



HAL
open science

Problemas inversos para identificação de parâmetros em sistemas dinâmicos

Eber Dantas, Americo Cunha Jr

► **To cite this version:**

Eber Dantas, Americo Cunha Jr. Problemas inversos para identificação de parâmetros em sistemas dinâmicos. 28ª Semana de Iniciação Científica UERJ (SEMIC 2019), Sep 2019, Rio de Janeiro, Brazil. <hal-02388517>

HAL Id: hal-02388517

<https://hal.science/hal-02388517v1>

Submitted on 2 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Copyright - All rights reserved

Problemas Inversos para Identificação de Parâmetros em Sistemas Dinâmicos

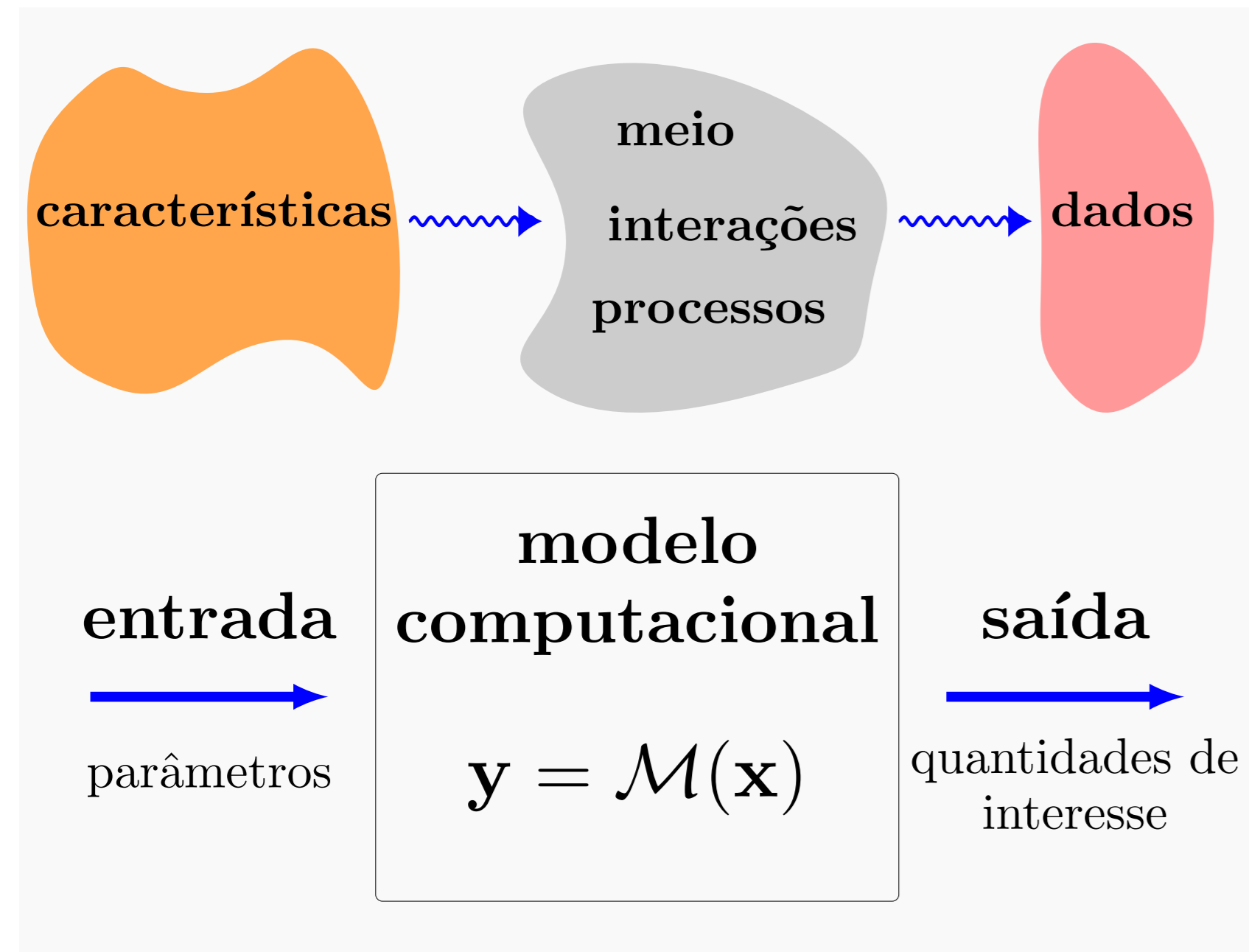
Eber Dantas de Sá Paiva
Americo Barbosa da Cunha Junior

