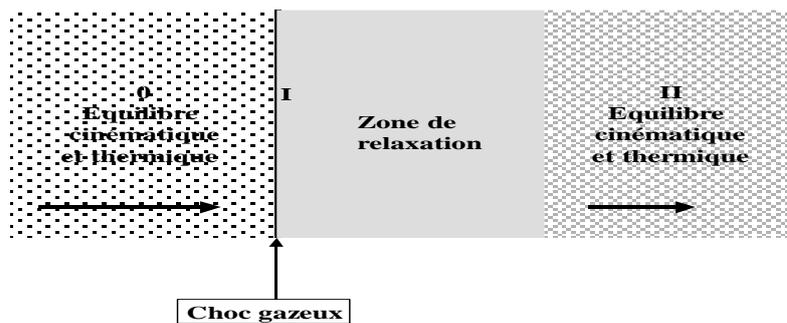


FIG. 1 : Structure d'une onde de choc en écoulement diphasique

Un milieu diphasique en équilibre est analogue à un simple gaz avec des coefficients calorimétriques adéquats. Il est donc aisé de déterminer les conditions aval (II) du choc diphasique connaissant les conditions amont (I).

La production d'entropie $\overline{\Delta}_a$ à travers le choc 0→II est égale à la somme de la production d'entropie Δ_a du choc gazeux 0→I et de la production d'entropie δ_a dans la zone de relaxation I→II, de sorte que cette dernière peut être déduite des précédentes par simple différence.

3.2 Bilans volumiques simplifiés pour une suspension diluée

Nous reprendrons ici les hypothèses du modèle simplifié de Marble (1970) sans les justifier (voir aussi Kuentzmann 1973, Prud'homme 1988, Gatignol et Prud'homme 2001) et nous supposerons de plus que la chaleur spécifique de la phase dispersée, supposée monodisperse et constituée de petites sphères indéformables, est égale à la chaleur spécifique à pression constante du gaz.

Dans ces conditions l'écoulement stationnaire obéit au système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} K \dot{m} \frac{du_p}{dx} + \dot{m} \frac{du}{dx} + \frac{dp}{dx} = 0 \\ K \dot{m} \frac{d(e_p + u_p^2/2)}{dx} + \dot{m} \frac{d(e + u^2/2)}{dx} + \frac{d(pu)}{dx} = 0 \\ \frac{du_p}{dx} = \frac{u - u_p}{l_v}, \quad \frac{dT_p}{dx} = \frac{T - T_p}{l_T} \end{array} \right. \quad (10)$$

avec $\frac{\rho_p u_p}{\rho u} = \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}} = K = \text{Cte}$, l_v et l_T sont des longueurs de relaxation gaz-particules. L'indice

p désigne la phase dispersée, très minoritaire en volume et les paramètres sans indice sont ceux du gaz porteur.

3.3 Suspension diluée à l'équilibre

A l'équilibre on a $T_p = T$ et $u_p = u$. Comme on peut le voir dans (10), Il est possible de définir un gaz idéal effectif pour la suspension en écrivant :

$$\bar{p} = p, \quad \bar{\rho} = \rho + \rho_p, \quad \bar{T} = T, \quad \bar{u} = u, \quad \bar{\rho} \bar{e} = \rho e + \rho_p e_p, \quad \bar{p} = p = \bar{\rho} \bar{r} T, \quad \dot{m} = \dot{m} + \dot{m}_p$$

$$\bar{\rho} = \rho(1+K), \quad \bar{m} = \dot{m}(1+K), \quad \bar{c}_p = c_p, \quad \bar{c}_v = c_v \frac{1+K\gamma}{1+K},$$

On déduit: (11)

$$\bar{\gamma} = \gamma \frac{1+K}{1+K\gamma}, \quad \bar{r} = \frac{r}{1+K}, \quad \bar{c}^2 = \frac{c^2}{1+\gamma K}, \quad \bar{M}^2 = u^2 / \bar{c}^2 = (1+K\gamma) M^2$$

