



HAL
open science

Analyse des effets d'un enseignement fondé sur la recherche de problèmes

Gilles Aldon, Mathias Front, Marie-Line Gardes

► **To cite this version:**

Gilles Aldon, Mathias Front, Marie-Line Gardes. Analyse des effets d'un enseignement fondé sur la recherche de problèmes. Espace Mathématique Francophone, Oct 2018, Paris, France. hal-02346405

HAL Id: hal-02346405

<https://hal.science/hal-02346405>

Submitted on 5 Nov 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ANALYSE DES EFFETS D'UN ENSEIGNEMENT FONDE SUR LA RECHERCHE DE PROBLEMES

ALDON^{1*} Gilles – FRONT^{2**} Mathias – GARDES^{3***} Marie-Line

Résumé – Nos précédents travaux ont mis en évidence la possibilité de mettre en œuvre des situations de recherche en classe et de proposer ainsi une activité mathématique développant le lien entre faire des mathématiques et apprendre des mathématiques. Nous présentons maintenant un projet de méthode visant à comparer des enseignements fondés sur la recherche de problème et des enseignements plus traditionnels.

Mots-clés : Problème de recherche, progression annuelle, évaluation d'un enseignement, dimension expérimentale

Abstract – Our previous work has pointed out the possibility to implement research situations in class and propose a mathematical activity developing the link between to do mathematics and to learn mathematics. Now, we present a method project to compare problem-based learning and more traditional learning.

Keywords: research problems, progression of teaching, evaluate a teaching, experimental approach

I. INTRODUCTION

Le travail présenté dans cette communication a une double origine : d'une part la volonté de chercheurs de fonder théoriquement l'enseignement des mathématiques par les problèmes et d'autre part la nécessité pour des enseignants de répondre aux volontés institutionnelles de développer chez les élèves des compétences générales transférables à des situations diverses. En d'autres termes, comment tisser les liens entre faire des mathématiques qui relève du métier des mathématiciens et apprendre des mathématiques qui relève de l'apprentissage scolaire d'une discipline. Comment ainsi tisser des liens entre ces deux mondes pour que, finalement, les élèves et les étudiants fassent l'expérience dans leur apprentissage d'une rencontre avec les mathématiques dans leur dimension la plus créative ?

« Redonner sens » aux mathématiques et aux sciences, au fait de les enseigner (d'un côté) et de les apprendre (de l'autre), telle est l'une des formulations les plus usuelles du problème d'ensemble auquel l'état de la société et des mathématiques nous confronte aujourd'hui (Chevallard, 2004, p.11).

Les problèmes sont au cœur de la création des mathématiques, au cœur de la construction de savoirs nouveaux. Nous avons donc choisi de revenir dans un premier temps sur ce que peut être une situation didactique ancrée sur l'activité de recherche de problème et d'identifier quelles peuvent être les potentialités de telles situations en termes d'acquisition de compétences et d'apprentissage de savoirs. Dans cette perspective, les SDRP peuvent être considérées comme relevant des « démarches d'enquête et d'investigation », thème central de ce groupe : il s'agit bien, pour les élèves, de mener une investigation sur le problème proposé, par la mise en œuvre d'une démarche (Gardes, 2018), le plus souvent de type expérimental afin de développer à la fois des connaissances et des compétences mathématiques.

Ce point sera l'objet de la première partie de cet article. Mais il s'agit ensuite de voir comment la mise en œuvre de telles situations peut être rendue compatible avec des

¹ * ENS de Lyon, S2HEP, Université de Lyon – France – gilles.aldon@ens-lyon.fr

² ** UCBL Lyon 1, S2HEP, Université de Lyon – France – mathias.front@univ-lyon1.fr

³ *** UCBL Lyon 1, ISCMJ, Université de Lyon – France – marie-line.gardes@univ-lyon1.fr

organisations imposées par un contexte institutionnel. En particulier on peut se poser la question de savoir s'il est envisageable de construire des progressions de classe en appui sur des problèmes de mathématiques permettant de donner du sens à la construction mathématique elle-même. Après avoir proposé une piste dans la deuxième partie, nous rendrons compte dans la troisième partie d'une première expérimentation qui doit permettre de poser les bases d'une étude sur une nouvelle organisation didactique.

