



**HAL**  
open science

## Controle de caos em sistemas dinâmicos não lineares: aplicações a coletores de energia

Leonardo Rocha de La Roca, João Peterson, Marcelo da Cruz Pereira,  
Americo Cunha Jr

► **To cite this version:**

Leonardo Rocha de La Roca, João Peterson, Marcelo da Cruz Pereira, Americo Cunha Jr. Controle de caos em sistemas dinâmicos não lineares: aplicações a coletores de energia. 28<sup>a</sup> Semana de Iniciação Científica UERJ (SEMIC 2019), Sep 2019, Rio de Janeiro, Brazil. 102, pp.71 - 88, 2009. hal-02388516

**HAL Id: hal-02388516**

**<https://hal.science/hal-02388516>**

Submitted on 2 Dec 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright

# Controle de Caos em Sistemas Dinâmicos Não Lineares: aplicações a coletores de energia

Leonardo Rocha de la Roca  
João Victor Ligier Lopes Peterson  
Marcelo da Cruz Pereira  
Americo Barbosa da Cunha Junior

leonardo.roca@uerj.br joao.peterson@uerj.br marcelo.pereira@uerj.br americo@ime.uerj.br  
NUMERICO – Núcleo de Modelagem e Experimentação Computacional



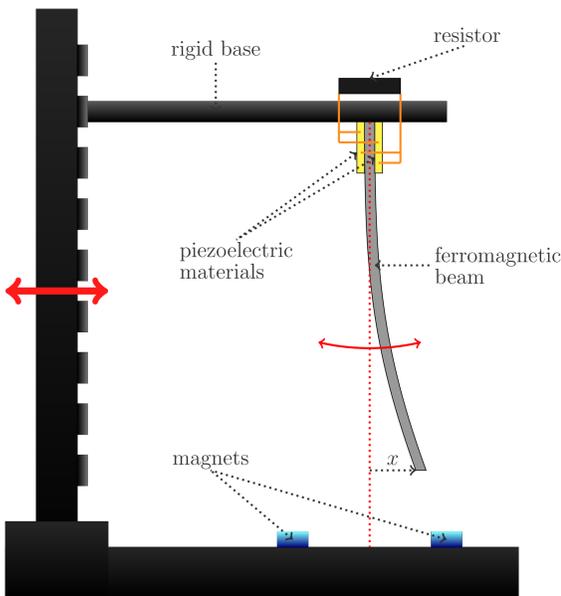
## Introdução

- Coletores de energia piezoelétricos transformam **vibrações, impactos e pressões** em **eletricidade**.
- Casos de **dinâmica caótica** podem surgir devido à dinâmica não linear do sistema, para certas amplitudes e frequências.
- Comportamentos caóticos são **indesejados**. Geram **sinais elétricos de baixa qualidade**, não adequados para uso em dispositivos eletrônicos

## Objetivo

- Controlar a dinâmica caótica para uma dinâmica regular periódica.
- Melhorar a qualidade do sinal elétrico gerado.
- Verificar o que acontece para diferentes casos de controle e condições externas de intensidade de forçamento e frequência.
- Analisar a potência gerada pelo sistema e a desprendida pelo controlador, calculando assim a potência efetiva gerada.

## Dinâmica e Controle do Sistema



Esquema do coletor de energia piezoelétrico bi-estável

- A estrutura se baseia numa viga vertical, ferromagnética, com **dois ímãs** na base, que oscila ao ter sua base excitada.
- Os dois ímãs introduzem um **termo não linear** à dinâmica do sistema.

## Dinâmica da estrutura

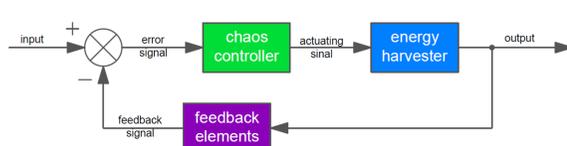
### Equações adimensionalizadas:

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} - \frac{1}{2}x(1-x^2) - \chi v = f \cos \Omega t,$$

$$\dot{v} + \lambda v + \kappa \dot{x} = 0$$

Representam o acoplamento da dinâmica mecânica com a elétrica. Valores adotados:  $\xi = 0.01$ ,  $\kappa = 0.5$ ,  $\chi = 0.05$ ,  $\lambda = 0.05$ ,  $\Omega = 0.8$ . Com condições iniciais  $(x_0, \dot{x}_0, v_0) = (1, 0, 0)$

## Controle de caos - método OGY



- O controle se baseia na detecção de **pontos recorrentes em um mapa de Poincaré** a cada intervalo  $\frac{2\pi}{\Omega}$  de tempo (um "ciclo").
- Até haver a detecção de dados pontos, o sistema permanece caótico. Esta é a **fase de aprendizado**.
- Um vez detectados, o controlador atua com **pequenos impulsos** para manter o sistema na órbita desejada.
- O controle se aproveita das infinitas órbitas periódicas instáveis presentes no atrator caótico.