3.4 L'onde de choc diphasique en tant qu'interface

Les équations (4) à (7) sont applicables au choc diphasique à condition de considérer le gaz équivalent décrit en 2.3. En posant : $\bar{\varepsilon} = \bar{M}_0^2 - 1 \ll 1$ (12)

la source d'entropie devient: $\bar{\Delta}_a \cong \bar{m} \bar{c}_v \frac{2\bar{\gamma}(\bar{\gamma}-1)}{3(\bar{\gamma}+1)^2} \bar{\varepsilon}^3$ (13)

Pour les suspensions diluées, le taux de particules K est très petit de sorte que les nombres de Mach M_0 et \bar{M}_0 sont très voisins et les ondes de choc $0 \rightarrow I$ et $0 \rightarrow II$ sont faibles simultanément. On a : $\bar{\varepsilon} = \varepsilon(1+\gamma K) + \gamma K$ et on voit ainsi apparaître la singularité sur les ordres de grandeur de ε et K . Posant alors $\varepsilon = \alpha^{-1} K^p$, avec $p > 0$, l'expression la moins dégénérée du taux de production d'entropie du choc diphasique est obtenue pour $p=1$ et s'écrit :

$$\bar{\Delta}_a \cong \dot{m} c_v \frac{2\gamma(\gamma-1)}{3(\gamma+1)^2} (\varepsilon + \gamma K)^3 \quad (14)$$

4 Le comportement de la zone de relaxation

4.1 Relation flux-force

La production d'entropie de la zone de relaxation I→II s'écrit :

$$\delta_a = \bar{\Delta}_a - \Delta_a \cong \dot{m} c_v \frac{2\gamma(\gamma-1)}{3(\gamma+1)^2} \gamma K (\gamma^2 K^2 + 3\gamma K \varepsilon + 3\varepsilon^2) \geq 0 \quad (15)$$

Ce développement a été comparé avec succès aux expressions exactes déduites de (6) comme le montre la figure 2.

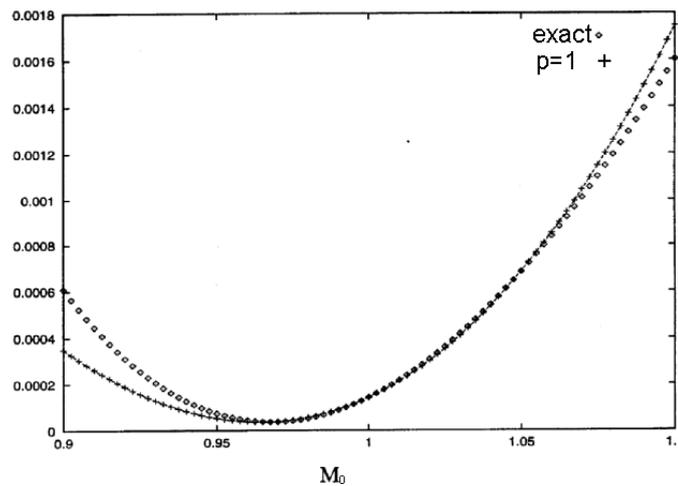


FIG. : 2 Production d'entropie réduite en fonction du nombre de Mach amont M_0 (Jamet 1998)

Les différents sauts de vitesse s'expriment en fonction de ε et K et le taux de production d'entropie devient : $\delta_a \cong \dot{m} c_v \frac{\gamma(\gamma-1)}{6u_0^2} \gamma K [(u_0 - u_I)^2 + (u_0 - u_{II})^2 + (u_0 - u_I)(u_0 - u_{II})]$ (16)

Le second membre de (16) ne s'annule pas, ni pour $u_0 = u_I$, ni pour $u_0 = u_{II}$. L'équilibre, qui exige l'annulation simultanée des forces et des flux généralisés (de Groot & Mazur 1962) n'est donc jamais exactement atteint. Tout comme dans le cas du choc monophasique, on ne voit apparaître qu'une force généralisée, dont l'expression est la suivante :

$$\mathcal{A}_S = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(u_0 - u_I)^2 + (u_0 - u_{II})^2 + (u_0 - u_I)(u_0 - u_{II})}{3}} \quad (17)$$

Le flux généralisé conjugué de cette force se déduit alors :

$$\mathcal{J}_S = \frac{\delta_a}{\mathcal{A}_S} \cong \dot{m} c_v \frac{\gamma^2(\gamma-1)}{u_0^2} K \mathcal{A}_S \quad (18)$$

et montre un comportement linéaire sur le plan de la thermodynamique des processus irréversibles (Prud'homme, Jamet & Gottesdiener 1997, Jamet 1998, Gatignol & Prud'homme 2001).