II. LES SITUATIONS DIDACTIQUES DE RECHERCHE DE PROBLEME

Le cadre de référence que nous utilisons pour penser et produire des dispositifs permettant aux élèves d'apprendre est le cadre des situations didactiques de Brousseau (1998). Fondamentalement, nous pensons donc nos situations comme :

- des situations didactiques, c'est-à-dire des situations où

le maître cherche à faire dévolution à l'élève d'une situation didactique qui provoque chez lui l'interaction la plus indépendante et la plus féconde possible. [...] L'enseignant est donc impliqué dans un jeu avec le système des interactions de l'élève avec les problèmes qu'il lui pose. (Brousseau, 1998, p. 60).

- des situations d'apprentissage, c'est-à-dire des situations où l'élève fait fonctionner ses connaissances et où la réponse initiale que l'élève envisage à la question posée

doit seulement permettre de mettre en œuvre une stratégie de base à l'aide de ses connaissances anciennes ; mais très vite, cette stratégie devrait se révéler suffisamment inefficace pour que l'élève soit obligé de faire des accommodations, c'est-à-dire des modifications de son système de connaissances, pour répondre à la situation proposée. (Brousseau, 1998, p. 300).

La seule solution pour produire les interactions évoquées ici est de poser un problème à l'élève et de lui permettre de s'y confronter. Il est à noter que ceci sous-entend effectivement que le projet commun de l'enseignant et de l'élève est, avant tout, l'engagement dans la résolution du problème proposé et l'élaboration de résultats au moins partiels. Des situations didactiques de recherche de problèmes peuvent être consultées sur le site DREAM : <http://dreamaths.univ-lyon1.fr/>. Pour aller plus loin nous sommes ensuite amenés à préciser ce que nous attendons par interactions dans l'activité de l'élève confronté à un problème et ceci va caractériser le type de problème que nous considérons. Nous concevons ces interactions dans le cadre du mode empirique de constitution des nouveaux objets mathématiques qui prévaut dans les phases de résolution de problème que nous considérons. Ce mode empirique se traduit dans l'activité de l'élève par des allers-retours entre les objets (au sens large) naturalisés par l'élève, c'est à dire suffisamment familiers pour permettre les validations, et l'(les) objet(s) en cours d'élaboration. Ces allers-retours s'accompagnent de conjectures, vérifications, argumentations, autant d'éléments constitutifs de l'activité mathématique. Autrement dit les problèmes que nous proposons doivent permettre d'observer une dimension expérimentale dans l'activité de recherche de l'élève. Confrontés à des problèmes robustes mais d'appropriation aisée les élèves vont produire des résultats qui vont faire l'objet de débats et de validations. L'exploration du nouvel objet mathématique va ainsi de pair avec la possibilité d'établir de nouvelles connaissances liées à cet objet. Il est alors possible et nécessaire pour l'enseignant de mettre en place une phase d'institutionnalisation des savoirs.

Les temps de présentation des enjeux de l'activité, de familiarisation avec le problème et de dévolution à l'élève par l'enseignant, de recherche individuelle puis collective, de débat, de validation et d'institutionnalisation sont autant de temps caractéristiques de ce que nous appellerons une Situation Didactique de Recherche de Problème (SDRP).

L'équipe DREAM (Aldon et al., 2010) a construit et soumis à l'expérimentation en classe des situations dont les potentialités en termes d'engagement dans une activité à forte dimension expérimentale, d'émergences de conjectures, de résultats partiels propices aux débats puis à l'institutionnalisation sont avérées. Les travaux de Front (2015) et Gardes (2013) mettent en évidence dans ce type de situation des émergences de connaissances mais également de « gestes » caractéristiques de l'activité du chercheur. Reste à savoir comment la mise en œuvre de telles situations peut rencontrer les pratiques enseignantes bordées par les recommandations institutionnelles.

