



**HAL**  
open science

# Mesure non paramétrique des efficacités : une approche duale

Isabelle Piot-Lepetit, Dominique Vermersch

► **To cite this version:**

Isabelle Piot-Lepetit, Dominique Vermersch. Mesure non paramétrique des efficacités : une approche duale. INRA-ESR, 3, 45 p., 1992, Méthodes et Instruments. hal-02349955

**HAL Id: hal-02349955**

**<https://hal.science/hal-02349955v1>**

Submitted on 5 Nov 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License



Institut National de la Recherche Agronomique  
*Station d'Economie et Sociologie Rurales*  
65, rue de St-Brieuc - 35042 RENNES CEDEX

**UNITE : ENVIRONNEMENT ET RESSOURCES NATURELLES**

**MESURE NON PARAMETRIQUE DES EFFICACITES :  
UNE APPROCHE DUALE**

par

**I. PIOT, D. VERMERSCH**

**Octobre 1992**

## **SOMMAIRE**

### **INTRODUCTION**

#### **1. BREF SURVEY DE LA MESURE DES EFFICACITES DEPUIS FARRELL**

##### **1.1. MESURE DES EFFICACITES DE FARRELL**

##### **1.2. APPROCHE PARAMETRIQUE DES EFFICACITES**

##### **1.3. APPROCHE NON PARAMETRIQUE DES EFFICACITES**

#### **II. DUALITE DE L'APPROCHE NON PARAMETRIQUE DES EFFICACITES**

##### **2.1. CADRE HYPOTHETIQUE DE L'APPROCHE NON PARAMETRIQUE**

##### **2.2. APPROCHE NON PARAMETRIQUE PRIMALE**

##### **2.3. APPROCHE NON PARAMETRIQUE DUALE**

### **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**

## **PREAMBULE**

Ce document de travail est issu pour l'essentiel du mémoire de DEA d'Isabelle PIOT, réalisé sous la direction de Dominique VERMERSCH. Après un bref survey historique de la mesure des efficacités au niveau microéconomique, en reprenant les travaux les plus récents, nous proposons à l'instar des approches primale et duale désormais classiques de la théorie du producteur, une présentation analogue et relative à la construction non paramétrique des frontières de production.

# INTRODUCTION : EFFICACITE MICROECONOMIQUE ET EFFICIENCE DES POLITIQUES DE REGULATION ET D'INTERNALISATION

L'intérêt d'une mesure de l'efficacité microéconomique s'illustre clairement aujourd'hui dans le cadre de la réforme de la Politique Agricole Commune (PAC). Adoptée le 22 mai 1992 par le Conseil des Ministres de l'Agriculture de la CEE, celle-ci s'est donnée comme catalyseur de la régulation des marchés agricoles une baisse notable des prix de soutien accordés aux céréales. Le prix indicatif baisserait de 29 % d'ici 1996, date à laquelle il atteindrait 110 Ecus par tonne. Au travers du rôle central joué par les céréales, tant au niveau des combinaisons productives adoptées sur l'exploitation agricole que dans leur utilisation dans l'alimentation animale, les effets escomptés sont clairs : raffermissement de la demande (notamment au travers d'une récupération des parts de marché grignotées par les PSC<sup>1</sup>), effet-prix sur les marchés des porcs, volailles et oeufs.

L'intensité de ces effets a pu être estimée (Guyomard et Mahé ; 1992) mais reste empreinte d'une incertitude liée tant au comportement stratégique des grands pays agricoles exportateurs qu'à celui des producteurs individuels.

Nous intéressant ici au niveau microéconomique, la baisse des prix des céréales est compensée, sur la base d'un rendement céréalier départemental de référence, par des aides directes pour les surfaces cultivées et pour celles soumises au gel des terres<sup>2</sup>. La modélisation d'un tel effet-prix a souvent été conduite jusqu'ici en considérant initialement une offre concurrentielle, c'est-à-dire fondée sur un comportement 'profit-maximizer' du producteur. A l'évidence, cela conduit à une prévision optimiste quant à la baisse escomptée de l'offre

---

<sup>1</sup>PSC = Produits de Substitution des Céréales. Il s'agit notamment des tourteaux de soja, du manioc, du gluten de maïs, des mélasses et des sons.

<sup>2</sup>Une distinction est faite entre les petits producteurs qui ne sont pas soumis à l'obligation de gel des terres et les producteurs professionnels dont les surfaces consacrées aux céréales, oléagineux et protéagineux excèdent une production théorique de 92 tonnes.

céréalière.

Plusieurs éléments de nature empirique mettent en doute cependant le résultat précédent. D'une part, on ne peut oublier que l'augmentation des rendements, faisant suite notamment à l'exploitation des économies d'échelle de court terme, a constitué jusqu'à maintenant l'amortisseur essentiel de la baisse des prix, en termes réels, des céréales (Vermersch, 1990). D'autre part, les baisses de prix automatiques associées aux stabilisateurs budgétaires introduits en 1988 se sont révélées impuissantes à contenir la progression des quantités offertes. Dans un souci de minimiser le coût d'ajustement suite à la baisse des prix, cette dernière constitue initialement pour le producteur une incitation à la résorption des inefficacités techniques et allocatives, autant de gains potentiels de productivité. Dans un tel cas de figure, l'efficacité de la régulation apparaît donc fortement dépendante du niveau d'efficacité microéconomique. Une telle relation se retrouve par ailleurs s'agissant de mesures d'internalisation des effets externes : en effet, et à titre d'exemple, les externalités causées par l'utilisation d'intrants azotés peuvent être éliminées en partie par la seule résorption d'inefficacités techniques microéconomiques (Vermersch et al. 1991). Un raisonnement quelque peu analogue semble s'appliquer également pour ce qui concerne les pesticides. Dès lors, la mesure d'efficacité microéconomique contribue à évaluer plus finement le degré d'efficacité tant des politiques de régulation par les prix que des politiques environnementales.

L'approche retenue ici pour la mesure d'efficacité est non-paramétrique. Ces dernières années, les analyses micro-économétriques du secteur agricole se sont particulièrement intéressées à l'approche duale en théorie de la production. Se donnant conjointement un ensemble de possibilités de production et une hypothèse de comportement économique, cette approche fournit une "lecture duale" de la technologie agricole. Cependant, cette lecture est conditionnée par la plus ou moins bonne adéquation de cette hypothèse au processus exact d'optimisation du producteur.

La spécification des technologies agricoles mises en oeuvre à l'aide d'une approche non paramétrique primale devrait éviter les biais issus de l'hypothèse de comportement et de son unicité. Elle permet de calculer les inefficacités relatives à une frontière générée par les observations les plus efficaces.

La première partie rend compte de la notion d'efficacité économique au travers des quatre mesures existantes, dans la littérature : efficacité technique, efficacité d'échelle, efficacité de coût et efficacité allocative. Nous présenterons deux approches différentes. La première dite paramétrique utilise une forme fonctionnelle explicite pour la fonction de production. La seconde, non paramétrique, se fonde sur une enveloppe des observations

approchant la frontière technologique sans estimation des coefficients d'une forme fonctionnelle particulière mais par comparaison des observations entre elles.

La seconde partie formalise l'approche non paramétrique. Dans un premier temps, nous caractérisons l'efficacité technique des plans de production des firmes observées à l'aide de la méthode DEA (Data Envelopment Analysis) introduite par Charnes, Cooper et Rhodes en 1978. Nous la définissons ici comme étant une approche non paramétrique primale. Dans un deuxième temps, nous compléterons l'analyse en introduisant l'environnement prix des agents, ce qui nous conduit à une approche non paramétrique duale permettant d'encadrer la technologie par deux enveloppes des observations et de définir des mesures de l'efficacité technique et allocative des firmes observées.

## I.1. BREF SURVEY DE LA MESURE DES EFFICACITES DEPUIS FARRELL

La notion d'efficacité, en théorie de la production, est contingente à l'existence d'une frontière de l'ensemble des possibilités de production, souvent décrite en première approximation par une fonction de production ou de transformation.

Dès lors, pour mesurer de telles efficacités, il est nécessaire de déterminer cette fonction-frontière. Deux approches ont été utilisées pour l'estimation de ces fonctions en économie :

- *L'approche paramétrique*, la plus connue, jusqu'à ces dernières années, a été la plus largement utilisée. L'estimation se fait après avoir défini une forme fonctionnelle explicite pour la fonction frontière de production et très fréquemment, après avoir spécifié une distribution pour les termes d'efficacité ou perturbations. Cependant, tant les formes fonctionnelles adoptées que les lois de probabilités restent contestables et peuvent infirmer la généralité du réel observé.

- *L'approche non paramétrique*, introduite par Farrell (1957), ne requiert aucune hypothèse sur la forme fonctionnelle mais permet d'approcher la frontière technologique à l'aide d'une enveloppe des observations. L'efficacité d'une firme est mesurée par rapport aux autres entreprises de l'échantillon.

La plupart des travaux renvoie à quatre formes d'efficacité des activités productives :

- *L'efficacité technique* consiste, pour tout niveau donné de production, à utiliser le moins de facteurs possibles ou de manière équivalente à réaliser le plus d'outputs possibles pour un niveau donné d'inputs. Le qualificatif de technique rappelle qu'il n'est fait aucune référence aux prix que ce soient des produits ou des facteurs pour déterminer l'efficacité. Nous sommes dans une situation où la firme opère sur sa frontière de production. C'est ce même critère d'efficacité technique qui préside à la détermination de l'ensemble global de production, agrégation des ensembles des possibilités de production de chaque entreprise. Analogue enfin est la recherche d'efficacité parétienne d'une économie.

- *L'efficacité d'échelle* caractérise une firme qui a atteint son échelle de production de long terme. Implicitement, on fait l'hypothèse que la technologie est fixe à long terme et que la firme opère sur une frontière de production présentant des rendements d'échelle constants.

- *L'efficacité coût* concerne le choix des combinaisons factorielles permettant de produire les niveaux d'outputs. Prenant en compte le prix des inputs, nous sommes dans une situation où la firme produit au coût minimum. Cette forme d'efficacité implique l'efficacité technique. .

- *L'efficacité allocative ou prix* englobe l'efficacité coût. Elle prend en compte le prix des outputs et porte sur le choix des prix auxquels seront vendus les produits aux agents économiques. Nous sommes dans une situation où la firme cherche à maximiser son profit. Tout écart entre les prix des produits et les coûts marginaux de production constitue une forme d'inefficacité prix.

Remarquons enfin que ces diverses formes d'efficacité sont emboîtées et sont associées implicitement à un comportement d'optimisation, technique voire économique du producteur. Seule l'efficacité d'échelle tente de traduire, mais à notre avis imparfaitement, une évolution dans le temps de l'efficacité technique des entreprises.

