

Quel avenir pour les probabilités prédictives en assurance ?

Arthur Charpentier^{*1}, Laurence Barry², et Ewen Gallic³

¹Université du Québec à Montréal

²Chaire PARI (Programme de Recherche sur l'Appréhension des Risques et des Incertitudes)

³Aix-Marseille Univ., CNRS, EHESS, Centrale Marseille, AMSE

Octobre 2019

Résumé

Les polices d'assurance sont des exemples classiques de contrats aléatoires. Ce qui force les assureurs à devoir quantifier régulièrement cette incertitude, à calculer des probabilités pour proposer des primes « justes » aux engagements qu'ils vont prendre. N'est-il pas temps de s'interroger sur cette pratique, à l'heure de l'explosion de l'intelligence artificielle, qui propose des algorithmes prédictifs d'une précision jusqu'alors jamais vue ? à l'heure d'un *big data* / *big brother* qui pourrait signifier la disparition même de l'incertitude ?

Mots-Clés : assurance ; classification ; incertitude ; prédictions ; probabilité

Keywords : insurance ; classification ; probabilities ; predictions ; uncertainty

Les compagnies d'assurance émettent des contrats qui prévoient des paiements d'indemnités en cas de survenance d'évènements aléatoires (accident, maladie, décès, etc.). En contrepartie, l'assuré doit s'acquitter d'une prime, dont le montant est déterminé *ex-ante*, avant le début de la période de couverture. Cette prime se décompose en deux termes : une prime pure (destinée à couvrir les pertes anticipées) et un chargement (incluant des commissions à des agents, divers frais, mais aussi couvrant contre le risque de variabilité des pertes). La prime pure est souvent calculée par classe de risque, et une classification est alors nécessaire.

*Arthur Charpentier et Ewen Gallic remercient l'Institut des Actuaire pour la bourse de recherche sur les probabilités prédictives en assurance.

1 Assurer une population hétérogène, ou l'importance de la classification

Le regroupement des risques selon diverses informations telles l'âge de l'assuré, son état de santé ou encore sa profession constitue ce que l'on appelle la classification des risques. Cette pratique de segmentation se justifie (à des fins d'admissibilité mais aussi de tarification) par la supposition que les risques sont placés dans des groupes relativement homogènes, au sein desquels les probabilités de survenance sont similaires. Pour [Schauer \(2006\)](#), cette « généralisation », qui vise à voir l'individu sous le prisme de sa classe de risque, de généraliser son comportement à partir de quelques variables explicatives, est probablement la raison d'être de l'actuaire : « *to be an actuary is to be a specialist in generalization, and actuaries engage in a form of decision-making that is sometimes called actuarial* ». Statistiquement on cherche une méthode de classification aussi « discriminatoire » que possible¹, en gardant en mémoire que la discrimination est interdite, ce qui rend l'exercice périlleux, et souvent critiqué (nous y reviendrons plus loin).

Les assureurs évoquent souvent deux arguments pour justifier une segmentation. Le premier est qu'elle serait rendue économiquement nécessaire par la concurrence ; ne pas classifier conduit à une anti-sélection, les risques importants restant seuls chez les assureurs qui ne segmentent pas. Dans une telle situation, l'équilibre de marché ne serait pas possible puisque les risques faibles seraient chez un concurrent ayant segmenté. Si le facteur de risque était observable, tant par les assurés que les assureurs, il y aurait un phénomène d'auto-sélection, les assurés à risque faible ayant les polices les moins chères. Cette situation constitue un équilibre séparant de Nash. Mais si le facteur de risque n'est pas observable, un équilibre sous-optimal peut être atteint, résultant d'une externalité négative de cette information non-accessible, à la manière de [Wilson \(1977\)](#), tel que décrit dans [Cummins et al. \(1982\)](#) dans le cas des contrats d'assurance-vie. Cela dit, [Kleindorfer & Kunreuther \(1980\)](#) montrent qu'accéder à davantage d'information ne conduit pas nécessairement à une amélioration du bien-être des consommateurs. De plus si la classification n'est pas autorisée, l'équilibre est maintenu, les risques faibles subventionnant les risques élevés.