III. SITUATIONS DIDACTIQUES DE RECHERCHE DE PROBLEME ET PROGRESSION

Les programmes français actuels de mathématiques à l'école et au collège présentent les attendus des acquisitions des élèves à partir de six grandes compétences qui sont au cœur de l'activité mathématique : « La mise en œuvre du programme doit permettre de développer les six compétences majeures de l'activité mathématique : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer. » (MEN, 2015, p. 367).

Mais par ailleurs, les connaissances à acquérir restent classées dans des rubriques reposant sur les branches des mathématiques, « nombres et calculs », « Organisation et gestion de données, fonction », « grandeurs et mesure », « espace et géométrie » et « algorithmique et programmation ». Les questions qui se posent alors très naturellement relèvent de l'articulation de cette approche par compétences et de l'approche à partir des connaissances.

La question de l'utilisation dans la classe des situations didactiques de recherche de problème conduit nécessairement à se poser la question de l'articulation de ces compétences et de ces connaissances à acquérir au sein d'une progression. Est-il ainsi envisageable de construire une telle progression de classe (ou de cycle dans les nouveaux programmes français) en détaillant l'année non plus sur des connaissances, nécessairement découpées et sans liens évidents les unes avec les autres, mais plutôt en articulant la progression sur des problèmes de mathématiques permettant de donner du sens à la construction mathématique elle-même. Les SDRP ne visent pas une connaissance précise et en ce sens se démarquent des situations fondamentales de la TSD mais cependant, les concepts mathématiques repérés comme potentiellement constitutifs de la situation permettent de construire des objectifs d'enseignement s'appuyant sur les objets en jeu et permettant d'en créer de nouveaux.

L'hypothèse que nous voulons mettre à l'épreuve de l'analyse et des observations est que les SDRP sont une réponse possible pour organiser la progression en tenant compte de ces deux aspects fondamentaux proposés par les programmes de mathématiques. D'une façon plus générale, les questions qui sont mises à l'épreuve concernent les apprentissages potentiels de savoirs et de savoir-faire qui peuvent être institutionnalisés dans la classe de mathématiques : qu'est-ce qui dans les curricula peut être atteint à travers la mise en œuvre de SDRP ? Qu'est ce qui ne pourra pas être travaillé et devra donc faire l'objet d'un enseignement spécifique ?

La proposition générale de construction d'une progression sur les SDRP s'appuie sur une analyse *a priori* fine des potentialités de chacune des situations. Les savoirs, méthodes et notions utilisables dans une situation particulière constituent le fondement de l'organisation de l'enseignement. Dans chaque SDRP, les analyses tout d'abord mathématiques puis les observations montrent, de façon robuste, que des notions vont être convoquées dans la recherche de la solution. Dans une situation adidactique, les élèves confrontés à la SDRP investissent des concepts mathématiques, les réorganisent et les actualisent dans le but de

résoudre le problème posé. Le contrat didactique fait que la responsabilité de l'enseignement revient au professeur qui doit alors attraper toutes les notions, connaissances, savoir-faire qui sont à l'œuvre dans la situation particulière de sa classe. C'est alors sur ces notions mises en œuvre effectivement que le professeur dans une situation d'apprentissage (en référence à la structuration des milieux de Margolinas (2004)) dans une position de professeur-observateur peut aménager la suite de son enseignement. A partir de ces observations, l'articulation des savoirs et des savoir-faire amène à la structuration de la leçon et des institutionnalisations qui pourront émerger de la SDRP. On voit bien alors la nécessaire analyse *a priori* des SDRP qui permettra cette organisation *a posteriori*.

La progression est alors construite sur les potentiels des SDRP et complétée par tous les apprentissages nécessaires pour la bonne maîtrise des concepts mathématiques du programme.