eber.paiva@uerj.br américo@ime.uerj.br

NUMERICO – Núcleo de Modelagem e Experimentação Computacional

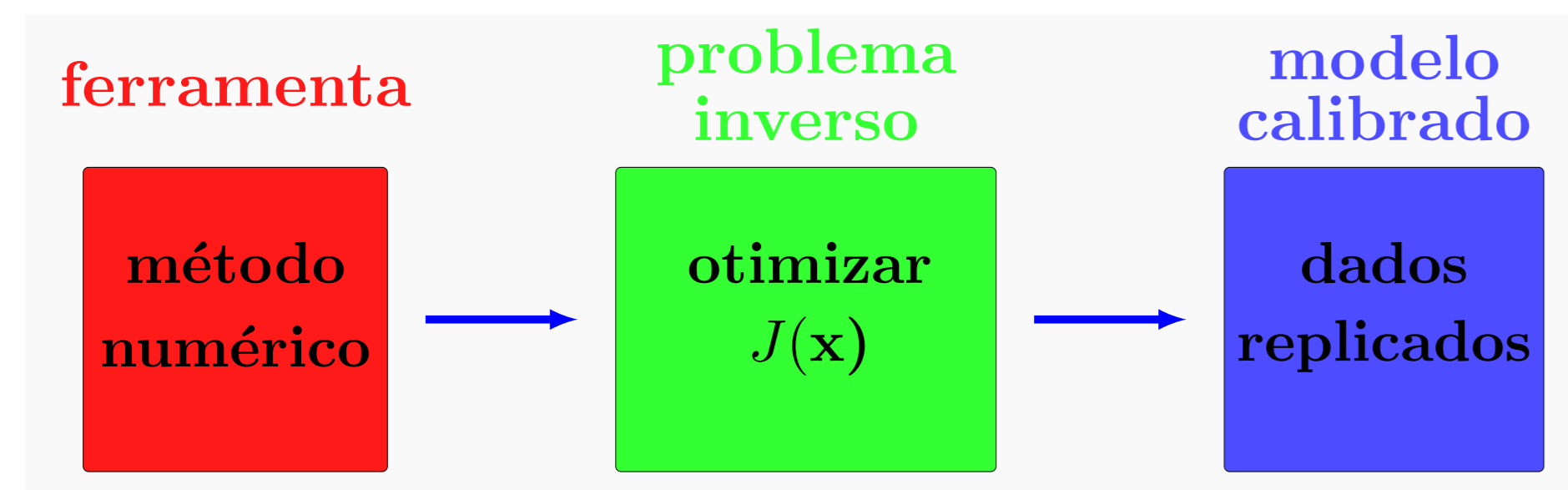


Introdução



Realidade e modelagem computacional.

- **Sistemas dinâmicos** → engenharia, medicina, física, finanças, etc.
- **Identificação de parâmetros** é essencial em qualquer modelagem.
- **Problemas inversos**: encontrar os parâmetros que fazem o modelo simular os dados corretamente.



Problema direto e inverso.

Dificuldades:

- **Eficiência** do método numérico.
- Alta **não linearidade** de $J(x)$ e **múltiplas soluções** de sua otimização.
- **Ruído** nos dados. **Incertezas** de modelo.

Objetivo

- **Identificação de parâmetros** para dois problemas de engenharia com dados experimentais de bancada.
- Comparação direta do método da **Entropia-Cruzada (CE)** com Algoritmo Genético (GA), avaliando eficiência e aplicabilidade.

Método da Entropia-Cruzada

Fundamentos e vantagens

Ideia principal
Problema de otimização → Problema de estimação de evento raro
 $X \sim f(x, v)$, $J(X) \geq \gamma \approx \max_x J(x)$ é um evento raro

Como? Minimizando a **Divergência KL** entre $\delta(x - x^*)$ e $f(\cdot, v)$.