Le second argument avancé pour justifier une segmentation est que cette dernière (et le fait, par conséquent, d'ajuster les primes au risque) serait juste et équitable. Mais cette vision de l'équité n'a pas toujours été de mise et semble portée par les développements techniques. Ainsi la classification est devenue de plus en plus fine, multipliant les classes de risque et conduisant à des tarifs « personnalisés ». En plus des avancées statistiques, des facteurs économiques pourraient justifier cette sophistication : la concurrence de plus en plus forte sur certaines branches.

1. Au sens statistique du mot, dans le sens introduit par [Fisher \(1936\)](#).

2 Incertitude en assurance

Il y a plusieurs manières de caractériser l'incertitude en assurance. Comme bien souvent quand on fait des prévisions, il convient de distinguer l'incertitude associée à l'estimation des probabilités et l'incertitude réelle sur le résultat (aléa de l'évènement). Pour la seconde notion, Hacking (1975) parle de probabilité structurelle, et c'est celle qui est souvent utilisée pour introduire les concepts de probabilité, par exemple avec des dés ou des jeux de cartes : les probabilités sont connues, seule l'issue du jeu est incertaine. Par exemple je sais que la probabilité d'avoir 6 en lançant un dé est $1/6$ (compte tenu de la géométrie du cube). D'un point de vue statistique, la probabilité se mesure quand on peut observer une fréquence, c'est-à-dire une répétition de risques semblables. Les statisticiens ont ainsi défini une notion de probabilité empirique, basée sur la répétition². Si, en lançant mille dés j'obtiens 173 fois la face 6, la probabilité empirique d'avoir 6 est de 17,3%. La loi des grands nombres nous assure que cette fréquence va tendre vers la vraie valeur en répétant l'expérience, et le théorème central limite permet d'en contrôler les fluctuations. C'est la première incertitude dont nous parlions au début de cette section, que nous appellerions l'erreur d'estimation.

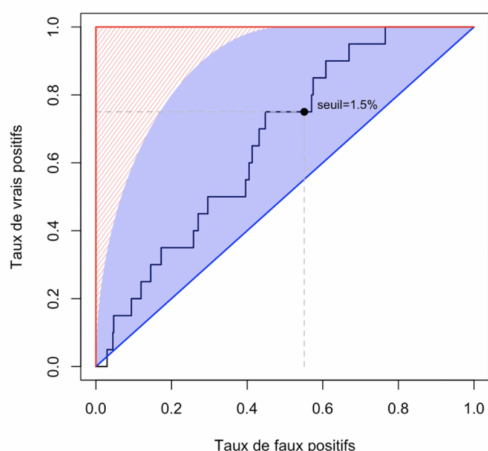
On peut enfin mentionner deux notions supplémentaires ; tout d'abord, les probabilités conditionnelles. Cette idée est introduite en assurance par de Moivre, ou de Witt, lorsqu'ils notaient que pour estimer une probabilité de décès, il fallait considérer des personnes de même âge. C'est cette idée que l'on retrouve quand on considère une classification : on veut des risques homogènes, similaires, sans être pour autant identiques. La probabilité que l'on obtient est alors conditionnelle à ce facteur commun qui caractérise la classe observée. Dans notre exemple des dés, cela revient à dire qu'il ne faut pas lancer mille dés, mais mille fois le même dé – ou à défaut des dés semblables (même fabrication).

Enfin, les probabilités subjectives ont été formalisées par Bruno de Finetti et Leonard Savage (ainsi que plus philosophiquement par Ramsey, 1926) pour comprendre et modéliser la prise de décision. Elles sont relativement populaires en économie de l'incertain, mais difficile à mettre en œuvre dans un contexte de valorisation de contrats d'assurance automobile ou habitation. Il s'agit d'un jugement, qui ne peut être confronté à la réalité, mais envisageable pour l'assurance de risques encore mal connus (McGrayne, 2018 évoque ainsi les premiers contrats d'assurance aviation). Une approche bayésienne consiste alors à combiner cette probabilité subjective avec la probabilité comme fréquence observée d'un phénomène : partant d'une croyance *a priori*, on affine l'estimation par une mise à jour progressive en répétant les expériences. Classiquement, la probabilité d'avoir la face 6 sera une moyenne entre notre croyance (1 chance sur 6) et une probabilité dite historique, obtenue en faisant quelques lancers (3 sur 20 lancers, par exemple). Les poids attribués aux deux dépendant du nombre d'expériences effectuées : on donnera plus de crédit à l'expérience si on fait mille lancers que si on en fait soixante.

