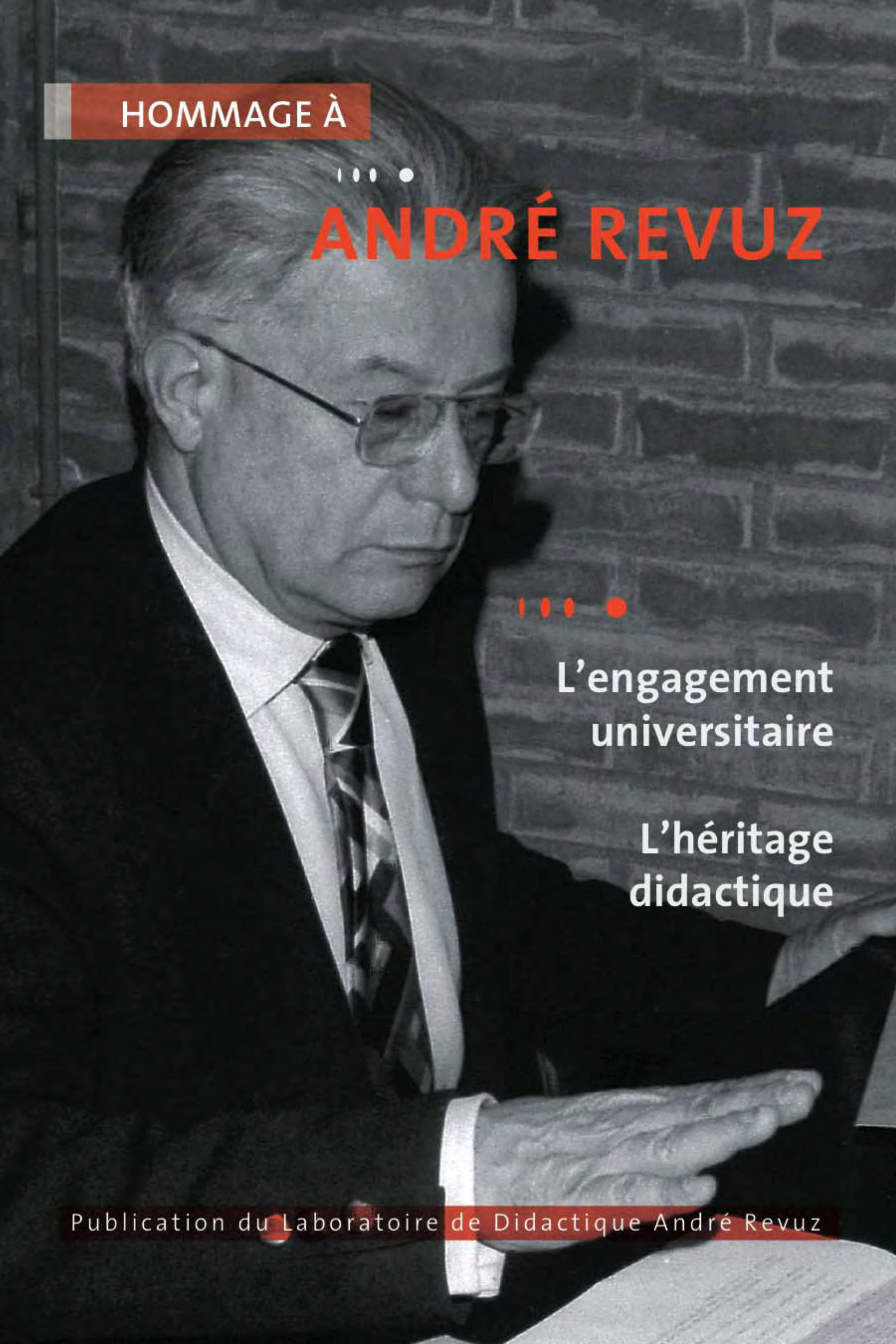
Hommage à André Revuz

François Colmez, Cécile de Hosson, Joëlle Pichaud, Aline Robert



HOMMAGE À

ANDRÉ REVUZ

L'engagement universitaire

L'héritage didactique

Publication du Laboratoire de Didactique André Revuz

HOMMAGE À

ANDRÉ REVUZ

« Les méthodes nouvelles qui ont pris tant de développement, tendent à se répandre et à triompher. Ces méthodes consistent non plus à dicter comme un arrêt la règle à l'enfant, mais à la lui faire trouver. Elles proposent avant tout d'exciter et d'éveiller la spontanéité de l'enfant pour en surveiller et diriger le développement normal, au lieu de l'emprisonner dans des règles toutes faites auxquelles il ne comprend rien. »

Jules FERRY, Discours du 2 avril 1880

André Revuz a souvent cité ces paroles de Jules Ferry : elles étaient représentatives du sens de sa démarche didactique, qui avait incontestablement trouvé son origine dans ses attentes d'élève… non satisfaites.

Ce livre accompagne la journée d'hommage à André Revuz organisée le 26 mars 2010 à l'université Paris Diderot – Paris 7.

Il a pour objectif de donner divers éclairages sur son action à l'intérieur et à l'extérieur du cadre universitaire et d'illustrer l'héritage qu'il nous laisse : ainsi, les hommages et témoignages voisinent avec des éléments biographiques, bibliographiques, des notes manuscrites et des textes écrits par André Revuz. Il contient également les exposés présentés le 26 mars 2010, qui se situent dans les prolongements scientifiques actuels de questions didactiques qu'André Revuz a contribué à faire émerger.

Nous espérons avoir réussi à esquisser les aspects significatifs de la pensée et de l'action d'un homme en questionnement jusqu'à ses derniers jours.

Nous remercions chaleureusement tous ceux qui ont contribué à cette réalisation, prochainement disponible en ligne sur le site du laboratoire.

Le comité de rédaction
François Colmez, Cécile de Hosson, Joëlle Pichaud, Aline Robert

Table des matières

L'Université est la source la plus importante de la connaissance : si elle se tarit, ce ne sont pas de simples satisfactions intellectuelles qui seront perdues, mais la dignité et l'esprit de tous et en premier de ceux qui n'auront jamais compris son rôle.

André REVUZ

7 mai 2005 – Université de Lens[1]

[1] Conférence « Après 55 siècles d'enseignement des mathématiques, que sera le 56ème ». En ligne à : http://iremp7.math.jussieu.fr/videos/andre_revuz_un_siecle_denseignement_des_mathematiques

Hommages

André Revuz est décédé le 27 octobre 2008.
Le lendemain, la présidence de son université lui rendait hommage.

Communiqué de la Présidence de l'université Paris Diderot

le 28 octobre 2008

Le président Guy Cousineau et son équipe ont la tristesse de vous faire part du décès d'André REVUZ, survenu le 27 octobre.

Membre fondateur de l'Université Paris 7, à laquelle il était resté extrêmement attaché même après sa retraite, André Revuz a été un enseignant de mathématiques remarquable, n'hésitant pas à éclairer son cours de commentaires généraux, contribuant à faire comprendre à ses étudiants le sens de ses chères mathématiques. Il pourfendait avec rage la tendance à enseigner les mathématiques, notamment au lycée, comme une sorte de dogme, une sorte de catéchisme comme il disait parfois avec tristesse.

Dans les années 70, il participe pleinement à la réforme des mathématiques modernes, conçue pour renouveler et démocratiser l'enseignement des mathématiques, même si la réalisation n'a pas tenu ces promesses. Dans la foulée, et convaincu qu'il était de l'impérieuse nécessité de former les enseignants à cette nouvelle manière d'aborder les mathématiques, il est à l'origine de la création des IREM (Institut de Recherche à l'Enseignement des Mathématiques), un par académie. Il a brillamment impulsé l'IREM de Paris à ses débuts, quand, grâce à lui notamment, l'importance de la formation était reconnue et encouragée par des décharges pour les enseignants. La ruche des premières années s'est un peu vidée, faute de soutiens financiers suffisants, mais les IREM continuent, contre vents et marées, à prendre leur place dans l'action pour un enseignement des mathématiques de qualité pour tous.

L'exceptionnelle ouverture d'esprit d'André Revuz l'a amené à encourager des recherches complètement nouvelles, sur l'enseignement des mathématiques : il a contribué à développer le DEA de didactique des disciplines à l'Université Paris 7, et il a, dans les années 80, dirigé les premières thèses d'état de didactique des mathématiques, dont celles de Michèle Artigue, Régine Douady, Marie-Jeanne Perrin et Aline Robert. Il a ainsi pris le risque de se voir critiquer par des collègues alors peu convaincus du bien fondé et de l'utilité de cette démarche.

Il a continué jusqu'au bout à s'intéresser à tout ce qui peut améliorer l'enseignement des mathématiques, dénonçant les programmes, critiquant la baisse des horaires, luttant pour une union avec les physiciens, regrettant l'érosion de la formation des enseignants, appréciant les avancées des recherches.

Convaincu qu'il fallait favoriser les échanges entre les disciplines scientifiques, il est à l'origine en 2002 de la constitution du collectif « ActionSciences » qui rassemble une quinzaine d'associations de professeurs et de sociétés savantes représentatives des différents domaines scientifiques. Il écrivait encore dans le courrier des lecteurs de Plot de mars 2008 pour souligner l'intérêt d'un article décrivant un enseignement associant les élèves à la découverte de certains résultats. Sa dernière phrase est hautement symbolique d'un questionnement permanent, vraiment exceptionnel et de sa quête presque angoissée des moyens d'enseigner largement les mathématiques : « Comprenons-nous bien ce que veut dire comprendre ? »

Amoureux de la montagne, peut-être par atavisme savoyard, dès que les circonstances le lui permirent, il entreprit une carrière d'alpiniste et réalisa un certain nombre de belles courses dans le massif du Mont-Blanc.

Amateur de musique, André Revuz a présidé pendant une dizaine d'année aux destinées de l'Ensemble Vocal et Instrumental Arpège. Affirmant bien haut ne pas avoir été choisi pour ses capacités musicales, il a fait avec constance progresser l'association en insistant sur les « plaies » des ensembles amateurs : les difficultés de recrutement et surtout la quantité de travail.

Sa culture, son expérience, sa vision du monde et des hommes, son humour, ont apporté beaucoup à tous ceux qui l'ont approché.

Notre université s'est constituée autour de personnalités exceptionnelles, toutes plus ou moins en rupture avec les traditions trop compassées ou trop étroitement disciplinaire des anciennes facultés, toutes passionnées à la fois par l'excellence scientifique, la synergie des savoirs et leur transmission. André Revuz fut l'une de ces personnalités. Jusqu'à très récemment, il a participé avec sympathie et ferveur à différentes manifestations organisées par notre université sur son nouveau site de PRG. L'année dernière, lors d'un exposé[2] mémorable à l'IREM il a soulevé l'enthousiasme du public par son engagement, toujours renouvelé, au service des Mathématiques et de leur transmission. Avec la disparition d'André Revuz, notre université perd l'un de ses meilleurs maîtres.

Inauguration du LDAR le 12 juin 2009

Le Laboratoire de Didactique André REVUZ [3] est né en 2009 de l'association des deux équipes de recherche en didactique de l'Université Paris Diderot : Equipe Didirem (didactique des mathématiques) d'une part et LDSP (didactique des sciences physiques et chimiques), d'autre part. Il bénéficie d'un double rattachement UFR de physique / UFR de mathématiques de l'Université Paris Diderot.

Les activités de l'équipe concernent la didactique des mathématiques, de la physique et de la chimie. L'équipe développe dans ce domaine des recherches de type fondamental et appliqué, liées aux rapports entre enseignement et apprentissage de contenus d'enseignement précis ou liées à des questions didactiques plus transversales. Mais elle a aussi à faire face à d'importantes demandes de formation : formation de chercheurs mais aussi formation de formateurs et d'enseignants.

Le Laboratoire de Didactique André Revuz regroupe une quarantaine d'enseignants-chercheurs de diverses institutions. Il accueille une trentaine d'étudiants en thèse et des chercheurs post-doctoraux.

---

[2] http://iremp7.math.jussieu.fr/videos/1945_1980_une_periode_dintenses_discussions_sur_lenseignement_des_mathemati/

[3] http://www.lar.univ-paris-diderot.fr/

Allocution de François Colmez

Directeur de l'IREM de 1982 à 1985

L'IREM a été créé en janvier 1969 à l'Université Paris 7. Il a commencé à fonctionner, sous la direction d'André Revuz, dès le mois d'octobre 1968 alors que ces deux entités n'avaient pas encore de réalité légale. L'IREM disposait de deux pièces prêtées par les physiciens, tour 23.

André Revuz obtint des modifications dans la construction du troisième étage de l'aile 55/56, et c'est là que l'IREM a emménagé en janvier 1969, avec au départ beaucoup de matériel de récupération donné par le rectorat.

La tâche prioritaire était le « recyclage » des professeurs de mathématiques de Collège qui devaient enseigner les programmes nouveaux élaborés par la commission Lichnérowicz.

Une soixantaine de centres ont été ouverts dans différents établissements de l'Académie de Paris (alors la seule pour la région parisienne). Outre les assistants de l'Université qui, travaillant l'année précédente en préparation à l'agrégation sous la direction d'André Revuz, l'avaient suivi à l'IREM, les animateurs étaient une vingtaine de professeurs membres de l'APMEP détachés à mi-temps à l'IREM et une cinquantaine d'agrégibles. (Les « agrégibles » étaient une grosse majorité des admissibles à l'agrégation qui avaient refusé de passer l'oral et avaient négocié avec le ministre Edgar Faure une année de formation professionnelle, soutenus par André Lichnérowicz, le doyen de l'Inspection Générale André Magnier et André Revuz. Ils avaient fortement pesé dans la décision de création des trois premiers IREM de Paris, Strasbourg et Lyon).

Le recrutement des animateurs est révélateur de la manière de procéder d'André Revuz : faire appel aux membres de ses différents réseaux de relations qu'il jugeait compétents et leur faire confiance pour organiser le travail sous sa direction.

Il avait déjà procédé de la sorte quand il patronnait, avec l'aide de G.Th. Guilbaud, les émissions de mathématiques à la télévision scolaire. A l'IREM, il a favorisé l'installation d'un studio d'enregistrement et l'achat de matériel plus léger pour aller dans les classes.

André Revuz connaissait beaucoup de monde :
- des camarades de l'ENS et des collègues universitaires qui, comme lui, voulaient moderniser l'enseignement des Mathématiques ;
- des membres de l'APMEP, association dont il avait été président en 1960 et au sein de laquelle il avait fait dans les années 60 un énorme travail d'information sur les mathématiques actuelles ;

- de nombreuses relations internationales qu'il s'était faites au sein de la Commission pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM) créée en 1950 et de la Commission Internationale de l'Enseignement des Mathématiques (CIEM) où, à cette époque, il secondait activement le président Hans Freudenthal.

André Revuz avait antérieurement participé au Colloque de Royaumont, au colloque d'Athènes et au colloque d'Amiens.

Il a convaincu Hans Freudenthal d'organiser des congrès internationaux sur l'enseignement des mathématiques indépendamment des congrès des mathématiciens. C'est Maurice Glaymann avec l'équipe de l'IREM de Lyon qui a organisé le premier en 1969.

André Revuz a largement fait profiter les animateurs de ses relations en invitant des collègues étrangers à l'IREM, pour des conférences ou des séjours de travail. La figure la plus marquante en a été Sofia Krykovska de Cracovie.

Les deux autres IREM (Strasbourg et Lyon) ont connu des démarrages analogues à celui de Paris. Dès la première année, une réunion de tous les animateurs des IREM existant s'est tenue à Paris. C'est au cours de cette réunion que l'idée de réseau des IREM s'est dégagée et que les premières commissions inter-IREM se sont créées.

Le début des IREM s'est fait dans une joyeuse anarchie administrative, tout à fait contraire aux habitudes. Un organisme de gestion des moyens et de décision concernant la création des nouveaux IREM a été créé au sein du ministère : la commission nationale des IREM présidée par André Lichnérowicz ; elle regroupait les chefs de service du ministère concernés et les directeurs des IREM au fur et à mesure des créations. Les colères d'André Revuz y étaient célèbres, mais redoutées et efficaces.

André Revuz avait suivi de près les expérimentations des nouveaux programmes de Collège lancées par la commission Lichnérowicz et il avait constaté que, si les expérimentations menées par des professeurs enthousiastes et compétents réussissaient toujours, la généralisation laissait à désirer. D'où la nécessité de recherches pédagogiques.

Comme dans les premières années les IREM ont bénéficié de gros moyens, il n'hésitait pas à encourager les initiatives qui lui semblaient dignes d'intérêt. Les commissions inter-IREM jouaient le rôle d'évaluateurs.

En quelques années, les recherches prennent une tournure scientifique et André Revuz y contribue en patronnant les premières thèses de Didactique des mathématiques.

Mais André Revuz ne s'intéressait pas seulement aux Mathématiques. Il a encouragé soit en y participant, soit en donnant des moyens, l'essor de recherches interdisciplinaires avec le Français, la Biologie, la Géographie,… et surtout la Physique.

En tant que directeur du CPR, il avait organisé un enseignement complémentaire pour les IPESiens en mathématiques ; mais il avait aussi demandé à Pierre Gréco, spécialiste de psychologie cognitive, de faire un cours hebdomadaire et cet amphi était toujours plein.

Dans ses dernières années d'enseignement, il avait réuni avec le Physicien Jean Matricon une équipe d'enseignants de Mathématiques et de Physique pour organiser un enseignement intégré math-physique dans une section expérimentale de DEUG.

On doit être reconnaissant à André Revuz d'avoir créé l'IREM de Paris et d'en avoir fait un creuset où se côtoyaient des enseignants et des chercheurs de diverses origines et qu'il savait écouter et encourager.

Allocution d'André Deledicq

Directeur de l'IREM de 1979 à 1982

Chers amis et collègues. C'est vraiment un grand plaisir de participer aujourd'hui à l'inauguration d'un Laboratoire prenant le nom d'André Revuz.

Car André Revuz aimait les mathématiques et voulait qu'on les enseigne bien.

On avait l'impression qu'il considérait comme un devoir moral et impérieux de partager, d'échanger et de défendre inlassablement la qualité du dialogue qu'il avait avec les autres.

Il ne voulait pas transiger sur la qualité de l'éducation et ne supportait pas les manquements à l'intelligence qu'il pointait avec constance et passion ; cela le mettait en colère, mais c'était presque toujours une saine colère.

Il a mis sur la voie un nombre impressionnant d'entre nous, des jeunes « agrégibles » de 68 à tous ceux qu'il a entraînés dans la grande aventure des IREM.

Car il savait mettre sur la voie ; par son enthousiasme, par sa rigueur intellectuelle, par sa disponibilité et son humanité. On pouvait être en désaccord avec lui, il acceptait toujours le débat, il réfléchissait honnêtement et il faisait réfléchir. Sans lui, beaucoup d'entre nous ne seraient pas ce qu'ils sont ; il nous a vraiment « formés », un peu à son image, un peu contre son image, à la façon d'un vrai maître qui respecte l'élève et qui sait lui montrer l'exemple sans lui imposer l'imitation.

J'ai eu le privilège d'être son successeur ; j'ai eu la chance qu'il m'accompagne de ses conseils et de ses soucis, qu'il me laisse faire mes essais et mes erreurs, qu'il me donne la leçon qu'il savait si bien donner, celle qui est de mettre sur la voie en suggérant : « vas-y, nous disait-il,… si tu le fais avec rigueur et intelligence, tu ne risques que quelques erreurs,… ce n'est rien, tu auras toujours appris quelque chose… »

Cette façon de solliciter l'intelligence des autres, pour qu'ils trouvent eux-mêmes la voie, il prenait le plus grand plaisir à la mettre en œuvre avec les enfants : combien de fois l'avons-nous vu, dans une classe, incitant les élèves à s'engager et à avancer leurs idées, avec leurs armes à eux, pour traquer la contradiction et pour essayer d'aboutir à un accord collectif !

Cette attention aux jeunes qui apprennent, cette foi dans la valeur de la réflexion et de la rigueur intellectuelle des enseignants, je suis sûr que, grâce à tout ce qu'il a montré et écrit et dans le respect de sa mémoire toujours vivante, elles nourriront les activités et les recherches du Laboratoire André Revuz.

Allocution de Régine Douady

Directrice de l'IREM de 1988 à 1999

la liberté est pour la Science ce que l'air est pour l'animal ;
privée de liberté,
elle meurt d'asphyxie comme un oiseau privé d'oxygène.
Et cette liberté doit être sans limite.