Divergência de Kullback-Leibler
$$\mathcal{D}(g, f) = \int_{\mathbb{R}^n} g(x) \ln g(x) dx - \int_{\mathbb{R}^n} g(x) \ln f(x) dx$$

- Algoritmo meta-heurístico de **busca global** com caráter estocástico.
- **Amostragem de Importância** e técnicas de **minimização de variância**.
- Não requer **diferenciabilidade** nem **continuidade** de $J(x)$.
- **Garantia teórica** de convergência se apenas um ótimo global existir.
- **Fácil implementação**. Fórmulas analíticas para família exponencial.
- **Poucos e claros** parâmetros de controle.
- Popularização dos **modelos de ordem reduzida** e técnicas de **learning**.

Algoritmo CE

Algoritmo para **maximização** de $J(X)$. Estimção em **multiníveis**.

- 1 Defina número de amostras N , tamanho N^e dos grupos elite ϵ_t , distribuição de amostragem $f(\cdot, v)$, hiperparâmetro inicial v_0 e $t = 0$.
- 2 Atualize $t = t + 1$.
- 3 Gere amostras $X_1, \dots, X_N \sim f(\cdot, v_{t-1})$ (iid) e compute $J(X_i)$.
- 4 Separe em ϵ_t as N^e amostras que fornecem os maiores $J(X_i)$.
- 5 Atualize $v_t = \arg \max_v \sum_{X_k \in \epsilon_t} \ln f(X_k, v)$.
- 6 Repita 2 — 5 até que um dos critérios de parada ocorra.

Vibração em Viga Euler-Bernoulli

Problema direto

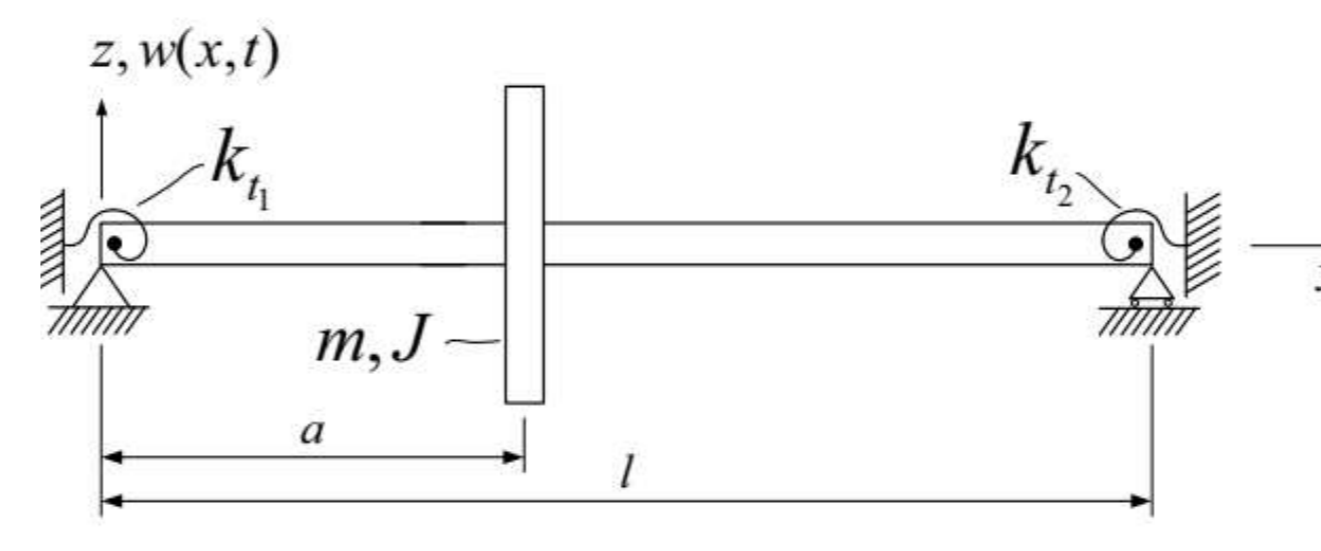
$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0$$

Suportes fletores flexíveis: k_{t_1} e k_{t_2} .

Método dos elementos finitos:

$$[K] \phi = \omega^2 [M] \phi$$

Cálculo dos auto-pares (ω, ϕ) .