1. Organisation d'une séquence

Les séquences construites sur une SDRP ont une organisation reposant sur une structure identique :

| | Rôle du professeur | Rôle de l'élève |
|---|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> choix du problème suivant les analyses <i>a priori</i> | Les SDRP embarquent des thèmes généraux en lien avec les programmes. Le professeur choisit le problème en fonction de ces thèmes. | |
| <ul style="list-style-type: none"> séances de recherche du problème | Le professeur organise les temps de recherche, de mise en commun. Pendant les temps de recherche il est observateur du travail des élèves. | Dans une situation adidactique l'élève confronte ses connaissances à la situation. |
| <ul style="list-style-type: none"> organisation des connaissances techniques nécessaires concernant les connaissances effectivement mises en œuvre dans la recherche | Le professeur organise des temps spécifiques portant sur les techniques nécessaires pour affermir les connaissances rencontrées, lors de rituels ou de temps dédiés. | L'élève fait le lien entre les techniques entraînées et les connaissances mises en œuvre dans la recherche. |
| <ul style="list-style-type: none"> Institutionnalisation et traces écrites | Le professeur institutionnalise les connaissances rencontrées et mises en œuvre par les élèves. Les traces écrites sont construites sur ces institutionnalisations. | L'élève organise son savoir à partir de l'institutionnalisation dans une perspective d'auto-évaluation. |
| <ul style="list-style-type: none"> Entraînement et décontextualisation | Le professeur propose des situations d'exercice des connaissances dans de nouveaux contextes dans une perspective d'évaluation formative. Ces situations que l'on a appelées des problèmes de transfert sont plus spécifiquement ciblées sur une connaissance particulière. | L'élève confronte son auto-évaluation avec ses performances sur les notions étudiées. |

Figure 1 – Structure de l'organisation d'une séquence

2. Organisation de l'année

Cette organisation est construite à partir des analyses des SDRP, comme le montre la figure 2 qui correspond à une progression entre les classes de 4^{ème} et de seconde. Les connaissances « fondamentales », en ce sens qu'elles constituent les objectifs d'apprentissage des niveaux considérés, sont mises en lien avec des situations didactiques de recherche de problèmes. Ainsi, proposer une SDRP assure de pouvoir institutionnaliser des connaissances présentes dans les programmes, même si les connaissances rencontrées dépendront de ce que les élèves auront exploré et des mathématiques qu'ils auront rencontrées.