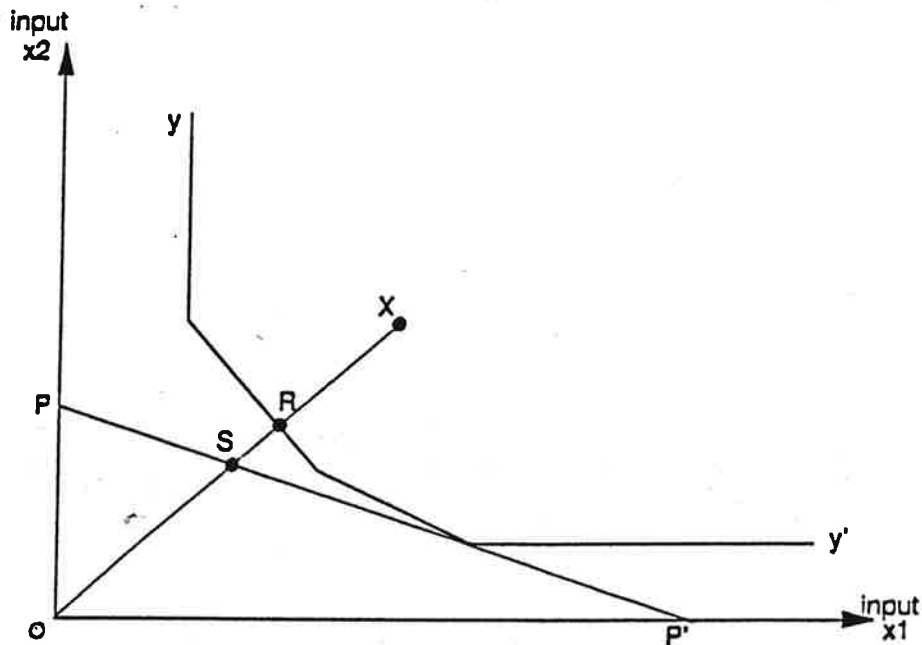
### 1.1. MESURE DES EFFICACITES DE FARRELL (1957)

Farrell fut le premier à proposer une mesure des efficacités techniques et allocatives. Dans son article de 1957, il ne spécifie aucune forme fonctionnelle a priori pour la fonction-frontière de production mais utilise une fermeture linéaire par morceaux des observations. La technologie de production étudiée est très restrictive car elle se base sur les hypothèses de libre disposition en inputs, de convexité et de rendements d'échelle constants.

Soit une firme utilisant deux inputs  $X_1$  et  $X_2$  pour produire un output  $Y$ . La frontière technologique est caractérisée par l'isoquant  $YY'$  et le rapport des prix des inputs par la droite  $PP'$ .



Figure 1 : Frontière de coût - Efficacités technique et allocative de Farrell



Si la combinaison productive observée de la firme est  $X$  alors l'efficacité technique est mesurée par le ratio  $OR/OX$ , ce qui représente l'éloignement du point observé  $X$  de l'isoquant  $YY'$  le long du rayon  $OX$  et l'efficacité prix est mesurée par  $OS/OR$ , ce qui correspond à l'éloignement du point techniquement efficace  $R$  du plan de minimisation du coût le long du rayon  $OX$ .

En outre, Farrell a suggéré, dans son article de 1957, une seconde approche qui est de reprendre l'étude avec une fermeture convexe paramétrique des observations du type Cobb-Douglas. C'est pourquoi vraisemblablement les études qui ont suivi se sont développées en suivant ces deux directions. La section suivante résume l'évolution de l'approche paramétrique des efficacités donnant suite à l'article de 1957.

## 1.2. APPROCHE PARAMETRIQUE DES EFFICACITES

Cette méthode nécessite que l'on choisisse une forme fonctionnelle pour la fonction-frontière de production dont on estimera les coefficients. On distingue cependant deux

démarches différentes selon que l'on postule que les écarts entre les situations observées et celles décrites par la forme fonctionnelle correspondent exclusivement à des inefficacités ou à des inefficacités jointes à l'aléa statistique traditionnel. On parle, dans le premier cas, de frontières paramétriques déterministes et dans le second cas de frontières paramétriques stochastiques.

### **1.2.1. Frontières paramétriques déterministes**

Aigner et Chu, en 1968, développent l'approche paramétrique de Farrell et estiment la frontière technologique à l'aide d'une fonction de type Cobb-Douglas homogène de degré un. Comme la forme fonctionnelle estimée est supposée spécifier la frontière de manière exacte, toutes les inefficacités sont captées par le vecteur des aléas et l'efficacité technique de chaque firme observée peut être calculée directement à partir du vecteur des résidus. La méthode d'estimation du vecteur des paramètres consiste soit en un programme linéaire (minimisation de la somme des valeurs absolues des résidus sous contrainte que chaque résidu soit non positif) soit en un programme quadratique (minimisation de la somme des carrés des résidus sous la même contrainte) car les auteurs n'ont spécifié aucune loi statistique particulière pour les termes d'inefficacité.

Afriat (1972) reprend l'étude de Aigner et Chu en spécifiant une distribution beta à deux paramètres pour les perturbations et propose une estimation du vecteur des coefficients par la méthode du maximum de vraisemblance. On parle alors de frontières paramétriques déterministes statistiques pour signifier qu'une hypothèse est faite sur les aléas. Puis Richmond (1974) postule une distribution gamma et estime les paramètres par la méthode des "moindres carrés ordinaires corrigés" (COLS). Enfin Schmidt (1976) montre que l'ajustement par le maximum de vraisemblance avec une loi exponentielle correspond à celui obtenu par la programmation linéaire ; de même l'ajustement par le maximum de vraisemblance avec une loi normale tronquée correspond à celui obtenu par la programmation quadratique. Ceci estompe la distinction entre estimation statistique et non statistique d'une frontière déterministe.

### **1.2.2. Frontières paramétriques stochastiques**

Ces frontières ont été développées par Aigner, Lovell et Schmidt (1977) et par Meeusen et Van den Broeck (1977). Les auteurs supposent que la forme fonctionnelle ne spécifie la frontière de production qu'aux aléas près et non plus exactement comme

précédemment. Le terme d'erreur se décompose en deux parties indépendantes : l'aléa statistique traditionnel et l'inefficacité technique. Pour estimer les coefficients de la frontière stochastique, Aigner, Lovell et Schmidt ainsi que Meeusen et Van den Broeck ont recours aux techniques d'estimation usuelles : moindres carrés ordinaires et maximum de vraisemblance en choisissant une distribution exponentielle ou semi-normale pour la composante aléatoire mesurant l'inefficacité technique et une distribution normale pour l'autre composante.

En 1980, Stevenson reprend la même démarche en généralisant les distributions de probabilité précédentes à l'aide de la loi normale tronquée et de la loi gamma. Cependant, quelle que soit la distribution choisie, l'efficacité technique ne peut plus être estimée par observation mais en moyenne sur l'ensemble de l'échantillon. Les applications de cette méthode concernent soit l'agriculture, soit l'industrie. Par exemple, l'étude de Aigner, Lovell et Schmidt (1977) utilise des données agricoles sur l'ensemble des Etats-Unis, celle de Meeusen et Van den Broeck sur les manufactures françaises, celle de Kopp et Schmidt (1978) sur l'industrie de l'électricité hydraulique aux Etats-Unis et celle plus récente de Dawson, Lingard et Woodford (1991) présente la production de riz aux Philippines. Dans le cadre de cette méthode, il convient de se rappeler que la précision toujours plus poussée de la spécification stochastique ne pourra jamais contrecarrer efficacement l'approximation issue de la forme fonctionnelle.

### 1.2.3. Considérations duales

L'approche paramétrique, fournit ainsi une information en terme d'efficacité technique car elle repose sur l'estimation d'une frontière de production à l'aide de données en quantité d'inputs et d'outputs et non de prix. Sous certaines hypothèses de régularité et de convexité, les fonctions de coût, de profit, de revenu, permettent aussi de recouvrir tout ou partie de l'ensemble des possibilités de production (Vermersch, 1989). Ainsi, par l'entremise de l'hypothèse de comportement correspondante, l'approche paramétrique duale autorise tant la mesure d'inefficacités techniques que d'inefficacités prix.

Citons quelques exemples. Försund et Jansen (1977) estiment une frontière de coût déterministe de type Cobb-Douglas homothétique. Les inefficacités  $y$  sont mesurées globalement comme l'écart entre l'observation et la frontière estimée mais ne peuvent pas être décomposées en efficacité technique et allocative. La distinction entre les deux types d'efficacité précédents est rendue possible quand on considère une frontière de coût stochastique. Schmidt et Lovell (1979) en estiment une de type Cobb-Douglas homogène de degré un alors que Greene (1980) utilise une spécification translog. L'inefficacité technique correspond alors à la composante unilatérale du terme d'erreur de la fonction de coût alors que

l'inefficacité prix est mesurée par le terme d'erreur des demandes de facteurs (la condition du premier ordre de la minimisation du coût est supposée non vérifiée). En 1989, Akridge reprend l'étude de Greene pour l'appliquer à l'utilisation de fertilisants de 1975 à 1982 dans l'Illinois et l'Indiana.

Parallèlement à cette approche, d'autres auteurs poursuivent l'approche non paramétrique des efficacités, initiée par Farrell en 1957. Dans la section suivante, nous résumons l'avancée des travaux réalisés en ce domaine.

### **1.3. APPROCHE NON PARAMETRIQUE DES EFFICACITES**

D'autres auteurs ont tenté de poursuivre l'approche non paramétrique des efficacités, initialement proposée par Farrell (1957). Cette méthode est qualifiée de non paramétrique car elle ne suppose aucune forme fonctionnelle pour la frontière de production dont il faudrait estimer les paramètres. Elle s'articule autour de deux pôles suivant que les auteurs utilisent des données seulement sur les quantités d'inputs et d'outputs observées ou des données sur les quantités et les prix de facteurs et produits utilisés. Dans le premier cas, nous parlerons de frontières non paramétriques primales et dans le second cas, de frontières non paramétriques duales.

#### **1.3.1. Frontières non paramétriques primales**

En 1957, Farrell propose une mesure des efficacités techniques et allocatives en utilisant une fermeture des observations basée sur les hypothèses de libre disposition en inputs, de convexité et de rendements d'échelle constants. En 1962, Farrell et Fieldhouse poursuivent cette approche en l'étendant à une technologie de production moins restrictive admettant des rendements d'échelle croissants, tout en restant dans un cadre monoproduit-multifacteurs. L'enveloppe linéaire par morceaux des observations est déterminée à l'aide d'un programme linéaire.

Afin de mettre en évidence des économies d'échelle potentielles dans l'industrie de l'électricité hydraulique, Seitz (1971) reprend les approches précédentes. Il mesure les efficacités techniques et allocatives à échelle de production donnée et sans contrainte d'échelle.

En 1986, Grosskopf reprendra cette approche monoproduit pour montrer que les technologies frontières s'emboîtent les unes dans les autres en fonction des restrictions imposées en terme de rendements d'échelle (constants, non croissants ou variables) ou en terme de libre disposition en inputs (faible ou forte).

En 1978, Charnes, Cooper et Rhodes associent les notions développées par Farrell à un ratio d'efficacité technique permettant de passer d'une situation monoproduit à une situation multiproduits. Cette méthode appelée "Data Envelopment Analysis" (DEA) permet une mesure de l'efficacité technique d'une firme par comparaison avec les autres firmes observées.

Banker, Charnes et Cooper, en 1984, étendent le travail de Farrell et Fieldhouse (1962) au cas multiproduits en relâchant l'hypothèse de rendements d'échelle constants posée par Farrell (1957) et conservée par Charnes, Cooper et Rhodes (1978). De plus, en utilisant les relations formelles développées par Shephard (1970) entre la technologie de production et la fonction de coût, ils mettent en évidence une équivalence entre le ratio d'efficacité introduit par Charnes, Cooper et Rhodes et l'inverse de la fonction distance de Shephard (1970).

L'approche non paramétrique a été utilisée notamment dans le secteur bancaire comme en témoignent les études de Sherman et Gold (1985) et d'Aly, Grabowski, Pasurka et Rangan (1990) ou dans le secteur agricole (Haag, Jaska et Semple, 1992).

### 1.3.2. Frontières non paramétriques duales

Dans les premiers travaux, l'approche non paramétrique de l'activité de production a utilisé des données primales pour construire l'ensemble de production permettant les mesures d'efficacité. Färe et Grosskopf (1985) montrent comment une approche par la méthode DEA à partir de données sur les outputs et les coûts totaux de production des firmes observées permet d'obtenir une information en terme d'efficacité coût. Antérieurement cependant, Hanoch et Rothschild (1972) avaient proposé des tests pour vérifier la validité des hypothèses usuelles en théorie de la production sans paramétrisation particulière du modèle. Ils raisonnent dans un cadre multiproduits-multifacteurs. Le principe de construction du test consiste à déterminer l'enveloppe convexe des observations et à regarder si cette approximation de la technologie mise en oeuvre vérifie les restrictions que l'on désire imposer à la fonction que l'on veut estimer.