H. Poincaré

Liberté d'initiative, liberté pour monter et réaliser nos projets, voilà ce qu'André Revuz a offert aux chercheurs sous sa responsabilité. Cette confiance qu'il nous a accordée, il l'a accompagnée des moyens adéquats. L'institution des IREM, creuset de la didactique, leur essor est en grande partie l'œuvre d'André Revuz, l'expression de l'un de ses combats et de ses engagements courageux pour adapter et améliorer l'enseignement des mathématiques dans une école en transformation tant au niveau obligatoire qu'au niveau post-obligatoire et notamment à l'université et dans la formation des enseignants.

Homme de science et de culture, il était conscient que les mathématiques avaient une histoire et ne pouvaient pas vivre isolées sur elles-mêmes. Il a favorisé et effectivement ouvert à l'IREM de Paris 7 qu'il a dirigé pendant de nombreuses années des groupes math-physique, math-musique, math-français, histoire des maths.

Homme professionnel d'envergure, exigeant et sans complaisance sur le plan scientifique, il était dans la vie amical et chaleureux. Il savait créer autour de lui une atmosphère où l'on travaillait avec enthousiasme et bonne humeur. André Revuz restera longtemps dans nos têtes et dans nos cœurs.

Allocution de Marie-Jeanne Perrin-Glorian

Ancienne directrice de l'équipe DIDIREM

Beaucoup de choses ont été dites, auxquelles je m'associe et je voudrais y ajouter un témoignage personnel.

Parmi les enseignants que j'ai eus dans ma jeunesse, il y en a trois qui m'ont marquée et ont sans doute eu une grande influence sur ma vie professionnelle et, par là, sur ma vie tout court ; ils m'ont montré la voie et je leur en suis très reconnaissante. D'abord mon institutrice du cours moyen qui a suggéré à mes parents de m'envoyer en 6ème au lycée Fénelon à Lille plutôt que dans le cours complémentaire du chef-lieu de canton voisin et qui m'avait si bien préparée pour cela. Ensuite, mon professeur de mathématiques de quatrième, Madame Moeglin, qui était vraiment passionnée et passionnante et a fait aimer les mathématiques à toute la classe ; elle a sûrement joué un rôle pour que je choisisse les mathématiques plutôt qu'une autre matière. Enfin André Revuz qui faisait les cours de Maths I à l'ENSJF quand j'y étais élève et qui, aussi bien par son enseignement tellement vivant que par sa passion et son engagement pour l'amélioration de l'enseignement des mathématiques, a sûrement eu aussi une influence pour toute la suite de ma carrière et mon engagement en didactique.

Je sortais de Sèvres en 1968 avec un écrit d'agrégation et pas d'oral, une de ces « agrégibles » dont a parlé André Deledicq, et André Revuz, qui lançait l'IREM de Paris avant sa création officielle en 1969, nous a engagées, Florence Duchêne et moi, pour faire ce qu'on appelait alors le recyclage des professeurs de lycée et écrire des brochures à leur intention. Florence et moi nous intervenions au lycée Henri IV avec Monsieur Crozes, un personnage lui aussi mais dans un tout autre genre. J'avais à peine 22 ans et évidemment aucune expérience d'enseignement mais Revuz nous rassurait : « vous ne connaissez pas les élèves mais les professeurs les connaissent et ils savent enseigner ; vous, vous connaissez les espaces vectoriels et les espaces affines. En travaillant ensemble, vous allez tous apprendre quelque chose ». On était alors pleins de confiance et d'enthousiasme. Je me souviens du petit groupe des débuts de l'IREM entre 1968 et 1970 avec F. Colmez, J. Celeyrette, J. Grappy, J. Adda. Tout était à construire. On avait des réunions toutes les semaines et des discussions animées. C'était vraiment porteur, surtout pour une débutante. Chacun contribuait à la construction de l'IREM. Revuz était vraiment très proche, il prenait l'avis de tous, écoutait et discutait avec tout le monde.

Ensuite, bien plus tard, quand je me suis décidée à faire une thèse, à un moment où on avait déjà beaucoup tempéré l'enthousiasme des débuts et où on cherchait à comprendre un peu mieux le fonctionnement de la classe et du système d'enseignement, plus complexe qu'on ne l'avait prévu, il m'a toujours encouragée et soutenue, même si mon travail sur les aires m'amenait à poser des questions sur des choix concernant les grandeurs qu'il avait défendus dans les programmes de 69. Mais, en fait, c'était ce qu'il m'avait appris lui-même qui me faisait poser ces questions. Je me souviens qu'il disait alors (en 68-69) : « il faudrait distinguer trois choses, les objets, les grandeurs et les mesures mais c'est trop complexe pour l'enseignement alors on a choisi d'identifier les grandeurs et les mesures ». C'est en effet le choix de la collection Queysanne Revuz rouge. Mais si l'on regarde la collection précédente, la bleue, sortie un peu avant 1968, toutes les distinctions sont faites et je pense que cette collection là serait actuellement encore un excellent outil de formation pour les professeurs.

Par la suite, il a toujours continué à s'intéresser à l'enseignement des mathématiques et au développement de la didactique. Daniel (Perrin), qui n'est pas avec nous aujourd'hui parce qu'il est à Lyon, lui aussi, m'a raconté qu'après la publication du rapport Kahane sur la géométrie, Revuz est venu le voir dans son bureau à Orsay pour en discuter avec lui, toujours aussi passionné à près de 90 ans.

Il a marqué l'enseignement des mathématiques en France pendant au moins un demi-siècle. S'il ne se considérait sans doute pas lui-même comme un didacticien, il en a formé un grand nombre, en particulier dans l'équipe et c'est un honneur pour nous de donner son nom à notre nouveau laboratoire et aussi une manière de le garder avec nous.

Allocution de Michèle Artigue

Directrice de l'IREM de 1985 à 1988 puis de 1999 à 2004

Comme plusieurs de celles qui ont pris la parole aujourd'hui, j'ai été élève d'André Revuz à Sèvres et c'est donc d'abord le professeur qui m'a impressionnée comme il a impressionné des générations successives d'étudiants. Quand j'ai été recrutée à l'Université Paris 7, en 1969, très vite il m'a proposé de rejoindre l'IREM et je me suis trouvée ainsi engagée dans les aventures de la réforme des mathématiques modernes. Sa force de conviction était irrésistible pour la jeune enseignante que j'étais à l'époque, il me donnait l'impression que tout était possible. La réalité m'a vite rattrapée. Puis, il nous a proposé à François Colmez, Jacqueline Robinet et moi d'organiser l'enseignement des mathématiques dans l'école expérimentale élémentaire dont il avait obtenu la création près de Melun. C'est dans ce contexte que j'ai effectué grâce à lui mes premiers pas dans la recherche didactique alors émergente. C'est à lui que je dois de m'être engagée dans cette voie. Il m'y a toujours soutenue comme il a soutenu tant d'autres jeunes chercheurs, nous encourageant tout en nous laissant la pleine responsabilité de nos choix scientifiques, sans chercher à les influencer. Je lui en suis profondément reconnaissante.

André Revuz, c'est aussi pour moi l'aventure de la section expérimentale math-physique de DEUG, portée par lui pour les mathématiques et par Jean Matricon pour la physique, les réunions hebdomadaires pour tester les projets d'amphi communs, les tests math-physique, les projets. Je ne me serais pas lancée avec Laurence Viennot et d'autres dans une recherche didactique sur les procédures différentielles et intégrales en mathématiques et en physique si l'amphi sur les différentielles n'avait pas été, dans cette aventure, le seul amphi commun que nous n'avons pas réussi à mener à bien. Je pense qu'il serait heureux aujourd'hui de nous voir mathématiciens et physiciens réunis au sein d'une même équipe. Attacher son nom à ce laboratoire en est encore plus justifié.

Plus récemment, j'ai découvert une autre facette de la vie professionnelle d'André Revuz. Il a été en effet de 1967 à 1970, membre du comité exécutif de la Commission internationale de l'enseignement des mathématiques, connue sous le sigle d'ICMI. Il l'a été à une époque particulièrement importante pour cette institution, celle de sa renaissance sous la présidence d'Hans Freudenthal dont il a été alors le plus proche collaborateur au sein de l'exécutif. Comme il l'a rappelé lors de l'entretien que j'ai eu avec lui, à la fin de 2007, pour préparer le centenaire d'ICMI, il s'agissait pour ICMI de s'affirmer par rapport à l'institution mère qu'était l'Union mathématique internationale, et de faire reconnaître le champ de l'éducation mathématique comme un champ de recherche et de pratique à part entière. C'est pendant son mandat que le premier congrès ICME a été organisé à Lyon en France, que la revue Educational Studies in Mathematics a été créée, que les liens avec l'UNESCO se sont renforcés. Comme présidente de l'ICMI, j'y suis bien sûr particulièrement sensible.

Enfin, ce que je retiens aussi d'André Revuz, c'est la capacité à s'indigner devant tout ce qu'il ressentait comme une attaque à la qualité de l'enseignement des mathématiques, une capacité d'indignation qui pouvait se traduire par des colères véhémentes, et qu'il n'a jamais perdue comme en témoigne son engagement dans le collectif Actions Sciences alors même qu'il approchait les 90 ans. Cette capacité a toujours forcé mon admiration. J'espère que le choix de son nom pour ce laboratoire inspirera ses membres et qu'ils auront à cœur de marcher sur ses traces.

Allocution de René Cori

Directeur de l'IREM de 2004 à 2009

lue par Christophe Hache
Actuel Directeur de l'IREM

Chers collègues, chers amis,

Je suis vraiment désolé de ne pas être parmi vous pour le baptême du laboratoire André Revuz. Je me trouve à Lyon pour des réunions du réseau des IREM consacrées en grande partie à la formation continue des enseignants.

C'est un sujet important et un sujet qui fut cher à André Revuz.

Celui-ci a été il y a une quarantaine d'années le chef d'orchestre d'un énorme plan de formation destiné à répondre aux besoins urgents créés par la massification brutale de la population scolaire et par la véritable révolution que fut (quoi que l'on pense de sa pertinence) l'introduction des maths dites « modernes ».

Encore étudiant, j'ai participé à ce mouvement avec le grand enthousiasme que Revuz communiquait immanquablement à tout le monde. Il le faisait avec sa forte personnalité (qui ne se souvient de ses colères aussi fortes que brèves !) mais avec une conviction qui emportait l'adhésion.

Nous avons sans doute commis beaucoup d'erreurs : je ne puis oublier que, encouragé par les excellents cours de Marie-Jeanne Perrin, j'ai entrepris sans la moindre hésitation d'expliquer les axiomes de la théorie des ensembles de Zermelo-Fraenkel à une cinquantaine de professeurs de tous les pays d'Afrique francophone venus à Sèvres en stage de recyclage qui, avec beaucoup de gentillesse, m'ont assuré que cela les avait passionnés ! Oui, nous avons parfois fait fausse route, mais cette énergie que Revuz nous injectait fut un élément essentiel.

Quel contraste avec la situation actuelle !

L'enseignement des maths n'est plus sujet aux procès en divagation et la massification est devenue une banalité. Pour autant, les principes qui guidaient les « innovateurs » d'il y a quarante ans sont loin d'être obsolètes. Et, surtout, la nécessité d'une formation continue ambitieuse et touchant véritablement tous les enseignants est plus que jamais d'actualité, bien qu'elle soit, hélas, quasi absente de tous les débats en cours.

Je penserai certainement à Revuz lors de nos discussions à Lyon. Je me souviendrai de la première fois que je suis entré dans son bureau du 3e étage de la tour 56.

Je me souviendrai de l'émotion qui était palpable dans la salle 0C05 lorsque Revuz a eu la gentillesse de venir faire une conférence, magistrale, un mercredi de novembre 2006 (elle est en ligne sur le site de l'IREM). Je penserai aussi pour la n+1$^{\text{ième}}$ fois que, décidément, il y a eu une sacrée incongruité à ce que j'occupe pendant deux ans les mêmes fonctions à la tête de l'IREM que ce personnage hors du commun.

C'est excellent que le nouveau laboratoire de didactique des maths et de la physique porte le nom d'André Revuz, lui qui milita sans répit pour une réelle interaction entre enseignants de ces disciplines.

Je souhaite au nouveau labo, et tout particulièrement à ses jeunes chercheurs et futurs chercheurs, les plus grands succès.

Allocution de Laurence Viennot

Ancienne Directrice du LDSP

André Revuz, j'ai eu la chance de le rencontrer à peine arrivée à l'Université Paris 7 au tout début des années 70, au début aussi de ma pratique enseignante.

Comment dire ? Une indignation productive, des rages sympathiques - qui laissaient de meilleurs souvenirs que mille sourires - et d'ailleurs aussi des sourires très malicieux, coin de l'œil rapide et petites phrases bien ciblées.

Ce souvenir est plus vivant que ma mémoire n'est précise.

Bien sûr, il y a eu la section expérimentale du DEUG, où de fumants débats ont réuni plus qu'opposé des matheux et des physiciens aux cultures bien différentes, comme chacun sait. Imaginez un amphi où Foulques de Jouvenel, physicien, et André Revuz parlaient tour à tour, dans un effort commun pour qu'un récipient conique plein d'eau se vide comme il faut et qu'on y comprenne quelque chose, l'entendement se déployant sur des pistes disciplinaires convergentes au lieu d'être écartelé en deux discours incohérents, d'« approximations linéaires tangentes » en « petits bouts de truc ».

Mais au-delà d'épisodes qui, pour moi, sont restés relativement peu nombreux, du fait de nos disciplines obstinément distinctes, André Revuz est resté l'incarnation de la passion au service de l'intellect et du partage des joies qui vont avec. Conviction, échange et travail : voilà des sources d'inspiration qui en rien ne se laissaient déborder par un quelconque opportunisme.

S'il fallait retenir un de ses messages, je citerais bien une de ses interpellations, en espérant ne pas trahir les circonstances. C'était, je crois, à l'Institut Henri Poincaré, bien des années après qu'André a été en retraite. Une journée IREM célébrait Guy Brousseau. Perchée en haut de l'amphi, à la fin d'une session, je vois André Revuz foncer tête baissée vers moi : « Laurence ! » J'ai cru avoir fait une gaffe. Non : « Laurence ! Il faut faire quelque chose ! » Et il s'agissait de l'état déplorable de l'enseignement scientifique, mathématiques comprises, en France.

« Il faut faire quelque chose ! » : j'entends encore cette voix.

Conclusion par Joëlle Pichaud

Compagne d'André Revuz

J'ai constaté en arrivant que, parmi les personnes présentes, il y en avait beaucoup que je ne connaissais pas. Je m'y attendais. C'est logique : l'équipe de didactique des mathématiques, depuis sa constitution initiale à l'Université Paris 7 dans les années 80 et sa reconnaissance par la tutelle en 1990, s'est agrandie ; elle est même devenue pluri-universitaire puis, plus récemment, tri-disciplinaire. Elle a régulièrement intégré de jeunes chercheurs et beaucoup d'entre vous n'ont donc pas directement connu André Revuz.

Cette inauguration est très émouvante pour moi et aussi pour ses fils Daniel et Jean et sa petite-fille Julie, ici présents. Vous comprendrez que cela me serait vraiment difficile de parler d'André sur un plan trop personnel. Aussi, j'ai pensé donner à l'équipe de quoi évoquer des souvenirs pour les uns ou de quoi matérialiser pour les autres l'image qu'ils peuvent avoir de lui au travers de témoignages comme ceux qui ont été apportés aujourd'hui et qui m'ont beaucoup touchée.

Bien sûr, il reste des écrits, nombreux. Parmi eux, un livre qu'André avait publié aux Presses Universitaires de France en 1980. C'était un ouvrage visant un public de non spécialistes intitulé « Est-il impossible d'enseigner les mathématiques ? ».

Ce livre est actuellement épuisé. Au moment où il a cessé d'être édité, André en avait reçu des exemplaires en nombre important ; il en reste une centaine qui sont maintenant à l'IREM à votre disposition.

La maturation de ce livre a été très longue, en partie faute de temps à y consacrer pendant l'année universitaire. À son propos, je voudrais citer un extrait d'une lettre d'André, datant d'août 1973, au sujet de ce livre :

> *Je pense à mon bouquin pour les PUF, mais je n'ai pas encore trouvé sur quel mode je vais jouer ça. Il faut que ça mûrisse pour que j'aie envie de commencer à écrire. Je ne voudrais pas avoir l'air trop prêchant, malheureusement, je ne connais pas de pédagogie parfaitement scientifique et objective. Il s'agit d'un « projet » qui engage les hommes et les sociétés, et c'est bien pour cela que les discussions*

apparemment techniques soulèvent de telles passions, et cependant je crois que ce qui est « grundsätzlich » (« le principal » ou « fondamental ») en l'affaire est la fidélité à l'esprit des mathématiques, mais bien sûr, il faut définir précisément ce qu'est cet esprit, et c'est là que réapparaissent les idéologies.

Quand Aline m'a indiqué, il y a quelques mois, que votre équipe allait s'appeler « Laboratoire André Revuz », j'ai pensé qu'au delà de l'hommage à la personne, cela était aussi, de la part de l'équipe, l'expression du choix d'une démarche pour le futur.

Dans cette hypothèse, et de façon très simplifiée, ce qu'il me semble essentiel de retenir comme objectifs - et de ce point de vue, l'extrait de courrier que je viens de lire, bien que datant de plus de 35 ans, est représentatif - ce sont :
- mettre la ou les disciplines concernées au cœur des recherches en didactique,
- essayer de s'affranchir de toute idéologie ou sectarisme.

Le deuxième témoignage que je voulais vous transmettre est de par sa forme plus vivant : il s'agit de l'enregistrement vidéo que j'avais fait d'une conférence donnée par André à l'Université de Lens en mai 2005 dans le cadre d'un colloque qui s'intitulait « un siècle d'enseignement des mathématiques ». On y retrouve toute sa fougue et son dynamisme intacts.

Enfin, pour répondre au souhait de mettre dans les locaux de l'IREM une photo de son premier directeur, j'ai fait agrandir une photo que j'avais prise en 1972 à l'IREM. Cette photo a d'ailleurs été utilisée pour illustrer un article du dernier numéro de la gazette de la SMF (en ligne à smf. emath. fr /Publications/Gazette/2009/120/smf_gazette_120_97-102.pdf) qui retrace la carrière d'André.

Parmi vous, certains le savent, son engagement et son combat ne se sont pas arrêtés au moment de sa retraite en 1982. Ainsi, ces dernières années, il s'était beaucoup impliqué dans le groupe ActionSciences, dont il a été l'instigateur. C'est pourquoi, je suis très sensible au fait que votre équipe se soit élargie à la physique et tout récemment à la chimie. Je suis sûre qu'il aurait apprécié.

D'ailleurs, en ce qui concerne la physique, la collaboration est déjà très ancienne et nous sommes quelques-uns ici à avoir encore en mémoire la fameuse « section expérimentale math-physique de DEUG » dans les années 80.

J'ai employé précédemment le terme de « combat » car André aimait bien les expressions militaires et parlait souvent de combat, de mobilisation… Rien d'anormal pour un homme d'action.

Pour terminer, je voudrais citer la fin du dernier article qu'il a rédigé l'été dernier et qui a été publié dans le numéro de novembre 2008 de la revue PLOT, car on y retrouve deux autres substantifs qui sont revenus régulièrement dans ses écrits et ses conférences, en étant associés :

> *Finalement, qu'il s'agisse de la qualité de l'enseignement ou de la santé des sociétés, la formule clé n'est-elle pas le couple indissociable « LIBERTÉ-RESPONSABILITÉ » ?*

Firenze - 1980

ENS ULM - Promotion 1934 Sciences

Éléments biographiques

Deux notices ont déjà été consacrées à André Revuz, né le 15 mars 1914 à Paris, décédé le 27 octobre 2008 à Créteil,
- par la Société Mathématique de France, dans le numéro 120 de la « Gazette » en avril 2009[4]
- par l'Association des anciens élèves de l'Ecole Normale supérieure, dans le numéro 7bis de février 2010 de la revue « L'Archicube »
C'est cette dernière que nous reproduisons ici avec l'accord de l'A.A.E.E.N.S.

« *Je dois en remercier l'école de la troisième république* »[5]. C'est ainsi qu'André Revuz, élève brillant issu d'un milieu modeste, commentait ses succès à l'X et à l'ENS en 1934. « *À l'époque, le passage de l'école communale au lycée relevait de l'acrobatie* ». Après sa scolarité à la communale de la rue de Vaugirard à Paris, il est reçu au concours d'entrée en Cinquième, entre au Lycée Buffon où, grâce à une bourse, il poursuivra ses études secondaires jusqu'en Mathématiques Spéciales.