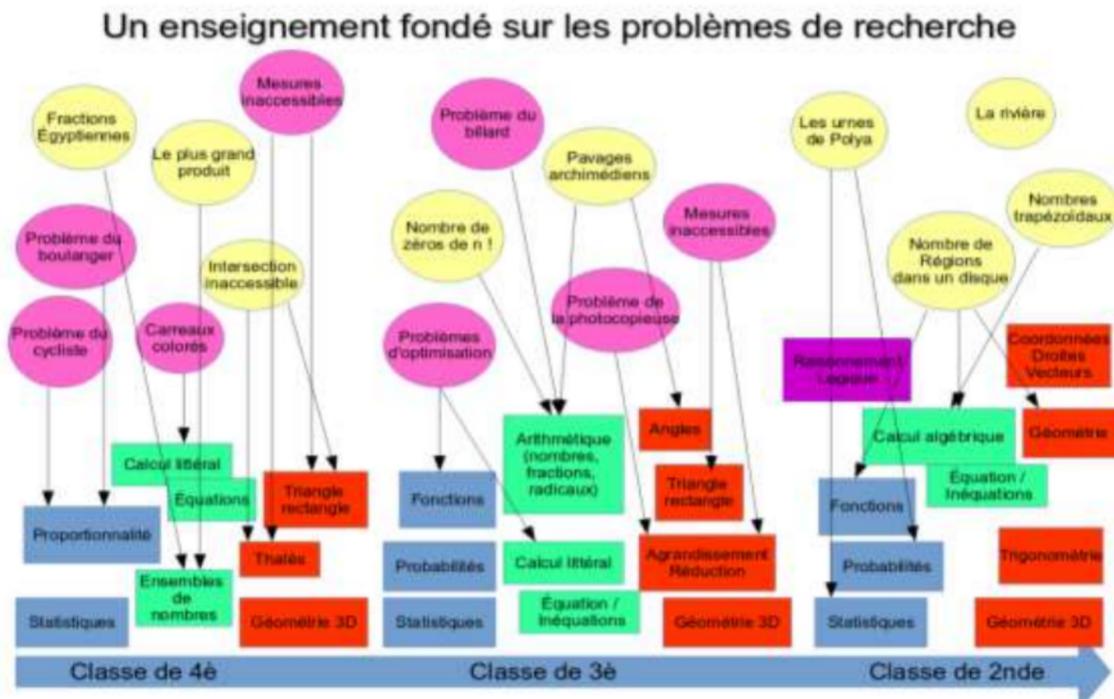


Figure 2 - Mise en relation des problèmes et des connaissances « fondamentales » à acquérir dans le cycle 4

IV. UN PREMIER REGARD CRITIQUE SUR LE DISPOSITIF

En 2017, après trois années de mise en place, par un enseignant de notre équipe de recherche, d'une progression fondée sur la recherche de problèmes en classe de troisième, nous avons mené une première expérimentation pour étudier certains effets du dispositif d'enseignement sur les apprentissages des élèves. Nous voulions étayer l'hypothèse suivante : le travail mathématique engagé dans une progression fondée sur la résolution de problèmes permet aux élèves, non seulement de construire des connaissances et des compétences en résolution de problème, mais également de développer un bagage technique. Cette question est initialement apparue dans notre travail suite à des interrogations des professeurs expérimentant les situations didactiques de recherche de problèmes. Ces interrogations relèvent d'une préoccupation professionnelle dans le contexte institutionnel de l'école et de son objectif de préparer les élèves à une poursuite d'études et de les évaluer sur des connaissances dans les évaluations certificatives de fin d'étude. Mais cette hypothèse est aussi liée au fondement épistémologique de notre travail : les problèmes sont en mathématiques le lieu de création de connaissances nouvelles qui se construisent sur les connaissances naturalisées et sur la mise à l'épreuve de ces connaissances dans des domaines de validité aux bornes des domaines habituellement validés. C'est ainsi une traduction didactique des fondements épistémologiques de notre travail qui nous conduit à cette hypothèse de travail. Sa

validation nous amènerait à mieux préciser la portée didactique des expérimentations en cours.

1. *A la recherche d'une méthodologie*

La première approche a consisté en la comparaison des connaissances et compétences mathématiques - d'un point de vue technique et d'un point de vue résolution de problème - d'élèves de troisième. Pour cela, nous avons construit une évaluation pour la classe comportant trois exercices de nature différente (cf. annexe). Le premier, intitulé *Un peu de technique*, avait pour objectif d'évaluer des connaissances techniques des élèves telles que trouver l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction (cadre numérique et cadre algébrique) ; résoudre une équation du premier degré ou encore déterminer un pourcentage de réduction après deux réductions successives. Ces connaissances sont des attendus de fin de cycle 4 (c'est-à-dire de la fin du collège) et sont systématiquement évaluées au Diplôme National du Brevet (DNB). Le second exercice proposé, intitulé *Le plus grand produit*, est une adaptation d'un problème de recherche proposé par notre équipe (cf. dreamaths.univ-lyon1.fr) où il s'agit de déterminer parmi des sommes, celle dont le produit des termes est maximum. L'adaptation que nous avons faite pour cette première étude était nécessaire pour rendre accessible, dans le cadre d'une recherche individuelle courte, ce problème de recherche. En effet, l'énoncé initial est formulé dans le cadre d'une situation de recherche en groupe, avec échanges entre les élèves et sur un temps plus long. L'objectif de cet exercice est d'évaluer les connaissances et compétences des élèves lors d'une résolution d'un problème de recherche. Enfin, le troisième exercice, *Les pommiers*, est un problème issu des évaluations internationales PISA. L'objectif était double : d'une part évaluer les connaissances et compétences des élèves en résolution de problème mais avec un problème qui ne soit pas « de recherche », et d'autre part avoir un élément de comparaison avec des évaluations internationales.