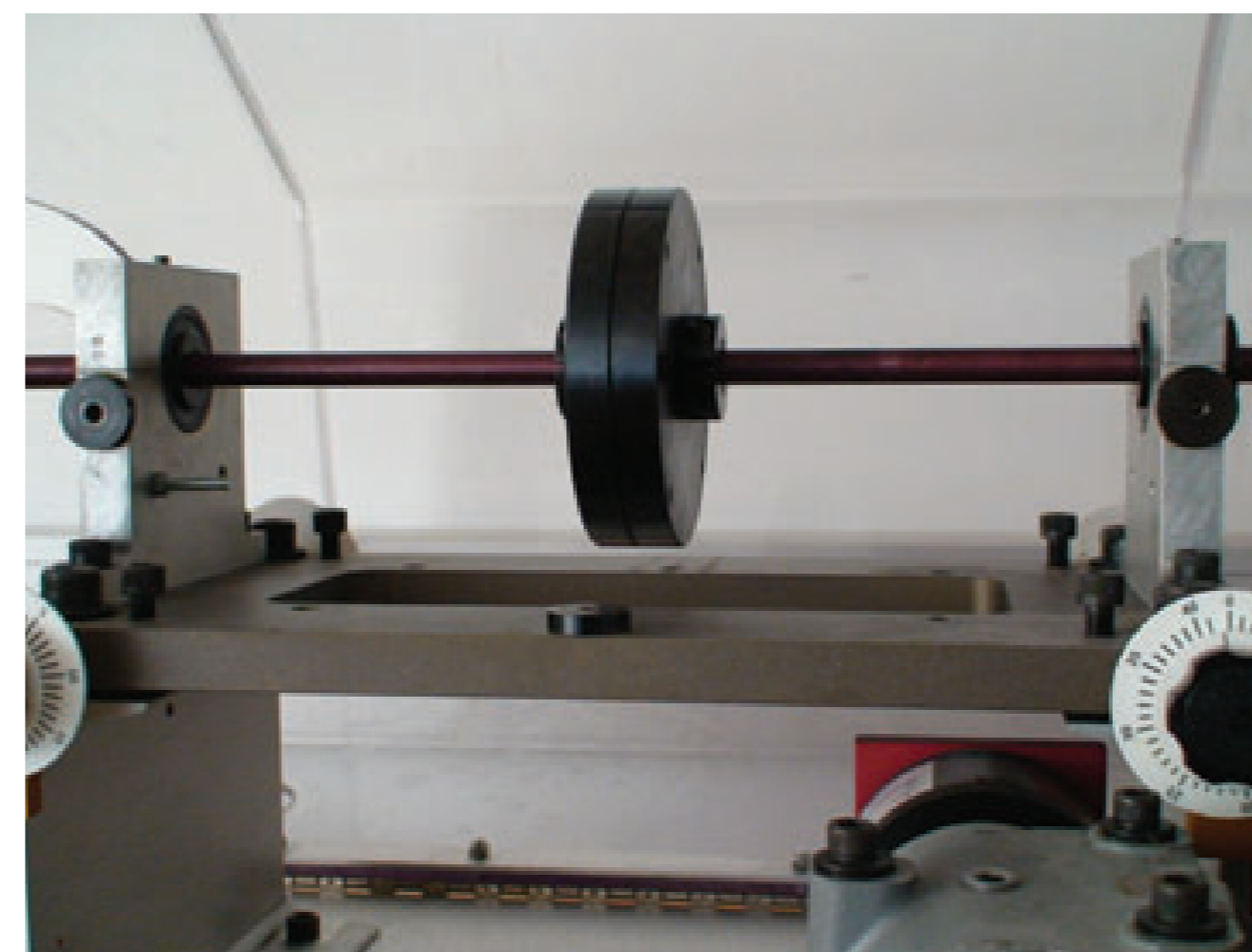


Esquema para viga EB.