En 1934, il épouse Germaine Chazottes, qu'il a rencontrée au Lycée Buffon. Ils auront six enfants. Après l'agrégation de Mathématiques, en 1937, c'est le début de « *sa période militaire* ». Appelé à effectuer son service en octobre 1937, il est libéré en mars 1939, et nommé élève-agrégé à l'ENS. Mais en août 1939, la mobilisation générale l'empêche de bénéficier d'une bourse de recherche « Arconati-Visconti ». Fait prisonnier de guerre en mai 1940, près de Boulogne, il est transféré dans un camp d'officiers en Basse-Saxe. Il y enseigne les mathématiques à quelques camarades de captivité et leur fait passer des examens qui seront validés après la guerre. Dans le camp se trouve Jean Cazeneuve (1937 l) à qui il enseigne l'allemand, celui-ci lui enseignant le latin ; ensemble, ils se lancent dans une traduction (partielle) de l'ouvrage de Kant : « Kritik der reinen Vernunft »[6]. Cet attrait pour la philosophie ne fut pas uniquement de circonstance, André Revuz s'y intéressera de façon suivie.

---

[4] En ligne à http://smf.emath.fr/.../Gazette/2009/.../smf_gazette_120_97-102.pdf

[5] Toutes les citations en italique proviennent d'écrits (non nécessairement publiés) d'André Revuz ou de propos qu'il aimait à répéter.

[6] Critique de la raison pure

Rapatrié sanitaire début 1943, il rejoint sa famille à Poitiers et termine l'année scolaire comme chargé de cours à la Faculté des Sciences de Poitiers. En octobre 1943, il est nommé au Lycée de Poitiers en classe de Math-élem. Il s'engage dans la résistance locale. Durant l'année 1945, il enseigne en Math-Sup au Lycée Montaigne de Bordeaux.

En octobre 1945, André Revuz part avec sa famille à Istambul où il enseigne à l'Université Technique. Il y retrouve le mathématicien turc Cahit Arf (1930 s) avec lequel se noue une amitié durable. Les années passées en Turquie ne sont pas pour lui seulement des « *vacances dans un pays merveilleux qui ignorait les "restrictions" dont souffrait l'Europe* », il s'intéresse à la culture ce pays, en côtoie la population dont il apprend la langue. Il lui en restera une affection particulière pour le peuple turc.

Rentré en France en janvier 1950, il est nommé chef de travaux à la faculté des Sciences de Paris et enseigne également à l'ENS de Saint-Cloud (jusqu'en 1955). Il commence sa thèse sous la direction de son camarade de promotion Gustave Choquet et la soutient en avril 1954. Ses travaux fournissent à Choquet l'outillage lui donnant sa première méthode de démonstration de la capacitabilité des K-boréliens en assurant l'unicité des représentations obtenues.

En octobre 1956, André Revuz est nommé Maître de conférences à la faculté des sciences de Bordeaux puis, en octobre 1957, devient Professeur à la faculté des sciences de Poitiers où il prendra la direction du Département de mathématiques. C'est pour les facultés de sciences une période d'expansion favorable à l'organisation *« de recherches qui ne soient pas le seul fait des professeurs* ». Il y dirigea quatre thèses de 3ème cycle et deux thèses d'État.

Les ENS occupent une place particulière dans la carrière d'André Revuz :
- de 1954 à 1967, il donne des cours à l'ENS de Sèvres. La lecture de cette notice s'accompagnera certainement pour les sévriennes de ces promotions du souvenir d'un professeur passionné et passionnant, particulièrement attentif à donner du sens et du relief aux mathématiques qu'il enseigne.
- entre 1958 et 1961, il est examinateur au concours d'entrée à l'ENS Ulm. Ce fut une expérience dont il parla fréquemment :

> *De tous les concours auxquels j'ai pris part, que ce soit comme candidat ou examinateur c'est celui qui m'a donné le plus de satisfaction, avec le fait que lorsqu'on est examinateur, on est un peu moins stressé !*

André Revuz et les mathématiciens de sa promotion et des promotions voisines avaient connu à l'Ecole la tentative d'unification des mathématiques lancée par l'équipe Bourbaki. Ces archicubes se sont retrouvés après les années de guerre ; ils partageaient le sentiment qu'une modernisation non seulement des contenus mais aussi des méthodes d'enseignement était indispensable. On peut y voir le début de l'aventure des « maths modernes » dans laquelle André Revuz va s'impliquer intensément.

Quand en 1954 à Paris Gustave Choquet osa modifier profondément le contenu de son cours de Calcul différentiel et intégral, presque tous les universitaires de France, archicubes ou non, lui emboîtèrent le pas.

Dans le même temps, André Revuz - par son action au sein de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) - prépare le changement pour les enseignants de Lycée. Après avoir participé à des groupes de réflexion (lancés par Gilbert Walusinski) il incite ses collègues de l'enseignement supérieur à donner des conférences en direction des professeurs de Lycée. Il va plus loin en publiant entre 1956 et 1959 dans le bulletin de l'APMEP quatre articles importants, puis en rédigeant entre 1962 et 1966, avec son épouse, les conférences qu'il avait données ; ce furent les cours de l'APMEP, ouvrages de référence pour la formation des enseignants. Il s'investit dans les émissions de télévision des *chantiers mathématiques* - avec G. Th. Guilbaud (1932 s). Il bouscula aussi les habitudes en devenant en 1960 le premier professeur d'Université président de l'APMEP. Il sera président de la Société Mathématique de France (SMF) en 1966, mais, à son grand regret, ne réussira pas à nouer de liens étroits entre les deux associations.

1966, c'est l'année de la création de la Commission ministérielle sur l'enseignement des mathématiques, présidée par André Lichnérowicz (1933 s), dont André Revuz fut l'un des membres les plus actifs. Quand il s'est rendu compte que l'expérimentation en classe des futurs programmes, telle qu'elle avait été pratiquée sous l'égide de la commission par des enseignants volontaires et très compétents, ne garantissait pas le succès du changement préconisé, il a centré son action dans deux directions : améliorer la formation initiale et continue des enseignants et promouvoir des recherches sur la réalité de l'enseignement.

Clairement, sa démarche et son engagement trouvent leurs racines dans ses questionnements et ses déceptions d'élève ; il citait volontiers cette phrase de Paul Valéry : « derrière toute théorie il y a une autobiographie cachée ». Il a souvent évoqué sa déception de ne pas avoir trouvé en début de seconde la remise à plat de l'enseignement de la géométrie qu'il attendait

En octobre 1967, il est nommé Professeur à la Faculté des sciences de Paris. Un an plus tard, il prend la direction du Centre Pédagogique Régional de l'Académie de Paris (CPR), qu'il dirigera jusqu'en 1980.

Lors de la scission de l'université de Paris en 1969, il choisit l'Université Paris 7 (aujourd'hui université Paris Diderot) et participe activement à sa mise en place avec François Bruhat (1948 s). Il y fonde l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des mathématiques (IREM) de Paris[7] dont il restera directeur jusqu'en 1979. Il a fait de cet IREM un formidable creuset où se confrontaient des enseignants de tous les ordres et de différentes disciplines. Il s'est lui-même engagé dans la réflexion sur les apports mutuels des enseignements de mathématiques et de sciences physiques. Ce qui l'a conduit à monter à l'Université, avec le physicien Jean Matricon (1953 s), une section expérimentale de DEUG, proposant un enseignement intégré de mathématiques et de physique, structure originale qui fonctionnera avec succès mais qui ne sera hélas pas poursuivie au-delà de 1985.

André Revuz a aussi fortement encouragé les recherches universitaires sur l'enseignement des mathématiques en créant les conditions favorables à leur développement – entre autres : UF[8] de didactique et DEA – et en participant aux jurys des premières thèses dans la discipline naissante de la didactique des mathématiques. Il dirigera les thèses d'État d'Aline Robert (1966 s), Régine Douady, Jacqueline Robinet (1965 s), Michèle Artigue (1965 s), Janine Rogalski (1961 s). Il savait encourager les initiatives et stimuler les gens (« *leur piquer les fesses* » – disait-il). C'est ainsi qu'il s'est toujours intéressé aux questions que se posaient ses collaborateurs, les a aidés à les préciser et leur a fait confiance pour les résoudre, même quand il ne partageait pas *a priori* leurs points de vue. Et c'est en signe de reconnaissance de toutes ces qualités que l'équipe actuelle de didactique des mathématiques et de la physique de l'Université Paris 7[9] a pris le nom de « Laboratoire de Didactique André Revuz ».

Sur le plan international également, son action dans cette orientation fut importante. Dès les années 50, il participe aux travaux de la Commission pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM) créée en 1950. De 1967 à 1970, il est membre du comité exécutif de la Commission Internationale de l'Enseignement des Mathématiques (CIEM) où il seconde activement le président Hans Freudenthal. Il œuvre pour que la CIEM s'émancipe de l'Union Mathématique Internationale, en particulier par l'organisation de congrès internationaux sur l'enseignement des mathématiques, alternant avec les congrès des mathématiciens, par l'édition des ouvrages *New Trends in Mathematics Teaching* publiés par l'UNESCO et par la création de la revue *Educational Studies in Mathematics*.

Il sera également membre du conseil scientifique de l'Institut für Didaktik der Mathematik de Bielefeld dès sa création au début des années 70 et

---

[7] Créé au 1/01/1969 avec ceux de Strasbourg et de Lyon ; 24 autres suivront ultérieurement.

[8] Unité Fonctionnelle

[9] En cohabilitation avec les universités de Cergy-Pontoise, Créteil, Arras

jusqu'en 1992 - c'est une institution qui a joué un rôle essentiel dans le développement de la recherche didactique en Allemagne - et contribuera à l'établissement de collaborations fructueuses entre chercheurs français et allemands.

En direction du grand public, André Revuz a publié deux livres :

- en 1963, Mathématique moderne, mathématique vivante. Editeur : Ocdl
- en 1980, Est-il impossible d'enseigner les mathématiques ? Editeur : PUF

La maturation de ce dernier ouvrage fut longue. Il écrivait en 1973 à son sujet :

> *Je pense à mon bouquin pour les PUF, mais je n'ai pas encore trouvé sur quel mode je vais jouer ça. Il faut que ça mûrisse pour que j'aie envie de commencer à écrire. Je ne voudrais pas avoir l'air trop prêchant, malheureusement, je ne connais pas de pédagogie parfaitement scientifique et objective. Il s'agit d'un « projet » qui engage les hommes et les sociétés, et c'est bien pour cela que les discussions apparemment techniques soulèvent de telles passions, et cependant je crois que ce qui est « grundsätzlich »*[10] *en l'affaire est la fidélité à l'esprit des mathématiques, mais bien sûr, il faut définir précisément ce qu'est cet esprit, et c'est là que réapparaissent les idéologies.*

Il a également dirigé deux collections d'ouvrages mathématiques :

- une collection de manuels scolaires avec son camarade de promotion Michel Queysanne (Editeur Fernand Nathan) et,
- au niveau universitaire, la « Série Mathématiques » de la « Collection U » (Editeur Armand Colin).

En octobre 1982, il prend sa retraite. Celle-ci n'a pas mis un terme à son activité. Il a continué à participer à des séminaires, à écrire des articles et à donner des conférences. Il est resté vigilant sur tout ce qui concernait l'enseignement : ainsi, en 2002, il est à l'origine de la création du collectif ActionSciences, qui regroupe une douzaine d'associations, pour la défense de l'enseignement de toutes les sciences. Et il en est resté, jusqu'à sa mort, l'un des piliers.

André Revuz savait transformer les idées et même les rêves en actions qu'il sous-tendait par un questionnement critique permanent. Il aura marqué des générations d'enseignants et d'étudiants. Ses qualités d'enseignant tenaient notamment à sa passion pour la transmission intelligente des mathématiques – *« les maths ce n'est pas du catéchisme »* – à sa volonté de faire comprendre au plus grand nombre d'étudiant(e)s, par-delà les symboles et les définitions,

[10] « le principal » ou « fondamental »

ce qui était en jeu dans ses cours : images, commentaires, questionnements, petits dessins, voire plaisanteries, émaillaient ses interventions, toujours très vivantes, nourries par sa grande culture dans tous les domaines. Et il savait transmettre sa conviction profonde que ces mathématiques qu'il aimait tant étaient accessibles à tous. Il comparait parfois l'activité mathématique à l'alpinisme qu'il pratiquait avec talent dans le massif du Mont Blanc : quelques-uns sont capables d'ouvrir une nouvelle voie, la plupart peuvent refaire l'ascension à leur rythme. C'était une façon imagée de rappeler que le rôle de l'enseignant est de donner à chacun les moyens de s'approprier les connaissances. Cette nécessaire appropriation, il la traduisait par cette formule : *« Il y a un individu à qui je suis sûr d'avoir appris des mathématiques, c'est moi ».*

Il pensait qu'enseigner n'était pas simple – bien connaître les mathématiques ne suffisait pas pour bien les enseigner – même s'il reconnaissait là une condition incontournable. Il refusait toute démarche autoritaire dans le processus de l'enseignement et pourfendait avec rage la tendance à enseigner les mathématiques comme une sorte de dogme. Sa capacité d'indignation s'est traduite parfois par des colères mémorables… et efficaces, car parfaitement contrôlées.

Il mettait aussi l'accent sur la liberté du mathématicien et sur sa responsabilité. Cela valait également pour la « liberté » de l'enseigné : « *un professeur, c'est une liberté qui appelle d'autres libertés* ». Il a souvent souligné la nécessité d'une approche épistémologique, la mise au jour de la « vraie nature » des mathématiques et de leurs objets :

> *Il faut enseigner les mathématiques pour ce qu'elles sont : une des plus belles créations de l'esprit humain – occulter leur beauté est un crime – qui trouve son origine dans la réflexion sur l'activité humaine à laquelle elle apporte une aide précieuse. S'il fallait définir d'un mot les mathématiques, je dirais que ce sont des schémas d'action. Lorsqu'elles peuvent intervenir dans l'action, elles en augmentent considérablement l'efficacité, mais il ne faut pas penser tout résoudre grâce à elles, ni les appliquer à tort et à travers. Sous toutes ses formes l'activité mathématique ne peut se développer sainement que sous le double signe de la liberté et de la responsabilité.*

François COLMEZ (1957 s), Aline ROBERT (1966 s)
avec l'aide de Joëlle PICHAUD (1966 s) et Daniel REVUZ

Université Paris 7 – 1972

Bibliographie, Filmographie, Communications internationales

Publications mathématiques

- 1948. *Sur l'équation fonctionnelle* $f[f(x)] = x$. Bulletin of the technical university of Istanbul, vol. I, p *29-35*.
- 1948. *Sur l'intégrabilité du système différentiel* $dy_i/dx = f_i\ (x,y_1,\ldots,y_n)$. CRAS, t.227, p. *666-667*
- 1949. *Sur l'intégrabilité du sytème différentiel* $dy_i/dx = f_i\ (x,y_1,\ldots,y_n)$. Bulletin of the technical university of Istanbul, vol. II. p. *27-40*
- 1949. *Introduction au calcul différentiel extérieur* (en collaboration avec J. Dufresnoy) Bulletin of the technical university of Istanbul, vol. II
- 1949. *Introduction au calcul différentiel extérieur tensoriel* (en collaboration avec J. Dufresnoy) Bulletin of the technical university of Istanbul, vol. II
- 1949. *Sur la répartition des points* $e^{i\theta v}$. CRAS, t.228, p. 1466-1467
- 1950. *Sur le théorème de Denjoy-Carleman-Ahlfors*. CRAS, t.231, p. 817-819
- 1950. *Sur une représentation canonique de certaines fonctionnelles croissantes*. CRAS, t.231, p. *22-24*
- 1951. *Représentation canonique par des mesures de Radon des fonctions numériques totalement croissantes sur les espaces topologiques ordonnés*. CRAS, t.232, p. 1731-1733
- 1956. *Fonctions croissantes et mesures sur les espaces topologiques ordonnés* (Thèse soutenue le 8 avril 1954). Annales de l'Institut Fourier, p. 187-269
- 1957. *Sur les répartitions de probabilité dans les espaces topologiques ordonnés.* Journal de mathématiques pures et appliqués, p. 147-153
- 1957. *Sur une formule générale d'intégration par parties* (en collaboration avec Ch. Pauc). Annuali di Mathematica.
- 1958. *Topologies sur certains treillis complets*. Archiv der mathematik, vol. IX, p. *342-346*

- 1959. *Seconde formule de la moyenne dans les espaces topologiques ordonnés.* Archiv der mathematik, vol. X, p. *153-154*

Autres publications

- 1956. *Espaces projectifs*. Bulletin de l'APM, n° 180
- 1957. *Espaces euclidiens et espaces métriques*. Bulletin de l'APM, n° 183
- 1959. *Pour une éducation de la liberté de l'esprit*. L'Enseignement des sciences, I
- 1959. *Théorie de l'intégration (1).* Bulletin de l'APM, n° 196
- 1959. *Théorie de l'intégration (2).* Bulletin de l'APM, n° 198
- 1959. *Théorie de l'intégration (3).* Bulletin de l'APM, n° 199
- 1959. *Continu mathématique et continu physique*. L'enseignement des sciences, janv-fev, p. 11-14
- 1960. *Ils ne savent pas calculer !* L'enseignement des sciences mars-avril, p. 9-12.
- 1960. *La formation des maîtres*. L'enseignement des sciences sept-oct.
- 1960. *Le langage simple et précis des mathématiques modernes*. Bulletin de l'APM, n° 201
- 1961. *Sur les premiers cycles de l'enseignement supérieur et la formation des maîtres de l'enseignement du second degré* (en collaboration avec René Heller). L'Enseignement des sciences, II
- 1962 - 1963 - 1965. *Cours de l'APM (3 tomes) : I. Groupes, anneaux, corps. II. Espaces vectoriels. III. Topologie* (en collaboration avec Germaine Revuz).
- 1962. *Problèmes de mesures.* Par H. Cartan, J. Dixmier, P. Dubreil, A. Lichnerowicz, A. Revuz. Monographie de l'Enseignement mathématique, n° 10, Genève.
- 1963. *Mathématique moderne, mathématique vivante*. OCDL.
- 1964. *Les connaissances mathématiques que doit posséder un professeur*. OCDE, p. 212-223.
- 1964. *Rigueur et imagination dans l'enseignement des mathématiques*. Simposio di didattica della mathematica 1964, p. 57-61.
- 1965. *Pour l'enseignement de la géométrie, la route est tracée*. Bulletin de l'APM, n° 247.
- 1967. *Le développement moderne de l'enseignement de la mathématique au niveau secondaire*. Semaine d'étude, Genève 1967, p. 99-114.