2. Dans cette approche fréquentiste, et notamment pour Ronald Fisher et Richard von Mises, la probabilité d'un évènement unique (dit « one shot ») n'a pas de sens.

3 Incertitude sur le résultat, ou aléa fondamental

Les probabilités prédictives, utilisées pour calculer la prime d'un contrat d'assurance, sont la première étape d'un problème de classification. Un outil classique pour juger de la pertinence d'un classifieur est la courbe ROC, décrite dans [Kuhn & Johnson, 2018](#)) : on compare la probabilité individuelle (*a priori*, telle que résultant du modèle de classification) à un seuil, compris entre 0 et 1 ; si la probabilité est inférieure au seuil, l'estimation est que la personne survit, sinon qu'elle décède. On compare ensuite cette estimation aux réalisations (*ex-post*) de survie et de décès. Pour chaque seuil, on peut considérer la matrice classique dite matrice de confusion de théorie de la décision : elle consiste à répartir les observations suivant le résultat observé (en colonne) et l'estimation résultant du modèle en ligne (en fonction de la probabilité estimée pour l'individu et le seuil que l'on s'est fixé). On peut ainsi partager la population entre les classements corrects, et les erreurs (dont les « faux positifs » si la personne a survécu malgré une probabilité estimée de décès supérieure au seuil, et les « faux négatifs » si la personne décède malgré une probabilité estimée inférieure au seuil).



	survie	décès	
survie prédite	440	5	445
probabilité < seuil (1.5%)			
décès prédit	540	15	555
probabilité > seuil (1.5%)			
	980	20	1000

FIGURE 1 – Courbe ROC et classification pour un seuil de probabilité valant 1.5%.

La courbe ROC est obtenue en faisant varier le seuil. Chaque seuil correspond à un point de la courbe, rapportant graphiquement les taux de faux positifs (en abscisse) et de vrais positifs (en ordonnée), comme sur la Figure 1.

Considérons un groupe de 1000 assurés, où 20 personnes sont décédées l'an passé. Supposons un modèle dans lequel on admet que la population est parfaitement homogène, la probabilité estimée de décès est de 2% pour tout le monde. Dans ce cas pour tout seuil supérieur à 2%, on estimera que la totalité de la population survit : on aura un taux de faux positifs de 0% et un taux de vrais positifs de 0%, d'où un point (0,0) sur le graphe. À l'inverse pour tout seuil inférieur à 2%, on estimera que la totalité de la population décède : on aura un taux de faux positifs de 100% et un taux de vrais positifs de 100%, d'où un point (1,1) sur le graphe. La courbe de ROC de ce modèle uniforme à 2% est donc la diagonale du carré sur la figure 1. Mais on peut aussi imaginer qu'il existe un

peu d'hétérogénéité avec, par exemple, une probabilité de décès de 1% pour une moitié de la population et de 3% pour l'autre moitié, ou encore que le modèle produit des probabilités comprises entre 1% et 3% de façon non dichotomique. Les données simulées pour construire la courbe noire sur la Figure 1 suppose que la population a des probabilités de décès variables, comprises entre 1% et 3%, obtenues par une régression logistique. Comme le montre le tableau de droite, on commet des erreurs, et comme le montre celle de gauche, la nature de celle-ci varie en fonction du seuil choisi, qui modifie les taux de faux positifs et de faux négatifs.

Le cas extrême serait celui où le modèle aurait correctement attribué une probabilité de 100% aux 20 personnes qui sont effectivement décédées. C'est la courbe rouge sur la Figure 1. Ce partage est possible *ex-post*, une fois réalisation de l'aléa : *a posteriori*, il y a une certitude de décès pour ceux qui sont effectivement morts. Mais cela n'a cependant pas grande réalité dans l'assurance, à moins d'imaginer que l'actuaire serait un oracle, qui saurait avec certitude qui va mourir, et qui va survivre. La réalité est plutôt celle de la situation intermédiaire entre la courbe rouge et la diagonale, avant d'arriver dans la région hachurée, où le taux d'erreur est faible, mais pas nul : on ne peut pas prédire, avec certitude, qui va décéder. L'assurance n'est possible que si cette borne supérieure n'est pas trop élevée. Incertitude statistique, données et modèles Une question fondamentale pour la survie de l'assurance est de savoir où se situe cette borne supérieure : jusqu'où peut-on aller, entre les deux cas extrêmes (population homogène avec une probabilité de 2% pour tous, et une population très discriminée, avec 2% de la population ayant 100% de chances de mourir, et l'autre 0%) ? Et de quoi cette borne dépend-elle ? En particulier, des modèles plus complexes, tels que les réseaux de neurones très profonds permettent-ils vraiment d'améliorer la prévision ? Et l'enrichissement de données, tel qu'on l'observe grâce aux objets connectés et la fusion avec toutes sortes d'informations externes, va-t-il déplacer la borne supérieure vers le haut ?