Varian (1984) va développer l'un des tests proposés par Hanoch et Rothschild (1972, p 267) qui est celui de la cohérence des observations avec le comportement d'optimisation postulé pour le producteur. L'idée est que le comportement d'une firme n'est pas donné par les

fonctions d'offre et de demande mais par le choix qu'elle fait d'une combinaison productive pour le système de prix auquel elle fait face. Si la firme est rationnelle, on en déduit que son choix la conduit à un niveau de profit au moins aussi élevé que celui résultant de n'importe quel autre choix possible pour un même système de prix.

L'enveloppe technologique issue des observations ne peut pas être déterminée explicitement mais elle sera comprise entre deux approximations :

- *La fermeture intérieure de la vraie technologie* correspond au plus petit ensemble fermé, convexe et monotone générant le comportement observé. Cette ensemble est l'intersection de toutes les enveloppes technologiques compatibles avec les observations.

- *La fermeture extérieure de la vraie technologie* est la réunion de toutes les enveloppes technologiques compatibles avec le comportement observé car elle contient tous les vecteurs input-output qui auraient pu permettre d'atteindre un résultat identique ou inférieur à celui réellement observé.

Banker et Maindiratta (1988) reprennent l'approche de Varian, lui associent celle de Farrell (1957) et mettent en place des mesures des efficacités techniques et allocatives sur les deux enveloppes approchant la vraie technologie.

Ces techniques ont été appliquées par Fawson et Shumway (1988) pour déterminer si le comportement des producteurs dans dix régions et sur l'ensemble des Etats-Unis de 1939 à 1982 est cohérent avec l'hypothèse de maximisation du profit, de technologie convexe et de progrès technique non régressif.

Une telle approche, que nous qualifions de non paramétrique duale, devrait être le préalable à toute estimation économétrique des fonctions de coût, de profit et de leurs dérivées.

## CONCLUSION

L'efficacité économique qualifie la manière dont un agent réalise au mieux l'objectif comportemental le concernant. Formalisés dans le cadre de la dualité existant entre l'espace des biens et l'espace des prix, il apparaît opportun de classer les divers types d'inefficacité passés en revue selon deux catégories :

- L'inefficacité technique mesurée dans l'espace des biens, suivant un plus ou moins large sous-ensemble de cet espace, sous-ensemble décrivant les possibilités d'ajustement des différents inputs et outputs. *Exclusant*

- L'inefficacité prix mesurée le long de la frontière d'efficacité technique, suivant un plus ou moins large sous-ensemble de l'espace des prix des biens que l'agent peut librement allouer ou produire en vue d'optimiser sa fonction d'objectif.

La suite de ce travail prend appui sur cette distinction pour formaliser l'approche non paramétrique primale et duale en utilisant un cadre hypothétique, analogue à celui utilisé couramment en théorie duale de la production. Nous distinguerons deux cas en fonction des données disponibles. La connaissance des plans de production des agents nous permet d'appliquer la méthode de Charnes, Cooper et Rhodes (1978), couramment appelée Data Envelopment Analysis et de définir des mesures d'efficacité technique des unités de production. Nous utiliserons, de préférence, la qualification d'approche non paramétrique primale pour la distinguer de celle qui incorpore une information supplémentaire sur l'environnement prix des agents. Nous parlerons dans ce cas d'approche non paramétrique duale et définirons des mesures d'efficacité technique et allocative.

## II. DUALITE DE L'APPROCHE NON PARAMETRIQUE DES EFFICACITES

Dans son article de 1957, Farrell mesure les efficacités techniques et allocatives des firmes en utilisant une fermeture linéaire par morceaux des observations au lieu de spécifier une forme fonctionnelle pour la fonction de production. Ces successeurs ont orienté leurs travaux dans deux directions en fonction des données dont ils disposaient.

La méthode DEA (Data Envelopment Analysis) utilise une information en quantités uniquement. Développée par Charnes, Cooper et Rhodes (1978), cette approche permet de considérer en même temps plusieurs outputs et plusieurs inputs. L'extension de Banker, Charnes et Cooper (1984) consiste en la construction d'une frontière de production à l'aide d'un programme linéaire déterminant pour chaque unité de production l'inverse de la fonction distance de Shephard (1970) sous la contrainte que les valeurs optimales en inputs et en outputs soient des combinaisons linéaires des valeurs observées. Cette méthode permet de déterminer l'efficacité technique des firmes. Nous parlerons d'Approche Non Paramétrique Primale pour la distinguer de l'approche qui utilise une information supplémentaire sur les prix des inputs et des outputs.

Par contre, l'approche de Hanoch et Rothschild (1972) et de Varian (1984) reprend le postulat néoclassique en théorie de la production selon lequel les firmes cherchent à maximiser leur profit sous contrainte technologique. Ils cherchent à tester la cohérence de celui-ci avec le comportement réellement observé. Là aussi, l'utilisation des techniques de programmation linéaire évite la spécification d'une forme fonctionnelle paramétrique pour la fonction de profit.

Banker et Maindiratta (1988) intègre cette approche non paramétrique de la production à l'analyse des efficacités technique et allocative de Farrell. Cette méthode incorporant une information sur les prix permet d'encadrer la vraie technologie à l'aide de deux approximations de celle-ci et de déterminer un encadrement de l'inefficacité réelle de la firme observée. Nous parlerons d'Approche Non Paramétrique Duale.

Dans ce qui suit, nous définissons tout d'abord le cadre hypothétique de cette étude en utilisant notamment certaines notions telles que la fonction distance ou la frontière efficace. Nous présentons ensuite l'approche non paramétrique primale qui nous permet de mettre en place des mesures d'efficacité technique. Enfin, nous tenterons de définir des mesures d'efficacité technique et allocative à l'aide de l'approche non paramétrique duale.



## 2.1. CADRE HYPOTHETIQUE DE L'APPROCHE NON PARAMETRIQUE

Soit  $J$  l'ensemble des indices des observations :  $J = \{1, \dots, J\}$

Chaque  $j$  représente un producteur. Ce dernier dispose de  $N$  facteurs de production ou inputs,  $n = 1, \dots, N$  pour produire  $M$  produits ou outputs,  $m = 1, \dots, M$ . Le plan de production de l'entreprise  $j$  est représenté par le vecteur de  $R^{M+N}$  :  $(X_j, Y_j)$  où  $X_j = (X_{1j}, \dots, X_{nj}, \dots, X_{Nj})$  désigne le vecteur des facteurs et  $Y_j = (Y_{1j}, \dots, Y_{mj}, \dots, Y_{Mj})$  le vecteur des produits.

Nous supposons qu'au moins un output et au moins un input sont positifs et que chaque unité de décision  $j$  utilisée dans les comparaisons d'efficacité utilise les mêmes inputs et produit les mêmes outputs.

Soit  $(p_X^j, p_Y^j, X_j, Y_j)$  le comportement observé de la firme  $j$ ,  $j \in J$ .  $p_X^j$  et  $p_Y^j$  correspondent aux vecteurs prix des inputs et des outputs observés pour l'entreprise  $j$ .

Nous considérons que toutes les firmes de  $J$  ont un comportement compétitif sur le marché et que les prix des biens dépendent des prix de marché mais aussi des différents coûts (transport, information, ...) liés à l'acquisition des inputs ou à la vente des outputs.

L'ensemble des possibilités de production  $T$  caractérise la technologie mise en oeuvre à un moment donné du temps dans l'économie :

$$T = \{(X, Y) \in R^{M+N} / Y \geq 0 \text{ peut être produit à partir de } X \geq 0\}$$

Le corps des hypothèses relatif à la technologie  $T$  est :

[T1]  $T$  contient toutes les observations  $(X_j, Y_j), j \in J$

[T2]  $T$  est un ensemble régulier<sup>4</sup>

[T3]  $T$  est caractérisé par la libre disposition en inputs et en outputs :

---

<sup>4</sup>Un ensemble régulier est un ensemble non vide, fermé et tel qu'aucune production sans facteur n'est possible (Mac Fadden, 1978, I, p 7).

De plus, nous supposons qu'aucune quantité infinie de produits ne peut être obtenue à partir d'une dotation factorielle finie.

$$\forall (X, Y) \in T, \text{ soient } \bar{X} \geq X \text{ et } \bar{Y} \leq Y \text{ alors } (\bar{X}, \bar{Y}) \in T$$

Deux sous-ensembles de T sont définis classiquement :

- L'ensemble des possibilités de facteurs  $X(Y)$  contenant l'ensemble des vecteurs d'inputs permettant la production du niveau Y d'outputs.:

$$X(Y) = \{X \in R^N / (X, Y) \in T\}$$

- L'ensemble des possibilités de produits  $Y(X)$  contenant l'ensemble des vecteurs de produits pouvant être obtenus à partir du niveau X de facteurs de production :

$$Y(X) = \{Y \in R^M / (X, Y) \in T\}$$

La notion de fonction distance de Shephard (1970, p 206) peut être appliquée à l'ensemble des possibilités de facteurs  $X(Y)$ .

Soit  $g_x$  la fonction distance de la firme j sur l'ensemble  $X(Y)$  :

$$g_x(X, Y) = \frac{1}{h_x(X, Y)}$$

avec  $h_x(X, Y) = \text{Min}\{h_x/h_x \cdot X \in X(Y), h_x \geq 0\}$

Cela nous permet d'obtenir une nouvelle définition pour l'ensemble des possibilités d'inputs (Shephard, 1970, p 208) :

$$X(Y) = \{X / g_x(X, Y) \geq 1\}$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$X(Y) = \{X / h_x(X, Y) \leq 1\}$$

Soit  $\overline{X(Y)}$  la frontière de l'ensemble des possibilités de facteurs  $X(Y)$

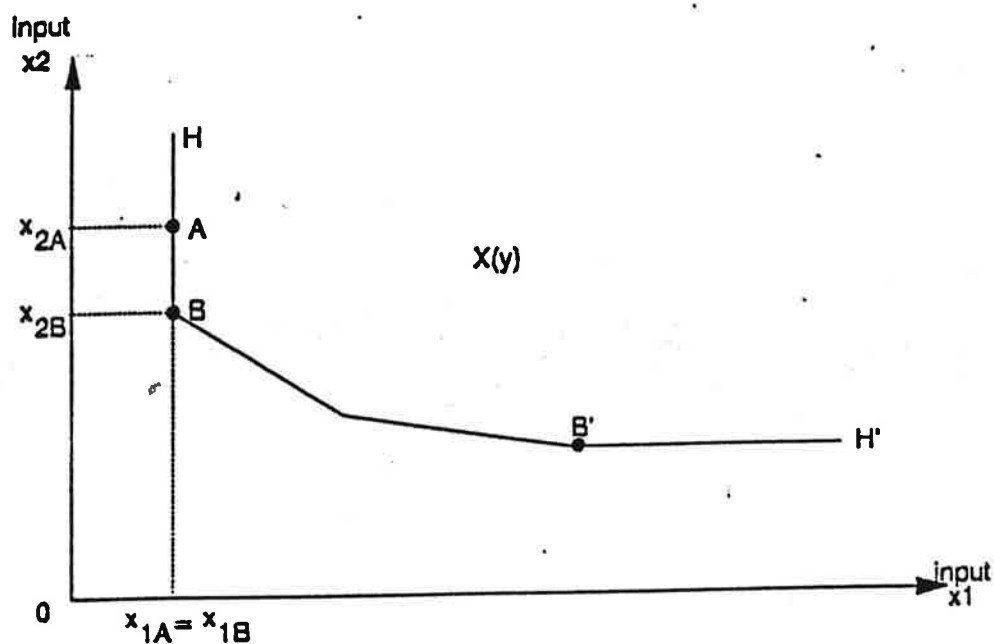
$$\overline{X(Y)} = \{X / h_x(X, Y) = 1\}$$

Les firmes A et B de la figure 2, produisent la même quantité d'output y à partir de dotations factorielles différentes  $X_A = (x_{1A}, x_{2A})$  et  $X_B = (x_{1B}, x_{2B})$ . Elles se situent sur

l'isoquante HH' représentant la frontière de l'ensemble des possibilités d'inputs  $X(y)$  d'où

$$h_X^A(X_A, Y) = h_X^B(X_B, Y) = 1$$

Figure 2 : Frontière efficace de l'ensemble des possibilités de facteurs :  $X_E(y)$



Des deux firmes observées, seule la firme B sera dite efficace car sa dotation en facteur 2 est inférieure à celle de A ( $x_{2A} > x_{2B}$ ) pour une dotation identique en facteur 1 ( $x_{1A} = x_{1B}$ ) et un même niveau de production  $y$ .