Cette première étude a eu lieu en juin 2017 dans un collège de la région lyonnaise, auprès de six classes de troisième, soit 157 élèves et 3 enseignants de mathématiques. Chaque enseignant avait deux classes de troisième et tous étaient d'accord pour traiter en parallèle les mêmes thèmes mathématiques du programme de troisième. Un des enseignants, travaillant dans notre équipe de recherche, suivait une progression construite sur les problèmes dans deux de ces classes. Chaque évaluation a été passée en classe sous la surveillance de l'enseignant de mathématique de la classe. Les élèves disposaient de cinquante minutes. Les trois exercices ont été présentés sur trois feuilles séparées pour ne pas induire un ordre de traitement. Il était conseillé aux élèves de ne pas passer plus de 15 minutes sur chaque exercice. Les évaluations ont ensuite été corrigées par les membres de notre équipe de recherche, soit cinq personnes. Nous avons au préalable défini un barème de notation pour chaque exercice pour identifier la justesse des réponses d'une part et l'engagement des élèves dans une démarche de recherche d'autre part.

2. *Résultats de cette première étude*

Nous présentons ci-dessous la réussite des élèves des six classes de troisième à chaque exercice (cf. figure 3). Précisons à nouveau que la « réussite » à un exercice comprend la prise en compte de la justesse du résultat et de l'engagement dans une démarche de recherche de solutions. En ce qui concerne l'exercice 1 – exercice type DNB – la moyenne du groupe est proche de 50%. L'exercice 2 – exercice type problème de recherche – est nettement moins bien réussi, la moyenne étant à 22%. L'exercice 3 – exercice extrait de PISA – est celui qui est le mieux réussi par ces élèves, avec une moyenne à près de 58%.

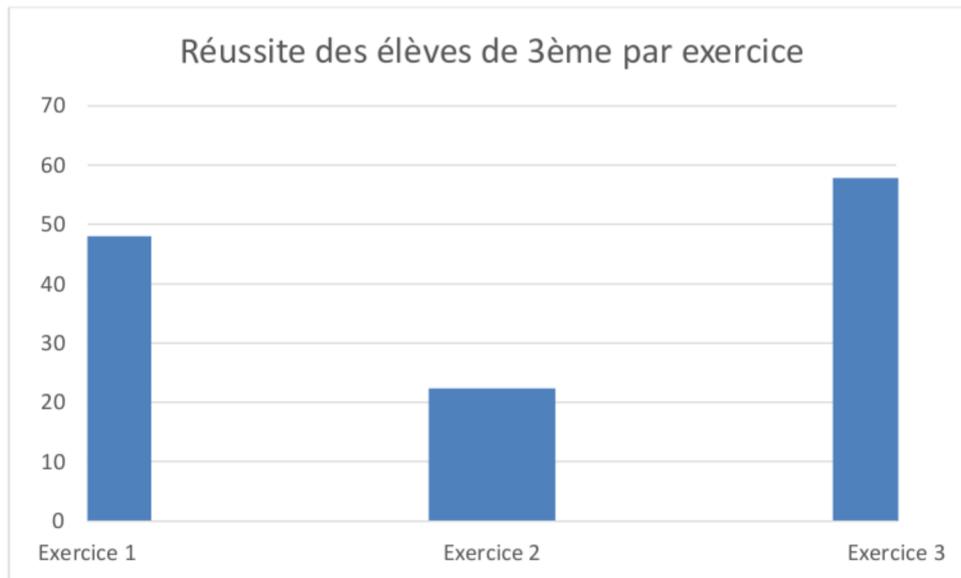


Figure 3 – Diagramme des réussites des élèves de troisième par exercice.