- 1968. *Les pièges de l'Enseignement des mathématiques*. Educational Studies in Mathematics, p. 31-36.
- 1968. "*Panel Discussion*" dont A. Revuz était membre. Educational Studies in Mathematics, p. 61-79.
- 1969. *Quelques réflexions sur la formation permanente*. Bulletin de l'APM, n° 268
- 1969. *Les problèmes posés par l'enseignement des mathématiques*. Revue de l'enseignement supérieur, n° 46-47, p. 15-21.
- 1969. *Pourquoi la mathématique moderne !* Planning familial, p. 35-38.
- 1969. *Les premiers pas en analyse*. Educational Studies in Mathematics, p. 270-278.
- 1969. *Further training of mathematical teachers of secondary level*. Educational Studies in Mathematics.
- 1970. *Der geist de Forshung muss jeden matematikunterricht beleben*. Pädagogische Mitteilungen, n° 4, p. 45-48.
- 1970. *Einige Überlegungen zur ständigen Weiterbildung der Leher*. Mathematisch physikalische semesterberichte, Band XVII, p. 133-140.
- 1970. Article "*Intégration et mesure*". Encyclopedia universalis
- 1971. *The position of geometry in mathematical education. Educational Studies in Mathematics*, p. 48-52.
- 1972. *La notion de continuité dans l'enseignement du second degré : compte-rendu d'une experience*. Bulletin de l'APM, n° 283.
- 1972. *La notion de continuité dans l'enseignement du second degré*. Educational Studies in Mathematics, p. 281-298.
- 1973. *Stetigkeit und Differenzierbarkeit*. Acte du VIII Osterreichischer Mathematikerkongress.
- 1973. Chapitre « *Analyse* ». UNESCO - Nouvelles tendances de l'enseignement de mathématiques
- 1974. *Editorial : Savoir Lire*. Nouvelle revue pédagogique N° 1 – Nathan
- 1974. *Sur une conditon nécessaire pour qu'un acte soit mathématique*. Math Ecole, 61/62
- 1974. *Das Lehren des Stetigkeit und der Differenzierbarkeit in des Schule. Beobachtung und Experimentierung in der Schule*. Schriftenreihe des Institüt für Didaktik des Mathematik – Bielefeld
- 1974. *Les points essentiels d'une théorie de la mesure*. INRP, Recherches pédagogiques n° 64
- 1975. *Organisation der Aus- und Weiterbildung der Mathematiklehrer*. Schriftenreihe des Institüt für Didaktik des Mathematik – Bielefeld
- 1975. *Les vecteurs en géométrie et mécanique*. IREM de Paris
- 1975. *Hommage à Alphonse Hennequin*. Bulletin de l'APM, n° 301

- 1975. *Remarques sur l'étude de manuels de Quatrième*. Bulletin de l'APM, n° 301
- 1976. *Stratégies pour une approche de Z.* Educational Studies in Mathematics.
- 1977. *Mathematikunterricht und anwendbare Mathematik*. Der Mathematik und Naturwissenschaftliche Unterricht, p. 40-51.
- 1977. *Ainsi passent les programmes…* Brochure de l'APM, n° 21.
- 1978. *Change in mathematics education since the late 1950's. Ideas and realization in France*. Educational Studies in Mathematics, p. 171-181.
- 1978. Intervention au Congrès d'Helsinki *sur « la formation continue des enseignants de maathématiques ».* Schriftenreihe des Institüt für Didaktik des Mathematik - Bielefeld
- 1979. Mise au point de l'édition française du tome IV, avec les rapports présentés au Congrès de Karlsruhe. UNESCO - Nouvelles tendances de l'enseignement de mathématiques
- 1979. *Sur le problème des rapports entre les enseignements de mathématiques et de physique*. Schriftenreihe des Institüt für Didaktik des Mathematik – Bielefeld
- 197x. Article « *Enseignement des mathématiques* ». Encyclopedia universalis.
- 1980. *Est-il impossible d'enseigner les mathématiques ?* Presses Universitaires de France.
- 1981. *L'enseignement des sciences fondamentales. Mathématiques.* UNESCO, o. 105-116.
- 1986. *De natura adsocietatis*. Bulletin de l'APM.
- 1993. *Bons et mauvais mythes de l'enseignement.* Dans « Les mythes historiques, sociaux et culturels des mathématiques : leur impact sur l'éducation ». IREM de Paris 7, Brochure Num. 82, p. 53-74.
- 1995. *Interview dans « Nicolas Bourbaki - Faits et légendes ».* Michèle Chouchan. Editions du choix
- 1996. *La prise de conscience bourbakiste, 1930-1960*. Dans : Les Sciences au lycée : un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger, p. 69-76. Vuibert
- 1997. *Préface* de « l'enseignement de l'algèbre linéaire en question ». La Pensée sauvage.
- 1997. *Les mathématiques modernes.* Corol'aire n° 30. Régionale Poitou-Charente de l'APM.
- 1999. *Notice sur André Licnerowicz*. American Mathematical Society.
- 1999. *Licnerowicz et la réforme des mathématiques*. Société Mathématique de France, Gazette n° 82, p. 90-92. http://smf.emath.fr/Publications/Gazette/1999/82/smf_gazette_82_90-92.pdf

- 2001. *La Crise de l'Enseignement des mathématiques*. SMF, Tribune libre, http://smf.emath.fr/Enseignement/TribuneLibre/Revuz-10-2001/Revuz-10-2001.html
- 2002. Article *« Y a-t-il une méthode en mathématiques ? »*. Dans « De la Méthode » Presses Universitaires de Franc-Comtoises.
- 2002. *Démagogie des enseignements*. APM, BGV
- 2007. *Choquet et l'enseignement de la géométrie élémentaire.* Société Mathématique de France, Gazette n° 111, p. 84-86. http: //smf.emath.fr/Publications/Gazette/2007/111/smf_gazette_111_84-86.pdf
- 2007. *Hommage à Raymond Couty.* Société Mathématique de France, Gazette n° 112, p. 95-96. http://smf.emath.fr/Publications/Gazette/2007/112/smf_gazette_112_95-96.pdf
- 2008. *Considérations d'hier et d'aujourd'hui sur l'enseignement des mathématiques*. D. Gilis (Coord.), Ecrits en l'hommage à Pierre Gréco. Editions Aléas, Lyon
- 2008. Contribution au « Courrier des lecteurs ». APM, PLOT n° 22
- 2008. *Question(s) et Réponse(s).* APM, PLOT n° 24

Enregistrements audio ou vidéo

- 1981. Interview par Georges Charbonnier dans l'émission « Sciences et techniques » sur France Culture.
- 1990. Profil perdu, Bourbaki « *Enquête sur un mathématicien polycéphale* » par Michèle Chouchan. Avec A. Weil, J. Dieudonné, H. Cartan, C. Chevalley, L. Schwartz, J.-P. Serre, J.-P. Kahane, P. Samuel, P. Cartier, A. Revuz, J. Roubaud, G. Choquet, N. Charraud. France Culture, Deux cassettes audio.
- 2005. Après 55 siècles d'enseignement des mathématiques, que sera le 56ème ? Université de Lens - Colloque « Un siècle d'enseignement des mathématiques ». http://iremp7.math.jussieu.fr/videos/andre_revuz_un_siecle_denseignement_des_mathematiques/
- 2006. 1945-1980 une période d'intenses discussions sur l'enseignement des mathématiques. IREM et Université Paris Diderot-Paris 7. http://iremp7.math.jussieu.fr/videos/1945_1980_une_periode_dintenses_discussions_sur_lenseignement_des_mathemati/
- 2007. Entretien avec André Revuz. ICMI. http://www.dma.ens.fr/culturemath/histoire%20des%20maths/htm/ICMI/reformes. htm

- *2008*. Sur quoi bute l'enseignement des mathématiques ? Cenre Pompidou, Bibliothèque publique d'information. *http://archives-sonores.bpi.fr/doc=2888*

Communications internationales

- 1963. Séminaire de l'OCDE. Athènes.
- 1967. Conférence au Congrès interaméricain sur l'enseignement des mathématiques. Lima.
- 1967. Conférence à Münster.
- 1968. « *L'analyse dans l'enseignement du second degré »* et « *La place et les tâches de l'enseignement des mathématiques »*. Conferencias Hispano-Francesas
- 1968. Conférence à Zürich.
- 1969. Conférence au 1er congrès internationnal sur l'enseignement des mathématiques. Lyon.
- 1969. Séminaire de la South Illinois University à Carbondale.
- 1970. Séminaire de l'UNESCO à Hamburg.
- 1970. Conférence à Genève.
- 1970. Conférence à Giessen.
- 1971 et 1972. Séminaire de la Columbia University à New York.
- 1972. Conférence au Luxembourg.
- 1972. Conférence au 2ème Congrès international sur l'enseignement des mathématiques à Exeter.
- 1972. Séminaire de l'OCDE à Rome.
- 1973. Conférence au Congrès autrichien de mathématiques à Vienne.
- 1973. *« Enseignement élémentaire de la notion d'approximation »*. Conférence. Bolyai Janos Mathematical Society "International Colloquium on the heoretical problems of teaching mathematics" à Eger (Hongrie)
- 1973. Conférence à Neufchatel
- 1974, 1975, 1978. Conférences à l'Institut für Didaktik der Mathematik de Bielefeld.
- 1974. Conférence au Congrès interaméricain sur l'Enseignement des mathématiques à Bahia Blanca.
- 1975. Conférence à l'Association des professeurs de mathématiques luxembourgeois.

- 1976. “*Der Approximations begriff in der sekundarstufe I”*. et “Das Lehren der Stetigkeit und der Differenzierbarkeit in der Schule”. Conférences au Congrès de l’Association M.N.U. des professeurs de mathématiques allemands à Sarrebrück.
- 1976. Membre du comité du programme du 3ème Congrès international sur l’enseignement des mathématiques de Karlsruhe.
- 1977. Conférence au Congrès autrichien de mathématiques à Salzburg.
- 1977. *“Mathematikunterricht und anwendbare Mathematik”.* Conférence au Congrès de l’Association des professeurs de mathématiques allemands à Darmstadt.
- 1978. Conférence au Congrès international des mathématiques d’Helsinki.
- 1979. Séminaire au Centre international d’Etudes interdiscipliaires de Bielefeld.
- 1980. Membre du comité du programme du 4ème Congrès international sur l’enseignement des mathématiques de Berkeley.
- 1980. Séminaire de l’OCDE à Salernes.
- 1981. Séminaire de l’Union mathématique italienne à Florence.
- 1981. Séminaire de l’UNESCO à Paris
- 1986. *“Dezimalzahlen oder Brüche ?”* Conférence. Mathematikdidaktisches Kolloquium der Universität Giessen
- 1992. Table ronde de l’UNESCO à Paris. Les mythes historiques, sociaux et culturels des mathématiques : leur impact sur l’éducation.

Un premier choix…

Un premier choix : les mathématiques.

- beauté – Nulle part je n'ai eu d'émotions esthétiques plus pures ou plus intenses.
- sécurité – Je savais ce qu'il fallait faire. J'étais autonome : je pouvais juger l'enseignement que je recevais, et très tôt, j'y découvrais de profondes lacunes.
- efficacité – où l'on peut utiliser pratiquement les mathématiques, les questions se résolvent facilement et complètement. Les math. ne sont pas une clé universelle, mais, quand on peut les manier sur les problèmes, elles sont d'un bon rendement. Connaître des maths ne ferme pas l'esprit aux autres activités. Ne pas les connaître peut être un handicap insurmontable.

Quelques réflexions… d’André Revuz

Les textes qui suivent proviennent de manuscrits, de notes préparatoires à des conférences, de mails, voire… d’écrits pour le plaisir.

Enseignement des mathématiques et mythes

Octobre 1992

Faut-il pourchasser les mythes ? Il est troublant de constater que toute société humaine construit des mythes dans lesquels elle croit trouver la justification de son existence et des règles de conduite. Et cependant personne ne contestera l’opposition entre les mythes et la réalité.

Y a-t-il de bons et de mauvais mythes ? Je pense que le mythe qui décrit un idéal à atteindre peut être sain, même si l’idéal demeure lointain.

Il n’y a pas de société concrète où règne véritablement la trinité « Liberté, Egalité, Fraternité » et la réalité fait une part importante à la trinité infernale « Asservissement, Compétition sauvage, Egoïsme ». Se fixer pour objectif le règne de « Liberté, Egalité, Fraternité » relève d’un bon mythe, croire que ce règne est arrivé, c’est être victime d’un mythe néfaste.

Est néfaste aussi tout mythe qui, méconnaissant l’opacité et la complexité du réel, propose un moyen apparemment simple et prétendument infaillible d’arriver à des fins qui paraissent souhaitables à tous, mais en vue desquelles tous ne sont pas prêts à faire les efforts nécessaires.

L’enseignement, et pas seulement celui des mathématiques, est un terreau particulièrement fertile pour les mythes. Comme toute activité et sans doute plus que toute autre, l’enseignement est une projection vers l’avenir et le mythe y pullule, et en premier lieu celui que les objectifs apparemment les plus raisonnables soient facilement accessibles.

Il n’est ni dans mon propos ni dans mes possibilités de faire un recensement complet des mythes qui foisonnent dans l’enseignement des mathématiques :

je voudrais seulement en citer quelques-uns auxquels je me suis heurté et mettre en évidence leurs aspects dangereux ou la part d'idéal sain qu'ils expriment.

L'illusion pédagogiste.

Le premier mythe est celui du pédagogue génial ou, sous une autre forme, de la méthode simple qui résoudra tous les problèmes pédagogiques.

Ce mythe a la vie dure : peut-être est-il à l'origine de maintes vocations pédagogiques, et à cet égard, il put jouer un rôle positif. Où cela se gâte, c'est au moment où quels que soient les éventuels succès remportés, on se prend à penser que tous les problèmes sont résolus et où ce qui était peut-être une intuition novatrice devient un dogme paralysant.

Le mécanisme de cette dégénérescence mérite d'être examiné, fut-ce rapidement. Toute tentative d'innovation, dans tout domaine, mais peut-être plus particulièrement dans celui de l'enseignement, se heurte inévitablement à une résistance de la société ambiante, large ou restreinte. Ce peut n'être que le refus d'appréhender quelque chose de nouveau, mais ce peut être plus profondément le sentiment que va être détruite une tradition vénérable que l'on se refuse à remettre en cause. Le novateur va alors être considéré comme un sacrilège, outrecuidant (on ne l'a pas attendu pour savoir enseigner !) et dangereux (il va ruiner les bonnes vieilles méthodes !). S'il persiste, il va être vigoureusement attaqué, et par contrecoup, va être amené à durcir ses positions. Il crée un véritable schisme, et la catastrophe vient de ce que ceux qui le suivent et ceux qui l'attaquent ne sont pas tellement différents dans la mesure où tous sont avides de certitudes. Ceux qui ont reconnu la vanité des certitudes traditionnelles en veulent de nouvelles et ne peuvent se satisfaire d'une attitude d'expérimentation dont les résultats peuvent être continuellement remis en question. Même si l'initiateur ne se prenait pas dès le début pour un prophète, ses fidèles transforment ses intuitions initiales en révélations et ses hypothèses en dogmes.
Qu'il l'accepte complaisamment ou qu'il s'y résigne, il endosse le rôle du prophète et bien souvent trahit ainsi ses convictions premières. Le phénomène n'est pas spécial à l'enseignement, mais pour en revenir à la réalité de l'enseignement des mathématiques c'est un processus extrêmement complexe où interviennent un nombre considérable de facteurs. C'est aussi sacrifier à un mythe de parler de l'enseignement des mathématiques au singulier ; il vaudrait mieux dire les enseignements de mathématiques, et sans méconnaître la remarquable cohésion interne qui fonde l'identité de la discipline, faire sa part à la diversité des situations dans lesquelles on peut l'aborder.

Une amélioration réelle de l'enseignement, des enseignements de mathématiques, ne peut être le résultat que d'une recherche impartiale et minutieuse prenant en compte tous les aspects et en en poussant l'étude aussi profondément que possible. C'est ce que s'efforce de faire cette jeune discipline que l'on a baptisée la didactique des mathématiques, qui travaille dans la bonne direction, en ce qu'elle cherche à étudier prioritairement les processus complexes qui sont à l'oeuvre dans les enseignements de mathématiques, mais qui, au-delà de la difficulté intrinsèque de la mission qu'elle s'est fixée, se heurte à des résistances multiples et injustifiées qui lui compliquent artificiellement la tâche. En particulier, l'attitude majoritaire d'indifférence ou même d'hostilité des mathématiciens à son égard manifeste un aveuglement dont les conséquences peuvent être lourdes pour l'avenir de l'enseignement.

L'illusion de la transparence. La lutte des « classes mathématiques » : un exemple.

Un second mythe est celui de la transparence des idées mathématiques, ou si l'on préfère de l'adhésion immédiate qu'elles devraient susciter quand elles sont clairement exposées. C'est si l'on veut la constatation de Descartes : « Le bon sens est la chose du monde la mieux partagée », dont d'ailleurs la justification par le fait qu'il n'a jamais rencontré quiconque qui se plaignit d'en manquer, m'a toujours paru faire de Descartes un pince sans rire, ce qui ne diminue nullement, à mes yeux, le sérieux avec lequel il faut le lire.

La réalité c'est d'abord que l'évidence, pour aveuglante qu'elle puisse parfois paraître en mathématiques, n'est jamais obtenue qu'après un travail acharné, et par moments pénible et décourageant. « Les idées naturelles ne viennent jamais en premier » aimait dire Hadamard dans un apparent paradoxe. Mais il y a plus grave : il y a une résistance, qui n'est pas toujours inconsciente, à tenir compte d'idées non familières.

La réalité c'est qu'on peut procéder à une partition de toute société en groupes caractérisés chacun par un univers mental mathématique. Ces univers sont clos et ne sont nullement prêts à communiquer les uns avec les autres. On peut les classer en un ensemble partiellement ordonné suivant les performances qu'ils permettent. Et les rapports entre les différents groupes ne sont rien moins que pacifiques. Il n'est pas exagéré de parler d'une véritable lutte des classes (mathématiques, s'entend).

N'y a-t-il pas un mépris, parfois exprimé, de chaque groupe pour les groupes moins performants que lui ? N'y a-t-il pas un refus de reconnaître la supériorité des groupes plus performants, supériorité que l'on essaie d'exorciser en disant : « c'est trop abstrait, c'est du coupage de cheveux en quatre… » Il y a d'ailleurs toute une dialectique de la soumission où par exemple un groupe moins performant demande un moyen « simple » de résoudre un de ses problèmes et où un groupe plus performant lui octroie une recette, soit pensant que c'est tout ce dont il est digne, soit voulant rendre sincèrement service mais en s'abusant sur le service réel que l'on peut en tirer. Dans tous les cas la demande, l'octroi et l'utilisation d'une recette ne font que confirmer la relation hiérarchique entre les groupes et enferme le groupe moins performant dans son infériorité.

Un exemple extrêmement fréquent en est fourni par le professeur qui, en désespoir de cause, et avec ou sans scrupule de conscience, renonce à faire comprendre et fournit une recette qui permettra peut-être de réussir à un examen. Il ne s'agit pas ici de lui jeter la pierre, car il est soumis à des contraintes qui peuvent lui interdire pratiquement toute autre attitude, mais il faut voir en quoi consistent ces contraintes et ne pas se résigner à la perversion de l'enseignement qu'elles induisent.

Avant d'aller plus loin, je voudrais donner un exemple de hiérarchie d'univers mathématiques en prenant une notion abordée par la totalité de la population : celle de nombre décimal.

Le niveau zéro est celui où le décimal est manipulé comme un couple d'entiers, séparés par une virgule à l'écrit, par un léger temps d'arrêt dans l'énonciation orale et où le second est toujours compris entre zéro et cent.
C'est l'énoncé d'un prix : trois francs cinquante (centimes), d'une taille : un mètre quatre-vingt (centimètres). Il est piquant de constater que cette utilisation d'unités du système métrique reproduit celle des unités antérieures : trois livres dix sols, cinq pieds six pouces…
Il est à noter que dans cette utilisation il y a souvent conflit entre l'expression écrite et l'expression orale : 3,5 (ou trois virgule cinq) est souvent compris comme 3,05 (trois francs et cinq centimes…) et l'on écrira 3,50 en se gardant bien d'omettre le zéro s'il s'agit réellement de 3,5. Si dans ces conditions, on demande quel est le plus grand de 3,5 et de 3,12 la réponse largement majoritaire sera 3,12. Je ne sais pas quelle est exactement la proportion de la population française chez qui règne cette conception des décimaux, mais elle n'est certainement pas négligeable : elle est fondée sur l'utilisation de la monnaie courante et la mesure des longueurs des objets familiers, qui en parait aux yeux de beaucoup une justification suffisante. Elle est fréquente chez les élèves de l'école primaire et des collèges, et elle résiste chez beaucoup à l'enseignement. Pour certains élèves la véritable utilisation des décimaux c'est celle qu'ils font avec la monnaie et toute autre conception leur paraît inutile sinon farfelue. Ils oublient rapidement tout ce qui contredit leurs habitudes même s'ils ont paru le comprendre. Il semble bien qu'il s'agisse beaucoup plus du refus de s'intéresser à quelque chose dont ils ne voient pas l'intérêt qu'à une insurmontable difficulté intellectuelle.

Au-dessus de ce niveau zéro de compréhension (si l'on peut dire !) des décimaux, on rencontre d'autres niveaux où l'on sait faire une ou plusieurs des activités suivantes : ajouter, multiplier, classer des couples de décimaux quelconques, être capable de représenter un décimal sous la forme $a.10^p$ où a est un entier ou un décimal non entier et p un élément de Z. Le refus de la forme $a.10^p$ repose beaucoup plus sur une attitude de conformité à des usages qu'à un problème de compréhension.

Un autre palier qui correspond sans doute à un obstacle épistémologique plus sérieux, mais qui crée une coupure radicale entre groupes y accédant ou pas est atteint lorsque l'on a une conscience nette de la structure d'anneau ordonné de l'ensemble des décimaux et de la manière de la construire systématiquement.

Au-delà des décimaux, on rencontrera d'autres discriminations suivant que l'on admet ou non de considérer un développement décimal illimité, quelques développements décimaux illimités ou tous les développements décimaux illimités, le corps des réels avec toutes ses structures…

Sans pouvoir faire de statistiques précises, on peut affirmer sans crainte qu'à mesure qu'on s'élève dans les hiérarchies sommairement décrites ci-dessus l'effectif des groupes diminue très rapidement.

Quel est le niveau d'utilisation des décimaux que peut se permettre - s'il le domine lui-même - le journaliste d'un quotidien de bonne tenue ? Il n'y a que peu de temps que les journaux donnent le cours des devises avec quatre décimales.