Problema inverso

Parâmetros: $x = \{k_{t_1}, k_{t_2}\}$

Quantidades de interesse: $\Omega(x) = \{\omega_1, \omega_2\}$

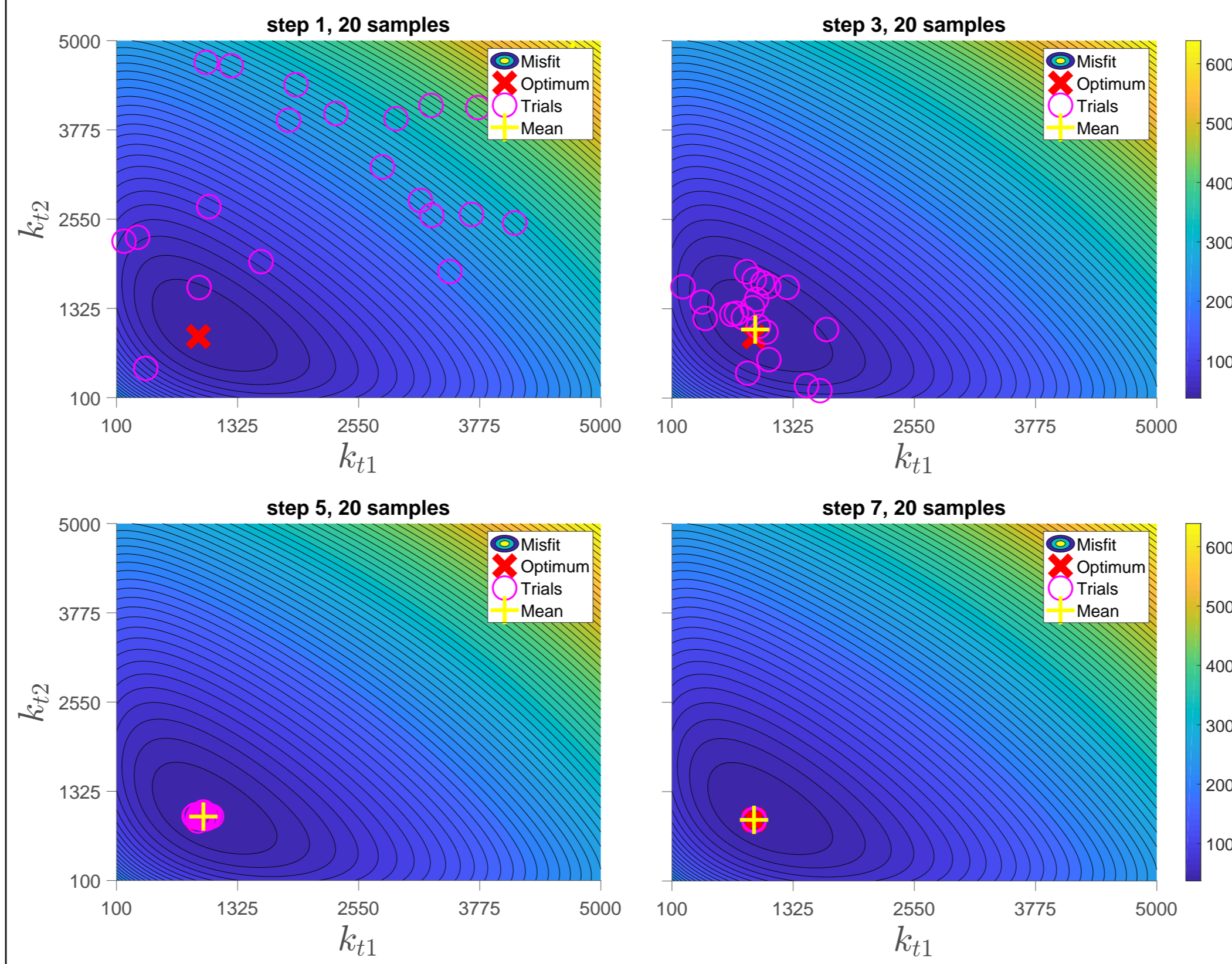


Bancada de testes para viga EB.