### • Mapa de Poincaré

$$\xi_{n+1} = g(\xi_n, p)$$

Com  $p$  e  $g$  sendo os parâmetros do modelo e a função responsável por capturar os pontos no mapa de Poincaré e  $\xi$  denota o estado do sistema.

### • Desvio em relação à órbita desejada $\xi^*$

$$\xi_{n+1} - \xi^* = J(\xi_n - \xi^*) + C(p - p^*)$$

Onde  $J$  é a jacobiana do sistema, calculado a cada ciclo,  $C$  o vetor de forças e  $p^*$  os parâmetros da órbita desejada. O objetivo é fazer  $\xi_{n+1} - \xi^*$  decrescer.

### • Ganho $K$ do sistema de controle

$$p - p^* = -K^T(\xi_n - \xi^*)$$

### • Condição de estabilização para a órbita desejada

$$\|K^T\| \leq \frac{1 - \|J\|}{\|C\|}$$

Escolhendo valores de  $K$  que satisfaçam a inequação, o sistema se estabilizará na órbita selecionada.

## Órbitas de múltiplos períodos

É possível se obter a estabilização em órbitas de múltiplos períodos ao **mudar a restrição dos pontos recorrentes** no mapa de Poincaré, ajustando para a órbita desejada, caso exista.

$$|\xi_i - \xi_{i+n}|_{i=1}^{N_p-n} \leq tol$$

Pontos recorrentes são pontos que, após um ciclo do sistema, estão suficientemente pertos um do outro, por uma tolerância imposta.

### • Potência gerada pelo sistema

$$PG_{avg} = \frac{1}{T} \int_0^T \lambda v^2 dt$$

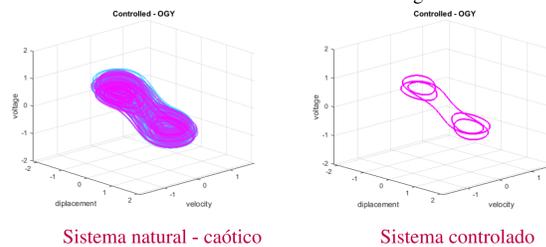
### • Potência consumida

$$PC_{avg} = \frac{1}{T} \int_0^T (ControlForce) \cdot \dot{x} dt$$

## Simulações Numéricas

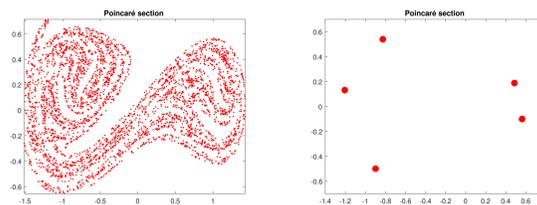
### Órbitas no espaço de fase ( $f=0.090$ , $\Omega=0.8$ )

O retrato de fase mostra a evolução do sistema dinâmico, indicando claramente se o mesmo está num regime caótico ou não.



Sistema natural - caótico

Sistema controlado



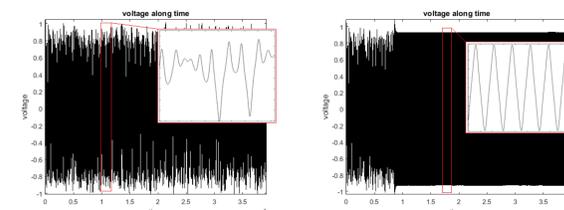
Mapa de Poincaré - Caótico

Mapa de Poincaré - Controlado

### Estabilização da voltagem ( $f=0.083$ , $\Omega=0.8$ )

Um dos objetivos da implementação do controle de caos é a **melhora na qualidade do sinal da voltagem**.

- Gerar energia adequada para o uso em equipamentos eletrônicos.
- Nas imagens abaixo, é notável a melhora na qualidade do sinal tanto em **periodicidade** quanto em **amplitude**.