Suite de l'exemple : la transparence supposée engendre d'autres mythes.

Une autre question que l'on peut poser est la suivante : quelle est la proportion des français qui établissent un lien entre les nombres décimaux et les pourcentages ? Quelle est la proportion de ceux qui utilisent correctement les pourcentages, et pour ce qui est de mon propos, qui sont scandalisés quand on leur dit qu'ils les utilisent incorrectement. Il y a quelques années, lors d'un réajustement du Système monétaire européen, le mark a été réévalué de 3 % et le franc dévalué de 3 %. Qui n'en a pas conclu que le franc était dévalué de 6 % par rapport au mark ? J'ai cependant entendu une fois à la Télévision dire que, pour des raisons « techniques », il ne s'agissait pas de « 6 », mais de 5,82 %, ce qui était une meilleure approximation de 6/103, mais sans doute pas suffisante pour la conversion des sommes que les banques centrales font intervenir sur le marché.

La question importante en ce qui concerne la diffusion des connaissances mathématiques est de connaître l'attitude des gens à l'égard de leur ignorance. On peut dire qu'une grande majorité ignore, ou nie, son ignorance : ce qu'ils ne savent pas fait partie d'un univers étranger, dont ils ont peut-être parfois, sinon souvent, entendu parler, mais qui ne les concerne pas, ou, s'ils lui attribuent un intérêt, ils pensent comme la présentatrice de la Télévision qu'il s'agit de questions « techniques » qu'il n'est pas malséant, si même ce n'est pas de bon ton, d'ignorer. Et ils considèrent comme « normal » l'univers mathématique qui est le leur, et ont une réaction instinctive d'hostilité envers quiconque viendrait le perturber.

Il ne faudrait pas croire que ce genre d'attitude soit réservé à la partie de la population dont la culture mathématique est très pauvre.

En 1933, mon professeur d'hypotaupe, Guy Iliovici, qui était parent d'Hadamard et en avait subi l'influence bénéfique, fit paraître un traité où le déterminant était, au langage près, présenté comme une forme multilinéaire alternée et non brutalement par la formule de son développement. L'exposé qui en résultait était simple et attrayant, mais l'existence du déterminant n'était démontrée qu'à la fin. Il n'en fallut pas plus pour provoquer une réaction négative de la part de la plupart des professeurs de Taupe, dont certains déclarèrent, avec mauvaise foi, que l'exposé d'Iliovici revenait à dire : « si le déterminant existe, il existe ». Toujours sous l'influence d'Hadamard, Iliovici insistait sur le fait que c'est sur la théorie des formes linéaires que devait reposer celle des équations linéaires. Cela n'eut pratiquement pas d'écho chez ses collègues.

Cet exemple est intéressant à plus d'un titre. Il fournit d'abord un modèle réduit de tentative de réforme. On y trouve les acteurs principaux en la personne d'un mathématicien de premier ordre, s'intéressant à l'enseignement mais n'intervenant pas personnellement, d'un excellent professeur, d'une très bonne culture mathématique et soucieux de comprendre et de faire comprendre la raison des choses, et d'un corps constitué formé de gens cultivés, consciencieux, mais qui ont tendance à penser que les mathématiques qu'ils enseignent ont atteint un tel degré de perfection (j'ai entendu proclamer cette perfection par l'un d'eux qui n'était pas cependant le moins ouvert à d'éventuelles nouveautés) qu'il serait sacrilège, au sens le plus fort du terme, de prétendre le modifier. Il faut bien voir que, dans une telle situation, la responsabilité du refus ne peut pas être attribuée à un individu particulier : c'est le corps dans son ensemble qui veut défendre sa cohésion et est prêt à transformer un état transitoire de la Science (qui ne connaît que des états transitoires) en un dogme intangible.

On a là un exemple très intéressant et très net d'un univers mathématique clos qui avait été soigneusement perfectionné dans les détails, ce qui freinait toute évolution, et dans lequel l'atmosphère était plus celle d'une commémoration rituelle que celle d'une recherche scientifique. Le noyau central en était la géométrie analytique à 2 et 3 dimensions, où le calcul vectoriel de l'époque d'une part et la géométrie dite moderne utilisant l'homographie et les « éléments imaginaires » d'autre part n'étaient introduits qu'avec réticence par beaucoup de professeurs. Quant à l'Analyse, on peut être effaré de sa pauvreté quand on pense qu'il s'agissait de préparer surtout de futurs ingénieurs.

À la même époque, le programme du Certificat de Calcul différentiel et intégral des Facultés des Sciences, quoique plus aéré, butait aussi, dans quelque direction qu'il se dirigeât sur des limites artificielles difficiles à justifier scientifiquement.

Au lieu de reconnaître que la détermination de ce que l'on enseigne à un niveau donné et à un age donné est contingente et est essentiellement le fruit du développement historique de la Science et de l'enseignement, le mythe s'est créé qu'il s'agissait d'une gradation naturelle correspondant à un ordre nécessaire dans l'acquisition des notions mathématiques et dans le développement de l'esprit des élèves. Cela aboutit à de véritables rites et à penser sans justification que telle notion ne peut être enseignée avant un âge donné (certains ont été profondément scandalisés que l'on enseigne les nombres complexes avant les classes préparatoires, mais trouvaient normal qu'au moins les bons élèves de Terminale connaissent le théorème de Feuerbach : qu'est-ce qui est le plus difficile et qu'est-ce qui est le plus utile ?) ou demande une maturité particulière (tel serait le cas, aux yeux de certains professeurs, de la notion d'appartenance à un ensemble et du symbole correspondant, lesquels professeurs semblant, au demeurant, n'avoir aucun cas de conscience à propos de l'utilisation du signe moins qui est autrement plus délicate). J'ai constaté au cours de séances de recyclage que la très grande majorité des professeurs du second degré pensaient n'avoir jamais rencontré d'opérations non associatives, alors qu'ils font manipuler la soustraction, la division et l'exponentiation qui ne le sont pas, et qui pour cette raison, sont celles qui font faire le plus de fautes aux élèves.

Cela ne veut pas dire, bien sûr, que l'on puisse enseigner n'importe quoi à n'importe qui et à n'importe quel âge, mais, d'une part, l'âge de la maturité mathématique est certainement un des plus précoces, d'autre part si l'on pense à cet égard aux fameux stades de Piaget, il ne fallait pas en faire (et il ne semble pas que Piaget lui-même l'ait fait) une conception rigide et un moule dans lequel des pédagogues dogmatiques ont cru pouvoir enfermer leur enseignement.

La querelle des Anciens et des Modernes qui fit rage en littérature au XVII^{e} siècle revient périodiquement dans tous les domaines et ne s'éteindra probablement jamais. Comme disait déjà Descartes : « c'est nous plutôt qui devrions être appelés les Anciens », c'est nous, c'est-à-dire les dernières générations vivantes dans la mesure où elles ont su faire fructifier les acquis des générations précédentes. Aussi ne faut-il pas penser que les possibilités intellectuelles de l'espèce humaine soient fixées une fois pour toutes : les progrès des mathématiques sont essentiellement un progrès dans la manière d'utiliser le cerveau humain. Il ne faut pas penser que les dernières générations doivent refaire tout le cheminement qui a pu coûter tant de peine aux précédentes. Dans un autre domaine, on constate que beaucoup de jeunes et même de très jeunes savent bien mieux se servir d'un ordinateur que beaucoup d'adultes intelligents et cultivés.

La rétention des connaissances.

Je voudrais revenir sur cette triste réalité que l'on ne veut pas voir et que j'ai appelé « la lutte des classes (mathématiques) » et demander que l'on observe l'attitude réelle de chaque classe à l'égard des autres. Est-ce que les plus savants ont vraiment le désir d'aider les moins savants à développer leurs aptitudes et à enrichir leurs connaissances ? Est-ce que les moins savants ont vraiment le désir d'en savoir plus et de devenir plus performants ? Je crains que la réponse correcte ne soit : non. Certes il existe de petites minorités dans chaque groupe qui sont rebelles à la mentalité dominante et dont le rôle est capital dans la diffusion des idées, mais pour la grande majorité, je maintiens ma réponse. Je ne me laisse pas convaincre par les éventuelles professions de foi vertueuses, régulièrement démenties par les attitudes réelles. Je ne dirai pas qu'il s'agisse d'hypocrisie, mais le plus souvent d'inconscience.

Combien de professeurs d'Université pensent que leur enseignement est aussi important que leur recherche et combien s'interrogent sur le pourquoi de son faible rendement ? C'est vrai que le niveau des étudiants est souvent décourageant, mais est-ce la seule cause ? Et le seul remède est-il une sélection plus sévère qui risque de ne pas s'attaquer aux vraies sources du mal ? Et faut-il d'autre part que le professeur d'Université consacre à l'enseignement des efforts dont il est certain qu'ils n'auront qu'une influence nulle sinon négative sur sa carrière ?
Combien de professeurs du second degré ont le désir d'accéder à des mathématiques qu'ils ne connaissent pas ? Et quels moyens auraient-ils de le faire, s'ils en avaient envie ?

La rétention des connaissances est un phénomène aux formes multiples.

Dans certains cas, ce qui est présenté ne peut être compris que si on est soi-même à un niveau très élevé : pensons à la « transparence » de certains exposés de séminaires, où l'objectif est moins de faire comprendre que de recruter l'élite qui est capable de comprendre sans explication et de venir renforcer les performances et la cohésion du groupe.

Dans d'autres cas, c'est l'interdiction pure et simple d'enseigner certaines notions : cela peut venir d'en haut, parce que, pense-t-on, ceux d'en bas seraient incapables de le faire proprement ; mais cela peut aussi venir d'en bas parce que l'effort à fournir pour le faire correctement paraît excessif, ou parce que l'on pense que ce sera « trop difficile pour les élèves » (quel est le vrai sens de « mes élèves ne comprendront jamais ça » ?). Aucune de ces raisons n'est jamais complètement fausse, mais bien souvent encore moins complètement juste. Et l'on voit bien là une des raisons de l'immobilisme : la diffusion des connaissances demande à tous les niveaux et à tous les acteurs de grands efforts auxquels on échappe en disant *a priori* : « C'est impossible ! ».

Si l'on avait une conception moins caporaliste de l'enseignement, on s'efforcerait de mettre du jeu dans les indications qui sont données aux enseignants. Quand j'étais élève, la mention que quelque chose n'était pas du programme me rendait furieux, et les moments les plus féconds de ma formation ont été ceux où j'ai trouvé des renseignements sur des idées fondamentales qui n'étaient pas du programme, mais j'ai eu la chance, certainement très rare, d'être bien conseillé pour trouver ces renseignements. Et quand maintenant je vois spécifier : « telle notion n'est pas du programme », je suis encore furieux et attristé, car cela signifie bien souvent : on se gardera bien de faire comprendre aux élèves les notions qui sont explicitement du programme.

La formation des professeurs de mathématiques : où tous les mythes se retrouvent.

Classes plus savantes et classes moins savantes s'opposent aussi sur ce qui doit fonder la formation des professeurs de mathématiques. Deux adages extrêmes sont exprimés : pour enseigner les mathématiques, il suffit de bien les connaître ; pour enseigner les mathématiques (et d'ailleurs n'importe quoi) il suffit d'être bon pédagogue. J'ai entendu exprimer les deux opinions.

Il est piquant de constater que la première règne chez ceux qui effectivement savent beaucoup de mathématiques, que la seconde est celle des innombrables naïfs qui croient posséder la pédagogie et il est navrant de constater que la position par rapport à ces deux opinions reflète souvent avant tout la conscience qu'a le locuteur de savoir ou de ne pas savoir de mathématiques. Dans un cas puisque je sais des mathématiques, je n'ai aucun effort à faire pour les enseigner ; dans l'autre cas, je ne sais pas beaucoup de mathématiques, mais ce n'est pas utile pour les enseigner et dans tous les cas la conclusion réconfortante est qu'il n'y a pas d'effort supplémentaire à fournir.

Une difficulté objective réside dans l'hétérogénéité relative de la formation mathématique et de la formation « pédagogique » ; mais, pour la seconde, il vaudrait mieux dire didactique, car précisément la didactique des mathématiques n'oublie pas que ce qu'il s'agit d'enseigner ce sont les mathématiques, et que leur spécificité et leurs propriétés doivent tenir un rôle capital dans l'étude de leur enseignement. On peut cependant se demander si cette hétérogénéité n'a pas été exagérée : il y a une manière d'enseigner les mathématiques qui est peu favorable à une réflexion sur leur transmission (et d'ailleurs, par suite aussi à leur compréhension), il y a une manière de concevoir la pédagogie indépendamment des connaissances enseignées, qui sont toutes deux très répandues et sont un frein considérable à toute amélioration réelle de l'enseignement.

Il y a une énorme conspiration du silence à l'égard de cette vérité toute simple que pour enseigner les mathématiques il est nécessaire d'en savoir assez, mais que cela ne suffit pas. Il faut en savoir assez et surtout le savoir bien, c'est-à-dire avoir bien démonté les théories que l'on a abordées, connaître leurs fondements, leurs ramifications, leurs applications, faute de quoi, on enseignera peut-être des recettes ayant un habillage mathématique, mais pas des mathématiques. Que cela ne suffise pas est surabondamment démontré par l'expérience quotidienne. Il faut à ce propos distinguer entre les mathématiques pour soi (celles que l'on possède et que l'on développe) et les mathématiques pour autrui (celles qu'il faut aider autrui à découvrir). En tant que Science constituée, elles ne présentent bien sûr aucune différence, mais l'attitude subjective à leur égard est profondément différente. Il s'agit presque de deux processus antagonistes : pour soi, il faut rassembler le maximum de connaissances sous le plus faible volume psychologique possible et garder l'essentiel sous forme de possibilités d'action intellectuelle ; pour autrui il est impossible de se placer d'emblée dans cette position qui n'a été acquise qu'à force de travail et de patience, et il faut désintégrer ces noyaux compacts de pensée pour en rendre les éléments progressivement assimilables. Ni apprendre, ni enseigner les mathématiques ne sont des tâches faciles : il ne faudrait pas l'oublier. Et c'est bien pourquoi une étude scientifique profonde des processus à l'oeuvre dans l'enseignement des mathématiques est indispensable. Et il est déplorable que la situation faite aux didacticiens des mathématiques soit si inconfortable. L'explication en est assez simple. Un bon didacticien des mathématiques doit posséder une connaissance et une pratique suffisamment solides des mathématiques : il a dû être élevé dans le milieu des mathématiciens. Or l'idéologie de ce milieu est la prise en compte exclusive de la recherche, et la hiérarchie réelle - qui ne coïncide pas toujours totalement avec la hiérarchie officielle - y est fondée sur la qualité des résultats de la recherche mathématique. S'occuper d'enseignement est alors considéré comme l'aveu d'une moindre réussite, sinon d'une faillite dans la recherche, et entraîne l'ostracisme du milieu des mathématiciens professionnels. Il ne peut d'autre part être question de mener sérieusement une activité de recherche en mathématiques et une en didactique des mathématiques : la première exige une concentration intellectuelle intense et exclusive, la seconde est lourdement consommatrice de temps. Dans les Sciences de l'Education, d'autre part, où la culture mathématique moyenne est réduite, règne à l'égard des mathématiques un mélange de révérence et d'effroi peu propice à l'établissement d'un dialogue fécond. Le didacticien des mathématiques qui s'efforce de satisfaire deux exigences qui ne sont nullement contradictoires, mais qu'une tradition perverse oppose, est donc soit rejeté, soit difficilement accepté par ceux qui devraient se réjouir de la contribution essentielle qu'il est seul à pouvoir apporter à l'amélioration de l'enseignement des mathématiques à tous les niveaux.

Parmi les classes (mathématiques) dont la lutte a été évoquée, il ne faut pas oublier celle très nombreuse (et très largement majoritaire) de ceux qui les ignorent à peu près totalement, ont souvent gardé de leur scolarité mathématique un très mauvais souvenir, et ont conçu à leur égard une hostilité qui s'exprime de plus en plus ouvertement : en témoignent les allusions de plus en plus fréquentes à une soi-disant dictature des mathématiques ; (un article paru dans Le Monde du 10 Juin 1992 prônait une « pensée écologique » et une « logique floue » qui aboliraient la « dictature des mathématiques » et introduiraient le hasard, la complexité et le chaos ! L'auteur semblait ignorer que les mathématiques se sont intéressées avec succès au hasard, à la complexité et même au chaos).

Le mythe de « on démontre tout en mathématiques », ou qu'est-ce que la « vérité scientifique » ?

Ce sont paradoxalement en grande partie les mêmes qui pensent que l'on démontre tout en mathématiques. Cette croyance est pratiquement celle de tous les élèves, mais, j'ai eu la douloureuse surprise de le constater, aussi celle de certains professeurs.

Le critère « croire ou ne pas croire que l'on démontre tout en mathématiques » permet d'opérer une partition nette dans la population.
L'ensemble de ceux qui le croient contient tous les groupes à faible culture mathématique. Cette croyance est profondément ancrée et traduit une méconnaissance profonde du statut de la Science et une conception quasi théologique de la vérité.

Le mot « axiome » effraie et fait mettre en doute la vérité de la théorie qui est fondée sur des axiomes. L'axiome apparaît à beaucoup comme une proposition arbitrairement choisie et non justifiée. Elle l'est en effet formellement dans la théorie déductive que l'on bâtit à partir d'elle, mais elle ne l'est nullement quant au sens que prendra la théorie : les axiomes de la Géométrie, les « principes » de la Mécanique, ceux de la Thermo-dynamique ne peuvent être démontrés dans ces différentes disciplines, mais leur choix n'a nullement été arbitraire et a parfois donné lieu à des tâtonnements fort longs.

J'ai pu constater que, pour beaucoup d'élèves, l'introduction explicite d'un axiome était considéré comme un camouflage, à la limite de l'honnêteté, de l'incapacité du professeur à démontrer la proposition correspondante. J'ai pu aussi constater qu'une explication démystifiante était facile et payante.

Dans les traités de Géométrie de mon enfance, on trouvait une définition de l'axiome comme une propriété « vraie » que l'on ne pouvait pas démontrer et l'exemple qui suivait était : deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles. Aujourd'hui cette proposition fait partie de la définition des relations d'équivalence et en tant que telle n'a pas à être dans l'absolu vraie ou fausse. Les termes de vrai et d'égal avaient une charge métaphysique qu'il s'agissait en partie d'exorciser.

D'autre part, on définissait le postulat comme une proposition que l'on admettait sans avoir pu la démontrer, le seul exemple était celui d'Euclide, mais que l'on pensait être « vraie » et dont on avait espéré qu'on la démontrerait un jour. Bien sûr, les géométries non-euclidiennes n'étaient pas au « programme » ce qui n'était pas déraisonnable, ce qui l'était moins c'est qu'à part ce postulat et l'axiome de l'égalité rappelé plus haut, aucun axiome n'était énoncé dans les traités de géométrie dont les premières pages étaient un condensé de pseudo-démonstrations propre à propager le mythe que l'on démontrait tout en mathématiques, mythe dont je me demande si les auteurs de manuel n'étaient pas eux-mêmes victimes. Je me rappelle la perplexité qu'avaient provoquée en moi en Quatrième et en Seconde les « démonstrations » des cas d'égalité des triangles, mes efforts d'élève docile pour me persuader que c'était valable, puis mon indignation en fin de scolarité secondaire quand je fus définitivement convaincu que l'on s'était moqué de moi. J'ai suivi dans ma jeunesse des cours de catéchisme, de mathématiques et de physique qui tous trois prétendaient apporter des vérités indéniables. Dans le premier cas, il s'agissait de vérités révélées, dans le second, on feignait de tout démontrer et, dans le troisième, on se référait constamment au deus ex machina qu'était l'expérience, toujours invoquée, rarement réalisée et souvent peu convaincante quand elle l'était. Et il est amusant - si l'on prend le parti d'en rire - de se rappeler que le discours du professeur de mathématiques qui devait passer de « un fil tendu nous donne l'idée d'une droite » à une « définition » des droites (mais, hélas ! on disait de « la droite ») qui n'en était d'ailleurs qu'une propriété non caractéristique, ressemblait étrangement à la glose ingénue d'une dame catéchiste sur la réponse canonique à la question : « Qu'est-ce que Dieu ? »

La mystification porte essentiellement sur l'idée de vérité. La Science a abandonné l'illusion naïve de décrire la réalité exactement comme elle est : elle sait maintenant que ce qu'elle construit, ce sont des modèles intelligibles plus ou moins facilement maniables et plus ou moins adéquats à la réalité qu'ils sont censés représenter et qui est peut-être fondamentalement inaccessible dans sa totalité. Changer de modèle ne pose plus de problème métaphysique et l'existence simultanée d'une mécanique newtonienne, de mécaniques relativistes et de mécaniques quantiques avec leurs champs de validité respectifs est parfaitement admise et rend vaine la question « Quelle est la plus vraie ? », même si une théorie unitaire ferait plaisir à de nombreux scientifiques.