Si l'apprentissage profond – voir Goodfellow et al. (2018) – permet d'avoir des classifieurs d'images avec un taux d'erreur proche de 0%, il est difficile d'imaginer qu'il sera possible de prévoir, presque un an à l'avance (à la signature du contrat), qui décèdera dans l'année, qui aura la grippe, qui aura un dégât des eaux, etc. Les modèles plus complexes permettent d'améliorer les prévisions, en tenant compte de non-linéarités, d'effets croisés entre les variables tarifaires, mais pas au point de faire disparaître l'aléa. Et tant que l'assurance est envisagée *ex-ante* (la prime est fixée au début de la période de couverture), il est difficile d'imaginer que rajouter de l'information fera aussi disparaître l'aléa. C'est d'ailleurs le cas pour les tests génétiques qui n'expliquent qu'une (petite) partie du risque de cancer, par exemple. Et rajouter des données revient souvent à rajouter du bruit, ce qui rend le travail d'analyse plus complexe. Cependant, force est de constater que des modèles plus complexes et des données plus riches tendent effectivement à « améliorer » la prévision, en remontant la courbe ROC vers le haut. Mais se pose-t-on les bonnes questions ? Que signifie vraiment une borne très éloignée du cas homogène, sur la diagonale ?

4 Homogénéité, équité et causalité

Comme nous l'avons vu, la tarification en assurance repose sur une répartition des risques (des contrats) en catégories, au sein desquelles la distribution des pertes peut être estimée, afin de fixer un niveau de primes. La répartition se fait à partir des caractéristiques de l'assuré, et du bien assuré. En retraçant l'histoire de l'assurance, [Ewald \(1986\)](#) montre que les mécanismes de prévoyance se sont mis en place en déplaçant la charge des accidents du travail sur la société : on abandonne l'idée d'une responsabilité individuelle de l'accident en faveur de la solidarité. L'assurance distingue « entre le dommage que subit tel ou tel individu – c'est affaire de chance ou de malchance – et la perte liée au dommage dont l'attribution est, quant à elle, toujours collective et sociale ». Ce principe de solidarité sociale, de mutualisation des risques, fait que le risque (en assurance) est toujours pensé collectivement.

Aujourd'hui, les tarifs sont considérés comme « justes », ou « actuariellement équitables » si chaque prime correspond à la perte attendue (pour ne pas dire « espérée », au sens mathématique) pour chaque assuré. Dans cette perception de l'équité, une hypothèse essentielle est que les classes soient « homogènes ». En effet, dans l'hypothèse inverse, les personnes les moins risquées subventionnent les personnes les plus risquées, ce qui est perçu comme socialement injuste.

On peut décrire cette version de l'équité actuarielle à l'aide de la formule de décomposition de la variance. La variance globale se décompose en effet en deux termes, la variance inter-classes et la variance intra-classes : l'« *équité actuarielle* » vise à ce que les classes de risque soient relativement distinctes les unes des autres, donc une variance inter-classes forte, accompagnée d'une homogénéité des classes, donc une variance intra-classes faible. D'un point de vue statistique, chercher à augmenter l'une est équivalente à faire diminuer l'autre. Cette mécanique n'est pas toujours claire pour des observateurs non avertis ; ainsi dans l'affaire *Manhart*, un des cas les plus documentés sur la discrimination par le genre en assurance, le juge Stevens affirme : « *we focus on fairness to individuals rather than on fairness to classes [...] even a true generalization about a class is an insufficient reason for disqualifying an individual to whom the generalization does not apply* » (cité dans [Anzalone, 2016](#)). Autrement dit, pour la justice, un critère statistique de type « *true generalization* » ne peut être opposable à un individu.