La frontière efficace est représentée par la portion BB' de l'isoquante HH'.

Soit  $X_E(Y)$  l'ensemble des points efficaces de la frontière  $\overline{X(Y)}$  :

$$X_E(Y) = \{ X/h_X(X, Y) = 1 \text{ avec } \bar{X} < X \quad \bar{X} \notin X(Y) \}$$

Nous avons :  $X_E(Y) \subseteq \overline{X(Y)} \subseteq X(Y)$

Le plan de production  $(X_j, Y_j)$  de la firme  $j$  sera dit efficace si la dotation factorielle  $X_j$  choisie par l'entreprise est un élément de la frontière efficace de l'ensemble des possibilités d'inputs  $X_E(Y_j)$ . Nous noterons  $E$  l'ensemble des indices des observations appartenant à  $X_E(Y_j)$  tel que  $E \cup \bar{E} = J$  et  $E \cap \bar{E} = \emptyset$ .

De même, nous pouvons appliquer la notion de fonction distance à l'ensemble des possibilités de produits (Shephard, 1970, p 207).

$$g_Y(X, Y) = \frac{1}{h_Y(X, Y)}$$

avec  $h_Y(X, Y) = \text{Max}\{h_Y/h_Y \cdot Y \in Y(X), h_Y \geq 0\}$

L'ensemble des possibilités de produits est alors défini par :

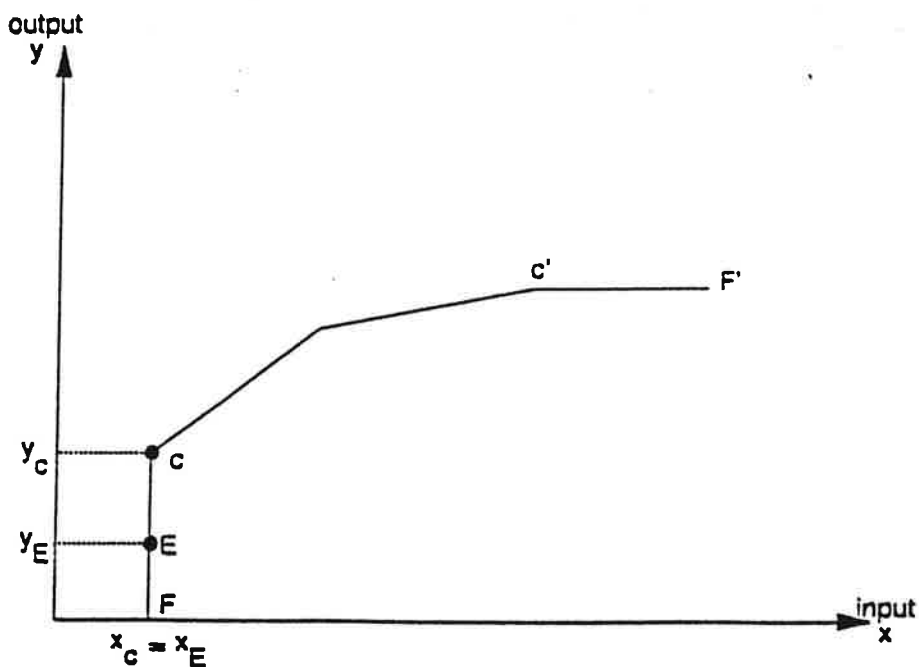
$$Y(X) = \{Y/g_Y(X, Y) \leq 1\} = \{Y/h_Y(X, Y) \geq 1\}$$

La frontière de cet ensemble est donnée par :

$$\overline{Y(X)} = \{Y/h_Y(X, Y) = 1\}$$

et correspond à l'isoquante FF' de la figure 3 où E et C sont deux firmes observées produisant des quantités différentes d'outputs à partir d'une dotation factorielle identique x.

Figure 3 : Frontière efficace de l'ensemble des possibilités de produits :  $Y_E(x)$ .



La frontière efficace de l'ensemble des possibilités d'outputs est définie par :

$$Y_E(X) = \{Y/h_Y(X, Y) = 1 \text{ avec } \bar{Y} > Y, \bar{Y} \notin Y(X)\}$$

et est représentée par le segment CC' de l'isoquante FF'.

Le cadre hypothétique de cette étude repose sur l'inclusion de toutes les observations dans l'ensemble des possibilités de production  $T$  qui est un ensemble régulier et caractérisé par la libre disposition en inputs et en outputs. La notion de fonction distance de Shephard nous permet de définir des sous-ensembles de  $T$  : l'ensemble des possibilités d'inputs et/ou outputs, leur frontière ainsi que leur frontière efficace. Cette dernière va nous permettre de définir les mesures d'efficacité des approches non paramétriques primale et duale.

## 2.2. APPROCHE NON PARAMETRIQUE PRIMALE

Dans la plupart des présentations concernant la mesure non paramétrique des inefficacités, la formalisation confond la construction de la frontière efficace et la mesure d'efficacité associée à chaque firme.

En reprenant la méthode Data Envelopment Analysis (DEA) développée par Charnes, Cooper et Rhodes (1978) nous construisons l'enveloppe des observations avant de définir la mesure d'efficacité technique.

### 2.2.1. Détermination de l'enveloppe des observations

Data Envelopment Analysis (DEA) repose sur les hypothèses de libre disposition en outputs et en inputs, de convexité et d'extrapolation minimale.

Appelons  $P$  l'enveloppe des observations. Cet ensemble résulte des quatre postulats de base donnés par Banker, Charnes et Cooper (1984, p 1081) :

[P1]  $P$  contient toutes les observations :  $\forall j \in J, (X_j, Y_j) \in P$

[P2]  $P$  vérifie la libre disposition en inputs et en outputs :

$$\forall (X, Y) \in P \text{ soient } \bar{X} > X \text{ et } \bar{Y} < Y \text{ alors } (\bar{X}, \bar{Y}) \in P$$

[P3] P est convexe

$$\forall (X, Y) \text{ et } (\bar{X}, \bar{Y}) \in P, \forall \alpha \in [0, 1] \text{ alors } \alpha(X, Y) + (1 - \alpha)(\bar{X}, \bar{Y}) \in P$$

[P4] Postulat d'extrapolation minimale : P est l'ensemble intersection de tous les  $\hat{P}$  vérifiant P1 à P3.

A partir de ces propriétés, nous pouvons définir un certain nombre de contraintes linéaires. Soient les combinaisons convexes des points de P suivantes

$$\sum_{j=1}^J \lambda_j X_j \text{ et } \sum_{j=1}^J \lambda_j Y_j \text{ avec } \lambda_j \geq 0 \forall j \in J \text{ et } \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1$$

Comme P est un ensemble convexe alors toute combinaison convexe de points de P appartient à P. Nous avons :

$$\left( \sum_{j=1}^J \lambda_j X_j, \sum_{j=1}^J \lambda_j Y_j \right) \in P$$

La propriété P2 de libre disposition nous conduit à écrire que si

$$X \geq \sum_{j=1}^J \lambda_j X_j \text{ et } Y \leq \sum_{j=1}^J \lambda_j Y_j \text{ alors } (X, Y) \in P$$

Ces contraintes permettent de faire entrer dans l'enveloppe des observations, toute firme qui produit une quantité donnée d'outputs avec plus d'inputs que nécessaire et/ou moins d'outputs que la quantité possible avec une dotation factorielle donnée.

Donc, les contraintes linéaires issues des postulats de base de la méthode DEA sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} X \geq \sum_{j=1}^J \lambda_j X_j \\ Y \leq \sum_{j=1}^J \lambda_j Y_j \\ \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1 \\ \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, J \end{array} \right.$$

Chacune de ces contraintes détermine un demi-espace fermé. L'intersection d'un nombre fini de demi-espaces nous permet de définir un polyèdre convexe qui est P, l'enveloppe des observations.

$$P = \left\{ (X, Y) / X \geq \sum_{j=1}^J \lambda_j X_j, Y \leq \sum_{j=1}^J \lambda_j Y_j, \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1 \text{ et } \lambda_j \geq 0, \forall j \in J \right\}$$

Si nous ajoutons maintenant une hypothèse de rendements d'échelle, l'enveloppe des observations s'en trouve modifiée.

Dans le cas d'une hypothèse de rendements d'échelle constants ( $\forall (X, Y) \in P \text{ et } \forall k > 0 \text{ alors } (kX, kY) \in P$ ) l'ensemble s'écrit :

$$P = \left\{ (X, Y) / X \geq \sum_{j=1}^J \lambda_j X_j, Y \leq \sum_{j=1}^J \lambda_j Y_j, \text{ et } \lambda_j \geq 0 \quad \forall j \in J \right\}$$

L'introduction de cette hypothèse supplémentaire revient à supprimer la contrainte existant sur la somme des coefficients des combinaisons convexes. En effet, nous avons le

point  $(\sum_{j=1}^J \mu_j X_j, \sum_{j=1}^J \mu_j Y_j)$  avec  $\mu_j \geq 0, \forall j \in J$  et  $\sum_{j=1}^J \mu_j = 1$  qui est un élément de P.

L'hypothèse de rendements d'échelle constants permet d'écrire que

$$\forall k > 0, (k \sum_{j=1}^J \mu_j X_j, k \sum_{j=1}^J \mu_j Y_j) \in P$$

Si nous posons  $\lambda_j = k\mu_j, j \in J$  alors nous obtenons :

$$\lambda_j \geq 0, \forall j \in J \text{ et } \sum_{j=1}^J \lambda_j = \sum_{j=1}^J k \cdot \mu_j = k \sum_{j=1}^J \mu_j = k > 0.$$

Or, la condition sur la somme  $\lambda_j$  est déjà vérifiée du fait de l'hypothèse de rendements d'échelle constants. Cela nous amène à l'omettre lors de l'écriture de l'ensemble P.