L'idée de modèles fonctionnels adaptables, perfectibles, qui est celle des mathématiques appliquées devrait être répandue et celle de vérité relativisée. Notons que nous côtoyons ici un autre mythe, celui de l'opposition entre mathématiques pures et mathématiques appliquées, opposition récusée, en particulier par J.L.Lions qui est actuellement en France le prince des mathématiques appliquées.

Culture ou sélection ?

Je voudrais aborder un dernier mythe qui ne crée aucune partition dans la population parce que toute la population y croit ou feint d'y croire.

Ce mythe c'est : la tâche fondamentale de l'enseignement est de donner une culture (ce qui, en soi, ne peut qu'être approuvé) ; l'évaluation doit permettre de mesurer les progrès accomplis. Mais la réalité est bien plutôt que l'évaluation domine toute la vie scolaire et que la culture n'est qu'un éventuel sous-produit mineur de la scolarité.

Que l'évaluation soit indispensable est incontestable, mais c'est un outil délicat à manier et un domaine où les meilleures intentions se pervertissent facilement : on a substitué aux compositions trimestrielles des « contrôles » beaucoup plus fréquents et permettant ainsi, en principe, un rattrapage plus facile, mais je ne suis pas sûr que le stress de l'épreuve ait été diminué ni que cela concourt à l'acquisition d'une culture approfondie. Finalement, apprend-on vraiment des mathématiques ou plutôt à passer des examens ou des concours sur les mathématiques, ce qui n'est pas du tout équivalent.

Que signifie le « programme » d'une classe ? Est-ce un éventail de notions qu'il serait fructueux d'étudier et d'approfondir en insistant sur les idées clés qui permettent de maîtriser les techniques qui les mettent en oeuvre, ou est-

ce un catalogue de connaissances qu'on est censé savoir en fin d'année et sur lesquelles on peut être légitimement interrogé. La fréquence des mentions : « ceci n'est pas du programme », montre bien s'il en était besoin, que c'est le second point de vue qui domine et bien souvent, comme je l'ai dit plus haut, au détriment du premier.
Et comme l'évaluation est le fondement ou le camouflage, comme on voudra, d'une sélection redoutée des élèves et de leurs parents, la tendance est de chasser du programme tout ce qui est réputé difficile et l'on arrive ainsi rapidement à vider les programmes de tout contenu enrichissant et culturellement valable.

Il ne faut pas oublier qu'à l'intérieur d'un programme, certains thèmes se prêtent plus facilement que d'autres à fournir des exercices permettant une évaluation commode et par suite prennent une place excessive eu égard à leur intérêt intrinsèque : le calcul algébrique sans fondement clair et sans perspective attirante en est un bon exemple. Ce n'est malheureusement pas le seul. Le phénomène ne date pas d'aujourd'hui, mais je crains fort qu'il ne s'amplifie.

À la sélection sévère réclamée, en partie à juste titre, pour recruter des mathématiciens s'oppose l'adage apparemment plein de bon sens : l'enseignement n'a pas à former de futurs mathématiciens. C'est effectivement du bon sens, s'il s'agit de dire que très peu d'élèves du secondaire deviendront des mathématiciens « professionnels » comme disent certains, c'est déjà beaucoup moins vrai si l'on songe à tous ceux qui auront (ou gagneraient) à se servir des mathématiques, mais cela devient catastrophique si cela amène à distinguer la mathématique des mathématiciens et la mathématique des autres : que peut être cette dernière, sinon une collection de recettes mal justifiées, à proprement parler incompréhensibles, de règles qu'on applique parce que « c'est la règle » ?

Mon expérience c'est qu'effectivement beaucoup de mathématiciens se sont formés en marge de l'enseignement qu'ils ont reçu, sinon même contre lui, mais qu'en sens inverse si l'on s'adresse à des élèves, pas spécialement doués, comme à des être humains dignes de recevoir toutes les explications nécessaires, qu'il faut donner sans tricher et si l'on fait appel à leur initiative et si l'on est prêt à accueillir leurs idées et à en discuter (en discuter vraiment, et si elles sont fausses, ne pas se contenter de dire « C'est faux », mais expliquer pourquoi elles le sont) on est surpris de la qualité et de la pertinence de leurs réactions. Cela suppose évidemment que le professeur domine suffisamment ce qu'il enseigne et ne soit pas effarouché par les contacts humains et qu'il n'y ait pas d'hostilité a priori irréductible de la part des élèves. Il en va de même avec les questions d'expression orale ou écrite. Dire « c'est mal dit » ou « c'est mal rédigé » ne sert à rien, donner un modèle standard à copier servilement ne vaut pas mieux ; mais à prendre l'expression de l'élève et à lui demander s'il a bien dit ce qu'il voulait dire, s'il pense qu'un autre va comprendre ce qu'il voulait dire - faire éventuellement l'expérience avec les autres élèves de la classe - l'on parvient avec beaucoup moins de peine qu'on ne le pense souvent, à obtenir des rédactions de très bonne qualité.

On ne comprend les mathématiques que si on les a au moins en partie reconstituées soi-même. C'est un paradoxe apparent, bien qu'il soit évident que l'on ne peut pas penser pour les autres et que l'art du professeur n'est pas de bourrer l'esprit de l'élève de connaissances, mais de l'amener à se poser personnellement les problèmes et l'aider à en concevoir les solutions et je pense que les obstacles que rencontre l'enseignement pour adopter cette conduite résident beaucoup moins dans l'insuffisance des aptitudes intellectuelles des élèves que dans les préjugés des élèves, de leurs parents… et de leurs professeurs.

Conclusion : l'espoir, quand même ?

L'enseignement apparaît donc comme cerné et transi de mythes qui l'égarent ou dont il se flatte indûment. Il n'a jamais été parfait, mais il ne semble pas en voie d'amélioration. Comme dans d'autres domaines où les riches, individus ou nations, sont de plus en plus riches et les pauvres de plus en plus pauvres, je me demande si la distance grandissante entre les mathématiques les plus performantes des mathématiciens et la pauvreté culturelle des plus démunis ne risque pas de rendre le fossé qui les sépare définitivement infranchissable.

Ce qui est peu encourageant, c'est que dans la « lutte des classes mathématiques » que j'ai cru déceler, presque tous les acteurs ont bonne conscience, et que les individus aberrants de chaque groupe, qui ont envie de franchir les frontières des groupes et qui sont la seule raison d'espérer, demeurent isolés. Peuvent-ils se regrouper et influer sur le cours des choses ? Quelle organisation sera assez puissante et assez persuasive pour obtenir que la diffusion des idées et de la culture mathématiques ne demeure pas à l'état d'embryon dégénéré avant de s'être développé ? Un noyau pourrait en être constitué par les I.R.E.M., Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, créés il y a une vingtaine d'années, qui sont issus du milieu universitaire et ont été confrontés dès leur création aux problèmes concrets que pose l'enseignement des mathématiques aux niveaux primaire, secondaire et… tertiaire. Ils ont rapidement perdu leurs illusions initiales, mais pas leur détermination à affronter les problèmes de l'enseignement. Ils ont rapidement reconnu l'inefficacité de toute solution qui ne tiendrait pas compte à la fois de la spécificité de la discipline et de toutes les composantes psychologiques, relationnelles et sociales des processus d'enseignement :

c'est dans leur sein qu'est née la didactique des mathématiques. Ils ont accompli un remarquable travail, mais les progrès à réaliser ne seront obtenus, même dans les meilleures conditions, qu'au prix d'une action de très longue haleine. « Les meilleures conditions », cela veut dire que tous les mythes que j'ai dénoncés auraient été, sinon dissipés, au moins affaiblis. Penser que c'est possible est peut-être le dernier mythe à citer, mais à celui-là je veux encore croire.

Pour comprendre, il faut une {activité / initiative} de l'esprit qui procède à une reconstruction.

Mathématiques et musique : « Heard melodies… »

Octobre 2003

Il y a quelque temps deux vers de John Keats me sont revenus à la mémoire :

"Heard melodies are sweet
but those unheard are sweeter"

et je me suis demandé s'ils ne pourraient pas servir de devise à Arpège[11]. Mais j'ai vite pensé qu'une multitude de naïfs - ou de pervers - croiraient que cela signifie que les choeurs d'Arpège ne sont jamais aussi performants que lorsqu'ils sont silencieux.

Tel n'est, bien sûr, pas du tout mon propos ! Et pour prouver ma bonne foi, je vais faire une comparaison avec un domaine qui a été ma passion essentielle : les mathématiques.

Où sont les mathématiques ? Dans les livres et les revues des bibliothèques ? Dans les cours, conférences, exposés de séminaires ?

Je pense que la bonne réponse est : « Dans la cervelle des mathématiciens ! », ou dans leur esprit, si vous préférez, mais je ne fais pas de différence. Et elles y sont à la fois silencieuses et insurpassablement belles !

[11] Association (Ensemble vocal et orchestral) dont André Revuz fut président pendant une dizaine d'années.

Alors, faut-il les y laisser ? Évidemment non ! Il faut transmettre à d'autres, oralement et par écrit.

Et c'est bien la même chose pour la musique. Se trouve-t-elle dans les partitions ? Oui, dans un sens comme les mathématiques dans les articles. Mais dans les deux cas, il faut commencer par déchiffrer, puis je dirais volontiers aussi dans les deux cas, à jouer, c'est-à-dire essayer de comprendre ce que l'auteur a voulu dire et l'interpréter, avec le risque de mettre moins ou plus ou autre chose que ce que l'auteur pensait. Et puis il faut être capable de l'exprimer !

Mais après le bel exposé ou après la belle prestation musicale, est-ce que tout est fini, ou au contraire que l'essentiel commence ? La théorie mathématique va se déployer silencieusement et la mélodie « unheard » mener une vie intense et silencieuse dans l'esprit tant des exécutants que des auditeurs. Et c'est pour arriver à l'extase de cette richesse silencieuse qu'il faut faire les efforts toujours importants, et parfois douloureux, de déchiffrer, d'interpréter, d'exécuter.

Et je ne crois pas me tromper en disant que la récompense de tous ces efforts, c'est précisément ce qui est au-delà et qui ne sera jamais terminé !

Mathématiques et langage

Novembre 1997

Les Mathématiques sont-elles un langage ?[12]

Dire cela n'est sans doute faire justice ni aux mathématiques ni au langage.

Ma thèse : les mathématiques ne sont pas un langage, mais ont un langage et même des langages.

On peut marquer commodément la distinction entre mathématiques et langage en disant : « Il n'y a pas de théorème dans un langage. Et sans théorème, il n'y a pas de mathématiques ». La vérité de ce qu'exprime un langage est toujours à chercher en dehors de lui-même. Un langage ne peut pas par ses seuls moyens justifier la vérité de ce qu'il a exprimé. Les mathématiques de leur côté sont une construction intellectuelle stricte garante de sa propre vérité.

[12] Texte rédigé à partir de notes manuscrites préparatoires à une conférence donnée à l'École Estienne le 24 novembre 1997

D'où vient l'idée que les mathématiques sont un langage ? Du rôle qu'elles jouent dans l'explication du monde et le monde construit sans arrêt des modèles qui sont en général frustes, incohérents et inadéquats. Tout le travail scientifique consiste à élaborer des modèles cohérents et adéquats. Fabriquer un modèle valable n'est pas une affaire de langage.

Où sont les maths ? Dans les manuels ? les articles ?

Pas plus que la musique ne l'est dans les partitions. Une musique qui n'est pas jouée, qui n'est plus jouée, n'a plus qu'une existence potentielle, celle d'une graine ou d'une spore, si l'on veut, mais il faut quelque chose pour la réanimer : son exécution. Les lieux où les mathématiques sont vivantes sont les cerveaux qui recréent.

Les manuels, les articles, c'est de la mathématique en conserve… Un livre de maths se lit la plume à la main ou ne se lit pas, ce qui signifie non pas qu'on doive le lire ainsi, mais qu'on ne peut pas le lire autrement à moins qu'il ne s'agisse de choses très faciles et très familières pour le lecteur.

Les mathématiques vivantes sont constituées du travail intellectuel de ceux qui y travaillent et les langages des mathématiques vont assurer la communication entre les différents esprits. Ce travail est le creuset où se combinent les idées, où surgissent des images des êtres mathématiques fréquentés, où naissent les conjectures, les changements de point de vue et où s'échafaudent les démonstrations. Travail en partie conscient et en partie inconscient, le second étant provoqué par le premier. Ce travail se fait hors du langage, dans l'intimité du chercheur – et avec une mise en jeu de l'imagination et une bonne part d'affectivité – avec des images mentales très difficilement communicables, images dynamiques (non spatiales dans un grand nombre de cas) relevant de la perception des relations entre êtres mathématiques.

Mais ce travail devra être traduit dans un langage, avec un double but :

- La vérification pour soi de la vérité de ce qui a été acquis. D'où la nécessité d'une mise en forme logique et le rôle hygiénique de la rédaction.
- La communication à autrui.

D'où deux soucis entre lesquels tout langage mathématique est écartelé, ce qui conduit à des langages différents suivant le dosage des objectifs visés : langage heuristique des introductions, langage technique des articles.
In fine, son expression est dépourvue de toute affectivité et est aussi impersonnelle que possible.

Le premier but demeure largement prépondérant par rapport au second. Il est inutile de donner du « sens » si ce sens ne correspond pas à quelque chose de solide. C'est lui qui donne à la langue mathématique – langue écrite - son caractère particulier, mélange variable d'un langage proprement mathématique « context-free » et de langages méta-, para-, péri-mathématiques.

Les « Mathématiques modernes »

Conférence donnée à Poitiers en janvier 1997

Ce n'est pas moi qui ai choisi le thème de l'exposé que j'ai présenté à Poitiers en janvier 1997. La réforme désignée sous le nom de « Mathématiques modernes », en laquelle j'ai cru et en laquelle je crois encore, et à quoi j'ai consacré beaucoup d'efforts, a finalement connu un échec presque total. Il ne s'agit pas de se lamenter et, au demeurant, le fait qu'on me demande d'en parler me donne à penser que son échec n'est pas sans provoquer des regrets.

Le problème fondamental qui n'est pas nouveau, mais qui risque de devenir de plus en plus grave, est le décalage entre l'enseignement - à tous les niveaux - et la science en marche.

Depuis plus d'un million d'années que vit sur cette terre un animal qualifié d'homo, avec des adjectifs de plus en plus flatteurs pour culminer avec « homo sapiens sapiens » (mais Edgar Morin a aussi parlé d'homo sapiens demens !), cette espèce a fait des progrès considérables dans l'efficacité de ses activités et dans leur conceptualisation. La vitesse de ces progrès n'a cessé de croître au cours des âges : la bonne unité de temps pour constater des progrès significatifs n'a-t-elle pas été, en gros, de 100 000 ans à l'ère paléolithique, 10 000 ans à l'ère néolithique, le millénaire depuis la naissance il y a environ 12 000 ans de l'agriculture, le siècle depuis le 17e siècle et maintenant certainement moins du siècle : est-ce encore le demi-siècle ou déjà la décennie ? Cela signifie qu'un retard de 3 siècles au 13e siècle n'était pas un retard du tout, mais qu'au 20^{e} siècle, c'est une catastrophe.

Et ce retard semble affecter particulièrement l'enseignement des mathématiques. Il n'y a pas grand-chose de commun entre les enseignements de physique et de biologie que j'ai subis il y a presque 70 ans et ceux qui sont donnés à l'heure actuelle. Mais les mathématiques sont handicapées par une de leurs qualités : un résultat mathématique correctement démontré est vrai pour l'éternité et ne sera jamais renié, d'où l'illusion qu'il n'y a qu'à suivre l'ordre historique et qu'aucune remise en question n'est nécessaire. Cette idée très répandue repose sur une méconnaissance profonde du développement réel des mathématiques qui ne consiste pas en un simple empilement de connaissances : leur édifice est en perpétuel remaniement, et si chaque proposition ou morceau de théorie est vrai pour l'éternité, sa place dans l'édifice et son importance relative peuvent varier considérablement. Mais il y a plus, d'énormes progrès ont été faits dans la manière d'attaquer les problèmes et d'affronter les difficultés : il serait outrecuidant de penser que nous sommes intrinsèquement plus intelligents qu'Archimède, mais nous savons mieux utiliser notre intelligence. Nous avons appris à nous débarrasser de certaines inhibitions et à transformer un échec immédiat en succès riche de conséquences.

Enfin, il y a un problème épistémologique toujours présent même si l'enseignement le passe sous silence, ou lui donne des réponses frustes et non explicitées : quel genre de connaissances donnent les mathématiques ?

Là aussi, la réponse a profondément changé au cours des âges et a de profondes implications dans la conception de l'Univers, du rôle de la Science, de la place de l'homme.

I. Je voudrais commencer par un **rapide survol de l'histoire des mathématiques**, en faisant un point fixe à l'aplomb des moments décisifs de leur évolution.

a) Un évènement capital s'est produit aux environs de 600 avant J-C, sur les côtes ioniennes : la naissance de la démonstration en mathématiques, c'est-à-dire la recherche d'une méthode qui assure la nécessité de ce qu'on affirme. L'histoire a retenu les noms de Thalès et de Pythagore, et leur a attribué les deux propositions les plus importantes de la géométrie euclidienne. On sait peu de choses, sinon pratiquement rien, sur Thalès et Pythagore eux-mêmes, mais les pythagoriciens ont constitué pendant plusieurs siècles une secte mêlant science, mystique, musique... et politique. Un de leurs contemporains, Aristarque de Tarente, a reconnu leurs mérites en disant: « ils ont su élever l'arithmétique au-dessus des calculs de marchands ». Et c'est bien là l'originalité profonde de cette nouvelle démarche : une recherche désintéressée et soigneusement contrôlée de la vérité.

Trois siècles plus tard, une synthèse des résultats de cette mathématique grecque fut réalisée par Euclide (auteur vraisemblablement polycéphale, comme Bourbaki le fut 23 siècles plus tard !). L'ensemble procédait d'une rigueur qui apparut comme une nouveauté absolue dans l'histoire de l'humanité et donna l'impression d'une perfection insurpassable. Et de fait, il fallut attendre 21 siècles pour être capable d'être aussi rigoureux et 22 siècles pour montrer qu'on pouvait l'être plus.

Euclide avait cependant hérité des pythagoriciens une grave inhibition concernant les nombres. Après avoir proclamé « Tout est nombre », mais où « nombre » avait en langage actuelle sens de « nombre rationnel positif », les pythagoriciens se sont aperçus que la longueur de la diagonale du carré de côté 1 n'était pas un nombre : en langage moderne, $\sqrt{2}$ est irrationnel. Par suite, ils exclurent, et Euclide après eux, les nombres de la géométrie, et en séparèrent l'arithmétique limitée aux entiers et aux rationnels positifs. Et la géométrie utilisa un « calcul segmentaire » qui n'est pas encore définitivement mis à sa place : le musée.

Les mathématiciens grecs ne savaient pas encore ce qu'apprirent - non sans peine - les mathématiciens des temps modernes, que le genre d'échec qu'ils avaient rencontré ne devait nullement avoir pour conséquence de battre en retraite, mais au contraire de forger les outils propres à résoudre la difficulté. On pourrait presque dire que les grandes avancées des mathématiques ont consisté, dans des situations où l'outillage dont on disposait s'avérait insuffisant, à en créer un plus efficace à partir précisément des éléments qui faisaient obstacle à la progression. Mais il fallait pour cela une forme d'audace intellectuelle que les mathématiciens grecs n'avaient pas encore acquise. C'est pourquoi il serait aussi ridicule de les en blâmer, qu'il est déplorable 23 siècles plus tard de continuer à cultiver leurs inhibitions.

Rappelons en passant le remarquable travail d'Eudoxe qui en utilisant uniquement des entiers positifs fournit le schéma des coupures qui permirent à Dedekind de donner la première définition rigoureuse des nombres réels. Qu'est-ce qui sépare Eudoxe de Dedekind ? Ce dernier a conçu comme des entités existantes des ensembles de nombres, alors qu'Eudoxe ne prenait les nombres en compte qu'individuellement.
Techniquement, on peut dire que les deux démarches sont très voisines, mais conceptuellement, un abîme les sépare.
Si on avait dit à Eudoxe qu'il venait de définir une nouvelle espèce de nombres, il aurait sans doute violemment protesté, car pour lui les seuls nombres étaient les entiers positifs.

b) Le <u>deuxième moment crucial</u> dans le développement des mathématiques se place <u>aux alentours de 1650.</u>

Il y eût d'abord l'invention de la <u>géométrie analytique</u> par Descartes qui, très consciemment, voulut « rapprocher la géométrie des Anciens de l'Algèbre des modernes ».

