



**HAL**  
open science

## Vantagens da expansão em polinômio de caos na propagação de incertezas em sistemas mecânicos

Bruna Silveira Pavlack, Luis Gustavo Giacon Villani, Samuel da Silva,  
Americo Cunha Jr

### ► To cite this version:

Bruna Silveira Pavlack, Luis Gustavo Giacon Villani, Samuel da Silva, Americo Cunha Jr. Vantagens da expansão em polinômio de caos na propagação de incertezas em sistemas mecânicos. XXXIX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC 2019), Sep 2019, Uberlândia, Brazil. hal-02388459

**HAL Id: hal-02388459**

**<https://hal.science/hal-02388459>**

Submitted on 1 Dec 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright

## Introdução

### Motivação

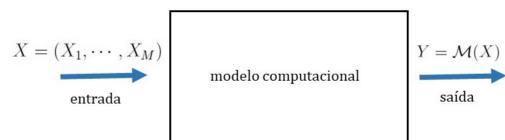
- Necessidade de propagar incertezas em modelos computacionais;
- Método de Monte Carlo (MC) tem convergência lenta e alto custo computacional;
- Expansão em Polinômio de Caos (PCE) apresenta-se como uma boa opção para obtenção de metamodelos.

### Objetivo

- Realizar simulações em um oscilador de Duffing e comparar a propagação de incertezas com MC e PCE.

## Expansão em Polinômio de Caos

### Propagação de incertezas



Modelo computacional sob incertezas.

### PCE

$$Y = \mathcal{M}(X) = \sum_{\alpha \in \mathbb{N}^M} y_{\alpha} \Psi_{\alpha}(X),$$

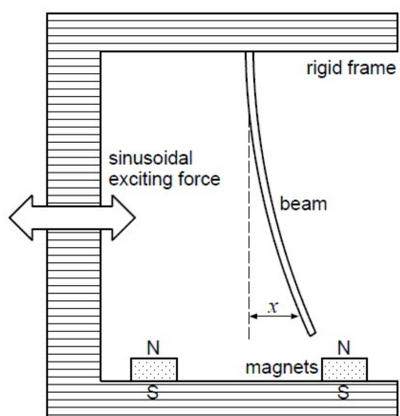
sendo que  $y_{\alpha} \in \mathbb{R}$  são os coeficientes a serem determinados e  $\Psi_{\alpha}(X)$  formam uma família de polinômios ortogonais.

### Calculando os coeficientes

- Coeficientes podem ser calculados via regressão (Método dos Mínimos Quadrados);

$$\begin{bmatrix} \Psi_0(X_1) & \Psi_1(X_1) & \cdots & \Psi_{P-1}(X_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Psi_0(X_n) & \Psi_1(X_n) & \cdots & \Psi_{P-1}(X_n) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_0(t) \\ \vdots \\ y_{P-1}(t) \end{Bmatrix} \approx \begin{Bmatrix} Y_1(t) \\ \vdots \\ Y_n(t) \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \Psi \mathbf{y} \approx \mathbf{Y}$$

## Oscilador de Duffing



Exemplo de um sistema biestável representativo do oscilador de Duffing.

Modelo determinístico para um oscilador de Duffing:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + k_2x^2 + k_3x^3 = U$$

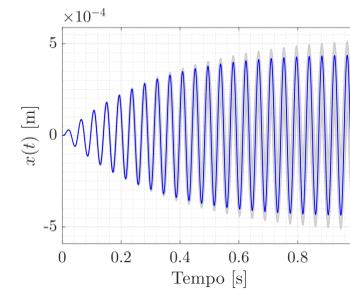
Valores dos parâmetros

$$\begin{aligned} k &= 4,954 \times 10^3 \text{ [N/m]} \\ m &= 0,233 \text{ [kg]} \\ c &= 1,226 \text{ [Ns/m]} \\ k_2 &= -3,087 \times 10^4 \text{ [N/m}^2\text{]} \\ k_3 &= 3,986 \times 10^7 \text{ [N/m}^3\text{]} \\ f_n &= 23,257 \text{ [Hz]} \\ x(0) &= 0 \text{ e } \dot{x}(0) = 0 \end{aligned}$$