Sistema natural - caótico

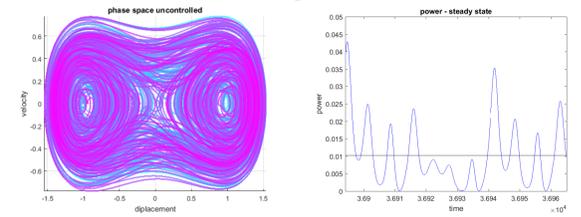
Sistema controlado

## Efeitos de melhora e piora na potência gerada

**Nem sempre a estabilização tem como consequência uma melhora na intensidade do sinal.**

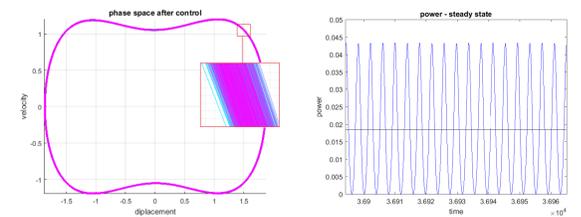
- Sistemas controlados com amplitude de deslocamento baixa geram baixas voltagens por parte dos materiais piezoelétricos.
- Algumas estabilizações podem fazer o sistema não ter uma melhora significativa em relação ao caso caótico.

### Sistema em $f=0.090$ e $\Omega = 0.8$ , para diferentes órbitas



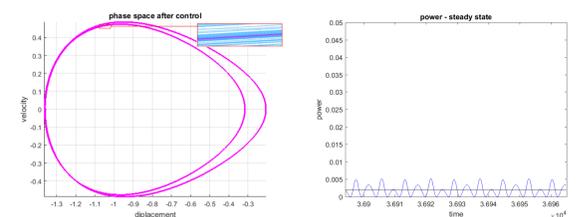
órbita caótica

Potência gerada



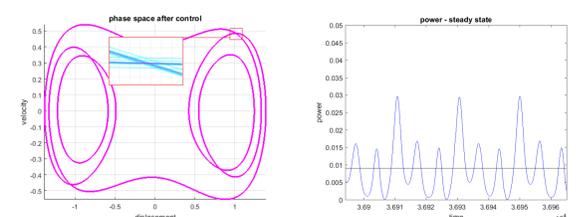
órbita de 1 período

Potência gerada



órbita de 2 períodos

Potência gerada



órbita de 5 períodos

Potência gerada

$f$	Não controlado	Controlado	Controlador ( $\times 10^{-4}$ )	Efetivo	Melhora
0.050	0.0001	0.0068	- 0.0005	0.0068	68 $\times$
0.083	0.0073	0.0131	- 0.0006	0.0131	1.8 $\times$
0.090 1-p	0.0077	0.0154	- 0.0001	0.0154	2 $\times$
0.090 2-p	0.0077	0.0037	- 0.0002	0.0037	0.5 $\times$
0.090 5-p	0.0077	0.0084	- 0.0001	0.0084	1.1 $\times$

Tabela - Potências e melhora relativa ao caso caótico

Na tabela acima, na última coluna, é possível ver casos de grande melhora, piora e pouco aprimoramento em relação ao caso caótico.

## Agradecimentos



## Referências

- [1] Cottone, F., Vocca, H. and Gammaitoni, L., 2009. Nonlinear energy harvesting. *Physical Review Letters*, Vol. 102, p. 080601.
- [2] Erturk, A., Hoffmann, J. and Inman, D.J., 2009. A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting. *Applied Physics Letters*, Vol. 94, p. 254102.
- [3] Ott, E., Grebogi, C. and Yorke, J.A. "Controlling Chaos", *Physical Review Letters*, Vol. 64, pp. 2837-2837, 1990
- [4] Lopes, V.G., Peterson, J.V.L. and Cunha Jr, A., 2019. Nonlinear characterization of a bistable energy harvester dynamical system. In *Topics in Nonlinear Mechanics and Physics*, Springer, pp. 71-88.
- [5] Lopes, V.G., Peterson, J.V.L. and Cunha Jr, A., 2017. On the nonlinear dynamics of a bistable piezoelectric energy harvesting device. In *24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2017)*. Curitiba, Brazil.
- [6] Roca, L.R., Peterson, J.V.L., Pereira, M. and Cunha Jr, A. (2019). "Control of chaos via OGY method on a bistable energy harvester". *25th ABCM International Congress on Mechanical Engineering (COBEM 2019)*, Uberlândia, Brazil