De même, l'hypothèse de rendements d'échelle non croissants ( $\forall (X, Y) \in P$  et  $\forall k \in [0, 1[$  alors  $(kX, kY) \in P$ ) conduit à modifier la contrainte sur la somme des  $\lambda_j$ . Nous avons :

$$\forall k \in [0, 1[, (k \sum_{j=1}^J \mu_j X_j, k \sum_{j=1}^J \mu_j Y_j) \in P$$

Si nous posons  $\lambda_j = k \cdot \mu_j, \forall j \in J$  alors nous obtenons :

$$\lambda_j \geq 0, \forall j \in J \text{ et } \sum_{j=1}^J \lambda_j = \sum_{j=1}^J k \cdot \mu_j = k$$

d'où  $0 \leq \sum_{j=1}^J \lambda_j < 1$  et l'enveloppe P des observations devient :

$$P = \left\{ (X, Y) / X \geq \sum_{j=1}^J \lambda_j X_j, Y \leq \sum_{j=1}^J \lambda_j Y_j, \sum_{j=1}^J \lambda_j < 1 \text{ et } \lambda_j \geq 0, j \in J \right\}$$



### 2.2.2. Mise en place de la mesure d'efficacité technique

La mesure de l'efficacité d'une firme appartenant à l'ensemble P revient à utiliser la fonction distance associée aux différents sous-ensembles de P :  $X(Y_j)$  et  $Y(X_j)$ ,  $j=1...J$

Nous raisonnons dans le cas où le niveau des outputs est maintenu constant et où l'on cherche à diminuer la dotation factorielle.

La mesure de l'efficacité technique de chaque unité de production s'obtient, alors, à l'aide de l'inverse de la fonction distance sur l'ensemble des possibilités d'inputs :

$$h_x^j = \text{Min} \{ h_x / h_x \cdot X \in X(Y_j), h_x \geq 0 \}$$

Ce qui revient à :

$$h_x^j = \text{Min } h_x$$

$$s/c \left\{ \begin{array}{l} Y_j \leq \lambda \cdot Y \\ h_x \cdot X_j \geq \lambda \cdot X \\ \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1 \\ \lambda_j \geq 0, j \in J \end{array} \right. \quad [\text{PL1}]$$

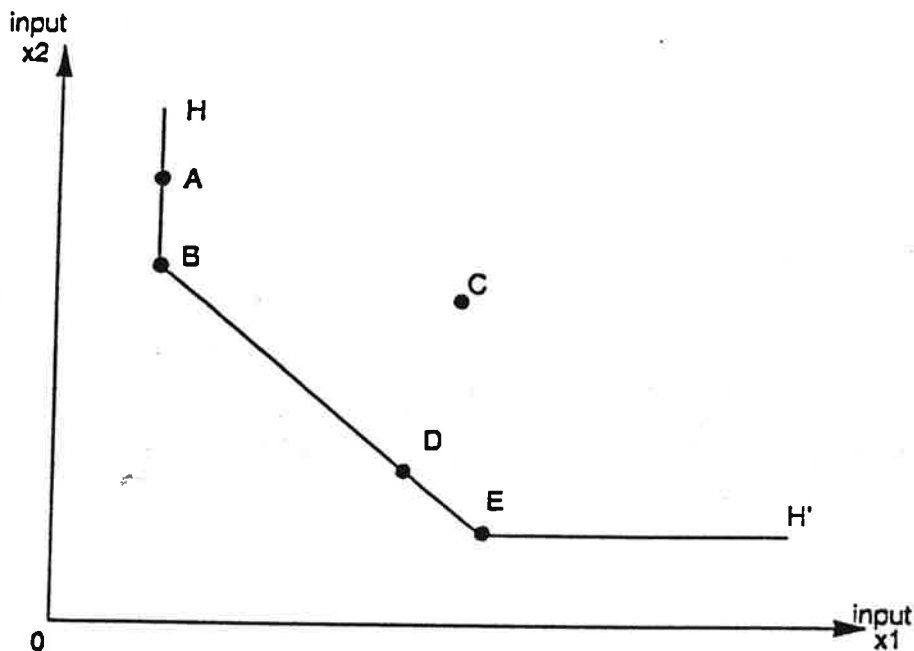
avec  $X$  la matrice de dimension (J,N) des facteurs de production et  $Y$  celle de dimension (J,M) des produits.

Ce programme détermine la frontière de l'ensemble des possibilités d'inputs  $\overline{X(Y_j)}$  ainsi que l'inverse de la fonction distance  $h_x^j$  qui mesure l'écart entre l'observation  $j$  et la frontière. Cependant, [PL1] ne nous assure pas que la mesure  $h_x^j$  rende compte de l'efficacité technique de la firme  $j$ .

En effet, comme nous l'illustre la figure 4, les points A et B situés sur la frontière de l'ensemble des possibilités d'inputs, ont une distance nulle par rapport à la frontière d'où  $h_x^A = h_x^B = 1$ . Or le point A produit le même niveau d'autant que B en consommant plus du facteur 2.

La firme A présente une inefficacité technique.

Figure 4 : Frontière de coût



Pour éviter que des firmes situées sur la frontière de l'ensemble des possibilités d'inputs soient déclarées efficaces alors qu'elles consomment trop de ressources, nous allons maintenant mesurer la distance séparant l'observation de la frontière efficace de l'ensemble.

Pour se faire, nous introduisons des variables d'écart dans le programme linéaire pour mettre à égalité les différentes contraintes. Nous obtenons le programme suivant :

$$h_x^j = \text{Min} \left\{ h_x - \varepsilon \left[ \sum_{m=1}^M S_{mj}^- + \sum_{n=1}^N S_{nj}^+ \right] \right\}$$

$$s/c \begin{cases} \lambda \cdot Y - Y_j - S_j^- = 0 \\ h_x \cdot X_j - \lambda \cdot X - S_j^+ = 0 \\ \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1 \\ \lambda_j \in R_+^J, S_j^- \in R_+^M, S_j^+ \in R_+^N \end{cases} \quad [\text{PL2}]$$

avec  $\varepsilon$  une quantité suffisamment petite ("Non Archimedian Quantity") pour que la

maximisation des variables d'écart  $S^-$  et  $S^+$ , demeure un objectif secondaire par rapport à la minimisation du coefficient  $h_x$ .

Ce programme détermine la frontière efficace de l'ensemble des possibilités d'inputs  $X_E(Y_j)$  ainsi que l'inverse de la fonction distance  $h_x^j$  qui mesure l'efficacité technique de la firme  $j$ .

Si nous cherchons maintenant à augmenter le niveau des produits en maintenant constante la dotation factorielle, nous pouvons mener le même raisonnement sur l'ensemble des possibilités d'outputs  $Y(X_j)$  en utilisant le programme linéaire suivant :

$$h_y^j = \text{Max} \{ h_y / h_y \cdot Y \in Y(X_j), h_y \geq 0 \}$$

qui s'écrit aussi :

$$h_y^j = \text{Max } h_y$$

$$s/c \left\{ \begin{array}{l} h_y \cdot Y_j \leq \lambda \cdot Y \\ X_j \geq \lambda \cdot X \\ \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1 \\ \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, J \end{array} \right.$$

### 2.3. APPROCHE NON PARAMETRIQUE DUALE

Cette méthode de mesure des efficacités présentée en 1988 par Banker et Maindiratta, renvoie aux travaux de Hanoch et Rothschild (1972) et de Varian (1984). Ces auteurs ont cherché à tester la cohérence des données observées avec l'hypothèse comportementale de maximisation du profit sous contrainte technologique des firmes.

Après une présentation de l'Axiome Faible de Maximisation du profit de Varian nous permettant de déterminer quelles firmes observées maximisent leur profit, nous encadrerons la technologie à l'aide de deux enveloppes des observations. Enfin, à la suite de Banker et

Maindiratta (1988), nous rapprocherons les approches de Farrell (1957) et de Varian (1984) pour tenter de définir des mesures d'efficacités techniques et allocatives.

### 2.3.1. Encadrement de l'enveloppe technologique

#### 1) AXIOME FAIBLE DE MAXIMISATION DU PROFIT

Supposons que nous disposions d'une information sur le comportement de la firme  $j$ ,  $j \in J$ . Nous observons le vecteur  $Y_j$  des outputs et le vecteur  $p_Y^j$  des prix des produits ainsi que les demandes de facteurs  $X_j$  et le vecteur des prix des inputs  $p_X^j$ . Les vecteurs  $Y_j$  et  $p_Y^j$  sont de dimension  $M$  et les vecteurs  $X_j$  et  $p_X^j$  de dimension  $N$  pour tout  $j$  élément de  $J$ . De plus, nous supposons que tous ces vecteurs sont non négatifs.

La liste  $(p_X^j, p_Y^j, X_j, Y_j), j \in J$  caractérise le comportement et l'environnement prix observés de la firme  $j$ . Les choix techniques possibles pour l'entreprise considérée peuvent être décrits de différentes manières et en particulier, par l'ensemble des possibilités de production  $T$ . Ce dernier est un ensemble fermé, monotone (libre disposition en inputs et en outputs) et contient toutes les observations  $j \in J$ .

A partir du comportement observé, nous recherchons s'il existe une famille d'ensembles de possibilités de production  $\{T\}$  qui donnent un sens aux données en terme de maximisation du profit. Si le comportement observé correspond au comportement postulé de maximisation du profit alors  $T$  rationalise les données. Celles-ci révèlent un comportement rationnel du producteur.<sup>5</sup>

Varian (1984, p 583) montre qu'il existe une famille d'ensembles fermés, convexes et monotones qui rationalisent les données si et seulement si

$$\forall j \in J, p_Y^j Y_j - p_X^j X_j \geq p_Y^j Y - p_X^j X, \forall (X, Y) \in T$$

---

<sup>5</sup>On retrouve ici, par analogie avec le consommateur, la théorie des préférences révélées.

Cette condition constitue l'Axiome Faible de Maximisation du Profit<sup>6</sup>. A partir des données observées, il permet de définir des ensembles de production pour lesquels le choix observé du producteur  $j$  est le meilleur choix possible en terme de maximisation du profit étant donné les prix auxquels il fait face et les autres combinaisons productives possibles.

## 2) FERMETURES INTERIEURE ET EXTERIEURE DE LA TECHNOLOGIE

Nous supposons que le comportement observé  $(p_x^j, p_y^j, X_j, Y_j)$  vérifie l'Axiome Faible de Maximisation du Profit,  $\forall j \in J$ . Il est donc cohérent avec un modèle de maximisation du profit et l'on peut construire une famille d'ensembles de production  $\{T\}$  rationalisant les données.

Comme il peut exister de nombreux ensembles cohérents avec un nombre fini d'observations sur un comportement économique, Varian (1984, p 590) propose de limiter les possibilités technologiques par deux ensembles de possibilités de production  $P$  et  $D$  :

- *La fermeture intérieure de la technologie  $P$*  est le plus petit ensemble fermé, convexe et monotone générant le comportement observé.  $P$ . Elle est construite comme la fermeture convexe et monotone des observations et correspond à l'intersection de tous les ensembles de production appartenant à la famille  $\{T\}$  :

$$P = \left\{ (X, Y) / Y \leq \sum_{j \in J} \lambda_j Y_j, X \geq \sum_{j \in J} \lambda_j X_j, \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1, X \geq 0, Y \geq 0 \text{ et } \lambda_j \geq 0 \forall j \in J \right\}^7$$

- *La fermeture extérieure de la technologie  $D$*  est le plus grand ensemble fermé, convexe et monotone générant le comportement observé. Elle correspond à la réunion de tous les ensembles de production appartenant à la famille  $\{T\}$  et contient tous les vecteurs inputs-outputs qui auraient pu donner un résultat inférieur ou identique à celui observé :

---

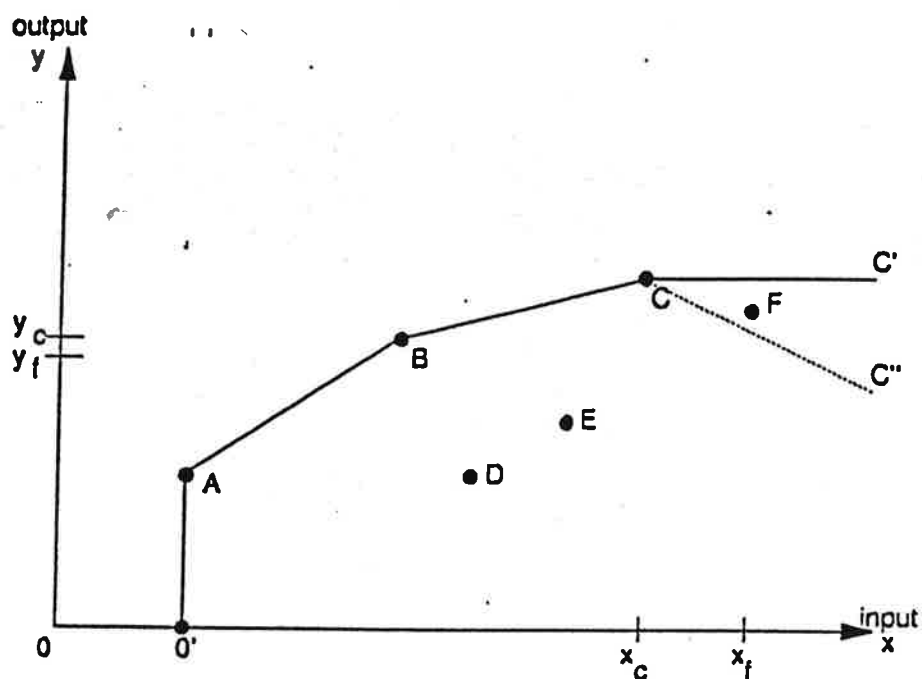
<sup>6</sup>Cette condition est une généralisation du test d'existence de rendements d'échelle décroissants à partir de données observées développé par Hanoch et Rothschild (1972, p 267).