Il apparaît donc nettement que l'exercice 2 est l'exercice le moins bien réussi. Après des échanges entre élèves et enseignants à l'issue de cette évaluation, il s'avère que tous les élèves ont été surpris par la présence d'un exercice type problème de recherche dans une évaluation. Mais cette pré-expérimentation nous a permis de cerner d'autres biais dans lesquels une telle étude comparative pourrait nous conduire. En effet, la comparaison de classes ne peut s'appuyer uniquement sur les résultats d'élèves à des tests en temps limités. D'une part, les profils de classe doivent être préalablement établis pour pouvoir comparer sérieusement des résultats. D'autre part, la nature même du test est à considérer. En effet, en interrogeant les élèves, il est apparu que le sujet proposé qui n'était pas habituel dans une évaluation, a empêché les élèves à se mettre dans une position de recherche. Le contrat didactique portant sur les savoirs « évaluables » doit être au préalable établi par des mises en situation d'évaluation variées permettant aux élèves de savoir se positionner vis-à-vis des énoncés proposés. Ici, le changement de contexte (recherche problème en classe versus évaluation) ne semble pas avoir permis aux élèves d'identifier la nature de l'exercice et donc de mettre en œuvre les éventuelles compétences de recherche de problèmes qui ont pu être construites au cours de l'année. De la même façon, les moments de l'évaluation des élèves devront être pensés pour que cette évaluation puisse être considérée comme une évaluation en cours d'apprentissage et non pas comme une situation en marge de la progression ; en particulier, la date tardive de notre intervention auprès des élèves a discrédité la portée qu'ils pouvaient lui attribuer. Ces premiers résultats nous amènent cependant à poursuivre cette recherche sur les effets d'un enseignement fondé sur la résolution de problèmes et en particulier sur le développement d'une méthodologie qui permettrait de comparer des classes selon la nature de l'enseignement dispensé.

V. CONCLUSION

Nous avons présenté dans cet article les situations didactiques de recherche de problèmes dans une perspective d'une nouvelle organisation didactique de la classe de mathématiques permettant de réconcilier les approches des programmes en partant des connaissances et des compétences. Les premières études nous permettent d'émettre des hypothèses sur le bien-fondé de cette approche qui devront encore être vérifiées par une évaluation du dispositif avec une méthodologie comparative en construction. Cette méthodologie nécessite un ensemble de

données suffisantes pour être représentatives. C'est pourquoi le travail en cours nous conduit à élargir les expérimentations dans un « deuxième cercle » de professeurs qui ont choisi d'expérimenter dans leurs classes cette nouvelle approche. Nous disposerons alors d'un panel suffisamment conséquent pour développer une méthodologie quantitative, basée sur la comparaison de classes selon la nature de l'enseignement dispensé, pour obtenir des conclusions fiables sur des effets d'un enseignement fondé sur la résolution de problèmes.

REFERENCES

- Aldon G., Cahuet P.-Y., Durand-Guerrier V., Front M., Krieger D., Mizony M., & Tardy C. (2010) *Expérimenter des problèmes de recherche innovants en mathématiques à l'école*. Cédérom INRP.
- Brousseau G. (1998) *Théorie des Situations Didactiques*. La Pensée Sauvage.
- Chevallard Y. (2004) La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire : transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. In *Actes de la 3^{ème} Université d'été Animath*, Saint-Flour (Cantal), 22-27 août 2004, http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_place_des_mathematiques_vivantes_a_u_secondaire.pdf (consulté le 10 décembre 2017)
- Front M. (2015) *Émergence et évolution des objets mathématiques en Situation Didactique de Recherche de Problème : le cas des pavages archimédiens du plan*. Thèse de doctorat, l'Université de Lyon.
- Gardes M.-L. (2013) *Étude de processus de recherche de chercheurs, élèves et étudiants, engagés dans la recherche d'un problème non résolu en théorie des nombres*. Thèse de doctorat, Université de Lyon.
- Gardes M.-L. (2018) Démarches d'investigation et recherche de problèmes. In Aldon, G. (Ed.), *Le rallye mathématique dans la classe : un jeu très sérieux* (p. 73-96). Canopée-IREM de Lyon.
- Margolinas C. (2004) *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques* (Habilitation à diriger des recherches, Université de Provence-Aix-Marseille I, France).
- MEN (2015) *Bulletin officiel spécial*, n°11, 26 novembre 2015.