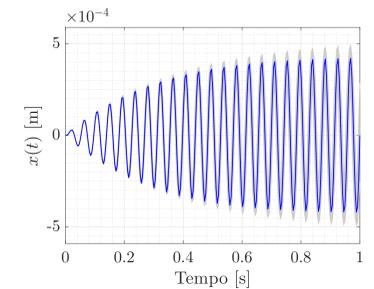
## Exemplo de aplicação numérica

### Caso rigidez linear aleatória

- $\sigma_k = 2,21\%$  e  $A = 0,1$  [m];
- Foram necessárias 8 amostras no método PCE para gerar os mesmos resultados utilizando o método MC com 1024 amostras.



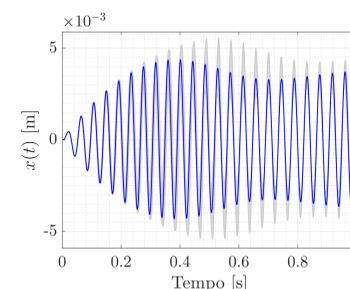
MC



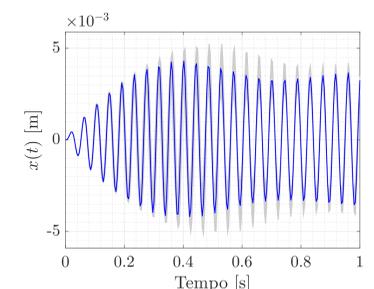
PCE

### Caso coeficientes de inércia e amortecimento aleatórios

- $\sigma_m = 0,057\%$ ,  $\sigma_c = 0,0216\%$  e  $A = 1,5$  [m];
- Foram necessárias apenas 8 simulações com o método PCE para gerar os mesmos resultados do método MC com 128 simulações.

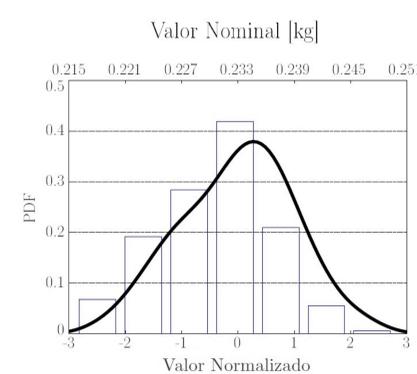


MC

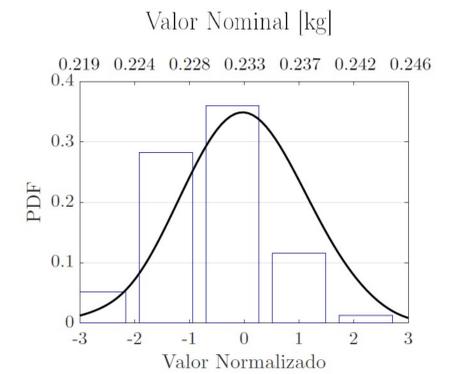


PCE

### Método de Superfície de Resposta (RFS)



PDF para a estimativa m via MC



PDF para a estimativa m via PCE

## Considerações Finais

- Vantagens da utilização do PCE;
- Estudar a implementação de modelos discretos do tipo não linear com entradas exógenas (NARX) e com incertezas propagadas por PCE.

## Agradecimentos



## Referências

- [1] C. Soize. *Uncertainty Quantification: An Accelerated Course with Advanced Applications in Computational Engineering*. Springer, 2017.
- [2] Luis G.G. Villani, Samuel da Silva, Americo Cunha Jr. Application of a stochastic version of the restoring force surface method to identify a Duffing oscillator. In: First International Nonlinear Dynamics Conference (NODYCON 2019), 2019, Roma, Italy. NODYCON 2019, 2019. v. 1. p. 335-336.