On pourrait dire que par là, il réintroduisait en géométrie les nombres que les Anciens en avaient chassés, mais curieusement cette géométrie analytique se développa parallèlement à la « Géométrie des Anciens » sans interférer avec elle.

Mais l'évènement beaucoup plus important fut l'invention par Newton et Leibniz du <u>calcul différentiel</u>. Là, il y eut une avancée formidable, aux conséquences énormes : immédiatement la théorie de la gravitation de Newton,

puis, sans arrêt, tous les développements du calcul différentiel, dont on peut dire sans exagération qu'ils ne sont pas terminés aujourd'hui.
Par rapport à la Science des Anciens, ce fut la découverte d'un univers totalement nouveau d'une prodigieuse richesse, mais où l'on ne retrouvait plus la fameuse rigueur d'Euclide. La notion de limite resta longtemps mystérieuse et quasi inquiétante, à tel point que Lagrange essaya - sans succès - de s'en passer. Et cela nous amène au 3e moment.

c) La rigueur retrouvée.

C'est le début du 19e siècle et l'on se contentera de citer les noms de Cauchy et Weierstrass. L'analyse a désormais des bases plus solides et on peut avancer sans crainte et justifier tout ce que l'on fait sans se livrer aux acrobaties - d'ailleurs admirables en elles-mêmes - d'Euler. C'est au 19e siècle que devient évidente l'accélération du rythme de développement des connaissances qui ne cessera de s'amplifier.

d) Le dernier moment que j'évoquerai ici, et qui est capital, concerne en gros la période 1875-1925, et pour ne citer qu'une date on pourrait choisir 1900.

Au milieu d'une foule de découvertes importantes, les apports les plus cruciaux et les plus révolutionnaires sont le fait de la théorie des ensembles de Cantor, de l'axiomatique et de la logique mathématique de Hilbert, et en physique la théorie de la relativité d'Einstein et la théorie des quanta de Max Planck. Dans les quatre cas, il s'agit d'une remise en question, de la recherche de nouveaux fondements et d'un départ pour de nouvelles conquêtes. La quasi-simultanéité est-elle le fruit du hasard, ou bien y avait-il un besoin commun de refonder ? Sans doute la relativité et la théorie des quanta ont eu pour origine des problèmes très précis, et redoutables, posés par la physique, mais la réponse à ces problèmes a été la création hardie de conceptions radicalement nouvelles bouleversant les idées anciennes : nous sommes loin de la déroute pythagoricienne face aux irrationnels!

Les mathématiques, quant à elles, prenaient clairement conscience de leur nature, de leurs contraintes et de leur liberté. « Cantor nous a créé un paradis dont nul ne nous chassera » a déclaré Hilbert (mais l'enseignement du second degré s'en est chassé tout seul !). D'autre part, elles apportèrent à la relativité naissante tout l'outillage, déjà créé, des espaces de Riemann, et si la mécanique quantique les prit, au départ, au dépourvu, l'outillage adéquat fut bientôt créé ; actuellement on constate que les recherches les plus avancées en mécanique quantique et en relativité reçoivent l'aide de recherches mathématiques des plus avancées, telles l'homologie des groupes et la géométrie algébrique, cultivées en elles-mêmes à l'origine pour répondre à des questions purement mathématiques et dont l'application féconde à la physique peut paraître *a priori* surprenante.

Les mathématiques sont maîtresses de leur rigueur : elles disent clairement sur quoi - c'est-à-dire sur quels axiomes - reposent les théories qu'elles édifient.

Rappelons à ce propos qu'en quelque sorte à titre d'exercice, Hilbert dans son ouvrage « Grundlagen der Geometrie » a repris l'exposé d'Euclide, en en explicitant tous les axiomes : Euclide qui avait eu le grand mérite d'énoncer son fameux postulat en avait cependant omis la plupart.

Mais, maîtresses de leur rigueur, elles peuvent édifier des théories - grandes ou petites - à des fins extérieures à elles-mêmes : c'est le cas des mathématiques dites appliquées, qui sont de grandes fabricatrices de « modèles », et cette notion de modèle est sans doute la plus éclairante sur la nature, le rôle et l'utilité des mathématiques. Le modèle ne peut avoir la prétention de fournir une description complète et rigoureusement exacte de la réalité, mais il fournit le moyen d'agir sur elle. On peut avoir plusieurs modèles plus ou moins complexes, plus ou moins faciles à utiliser et il faut choisir suivant les situations et suivant les objectifs fixés : la mécanique newtonienne est un bon modèle pour le mouvement des satellites, ce n'en est pas un pour le mouvement des particules dans un accélérateur.

D'Euclide à nos jours, fidèles à l'idéal des Grecs et reconnaissant leur apport (ce qui était une démonstration pour Euclide est une démonstration pour nous, dixit Bourbaki !), les mathématiques se sont fortifiées et se sont libérées des inhibitions qui freinaient leur développement. Mais l'enseignement des mathématiques a-t-il su évoluer parallèlement ? La réponse est évidemment non. Le problème est loin d'être simple : la vitesse du développement scientifique est beaucoup plus élevée que celle de la diffusion des idées dans la société et l'écart entre les plus savants et les moins savants s'accroît dramatiquement. La question de la modernisation de l'enseignement est donc toujours actuelle, mais à mes yeux une condition pour progresser est de répondre simultanément aux deux questions : que faut-il enseigner ? Comment faut-il l'enseigner ?

II. Réformes de l'enseignement

La très célèbre réforme de 1902 introduisit pour la première fois un enseignement scientifique digne de ce nom dans l'enseignement secondaire : ce fut un remarquable progrès.

Mais vers les années 30, pour sauvegarder l'enseignement du latin, on pratiqua sous le nom d'égalité scientifique (entre les différentes sections) une diminution réelle de l'enseignement scientifique.

Après quoi, l'enseignement ronronna... et cela, à tous les niveaux, y compris celui des facultés. Le premier réveil fut provoqué par le groupe Bourbaki qui vulgarisa au niveau le plus élevé les idées fécondes mises en circulation au début du siècle : il se mit à la tâche dans les années 30 et publia ses premiers fascicules en 1940. Dans la jungle des résultats épars, mal reliés les uns aux autres, Bourbaki traçait de larges avenues qui permettaient de s'orienter facilement et de comprendre de plus haut ce qu'on faisait. Les notions de structures et de morphismes permettaient d'organiser le champ des connaissances et des problèmes mathématiques. Les idées générales, simples à comprendre, sinon faciles à dégager, ne dispensent pas du travail technique, mais sans elles, ce dernier perd son sens et devient vite rébarbatif et stérile.

Mais alors que l'idée initiale d'André Weil et d'Henri Cartan avait été d'écrire un manuel de « Calcul différentiel et intégral », emporté en quelque sorte par son élan, Bourbaki ne revint pas à l'enseignement de licence des Universités.

Ce fut G.Choquet qui, non bourbakiste lui-même, fit à Paris en 1954 la

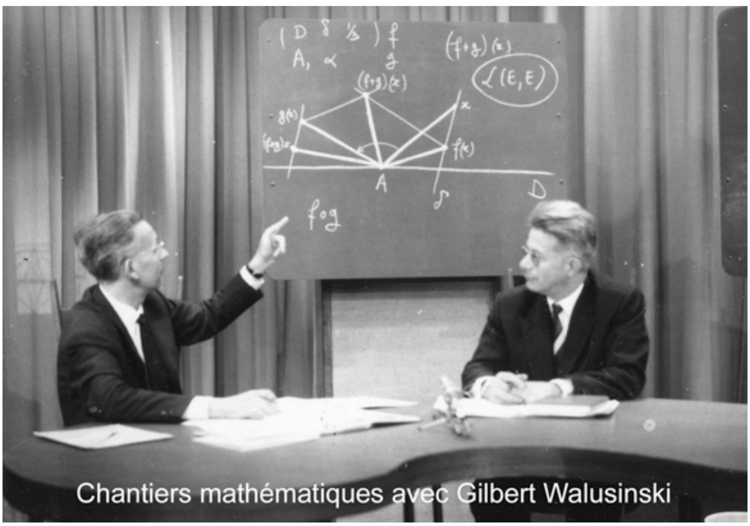

Avec G. Choquet à Jussieu - 1982

révolution. Chargé de ce fameux certificat de Calcul différentiel et intégral, il en modifia complètement le programme et l'esprit. À sa suite, les facultés de province firent quasi immédiatement de même et dans les années qui suivirent tout l'enseignement universitaire des mathématiques fut profondément remanié.

Cependant rien ne se passait dans l'enseignement secondaire en dépit de l'APM qui manifestait son insatisfaction à l'égard de programmes apparemment immuables, et s'activait sous l'impulsion de son secrétaire général

Gilbert Walusinski. L'APM et la SMF organisèrent en 1956 et 1957 des séries de conférences qui eurent lieu à l'Institut Henri Poincaré et furent publiées dans la revue « l'enseignement mathématique ». Puis sur la demande de certains collègues, l'APM organisa pendant 3 ans un véritable cours que je donnais les mercredi après-midi à l'Institut Henri Poincaré. Des exercices étaient proposés et mon épouse rédigeait le texte des cours qui était distribué la semaine suivante et les corrigés d'exercices qui l'étaient la quinzaine suivante. L'ensemble fut à la fin de chaque année imprimé et publié sous le titre : Le cours de l'APM.

Par la suite, des émissions de télévision appelées « Les chantiers mathématiques », que j'animais avec G.Th.Guilbaud, furent organisés sous l'égide du CNDP (Centre National de Documentation Pédagogique) et donnèrent lieu à l'édition de fascicules reprenant le contenu des émissions.



Chantiers mathématiques avec Gilbert Walusinski

Mais auparavant le Ministère de l'Education Nationale avait fini par prendre conscience du problème ; il avait créé une commission universellement baptisée du nom de son président : commission Lichnerowicz.

Il est à noter que la première proposition de la commission concerna la création des IREM.

L'idée en avait été avancée par G.Walusinski et la commission n'eut aucun mal à se mettre d'accord sur le projet. Je pense qu'il faut souligner la pertinence de cette décision : contrairement à bien des idées reçues, enseigner les mathématiques n'est pas une tâche facile. Il s'agit d'une activité complexe qu'on ne peut améliorer sans l'étudier profondément.

Le projet soumis au ministre, A.Peyrefitte, reçut l'accueil suivant: « C'est très bien, mais on ne peut pas se limiter aux seules mathématiques ». Élégant enterrement! Sur ce, arrivèrent les « événements de 68 », et un nouveau ministre E.Faure qui, outre ses qualités personnelles, était dans la nécessité de faire quelque chose. Il trouva tout prêt le dossier des IREM et il fit passer immédiatement à l'exécution.

Mais après, le plus dur attendait la commission : proposer de nouveaux programmes. L'objectif était de faire intervenir dans des situations élémentaires les idées nées aux alentours de 1900. Techniquement, la tâche n'était pas insurmontable, mais convaincre l'inspection générale, les professeurs, les parents d'élèves, la société tout entière était tellement plus difficile que le résultat final fut un échec.

L'inspection générale fut la première à être convaincue. Parmi les professeurs, beaucoup se montrèrent enthousiastes.

D'ailleurs, une expérimentation systématique fut organisée qui concerna plusieurs centaines de classes dans plusieurs académies, classes de tous les niveaux et dans tous les environnements. Les résultats furent extrêmement encourageants : les élèves étaient heureux, les professeurs aussi et à part quelques très rares exceptions, je pouvais estimer qu'on y faisait de très bonnes mathématiques. Mais comme je le pressentis et le dis tout haut dans un colloque à Echternach « Toutes les expériences réussissent, toutes les extensions échouent ». Et quand je dis que toutes les expériences réussissent, cela ne signifie pas qu'il y ait une illusion de réussite, mais bien une réussite réelle. Une des raisons m'en paraît être que les expériences étaient menées par des professeurs volontaires, se sentant personnellement responsables de leur action et à qui avait été donné le conseil, largement suivi, de travailler en liaison avec leurs collègues du même établissement ou d'établissements voisins : préparation commune, observation mutuelle des classes, discussion des résultats.

S'il avait été possible de laisser le choix aux établissements entre un enseignement « moderne » et un enseignement « classique », il n'est pas exclu que le premier aurait fini par se répandre partout ; mais ceci est impensable en France où tout le monde doit faire apparemment la même chose, et il est interdit de voir les énormes différences que présente la réalité sous une apparente uniformité.

Je ne peux m'empêcher de penser à ce que seraient devenus les Impressionnistes dans leur lutte contre les « Pompiers » s'il avait été décrété que tout le monde devait peindre de la même façon !

Par un cruel retour des choses, c'est au sein de l'APM - qui avait été à l'origine du mouvement - que s'éleva la première opposition : Lichnerowicz s'estima-t-il trahi ? Toujours est-il qu'il démissionna et que la commission en mourut. Que les programmes n'aient pas été parfaits, qui peut le nier ? Mais au lieu de les amender en en gardant l'esprit, on se livra à un travail de démantèlements successifs pour finalement les détruire complètement et, pour couronner le tout, on finit par chasser les démonstrations des cours de mathématiques de l'enseignement du second degré. Il est à peine exagéré de dire que l'on n'enseigne plus de mathématiques à ce niveau-là. Les derniers développements ont leur origine probable dans une vue démagogique qui croit que « faire des mathématiques pour tous » consiste à enlever tout ce qui paraît difficile, oubliant que par là on les prive radicalement de tout intérêt et de toute utilité.

Mais, ce qui mériterait d'être étudié, ce sont les réactions en définitive largement négatives d'une grande partie du corps des professeurs de mathématiques.

L'étude est sans doute difficile et ne sera peut-être jamais faite complètement. Ce qui personnellement m'a frappé, c'est l'aspect « guerre de religion » qu'ont très souvent prises les controverses, et la nature proprement cléricale de l'opposition au changement : un corps de clercs avait son credo et ses rites, et instinctivement ne pouvait percevoir la nouveauté que comme une hérésie ; et chacun sait que l'hérésie, il faut l'éradiquer. Dans le fond de son cœur, l'homme a peur du changement et sa première réaction est de le refuser. Les véritables changements se produisent le plus souvent à son insu.

Pour en revenir à ces fameux programmes, qu'avaient-ils de si affreux ?

Les éléments fondamentaux étaient :

a) une étude sérieuse des nombres depuis les entiers naturels jusqu'aux complexes,

b) des éléments d'algèbre des ensembles et de logique,

c) l'introduction progressive du linéaire.

Reprenons ces différents points :

a) Il s'agissait de donner aux nombres leur place.

C'est sur eux qu'est pratiquement fondé tout l'édifice des mathématiques. Il s'agissait de bien connaître toutes leurs propriétés sans omettre, par exemple, les relations d'ordre sur les ensembles de nombre et la valeur absolue qui y est intimement liée. Construire à partir de **N** successivement **Z**, **D**, **Q**, **R** puis **C** n'était pas forcément indispensable, mais ce fut une révélation rassurante pour beaucoup de professeurs et une introduction bien motivée pour les élèves permettant de bien distinguer les différents ensembles de nombres et leurs propriétés.

Faut-il rappeler, à ce propos, l'analphabétisme numérique largement majoritaire chez le Français : il suffit d'écouter ce qui se dit et de lire ce qui s'écrit sur les pourcentages pour être édifié.

b) C'est le thème qui a donné lieu aux critiques les plus contradictoires et les plus cocasses.

Pour certains, c'était puéril, sans intérêt et sans difficulté : les sottises que l'on trouva dans certains manuels prouvent que ce n'était pas si facile et que beaucoup avaient à y apprendre. Pour d'autres, c'était un formalisme inutile qu'il ne fallait aborder que lorsqu'on savait déjà bien raisonner et bien s'exprimer.

Comment ne pas voir que la réflexion sur les connecteurs propositionnels et les quantificateurs apporte une aide décisive au développement de la logique et permet d'éviter les pièges que peut tendre le langage usuel ? Langage des ensembles et logique élémentaire se soutiennent réciproquement et devraient faire partie de l'outillage mental de tout citoyen français : les propos de nos contemporains sont-ils toujours parfaitement logiques, même en l'absence de toute mauvaise foi ?

c) Refuser de faire explicitement au linéaire la place fondamentale qui lui revient dans toutes les mathématiques ne peut pas être considéré autrement que comme un sabotage de leur enseignement.

Quelle que soit la voie choisie, et il y en a assurément plusieurs possibles, maîtriser la géométrie euclidienne suppose que l'on a compris que l'on travaillait dans l'espace affine associé à un espace vectoriel de dimension finie sur **R** (au départ 2, puis 3) muni d'un produit scalaire.

Faut-il que je redise qu'il ne s'agit pas de jeter au nez des élèves une telle définition, mais que le but est qu'ils en comprennent l'intérêt et la puissance en fin de scolarité.

Il y a quelques mois, j'ai eu la visite d'un professeur de mathématiques à la retraite, ancien PEGC, qui avait rédigé à l'intention d'un de ses petits-fils tout un cours et de très nombreux exercices : son travail qui était intéressant était en grande partie une redécouverte des exposés de géométrie contre lesquels il avait pesté vingt ans plus tôt. Et le plus drôle a été de trouver dans son exposé une « démonstration » inconsistante de la fameuse propriété de la droite affine qui avait mis le feu aux poudres : je n'eus pas de peine à le convaincre qu'il y avait là en réalité un axiome et nous avons bien ri en constatant qu'après 20 ans de réflexion nous étions bien d'accord sur toute la ligne.

Mais le linéaire intervient aussi dans ce qui ne l'est pas : les fonctions différentiables ne sont autres que celles qui sont localement approximables par des fonctions linéaires. C'est sur cette idée simple qu'il faut insister. J'ai eu l'occasion l'an dernier de faire travailler une élève qui était en terminale scientifique et qui, lors de notre premier entretien, me déclara : « Je sais calculer toutes les dérivées (passons sur cette naïveté : Newton, à moins que ce ne soit Leibniz, avait cru savoir résoudre toutes les équations différentielles), mais je n'ai pas très bien compris ce qu'est une dérivée ». Je me suis bien sûr fait un plaisir de le lui expliquer, tout en constatant la tendance de maint cours de mathématiques à insister sur les techniques et à passer trop rapidement sur les idées – voire de les passer sous silence. Cela s'explique par l'obsession de « préparer les examens » et par l'oubli du fait que l'on ne saura jamais se servir efficacement des techniques si on n'a pas assimilé les idées qu'elles doivent mettre en œuvre. Dans le même entretien, je lui dis que la dérivée, suivant la situation, porte des noms variés tels que intensité, vitesse. À ce moment-là, elle me dit : « Ah ! vitesse… on m'en a parlé en physique » et je pus constater que le professeur de mathématique n'avait pas indiqué la vitesse comme exemple de dérivée, et que le professeur de physique n'avait pas dit que la vitesse était une dérivée.

Alors que les mathématiques et la physique ne seraient pas ce qu'elles sont, l'une sans l'autre, on constate, avec tristesse et indignation, que les professeurs des deux disciplines, jaloux de défendre leurs domaines, omettent de mettre en évidence les liens les plus visibles entre les deux sciences, pour ne pas dire qu'ils s'ingénient à les cacher. Il y a là un problème redoutable pour l'enseignement des deux disciplines, et je ne vois aucun progrès se dessiner, si ce n'est même qu'il ne cesse de s'aggraver.

Dans le naufrage de la réforme, quelque chose de très important a surnagé : ce sont les IREM, dont il faut peut-être rappeler que ce sigle doit se lire : « Instituts de <u>Recherche</u> sur l'Enseignement des Mathématiques ».

C'est au sein des IREM qu'est née la Didactique des Mathématiques, qui s'est donné pour tâche d'étudier les problèmes spécifiques à l'enseignement des mathématiques, en insistant sur le fait que l'on ne peut pas séparer le contenu d'un enseignement de la manière de l'enseigner. Cette idée que l'on pourrait croire évidente a relativement de la peine à s'imposer, et les deux erreurs symétriques « pour enseigner des mathématiques, il suffit de les savoir », « qui a la pédagogie peut tout enseigner » sont encore largement répandues.