Achar x^* que **minimize**:

$$J(x) = \|\Omega^{exp} - \Omega(x)\|^2 + \lambda \|x\|^2$$

Resultados



a	ω_1^{exp} (Hz)	ω_2^{exp} (Hz)	ω_1 (Hz)	ω_2 (Hz)	k_{t_1} (N/m)	k_{t_2} (N/m)	CE	GA
2/8 l	45.4	218.3	45.5	199.5	533.6	317.8	600	17000
	error		≈ 0%	≈ 9%				
3/8 l	39.8	187.4	39.8	178.1	800.1	617.4	240	15000
	error		≈ 0%	≈ 5%				
4/8 l	38.9	178.2	38.9	173.7	935.2	935.2	225	14000
	error		≈ 0%	≈ 3%				
5/8 l	39.8	188.7	39.8	178.1	631.1	802.1	255	16000
	error		≈ 0%	≈ 6%				
6/8 l	45.9	212.0	45.9	199.8	328.1	574.5	480	18000
	error		≈ 0%	≈ 6%				

Dinâmica Torcional de Drillstring

Problema direto

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + d_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + k_1 (\theta_1 - \theta_2) + T_{r1} (\dot{\theta}_1) = 0,$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + d_1 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + d_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) + k_1 (\theta_2 - \theta_1) + k_2 (\theta_2 - \theta_3) = 0,$$

$$d_2 (\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) - k_2 (\theta_2 - \theta_3) = \eta (K_T i - C_m \eta \dot{\theta}_3 - T_f - J_3 \ddot{\theta}_3 / \eta),$$

$$L \frac{d\dot{i}}{dt} + R i + K_E \eta \dot{\theta}_3 = k_p (\omega_{ref} - \dot{\theta}_3) + k_i \int_0^t (\omega_{ref} - \dot{\theta}_3) dt,$$

$$T_{r1} (\dot{\theta}_1) = \begin{cases} N_1 r_1 \mu_s \dot{\theta}_1 / \omega_s & \text{for } |\dot{\theta}_1| < \omega_s, \\ N_1 r_1 (\mu_k + (\mu_s - \mu_k) e^{-v_0 |\dot{\theta}_1|}) \text{sign}(\dot{\theta}_1) & \text{for } |\dot{\theta}_1| \geq \omega_s, \end{cases}$$

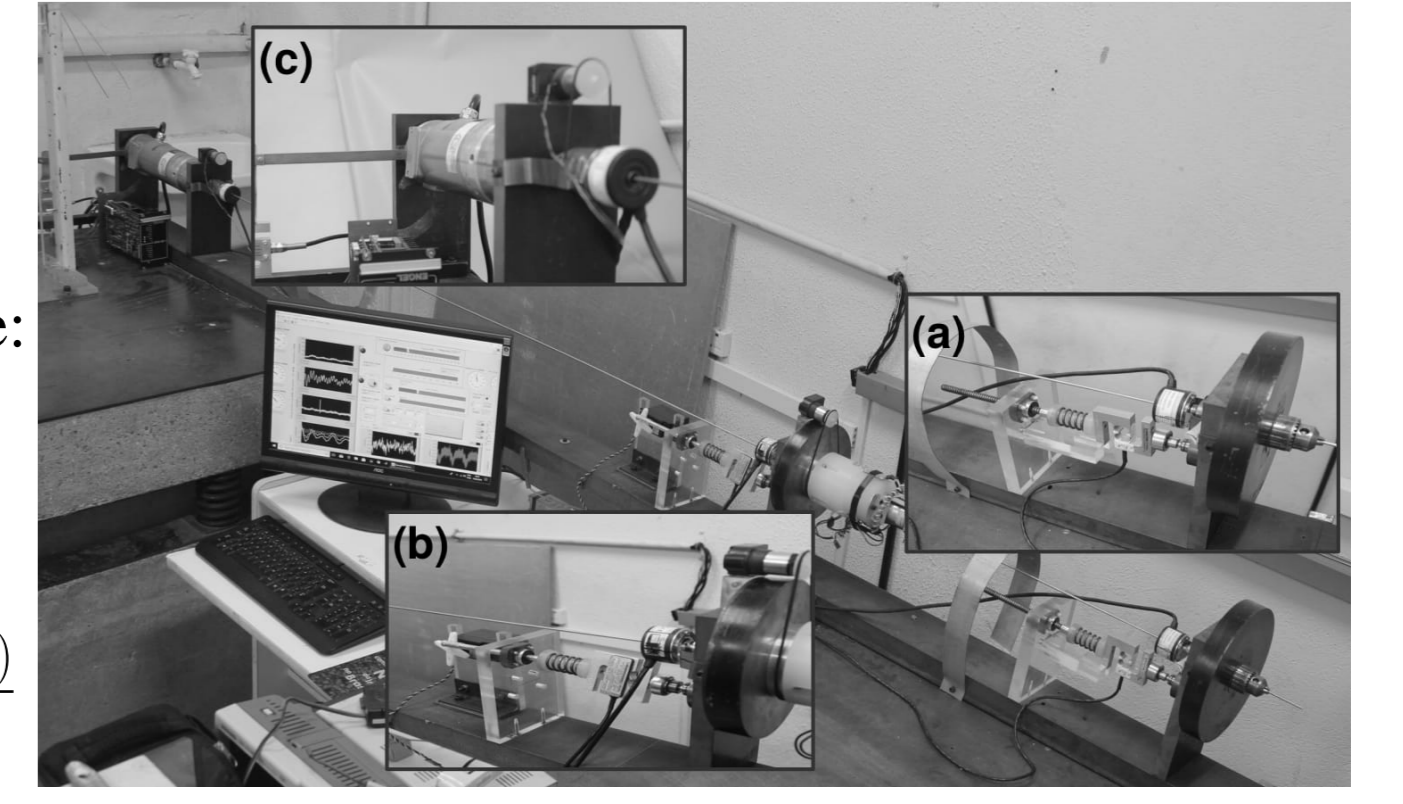
Integração numérica → $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ → Filtro (2 Hz), FFT → **periodogramas** $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$.