ANNEXE

Exercice 1 - Un peu de technique. Les questions (1), (2) et (3) sont indépendantes.

1. On considère deux fonctions f et g .

1. Voici l'expression algébrique de f : $f(x) = 3x - 5$

2. Voici un tableau de valeur de g :

| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|------|----|----|---|---|---|
| g(x) | 5 | 2 | 1 | 2 | 5 |

1. Quelle est l'image de 7 par la fonction f ?
2. Quel(s) est(sont) le(s) antécédent(s) de -2 par la fonction f ?
3. Quelle est l'image de 1 par la fonction g ?
4. A partir du tableau de valeurs précédent, peux-tu dire quel(s) est(sont) le(s) antécédent(s) de 2 par la fonction g ?
2. Résoudre l'équation suivante : $5(x - 3) = 4 - (x + 2)$
3. Pendant les soldes, un magasin d'informatique propose d'abord une première réduction de 30% sur l'ensemble de ses produits puis une seconde réduction de 15 % sur l'ensemble des prix déjà soldés. Quel serait le pourcentage d'une réduction unique équivalente aux deux réductions successives ?

Exercice 2 - Le plus grand produit.

Le nombre 5 peut se décomposer de plusieurs façons comme la somme d'entiers. Par exemple :

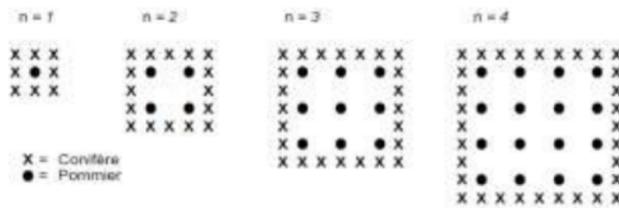
$$5 = 4 + 1 \text{ ou } 5 = 1 + 1 + 1 + 2$$

1. Pour la première ($5 = 4 + 1$), le produit des termes est $4 \times 1 = 4$
2. Pour la seconde ($5 = 1 + 1 + 1 + 2$), le produit des termes est $1 \times 1 \times 1 \times 2 = 2$

Parmi toutes les sommes dont le résultat est 5, trouvez la (ou les) décomposition(s) dont le produit des termes est le plus grand. Et si on recommence avec un autre nombre (différent de 5), quelle est la décomposition qui donnerait le plus grand produit ? Comment trouver cette décomposition ?

Exercice 3 - Les pommiers.

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres contre le vent, il plante des conifères tout autour du verger. Vous pouvez voir ci-dessous un schéma présentant cette situation, avec la disposition des



pommiers et des conifères pour un nombre (n) de rangées de pommiers :

Question 1 :

Complétez le tableau :

| n | Nombre de pommiers | Nombre de conifères |
|---|--------------------|---------------------|
| 1 | 1 | 8 |
| 2 | 4 | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |

Question 2 :

Il existe deux expressions que vous pouvez utiliser pour calculer le nombre de pommiers et le nombre de conifères dans cette situation :

- n^2 pour le nombre de pommiers
- $8n$ pour le nombre de conifères

où n est le nombre de rangées de pommiers.

Il existe une valeur de n pour laquelle le nombre de pommiers est égal au nombre de conifères. Trouvez cette valeur de n et expliquez votre méthode pour la déterminer.