Une autre critique importante, que l'on retrouve dans la « *gender directive* », est le lien entre discrimination et causalité. En effet, statistiquement, les actuaires vont chercher des facteurs de classification fortement corrélés avec la sinistralité. Mais il est possible que ces facteurs ne soient qu'un proxy de la vraie variable causale, restée elle inobservée, conduisant à une mauvaise estimation du risque pour certains. Comme le notent [Antonio & Charpentier \(2017\)](#), le genre a ainsi été longtemps utilisé en assurance automobile car très corrélé avec des variables associées au style de conduite et à d'autres variables historiquement non observables (mais qui le sont aujourd'hui grâce aux objets connectés, comme le kilométrage, les heures de conduites, les types de routes utilisés, etc).

Ce lien avec les mécanismes causaux est d'ailleurs relativement profond, et [Hacking \(1975\)](#) y voit une connexion avec la « révolution probabiliste » : on peut assez facilement mettre en évidence des corrélations, mais les causes, si elles existent, nous restent plus opaques.

Laplace au début du 19e siècle déclare ainsi que « la probabilité est relative en partie à nos connaissances, en partie à notre ignorance », liant les probabilités à la fois à une vision newtonienne déterministe du monde et à notre incapacité à le connaître parfaitement. Cette dernière composante fait que l'on ne peut pas annoncer la date exacte du décès d'un individu, mais statistiquement, dans un groupe homogène, on peut prédire le nombre de décès au cours d'une année. Et pour revenir à la relation causale, le tabagisme par exemple ne cause pas forcément une mort prématurée mais fumer sera vu comme dangereux car il augmente la probabilité de décès pendant une période donnée. Ainsi nous montre [Hacking \(1975\)](#), la causalité est pensée aujourd'hui dans un contexte probabiliste, et non plus déterministe.

Références

- Antonio, K. & Charpentier, A. (2017). La tarification par genre en assurance, corrélation ou causalité? *Risques*, 109.
- Anzalone, C.A. (2016). U.S. Supreme Court Cases on Gender and Sexual Equality. Routledge.
- Bailey, H., Hutchison, T. & Narber, G. (1975) The regulatory challenge to life insurance classification, *Drake Law Review Insurance Law Annual*, 4 : 779-827
- Barry L. (2019). Justice ou justesse? L'équité de l'assurance. *Working paper*, #15, chaire PARI.
- Charpentier, A. & Denuit, M. (2004). Mathématiques de l'Assurance Non-Vie : Principes Généraux de Théorie du Risque. Economica.
- Cummins, J.D., Smith, B.D., Vance, R.N. & VanDerhai, J.L. (1982). Risk Classification in Life Insurance. Kluwer-Nijhoff Publishing.
- Ewald F. (1986). L'État providence. Grasset.
- Fisher, R. A. (1936). The Use of Multiple Measurements in Taxonomic Problems. *Annals of Eugenics*. (2) : 179-188.
- Frézal S. & Barry , L. (2019). Fairness in Uncertainty : Some Limits and Misinterpretations of Actuarial Fairness, *Journal of Business Ethics*, à paraître.
- Goodfellow, U., Bengio, Y. & Courville, A. (2018) L'apprentissage profond. Massot Edition.
- Hacking, I. (1975) The Emergence of Probability. Cambridge University Press.
- Kleindorfer, P. & Kunreuther, H. (1980) Misinformation and Equilibrium in Insurance Markets, *in Economic Analysis of Regulated Markets*, Jörg Finsinger Editor, Springer Verlag, 67-90

- Kuhn, M. & Johnson, K. (2018). Applied Predictive Modeling. Springer Verlag.
- McGrayne, S.B. (2012) The Theory That Would Not Die : How Bayes' Rule Cracked the Enigma Code, Hunted Down Russian Submarines, and Emerged Triumphant from Two Centuries of Controversy. Yale University Press.
- Ramsey P.F. (1926). Truth and Probability.
- Schauer, F. (2006) Profiles, Probabilities, and Stereotypes. Harvard University Press.
- Von Mises, R. (1957). Probability, Statistics and Truth. Dover publications.
- Wilson, C. (1977). A model of insurance markets with incomplete information. *Journal of Economic Theory*, 16 :2, 167-207.