<sup>7</sup> $P$  peut aussi être obtenu à partir des quatre postulats de base de la méthode DEA présentés plus haut.

$$D = \{(X, Y) / p'_Y Y_j - p'_X X_j \geq p'_Y Y - p'_X X, \forall j \in J, X \geq 0, Y \geq 0\}$$

Une illustration de P est fournie par la figure 5 dans un cadre monoproduit-monofacteur. La fermeture convexe et monotone des observations A, B, C, D et E est représentée par l'ensemble limité par la demi-droite Ax et le segment linéaire par morceaux O'ABCC'.

Figure 5 : Fermeture intérieure de la technologie : P



Le segment OO' n'est pas inclus dans l'ensemble P car les biens peuvent présenter des indivisibilités. Les segments O'A et CC' résultent de l'hypothèse de libre disposition en inputs et en outputs (monotonicité) :

$$\forall (X, Y) \in T, \text{ soient } \bar{X} \geq X \text{ et } \bar{Y} \leq Y \text{ alors } (\bar{X}, \bar{Y}) \in T$$

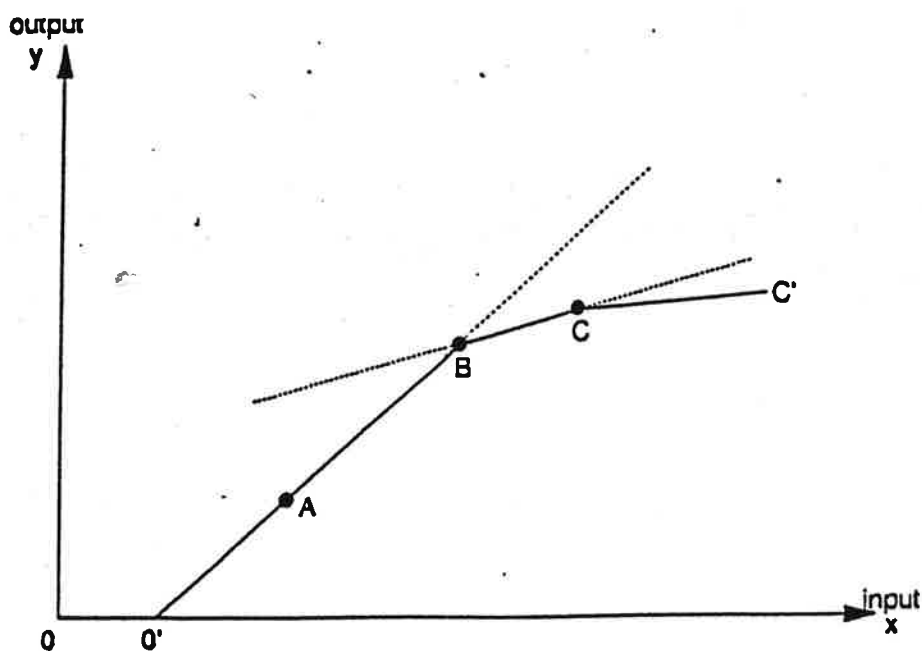
Si nous avons le segment CC'' au lieu de CC' comme limite de l'enveloppe alors le point F, qui est non observé mais qui aurait pu l'être, est tel que :  $y_F < y_C$  et  $x_F > x_C$

D'après l'hypothèse de monotonicité, F appartient à P.

La figure 6 donne une illustration de D dans le cas d'un output y et d'un input x. Pour chacune des activités observées A, B et C, supposées vérifier l'axiome faible de maximisation du

profit, nous pouvons déterminer leur droite d'isoprofit car nous connaissons les prix des outputs et des inputs auxquels fait face chacune des entreprises. Toutes les combinaisons productives non observées qui sont telles que le profit qu'elles procurent, reste inférieur ou égal à celui de la firme pour un même vecteur de prix, appartiennent à l'ensemble D.

Figure 6 : Fermeture extérieure de la technologie D  
Varian (1984)



L'ensemble D est délimité par la demi-droite  $O'x$  et le segment  $O'BCC'$ . Il appartient à la famille des ensembles de production  $\{T\}$ , comme l'ensemble P d'où il vérifie aussi les propriétés de fermeture, convexité et monotonie. Notons que toutes les observations sont situées sur la frontière de l'ensemble car elles sont toutes supposées vérifier l'axiome faible de maximisation du profit. Si ce n'était pas le cas, nous ne pourrions pas déterminer de limite extérieure pour la technologie à partir de la définition donnée par Varian (1984).

Ces deux approximations de l'ensemble des possibilités de production T, la fermeture intérieure P et la fermeture extérieure D recouvrent toute l'information disponible à partir des données observées. Une extension de cette approche, proposée par Banker et Maindiratta (1988), consiste à considérer que toutes les observations ne vérifient pas l'axiome faible de maximisation du profit car il existe des inefficacités dans l'activité de certaines firmes. La limite extérieure D est alors issue d'un sous-ensemble d'observations et en reprenant la définition des

efficacités de Farrell (1957), les auteurs définissent des mesures d'efficacité dépendant de l'ensemble de possibilités de production par rapport auquel elles sont estimées.

### 3.3.2. Mesure de efficacités techniques et allocatives

#### 1) RATIONALISATION FAIBLE DES OBSERVATIONS

L'approche non paramétrique de la production de Varian (1984) montre que la cohérence des données observées avec le comportement de maximisation du profit, est équivalent à l'existence d'une famille d'ensembles de possibilités de production fermés, convexes et monotones rationalisant les données observées.

Cependant, dans la plupart des cas, nous constatons que des observations sont non cohérentes avec l'axiome faible de maximisation du profit de Varian car il existe des inefficacités techniques et/ou allocatives dans les opérations de certaines firmes. Il est alors impossible de mettre en place une fermeture extérieure de la technologie.

L'étude de Banker et Maindiratta (1988) permet d'étendre la définition de forte rationalisation des données de Varian en introduisant celle de faible rationalisation.

- Un ensemble de possibilités de production *rationalise fortement* l'ensemble des observations  $J$  si tous les éléments de  $J$  vérifient l'axiome faible de maximisation du profit c'est à dire :

$T$  rationalise fortement  $J$  si

$$i) \forall j \in J, (X_j, Y_j) \in T$$

$$ii) \forall j \in J, p_Y^j Y_j - p_X^j X_j \geq p_Y^j Y - p_X^j X \text{ pour tout } (X, Y) \in T$$

- Un ensemble de possibilités de production *rationalise faiblement* l'ensemble des observations  $J$  s'il rationalise fortement  $E$ , le sous-ensemble de  $J$  des firmes efficaces tel que  $E \cup \bar{E} = J$  et  $E \cap \bar{E} = \emptyset$ . D'où

$T$  rationalise faiblement  $T$  si

$$i) \forall j \in J, (X_j, Y_j) \in T$$

$$ii) \forall j \in E, p_Y^j Y_j - p_X^j X_j \geq p_Y^j Y - p_X^j X \text{ pour tout } (X, Y) \in T \text{ et } E \subseteq J$$



Si une observation  $j$  vérifie l'axiome faible de maximisation du profit alors elle est cohérente avec l'hypothèse de maximisation du profit pour l'ensemble des possibilités de production  $T$  et elle appartient à l'ensemble  $E$ .

Nous avons vu qu'il est toujours possible de construire un ensemble de possibilités de production fermé, convexe et monotone qui rationalise faiblement  $J$ . En particulier, l'ensemble  $P$  estimé à partir de l'axiomatique de l'approche non paramétrique primale et illustré figure 5, est l'un de ces ensembles.

En général, plusieurs ensembles fermés, convexes et monotones peuvent rationaliser faiblement  $J$ . Nous les considérons comme admissibles et nous les regroupons en une classe  $A$ . On a :

Un ensemble de possibilités de production  $T$  appartient à la classe des ensembles admissibles  $A$  si et seulement si :

$$i) \forall j \in J, (X_j, Y_j) \in T$$

$$ii) \forall j \in E, p_Y^j Y_j - p_X^j X_j \geq p_Y^j Y - p_X^j X \text{ pour tout } (X, Y) \in T \text{ et } E \subseteq J$$

iii)  $T$  est fermé et convexe

iv)  $T$  est monotone :  $\forall (X, Y) \in T$ , soient  $\bar{X} \geq X$  et  $\bar{Y} \leq Y$  alors  $(\bar{X}, \bar{Y}) \in T$

Sans postuler de forme fonctionnelle spécifique pour la technologie mise en oeuvre, nous pouvons en déterminer la fermeture intérieure :

$$P = \left\{ (X, Y) / Y \leq \sum_{j \in J} \lambda_j Y_j, X \geq \sum_{j \in J} \lambda_j X_j, \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1, X \geq 0, Y \geq 0 \text{ et } \lambda_j \geq 0 \forall j \in J \right\}$$

et la fermeture extérieure :

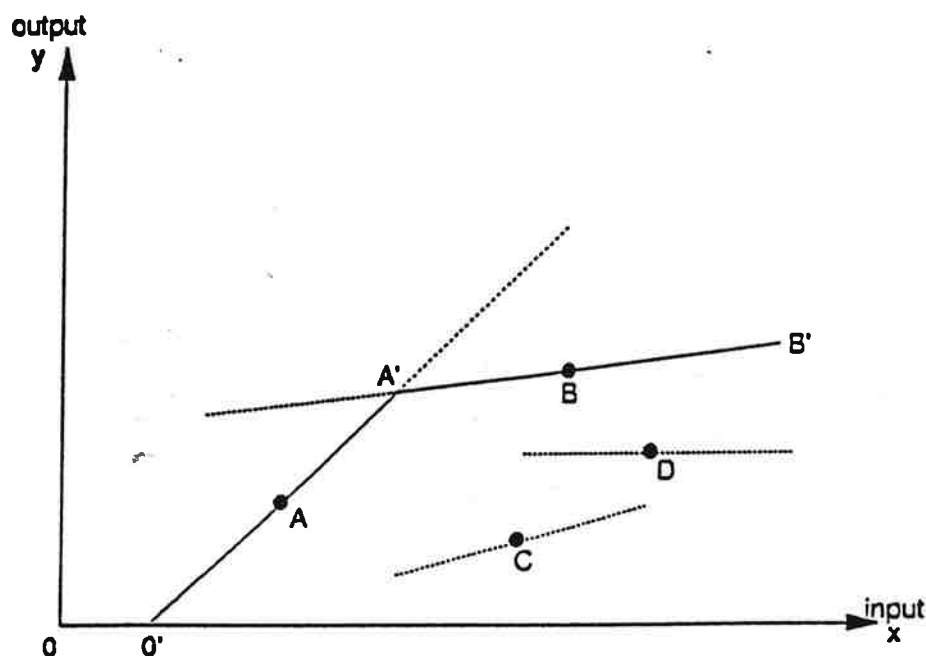
$$D = \{ (X, Y) / p_Y^j Y_j - p_X^j X_j \geq p_Y^j Y - p_X^j X, \forall j \in E \subseteq J, Y \geq 0 \text{ et } X \geq 0 \}$$

De plus, nous avons :  $P \in A, D \in A$  et  $P \subseteq T \subseteq D$  si  $T$  est un ensemble de possibilités de production admissible.