Problema inverso

Parâmetros: $x = \{k_1, k_2, d_1, d_2, \mu_s, \mu_k\}$

Quantidades de interesse: $\{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2\}$

Coefficiente de Pearson: $\rho_i(x) = \frac{\text{cov}(\hat{\theta}_i(x), \hat{\theta}_i^{exp})}{(\sigma_{\hat{\theta}_i(x)} \sigma_{\hat{\theta}_i^{exp}})}$

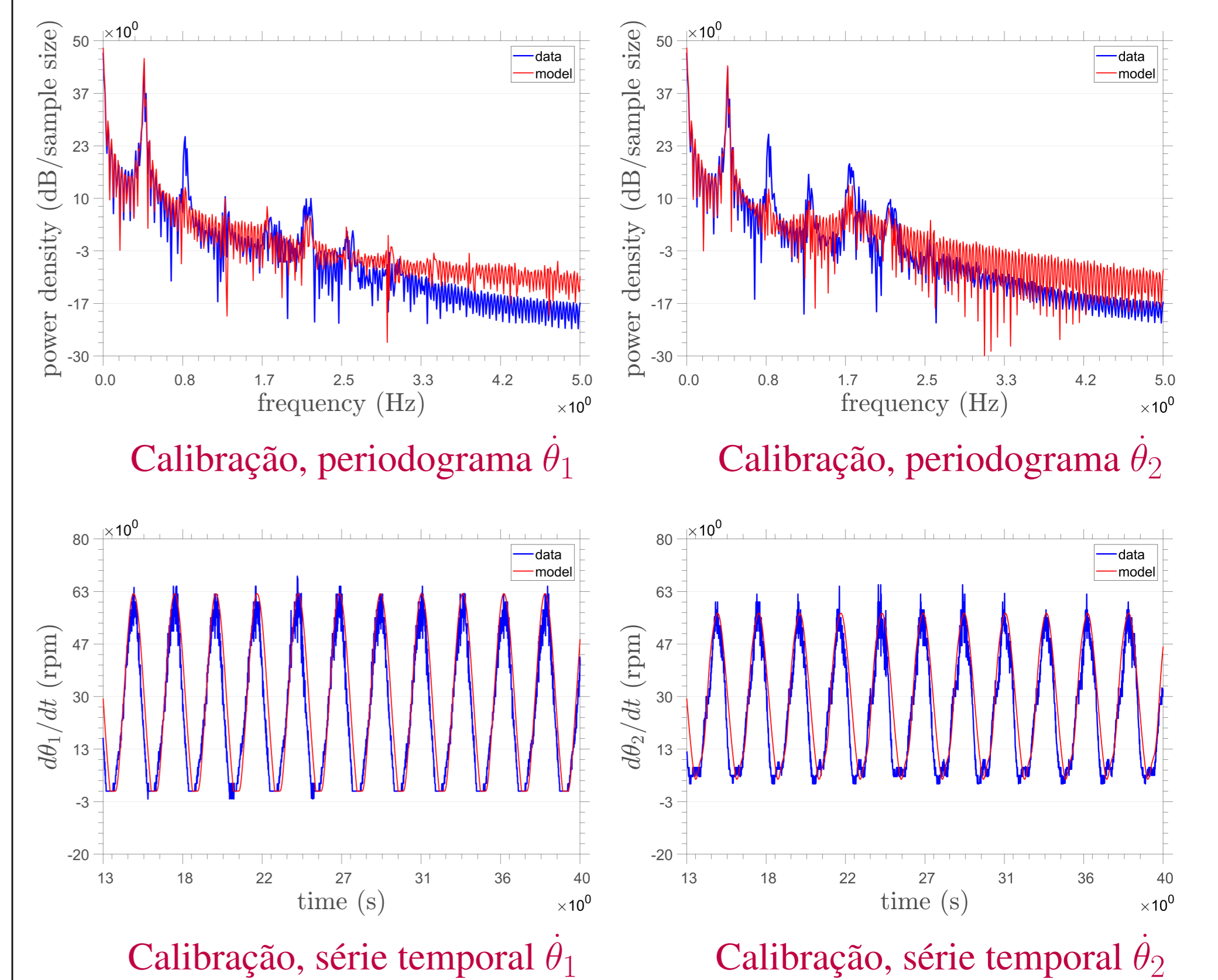


Bancada de testes para drillstring.

Achar x^* que **maximize**:

$$J(x) = \rho_1(x) + \rho_2(x) - \lambda \|x - x_r\|$$

Resultados



x	Experimental	CE	GA
k_1	1.1175	1.1184	1.3154
k_2	0.3659	0.3750	0.3314
d_1	0.0202	0.0378	0.0458
d_2	0.0167	0.0059	0.0094
μ_s	0.4700	0.4768	0.5348
μ_k	0.3000	0.3451	0.4823
$F.Eval.$	--	880	3680

Contribuições

- **Verificação da viabilidade do método da Entropia-Cruzada**
 - Acurácia suficiente em algoritmo simples.
 - Convergência mais rápida do que o GA em milhares.
 - Melhor performance que o GA em baixa amostragem.
- **Identificação de apoios flexíveis na vibração de uma viga EB.**
- **Calibração de um modelo para dinâmica torcional de um drillstring.**

Trabalhos futuros:

- **Avaliar o método CE em problemas mais difíceis, com sofisticções: atualização dinâmica de variância, mistura Gaussiana, etc**
- **Avaliar o método CE em modelos de ordem reduzida para problemas de engenharia com alta demanda computacional.**