4.2 Structure interne de la zone de relaxation

Tout comme pour l'onde de choc monophasique on peut évaluer la part de dissipation visqueuse et la part de dissipation thermoconductive dans δ_a . Ces dissipations internes

proviennent cette fois des échanges particules-gaz, la partie interne au gaz est concentrée, elle, dans l'onde 0→I. On obtient (Gatignol & Prud'homme 2001) :

$$\frac{\delta_{aT}}{\delta_{av}} \cong \frac{\Delta_T}{\Delta_v} \cong \frac{3(\gamma-1)}{2} Pr \cong Cte \quad (19)$$

ce qui permet de déterminer deux coefficients phénoménologiques.

5 Conclusion

La théorie linéarisée des interfaces diphasiques avait conduit à une divergence des coefficients phénoménologiques. Cette divergence a été levée ici en traitant la singularité transsonique par la théorie des développements asymptotiques à deux petits paramètres.

De nouvelles expressions des forces et des flux généralisés a pu être déduite. Le raccordement entre les deux théories peut être fait (Jamet, Prud'homme & Gottesdiener 2001).

Références

- Barrère, M. et Prud'homme, R. 1973 *Equations fondamentales de l'aérothermochimie*. Masson.
- De Groot, S. R. and Mazur, P. 1965 *Non-equilibrium thermodynamics*. North-Holland Pub. Cy..
- Delhaye, J.-M. 1974 Jump conditions and entropy sources in two-phase systems, *Int. J. Mult. Flow*, **1** pp. 345-409.
- Fortier, A. 1967 *Mécanique des suspensions*. Masson.
- Gatignol, R. and Prud'homme 2000 *Mechanical and thermodynamic modelling of fluid interfaces*. Scientific World.
- Germain, P. 1986 *Mécanique*. Ellipses, Ed. Ecole Polytechnique.
- Jamet, N., Prud'homme, R. et Gottesdiener, L. 1997 Coefficients phénoménologiques au travers de discontinuités en milieu diphasiques, *13ème Congrès Français de Mécanique*, Poitiers.
- Jamet, N. 1998 *Modélisation des discontinuités dans les écoulements diphasiques compressibles*, PhD thesis of Université Pierre et Marie Curie, Paris.
- Jamet, N., Prud'homme, R. et Gottesdiener, L. 2001 Modeling of discontinuities in diphasic compressible flow, submitted to *Int. J. Multiph. Flow*.
- Kuentzmann, P. 1973 *Aérothermochimie des suspensions* Mémoire des Sciences Physiques. Fasc. 72. Gauthiers-Villars.
- Marble, F. 1970 Dynamics of dusty gases, *A.R.F.M.*, **2** pp.397-446.
- Margulis, T. S. and Schwartz, W. H. 1994 A multiphase continuum theory for sound wave propagation through dilute suspensions of particles, *J.A.S.A.*, **96** (1) pp. 319-331.
- Nigmatulin, R. I. 1991 *Dynamics of multiphase media*. Hemisphere Publishing Corporation.
- Prud'homme R. 1988 *Fluides hétérogènes et réactifs: écoulements et transferts*. LectureNotes in Physics N° 304. Springer Verlag.
- Prud'homme, R., Jamet, N. et Gottesdiener, L. 1997 Constitutive relations through interfaces: the case of shock waves in multiphase flows, *Theoretisch- Physicalisches Seminar*, Technische Universität Berlin, Institut für Theoretische Physik.
- Sharma, V. D., Pandey, B. D. and Sharma R. R. 1993 Weak discontinuities in a non equilibrium flow of a dusty gas, *Acta Mechanica*, **99**, pp.103-111.
- Smolderen, J. 1971 Structure des chocs et théorie cinétique des gaz, in *Chocs et ondes de choc*. L. Jaumotte Ed., Masson.
- Soo, S. L. 1990 *Multiphase fluid dynamics*. Science Press Gover Technical.
- Williams, F. A. 1985 *Combustion Theory*. The Benjamin Cumming Pub. Cy., Inc., 2d Ed..