La figure 7 donne une illustration de la fermeture extérieure par Banker et Maindiratta (1988) dans le cas d'un output  $y$  et d'un input  $x$ . Seules les activités A et B vérifient l'axiome faible de maximisation du profit car elles sont situées sur la frontière de l'ensemble  $D$  qui est

délimité par la demi-droite  $O'x$  et le segment  $O'A'B'$ . A et B sont des éléments de E.

Figure 7 : Fermeture extérieure de la technologie : D  
Banker et Maindiratta (1988)



Les activités C et D ne sont pas cohérentes avec un modèle de maximisation du profit, elle sont inefficaces par comparaison à A et B.

La rationalisation faible des observations due à Banker et Maindiratta (1988, p 1316) nous permet de toujours déterminer une fermeture extérieure pour la technologie à partir des données observées. Nous allons maintenant tenter d'analyser, d'une manière similaire à celle de Farrell (1957), les efficacité techniques et allocatives par rapport aux deux ensembles de possibilités de production P et D que nous venons de définir.

## 2) MESURES ASSOCIEES DES EFFICACITES

Les mesures que nous proposons ici, sont basées sur des ratios de profit alors que les mesures d'efficacité techniques et allocatives de Farrell sont indépendantes des prix. Nous supposons que le profit observé des firmes est toujours positif.

Soit  $\alpha_T^j$ ,  $\beta_T^j$  et  $\gamma_T^j$  respectivement l'efficacité allocative, technique et totale (technique\*allocative) de la firme observée j par rapport à l'ensemble des possibilités de production admissible T. Nous avons :

$$\gamma_T^j = \text{Min} \left\{ \frac{\pi_j}{\pi_j^{\text{opt}}} \right\}$$

avec  $\pi_j = p_Y^j Y_j - P_X^j X_j$  le profit observé de la firme j et  $\pi_j^{\text{opt}} = p_Y^j Y - p_X^j X, \forall (X, Y) \in T$  et  $T \in \mathbf{A}$  le profit optimal pour le système de prix  $(p_X^j, p_Y^j)$  de la firme j.

$$\beta_T^j = \left\{ \frac{\pi_j}{\pi_\beta^{\text{opt}}} \right\}$$

avec  $\pi_\beta^{\text{opt}} = p_Y^j Y - p_X^j X, \forall (X, Y) \in T, Y = Y_j, X = h_X^j X_j$  et  $T \in \mathbf{A}$  où  $h_X^j$  correspond à l'inverse de la fonction distance de Shephard.

$$\alpha_T^j = \frac{\gamma_T^j}{\beta_T^j}$$

Ces différentes mesures d'efficacité dépendent de l'ensemble des possibilités de production par rapport auquel elles sont estimées. En utilisant les ensembles P et D, nous pouvons donner les limites inférieures et supérieures des mesures d'efficacité. Nous avons :

pour l'efficacité totale :

$$\gamma_{\text{inf}}^j = \text{Min}_{T \in \mathbf{A}} \gamma_T^j = \gamma_D^j$$

$$\gamma_{\text{sup}}^j = \text{Max}_{T \in \mathbf{A}} \gamma_T^j = \gamma_P^j$$

pour l'efficacité technique :

$$\beta_{\text{inf}}^j = \text{Min}_{T \in \mathbf{A}} \beta_T^j = \beta_D^j$$

$$\beta_{\text{sup}}^j = \text{Max}_{T \in \mathbf{A}} \beta_T^j = \beta_P^j$$

pour l'efficacité allocative :

$$\alpha_{inf}^j = \text{Min}_{T \in A} \alpha_T^j = \alpha_D^j$$

$$\alpha_{sup}^j = \text{Max}_{T \in A} \alpha_T^j = \alpha_P^j$$

Puisque les ensembles P et D sont définis par des inégalités linéaires, les limites inférieures  $\gamma_{inf}^j$  et  $\beta_{inf}^j$  et supérieures  $\gamma_{sup}^j$  et  $\beta_{sup}^j$  des efficacités respectivement totale et technique peuvent être déterminées par la résolution de programmes linéaires :

$$\gamma_{inf}^j = \frac{\pi_j}{\pi_{Max}}$$

avec  $\pi_j$  le profit observé de la firme j et  $\pi_{Max}$  le profit optimal par rapport à l'enveloppe D des observations :

$$\pi_{Max} = \text{Max} \{ p_Y^j Y - p_X^j X / p_Y^j Y_j - p_X^j X_j \geq p_Y^j Y - p_X^j X, \forall j \in E, Y \geq 0 \text{ et } X \geq 0 \}$$

$$\gamma_{sup}^j = \frac{\pi_j}{\pi_{Min}}$$

avec  $\pi_{Min}$  le profit optimal par rapport à l'enveloppe P des observations :

$$\pi_{Min} = \text{Max} \left\{ p_Y^j Y - p_X^j X / Y \leq \sum_{j \in J} \lambda_j Y_j, X \geq \sum_{j \in J} \lambda_j X_j, \sum_{j \in J} \lambda_j = 1, Y \geq 0, X \geq 0 \text{ et } \lambda_j \geq 0 \forall j \in J \right\}$$

Les limites inférieures et supérieures de la mesure de l'efficacité technique peuvent être déterminées par la résolution de programmes similaires en posant :

$$Y = Y_j, X = h_X^j X_j \text{ et } 0 \leq h_X^j \leq 1.$$

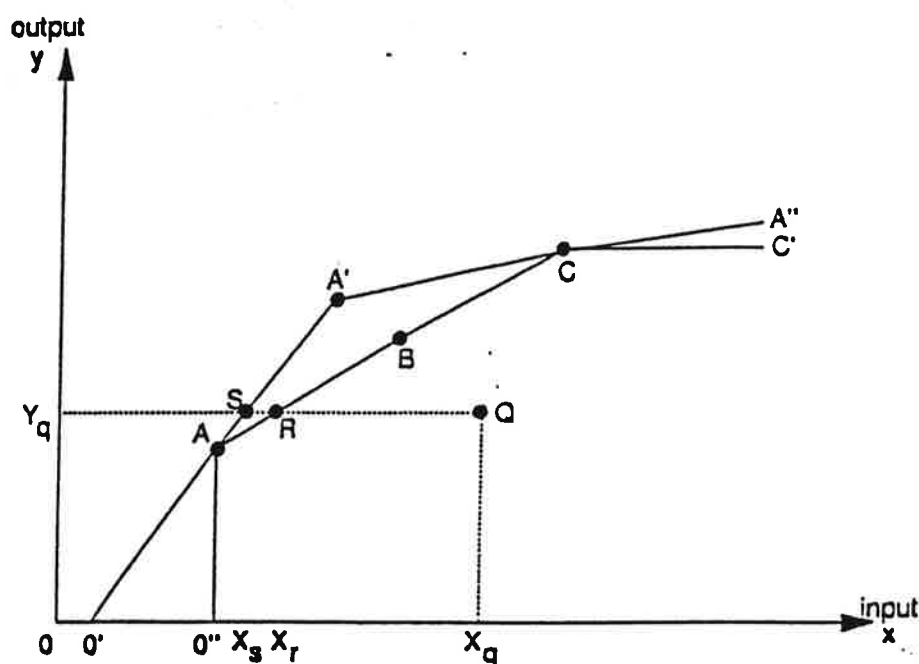
Cependant, les limites inférieures et supérieures des efficacités allocatives ne peuvent être déterminées aussi facilement que celles des efficacités totales et techniques. La complexité vient de la définition de la mesure en tant que ratio :

$$\alpha_T^j = \frac{\gamma_T^j}{\beta_T^j}$$

Nous devons nous référer à la fois au point totalement efficace et au point techniquement efficace d'une firme pour déterminer quel est l'ensemble de possibilités de production qui maximise ou minimise la valeur de  $\alpha_T^j$ . L'utilisation de deux programmes non linéaires permet de caractériser les valeurs  $\alpha_{inf}^j$  et  $\alpha_{sup}^j$ . Nous ne les développerons pas ici, néanmoins, ils sont présentés dans l'article de Banker et Maindiratta (1988, p 1322).

Les limites inférieures et supérieures de l'efficacité technique d'une activité Q sont illustrées figure 8 dans le cas d'un output y et d'un input x.

Figure 8 :  
Fermetures intérieure et extérieure de la technologie P et D  
Limites inférieure et supérieure de l'efficacité technique  $\beta^Q$



La fermeture intérieure de la technologie est décrite par l'ensemble compris entre la demi-droite  $0''C$  et la courbe linéaire par morceaux  $0''C'$  alors que la fermeture extérieure est comprise entre la demi-droite  $0'x$  et la courbe linéaire par morceaux  $0'A''$ .

La firme Q a la possibilité de maintenir un niveau constant de produit  $y_Q$  tout en diminuant sa consommation d'input  $x_Q$ . La dotation factorielle optimale est comprise entre  $x_R$

et  $x_S$  où R est le point techniquement efficace pour Q par rapport à la limite intérieure de la technologie P et S le point techniquement efficace de Q par rapport à la limite extérieure de la technologie D.

Les activités A et C sont techniquement efficaces par rapport aux deux enveloppes de la technologie P et D. Par contre, B ne l'est que par rapport à l'ensemble P.

L'approche non paramétrique de Banker et Maindiratta (1988) enveloppe les observations à l'aide de deux ensembles : la fermeture intérieure P et la fermeture extérieure D de la technologie. L'utilisation de programmes linéaires permet d'expertiser une population d'entreprises sans spécifier de forme fonctionnelle pour la fonction de production et de définir des mesures d'efficacité technique et totale pour chacune des firmes. L'efficacité allocative, plus complexe à définir, nécessite l'utilisation de programmes non linéaires.

Les mesures d'efficacité étant conditionnées par l'ensemble de production par rapport auquel elles sont estimées, nous obtenons, en nous référant aux deux fermetures de la technologie P et D, une limite inférieure et une limite supérieure pour chacune des mesures d'efficacité.

## CONCLUSION

Le cadre hypothétique de l'approche non paramétrique repose sur les hypothèses de libre disposition en outputs et en inputs, de régularité de l'ensemble des possibilités de production et d'inclusion de toutes les observations dans ce dernier. Après avoir déterminé la frontière efficace de l'ensemble des observations l'inverse de la fonction distance de Shephard nous permet de définir une mesure de l'efficacité technique des unités de production expertisées, dans le cadre d'une approche non paramétrique primale.

L'approche non paramétrique duale incorpore une information supplémentaire sur l'environnement prix des agents. La technologie mise en oeuvre est alors encadrée entre deux enveloppes : la limite intérieure et la limite extérieure de la technologie. Il est alors possible de définir des mesures des efficacités technique et allocative à partir de ratios de profit.