Agradecimentos



Agradecimentos aos professores Bruno Cayres (CEFET), Hans I. Weber (PUC-Rio) e Tiago A. N. Silva (Universidade NOVA de Lisboa) pela colaboração, coautoria e fornecimento dos dados.

Referências

- [1] E. Dantas, A. Cunha Jr and T. A. N. Silva. A Numerical Procedure Based on the Cross-Entropy Method for Stiffness Identification. In *International Conference on Structural Engineering Dynamics 2019 (ICEDyn 2019)*, Viana do Castelo, 2019.
- [2] E. Dantas, A. Cunha Jr, B. Cayres, H. I. Weber and F. J. C. P. Soeiro. An Inverse Problem via Cross-Entropy Method for Calibration of a Drill String Torsional Dynamic Model. In *25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2019)*, Uberlândia, 2019.
- [3] E. Dantas. A Cross-Entropy Strategy for Parameters Identification Problems. Projeto Final, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019. 10.13140/RG.2.2.18045.51688
- [4] T. A. N. Silva and N. M. M. Maia. Modelling a Rotating Shaft as an Elastically Restrained Bernoulli-Euler Beam. *Experimental Techniques*, 37(5): 6-13, 2011.
- [5] B. C. Cayres, C. A. Fonseca, G. Sampaio and H. I. Weber. Analysis of a Drill-String Experimental Set-Up with Dry Friction-Induced Torsional Vibration. *Mechanisms and Machine Science*, 62: 456-469, 2019.