## CONCLUSION

La notion d'efficacité économique nous permet de caractériser le comportement observé des agents en le comparant à celui qualifié d'optimal et issu d'une certaine rationalité économique. Deux approches, dans la littérature, permettent la mesure du score d'efficacité des unités de production observées.

L'approche non paramétrique utilise, pour la mesure de l'inefficacité, une frontière générée par les observations les plus efficaces, c'est à dire les plus cohérentes avec l'hypothèse comportementale. L'approche paramétrique considère que les producteurs ont un comportement rationnel a priori. La mesure des inefficacités de toutes les observations résulte de l'écart existant avec l'optimum à atteindre.

L'approche non paramétrique peut être décomposée selon deux orientations. L'approche non paramétrique primale se base sur une information relative aux quantités produites et consommées par les entreprises. Elle permet le calcul de mesures de l'inefficacité technique. L'approche non paramétrique duale incorpore une information supplémentaire sur l'environnement prix des agents. Nous pouvons alors encadrer la technologie mise en oeuvre à l'aide de deux enveloppes des observations. L'enveloppe intérieure est déterminée à partir des plans de production des firmes et l'enveloppe extérieure issue à partir de ces derniers ainsi que des prix qui leur sont associés. Cette approche donne une mesure de l'efficacité technique et allocative des entreprises.

Toutefois, il ne faut pas oublier que la mesure des efficacités est conditionnée à l'enveloppe des observations par rapport à laquelle elle est définie. L'incorporation d'une information supplémentaire nous amène à définir une nouvelle enveloppe de la technologie observée ainsi que de nouvelles mesures d'efficacité pour chaque unité de production.

L'encadrement de la technologie, par une approche non paramétrique duale, demande la connaissance du système des prix perçus par chaque agent. Notre illustration se limite à une approche non paramétrique primale car les données mises à notre disposition ne nous permettent pas de caractériser l'environnement prix de chaque exploitant. La construction de prix implicites peut au mieux être réalisée en moyenne sur une région et une activité. Il peut être intéressant de poursuivre ce travail dans ce sens car la mesure des efficacités allocatives nous renseigne sur l'adaptation de l'agent au système des prix qu'il perçoit.

Enfin, l'approche non paramétrique nous apporte une information sur la cohérence des observations avec le comportement posé a priori. Elle permet de caractériser les exploitations observées les plus efficaces et une approche paramétrique sur ce sous échantillon des observations efficaces nous renseignerait sur l'écart séparant ces agents rationnels de l'optimum économique.



**LISTE DES FIGURES**

<b>Figure 1 : Frontière de coût-Efficacités technique et allocative de Farrell</b>	<b>8</b>
<b>Figure 2 : Frontière efficace de l'ensemble des possibilités de facteurs</b>	<b>18</b>
<b>Figure 3 : Frontière efficace de l'ensemble des possibilités de produits</b>	<b>19</b>
<b>Figure 4 : Frontière de coût</b>	<b>25</b>
<b>Figure 5 : Fermeture intérieure de la technologie P</b>	<b>29</b>
<b>Figure 6 : Fermeture extérieure de la technologie D de Varian (1984)</b>	<b>30</b>
<b>Figure 7 : Fermeture extérieure de la technologie D de Banker et Maindiratta (1988)</b>	<b>33</b>
<b>Figure 8 : Fermetures intérieure et extérieure de la technologie P et D et Limites inférieure et supérieure de l'efficacité technique</b>	<b>36</b>

## BIBLIOGRAPHIE

- AFRIAT S.N. (1972), Efficiency Estimation of Production Functions. *International Economic review*, 13, n° 3, oct., 568-598.
- AIGNER D.J., CHU S.F. (1968), On Estimating the Industry Production Function. *The American Economic Review*, 58, n° 4, sept., 826-839.
- AIGNER D.J., LOVELL C.A.K., SCHMIDT P.J. (1977), Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models. *Journal of Econometrics*, 6, n° 1, 21-37.
- AKRIDGE J.T. (1989), Measuring Productive Efficiency in Multiple Product Agribusiness Firms : A Dual Approach. *American Journal of Agricultural Economics*, 116-125.
- ALY H.Y., GRABOWSKI R., PASURKA C., RANGAN N. (1990), Technical, Scale and Allocative Efficiencies in U.S. Banking : an empirical investigation. *review of Economics and Statistics*, vol. 72, n° 2, 211-218.
- BANKER R.D., CHARNES A., COOPER W.W. (1984), Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, vol. 30, n° 9, 1078-1092.
- BANKER R.D., MAINDIRATTA A. (1988), Nonparametric Analysis of Technical and Allocative Efficiencies in Production. *Econometrica*, vol. 56, n° 6, 1315-1332.
- BOUSSEMART J.P., DERVAUX B. (1992), L'efficacité productive : définition et mesures par la méthode Data Envelopment Analysis. 9<sup>e</sup> Journées de Microéconomie Appliquée, Strasbourg, 4 et 5 Juin.
- CHARNES A., COOPER W.W., RHODES E. (1978), Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational research*, 2, 429-444.
- CHAVAS J.P., COX T.L. (1988), A Nonparametric Analysis of Agricultural Technology. *American Journal of Agricultural Economics*, p. 303-310.
- DAWSON P.J., LINGARD J., WOODFORD C.H. (1991), A Generalized Measure of Farm Specific Technical Efficiency. *American Journal of Agricultural Economics*, 1098-1104.
- Mc FADDEN D. (1978), "Cost, revenue and profit functions" in "Production Economics, a dual approach to theory and application" (M.Fuss and D.Mac Fadden, Eds), vol.I, North-Holland, Amsterdam.
- FARE R., GROSSKOPF S. (1985), A Nonparametric Cost Approach to Scale Efficiency. *Scandinavian Journal of Economics*, 87(4), 594-604.

- FARRELL M.J. (1957), The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of Royal Statistical Society, Series A 120. Part. 3*, 253-290.
- FARRELL M.J., FIELDHOUSE M. (1962), Estimating Efficient Production Functions under Increasing Return to Scale. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A 120, part 2*, 252-267.
- FAWSON C., SCHUMWAY C.R. (1988), A Nonparametric Investigation of Agricultural Production Behaviour for U.S. Subregions. *American Journal of Agricultural Economics*, 311-317.
- FORSUND F.R., HJALMARSON L. (1979), Generalised Farrell Measures of Efficiency : an Application to milk processing in Swedish dairy plants. *The Economic Journal*, 89, 294-315.
- FORSUND F.R., JANSEN E.S. (1977), On estimating average and best practice homothetic production functions via cost functions. *International Economic Review*, 18, n° 2, June, 463-476.
- FORSUND F.R., LOVELL C.A.K., SCHMIDT P. (1980), A Survey of Frontier Production Functions and their Relationship to Efficiency Measurement. *Journal of Econometrics*, 13, n° 1, 5-25.
- FUSS M. and Mc FADDEN D. (1978), *Production Economics : a Dual Approach to Theory and Applications*. North Holland Publishing Company, 2 vol.
- GREENE W.H. (1980), On the Estimation of a Flexible Frontier Production Model. *Journal of econometrics*, 13, n° 1, 101-115.
- GROSSKOPF S. (1986), The Role of the Reference Technology in Measuring Productive Efficiency. *The Economic Journal*, 96, 499-513.
- GUYOMARD H., MAHE L.P. (1992), La Politique Agricole Commune dans l'état de l'Uruguay Round. Xème Colloque du GDR-CNRS-EFIQ, Régionalisation et Mondialisation : coopération/confrontation des blocs et zones optimales. Fort de France, 20 et 21 mai 1992.
- HAAG S., JASKA P., SEMPLE J. (1992), Assessing the relative efficiency of agricultural units in the Blackland Prairie, Texas. *Applied Economics*, 24, 559-565.
- HANOCH G., ROTSCCHILD M. (1972), Testing the Assumptions of Production Theory : A Nonparametric Approach. *Journal of Political Economy*, 80, 256-275.
- MEEUSEN W., van den BROECK J. (1977), Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with composed error. *International Economic Review*, 18, n° 2, 435-444.
- RICHMOND J. (1974), Estimating the efficiency of production. *International Economic Review*, 15, n° 2, 515-521.
- SCHMIDT P. (1976), On the Statistical Estimation of Parametric Frontier Production Functions. *Review of Economics and Statistics*, 58, n° 2, 238-239.

- SCHMIDT P., LOWELL C.A.K. (1979), Estimating Technical and Allocative Inefficiency relative to Stochastic Production and Cost Frontiers. *Journal of Econometrics*, 9, n° 3, 343-366.
- SEITZ W.D. (1971), Productive efficiency in the steam-electric generating industry. *Journal of Political Economy*, 79, n° 4, 878-886.
- SHEPHARD R.W. (1970), *Theory of cost and production functions*. Princeton University Press, Princeton N.J.
- STEVENSON R.E. (1980), Likelihood Functions for Generalized Stochastic Frontier Estimation. *Journal of Econometrics*, 13, n° 1, 57-66.
- THILRY B., TULKENS H. (1989), Productivité, efficacité et progrès technique, notions et mesures dans l'analyse économique. *Travaux et Actes de la Commission n° 5 du 8ème Congrès des Economistes Belges de Langue Française, Efficacité et Management*, 17-51.
- VARIAN H. (1984), The Nonparametric Approach to Production Analysis. *Econometrica* 52, 579-599.
- VERMERSCH D. (1989), *Economie et technologie des systèmes céréaliers : une approche duale et économétrique*. Thèse, Université de Rennes I.
- VERMERSCH D. (1990), Une mesure des économies d'échelle locales de court terme : application au secteur céréalier. *Revue d'Economie Politique*, n° 3, 439-453.
- VERMERSCH D., BONNIEUX F., RAINELLI P. (1991), Can we expect abatement of agricultural pollution using economic incentives ? The case of intensive livestock farming in France. *Second Annual Meeting of the European Association of Environmental and Resource Economists*. Stockholm 11-14 June 1991.

## TABLE DES MATIERES

SOMMAIRE .....	2
PREAMBULE.....	2
INTRODUCTION : EFFICACITE MICROECONOMIQUE ET EFFICIENCE DES POLITIQUES DE REGULATION ET D'INTERNALISATION .....	3
1. BREF SURVEY DE LA MESURE DES EFFICACITES DEPUIS FARRELL .....	6
1.1. MESURE DES EFFICACITES DE FARRELL (1957).....	7
1.2. APPROCHE PARAMETRIQUE DES EFFICACITES.....	8
1.2.1. Frontières paramétriques déterministes .....	9
1.2.2. Frontières paramétriques stochastiques .....	9
1.2.3. Considérations duales .....	10
1.3. APPROCHE NON PARAMETRIQUE DES EFFICACITES .....	11
1.3.1. Frontières non paramétriques primales .....	11
1.3.2. Frontières non paramétriques duales .....	12
CONCLUSION.....	13
2. DUALITE DE L'APPROCHE NON PARAMETRIQUE DES EFFICACITES .....	15
2.1. CADRE HYPOTHETIQUE DE L'APPROCHE NON PARAMETRIQUE.....	16
2.2. APPROCHE NON PARAMETRIQUE PRIMALE.....	20
2.2.1. Détermination de l'enveloppe des observations.....	20
2.2.2. Mise en place de la mesure d'efficacité technique .....	24
2.3. APPROCHE NON PARAMETRIQUE DUALE.....	26

2.3.1. Encadrement de l'enveloppe technologique .....	27
1) Axiome faible de maximisation du profit .....	27
2) Fermetures intérieure et extérieure de la technologie .....	28
3.3.2. Mesure de efficacités techniques et allocatives .....	31
1) Rationalisation faible des observations .....	31
2) Mesures associées des efficacités .....	33
CONCLUSION .....	38
LISTES DES FIGURES .....	40
BIBLIOGRAPHIE .....	41