III. L'avenir

Comme je l'ai dit au début, le problème auquel s'est attaquée la réforme dite des mathématiques modernes n'est pas relatif à des circonstances temporaires, il est de tous les temps et a plutôt tendance à s'aggraver.

L'APM a joué un rôle important dans la mise en route de la réforme et un rôle non moins important dans sa démolition. Quelles que soient les conditions des futures évolutions de l'enseignement des mathématiques, elle y aura une influence dont elle doit accepter la responsabilité pour l'exercer au mieux.

C'est une évidence que le rôle du professeur de mathématiques est crucial, mais encore faut-il préciser comment ce rôle doit être rempli. Dans les années 60 qui virent la naissance d'une Télévision scolaire, Christian Fouchet, alors ministre de l'Education Nationale, déclara qu'on avait là la solution aux problèmes de l'enseignement : « Il suffit de choisir le meilleur professeur de mathématiques de France et de lui faire donner ses cours à la Télévision ». Pour énorme que puisse paraître cette naïveté, elle correspond à une vision très répandue du rôle du professeur : le professeur parle, les élèves écoutent ; le professeur dit ce qu'il faut faire, les élèves doivent le faire. Le modèle du catéchisme est encore très prégnant dans l'enseignement actuel et chaque professeur devrait se poser la question : suis-je professeur de mathématiques ou professeur de catéchisme ? J'ai parlé plus haut des réactions proprement cléricales du corps des professeurs, la remarque me paraît toujours valable : il y a des archevêques, des évêques, des chanoines, des curés, des vicaires. Les programmes codifient les rites et les dogmes : ils disent ce qu'il faut enseigner, mais aussi ce qu'il ne faut pas enseigner. Récemment un professeur de 3ème a interdit à ses élèves d'utiliser le signe d'appartenance, car, disait-il, « vous n'avez pas la maturité pour le faire ». On peut se demander quelle est la maturité nécessaire en l'espèce, les mêmes élèves devant se servir du signe – qui, symbole d'une opération non associative, est d'une utilisation beaucoup plus délicate.

J'ai trouvé dans le cahier de cours de physique d'une cousine la remarquable phrase suivante : « en réalité le gramme n'est pas une unité de poids, mais une unité de masse, mais comme la masse n'est pas au programme nous n'en dirons pas plus ».

« Le professeur parle, les élèves écoutent ». Ce n'est que trop vrai, et j'ai toujours essayé de persuader les futurs professeurs qu'ils devaient non seulement apprendre à parler, mais encore plus à écouter. Il est rare que ce que dise un élève soit d'emblée totalement correct, mais il est rare que ce soit radicalement faux, et même si ça l'est, il faut en discuter pour voir pourquoi c'est faux ; mais l'expérience m'a montré que si l'on discute l'assertion initialement formulée, on arrive souvent en un temps étonnamment court à une proposition correcte. Beaucoup de professeurs posent des questions, mais c'est purement théorique, car ils n'attendent pas la réponse. Dans une classe qui fonctionne bien, il est possible de poser de vraies questions et d'attendre les réponses le temps qu'il faut. Ceci est facile si la mentalité qui règne dans la classe est celle de la recherche : le professeur n’est pas perçu comme celui qui sait et assène la vérité, mais comme celui qui éclaire les chemins de la découverte.

J’ai déjà dit maintes fois et je le répète : un professeur, c’est une liberté qui appelle d’autres libertés.

Un cours de mathématiques doit être transparent ; on peut tout y justifier. Tout, à coup sûr, n’est pas justifié de la même manière : un théorème l’est par sa démonstration ; un axiome par sa plausibilité, il peut même être présenté comme un pari que l’on fait et dont on jugera la valeur par les conséquences que l’on en tirera, mais il faut éviter la malhonnêteté qui consiste à le passer sous silence ou à le présenter comme une vérité première ; une définition doit être justifiée par sa pertinence. La pratique la plus courante concernant axiomes et définitions consiste à les asséner sans commentaire. L’expérience m’a montré qu’il y avait au contraire intérêt à en discuter longuement : il en résulte chez les élèves un sentiment de libération et de satisfaction d’avoir été traités en adultes dont la liberté est respectée et la responsabilité sollicitée. Cette attitude peut surprendre au début des élèves prêts à se référer au modèle archaïque du professeur. Un cas extrême a été vécu par un collègue faisant un exposé dans un pays que je ne nommerai pas et qui, commençant la démonstration d’un théorème qu’il venait d’énoncer, a entendu l’auditoire lui dire : « Monsieur, c’est inutile, nous vous faisons confiance ! »

Il faut souligner que l’attitude archaïque ne peut être justifiée ni par le niveau éventuellement très faible des élèves, ni par la nécessité d’être prétendument concret. À l’IREM de Paris, deux jeunes maîtres-assistants étaient allés expérimenter dans des classes techniques ; ils ont pu faire des choses très intéressantes avec les élèves, mais il ne fallait surtout pas leur dire qu’il s’agissait de mathématiques, car l’enseignement qu’ils en avaient subi les en avait dégoûtés à jamais. Quant au concret, il s’accommode très mal du dogmatisme : quand j’étais à l’école primaire, on m’y fit faire force opérations, la signification éventuelle des résultats n’étant jamais évoquée. Si le résultat exact était 21 738,54 trouver 11 738,54 ou 21 738,53 étaient également faux, sans commentaire, alors que la première erreur peut être catastrophique et que la seconde parfaitement négligeable. Apprécier les ordres de grandeur et la précision adéquate, ce qui est fondamental tant du point de vue théorique que du point de vue pratique, n’était pas enseigné. Après cela, il n’y a pas lieu de s’étonner de trouver dans des encyclopédies le nombre d’habitants d’une grande ville donné à une unité près, avec la date ce qui est déjà absurde, ou sans la date, ce qui l’est encore plus.

Il faut enseigner les mathématiques pour ce qu’elles sont : une des plus belles créations de l’esprit humain – occulter leur beauté est un crime – qui trouve son origine dans la réflexion sur l’activité humaine à laquelle elle apporte une aide précieuse. S'il fallait définir d'un mot les mathématiques, je dirais que ce sont des schémas d'action. Lorsqu'elles peuvent intervenir dans l'action, elles en augmentent considérablement l'efficacité, mais il ne faut pas penser tout résoudre grâce à elles, ni les appliquer à tort et à travers.

Sous toutes ses formes l'activité mathématique ne peut se développer sainement que sous le double signe de la liberté et de la responsabilité.

Mathématiques et « explications scientifiques »

Janvier 2004

"Les idées naturelles sont celles qui viennent en dernier."

Hadamard

Toute épistémologie ne consiste-t-elle pas en définitive à essayer de préciser le sens des verbes : expliquer, comprendre, savoir ?

Le besoin d'expliquer, de comprendre, de savoir est si contraignant chez l'être humain qu'il est malheureux s'il n'y parvient pas, et que dire « Je ne sais pas », ce qui serait pourtant dans un grand nombre de cas (la majorité ?) la solution raisonnable lui est extrêmement pénible.

Alors, tout est-il également difficile à expliquer ? Ce qui est relativement facile à saisir, ce sont les conduites humaines : nous comprenons les sentiments, les intentions, les actions de nos semblables, en grande partie à partir des nôtres, et quand on parle d'un conduite « incompréhensible » cela veut beaucoup plus dire qu'on la blâme que de dire qu'on ne la comprend vraiment pas!

Mais en dehors des conduites humaines ? L'humanité a trouvé depuis longtemps une « explication » : il y a des êtres qui sont comme les hommes, mais beaucoup plus puissants et qui sont à l'origine de tout ce qui se passe : ce sont les Dieux ! Il n'y a pas de société sans Dieux. Il y a les Dieux gentils qui nous protègent et nous rassurent et il y a les Dieux méchants qu'il faut apaiser (manière indirecte de calmer la trouille qui est sans doute ce qu'il y a de plus profond au coeur de l'homme). Et puis une fois que c'est parti, l'imagination ne connaît plus d'obstacles ; on fait dire aux Dieux des choses que l'on n'accepterait pas d'autres hommes, et la volonté des Dieux est le ciment qui maintient la cohésion des sociétés ; avec comme conséquence que s'opposer aux Dieux, c'est attaquer la société à laquelle on appartient et que les Dieux des autres sont suspects et dangereux.

Avec tout ça, on est loin d'une explication « scientifique ». Mais en l'an de grâce 2004 de l'ère chrétienne, quelle est la proportion des êtres humains qui se satisfont des explications scientifiques ? 1% ? 2% ? Qui dit mieux ? Car utiliser le vocabulaire de la science et avoir l'esprit scientifique sont deux choses différentes. L'expression « Il est scientifiquement prouvé que… » m'exaspère, parce qu'en général, rien n'est prouvé du tout.

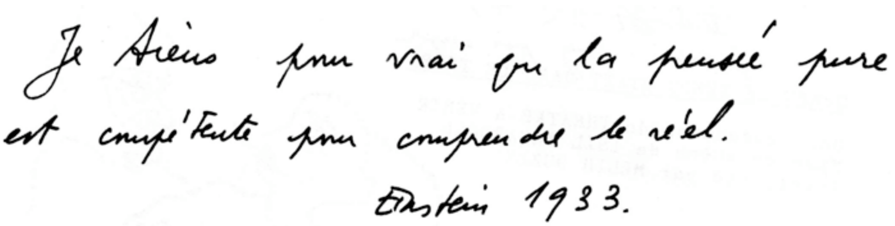
Alors, finalement est-ce que la science explique ? Je répondrais volontiers : Non ! La science n'explique pas, mais elle permet de prévoir. Comment prétendre que la physique décrit le monde tel qu'il « est » ? Quelle est la « vraie » mécanique ? Celle de Newton, celle d'Einstein, la mécanique quantique (et il vaudrait mieux dire les mécaniques quantiques) ? Elles ont chacune un domaine où elles permettent d'agir avec une précision adaptée à chaque domaine. Certains rêvent d'une théorie unitaire. Pourquoi pas? Mais ce rêve relève-t-il de la science ou de la métaphysique ?

Dans toutes ces théories physiques, le rôle des mathématiques est prépondérant. Cela apparaît comme un paradoxe, y compris pour certains mathématiciens.
Il est amusant de constater qu'après avoir laissé courir son imagination et rêvé de tout un cortège de dieux, l'homme soit saisi d'un doute à l'égard des productions mathématiques de son cerveau. Notre cerveau est le résultat d'une très longue évolution, et pourquoi ne serait-il pas apte à déchiffrer à sa manière l'Univers dans lequel nous vivons ? Je ne serais pas éloigné de croire que les mathématiques sont beaucoup plus « naturelles » qu'on ne le pense et je crois que leur histoire peut éclairer les erreurs de perspective commises à leur égard. […]

On s'en tire actuellement en disant que les mathématiques ne décrivent pas à coup sûr la réalité, mais qu'elles en fournissent des « modèles » qui permettent des actions de plus en plus efficaces sur ladite réalité. Pirouette ? Ou sagesse, qui admet qu'on ne « sait » pas tout, mais qu'on peut agir avec une lucidité croissante. Et les mathématiques viennent fourrer leur nez dans des tas de domaines dont on les pensait totalement exclues : quand les situations deviennent trop complexes, les mathématiques peuvent souvent fournir (en les créant à cette occasion, très souvent) les outils permettant de dominer cette complexité. Le succès n'est bien sûr pas garanti à tout coup. Un bon exemple en est fourni par les modèles proposés dans le domaine de l'économie et des finances. Et la difficulté est profonde, car les modèles supposent tous plus ou moins que le comportement des acteurs est rationnel, ce qui n'est pas toujours vrai !

Mathématiques, physique… et autres sciences

Avril 2007


Je tiens pour vrai que la pensée pure est compétente pour comprendre le réel.
Einstein 1933.

Depuis près de deux siècles, physiciens et mathématiciens ont donné l'impression de ne collaborer qu'à contrecoeur. Cette époque est certainement révolue, mais est-on sûr qu'il ne subsiste pas quelques résidus de cette attitude fâcheuse ?

Et si épistémologie est un grand mot qui peut parfois faire peur, il ne faut pas se dissimuler que nous avons tous notre épistémologie personnelle plus ou moins inconsciente, et je suis persuadé qu'il y aurait intérêt à ce qu'on en discute explicitement et que l'on découvre que nous considérons sans doute comme évidentes des choses qui ne le sont pas tellement. Il y a, en particulier, à mes yeux, dans les descriptions que l'on est tenté de donner des diverses sciences une grande absente qui est l'imagination. On a eu trop tendance à mettre l'accent sur ce qui apporte une certitude plus ou moins solide : la déduction pour les maths, l'expérimentation pour les sciences « expérimentales ». Avant de déduire ou d'expérimenter, il faut savoir ce que l'on a envie de prouver et qui *a priori* n'est pas certain du tout : conjecturer est le point de départ obligatoire. Rappellerai-je la boutade d'Hilbert à propos d'un de ses élèves qui avait abandonné les maths pour la poésie : *« 11 a bien fait, il n'avait pas assez d'imagination pour être mathématicien ! »*. Je dois citer aussi la thèse de didactique d'une doctorante grecque qui avait pour objet de savoir quel rôle était donné à l'imagination par les mathématiciens et les lycéens. Chez les mathématiciens, tous ont déclaré que c'était fondamental. Quant aux lycéens, ils ont (en France comme en Grèce) été ébahis qu'on puisse leur poser une pareille question, la réponse étant évidemment pour eux que l'imagination n'avait rien à faire en mathématiques. J'ai pris ces exemples parce que je suis, en principe un mathématicien (personne n'est parfait !), mais il me paraît clair que l'imagination a un rôle moteur dans toutes les sciences : c'est elle qui pose les questions.

Encore un mot ! Un individu seul ne peut pas tout savoir, et même ne peut dominer qu'une très petite partie du savoir global de l'humanité. Mais pour son propre moral, chacun a besoin d’être persuadé que ce qu’il sait est très important et, après un dérapage classique, que c’est ce qu’il y a de plus important, et de plus important, en tout cas que ce que les « autres » savent : et on n’est plus très loin de la dispute des différents maîtres de M.Jourdain !

Les scientifiques se doivent de ne pas oublier ce qu’il y a de commun et de profondément commun dans toutes les disciplines scientifiques, sans oublier pour autant la spécificité de chaque discipline. Les diverses disciplines sont différentes, mais avant tout complémentaires, et les difficultés que peut présenter leur collaboration n’ont aucun fondement scientifique.

Et il faut aussi penser aux relations avec les « Sciences humaines ». Ce ne sera pas facile, et il y faudra beaucoup de temps et d’efforts !

Valeurs universelles

Le problème des valeurs universelles n'est pas tant de les recenser, ni même, quoi que ce soit à la fois plus important et plus difficile, de comprendre en quoi elles consistent, que de les mettre en pratique une fois qu'on a déclaré les reconnaître. Il y a pourtant une valeur tout à fait universelle, qui est respectée par tous ceux qui s'en réclament, mais qui échappe à l'attention de presque tout le monde : c'est l'éthique scientifique. L'attitude courante de l'homme face à n'importe quelle situation est de donner immédiate-ment une explication totale, sans se soucier de sa cohérence ni de son adéquation à la réalité, et de lui attribuer sans plus attendre une valeur absolue au nom de laquelle il pourra pourchasser ceux qui ne sont pas de son avis. À l'opposé, l'attitude scientifique consiste à constater au départ : « Je ne sais pas ! ». L'humanité aura fait un grand progrès le jour où elle pourra déclarer sereinement, sans être prise de panique : « Je ne sais pas ! ». Il ne s'agit pas, bien sur, d'en rester là. Le deuxième moment, c'est le projet : « Je vais essayer de comprendre, mais je ne retiendrai que les explications cohérentes et vérifiables dans une expérimentation honnête. En outre, je ne leur attribuerai pas de valeur absolue ni définitive ». Si cette valeur était plus largement reconnue et respectée, cela aiderait peut-être à ce que les autres le soient aussi…

Journée du 26 mars 2010

Cette journée, ouverte par le président de l'université, s'est déroulée en deux temps :
- le premier, consacré à l'hommage scientifique comportait une évocation d'André Revuz comme directeur de l'IREM par François Colmez, suivie de quatre exposés liés à des recherches didactiques actuelles sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et de la physique.
- le second, constitué par des allocutions de personnalités ayant connu André Revuz : Eric Barbazo, Jean-Pierre Raoult, Madeleine Sonneville, Jean-Pierre Kahane, Marc Rogalski, Robert Perret.

Les exposés sont reproduits ci-dessous, les autres interventions figurent dans la partie « Témoignages ».

Allocution de Vincent Berger

Président de l'université Paris Diderot

En cette année où nous célébrons le 40e anniversaire de la création de notre université, j'ai plaisir à rendre hommage à un certain nombre de ses fondateurs: le mathématicien François Bruhat, le linguiste Antoine Culioli, le médecin Jean Bernard, le recteur Robert Mallet, sans oublier bien sûr le juriste Michel Alliot, premier président de Paris 7.

D'autres collègues participaient aussi à cette aventure pluridisciplinaire visant à la construction de l'université, notamment le géographe Fernand Joly, le biologiste René Heller et le mathématicien André Revuz, qui a été très impliqué dans cette période bouillonnante, à laquelle il a apporté sa touche personnelle.

Il a en effet donné une impulsion décisive à la didactique des mathématiques, en animant deux structures au sein de Paris 7 :

- l'une spécialisée, l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM), qu'il a dirigé de sa création en 1970 jusqu'à 1979 - cet institut reste à ce jour l'un des plus importants en France
- l'autre généraliste, l'Unité de Formation (UF) de didactique des disciplines, qu'il a dirigée pendant plusieurs années

L'IREM de Paris fut l'un des trois premiers instituts créés par Edgar Faure (il y en eut ensuite un par académie). Cette structure fut dès le départ étroitement associée à l'UFR de Mathématiques de Paris 7, à laquelle appartiennent tous ses enseignants-chercheurs. L'IREM a été et est toujours un lieu privilégié de confrontation et de débats entre enseignants, formateurs et chercheurs. Sous l'impulsion d'André Revuz, il a constitué un creuset qui a permis de faire soutenir des thèses d'État puis des HDR, de créer une équipe d'accueil à la fin des années 1980 (Didirem) et enfin une formation doctorale.

L'IREM a aussi joué un rôle actif dans la diffusion de travaux scientifiques dans le domaine de l'enseignement des mathématiques, en permettant l'impression sans délai de divers types de publications, dont des travaux de jeunes chercheurs. L'institut a également été un acteur majeur de la formation continue des enseignants du secondaire et du primaire. Toutes ces activités initiées par André Revuz se sont développées et se poursuivent actuellement, malgré le contexte national très complexe que l'on connaît.

L'UF de didactique était une composante atypique regroupant Sciences et Lettres, notamment la physique, les mathématiques, la géographie, l'anglais, l'informatique et s'inscrivait dans une démarche propre à Paris 7, revendiquant un lien étroit avec la discipline de base, comme l'indiquait clairement l'intitulé de l'Unité de Formation. A l'inverse des Sciences de l'Education, trop détachées des contenus, il s'agissait de développer une réflexion sur l'enseignement qui ne soit pas coupée d'un solide bagage dans les fondamentaux, qui en constitue la condition nécessaire. Ce parti pris initial demeure vivace, même si la composante, l'enveloppe administrative disons – qui n'était pas statutaire - a depuis disparu.

Ces deux structures ont alimenté un flux de chercheurs, qui sont devenus pour une grande part enseignants-chercheurs et ont essaimé dans toute la France. Ils ont ainsi contribué au développement de la didactique, conçue comme intégrée à la discipline, une vision voulue dès le départ par André Revuz, et qui constitue l'une des raisons essentielles du succès de cette entreprise. Ainsi, en mathématiques et en physique, les équipes ont rapidement acquis une notoriété nationale et même internationale, ainsi qu'une reconnaissance institutionnelle dans le cadre des contrats quadriennaux, faisant jouer à Paris Diderot – Paris 7 un rôle moteur dans le paysage universitaire.

Bien que président, je n'en suis pas moins physicien et je me réjouis donc du rapprochement institutionnel au sein d'un même laboratoire, le LDAR, des équipes de mathématiques et de physique dans le domaine de la didactique. Je sais que ce rapprochement avait déjà été largement amorcé dans les années 1980 par André Revuz, qui avait animé avec un groupe de collègues, une section expérimentale de DEUG dans laquelle les enseignements des deux disciplines étaient étroitement coordonnés. C'était le souhait d'un mathématicien qui aimait les sciences physiques, et qui avait toujours milité pour le rapprochement de ces disciplines dans leur enseignement. Je souhaite que la physique apporte tout son soutien dans les activités de didactique, qui sont sans doute à une période charnière de leur histoire à Paris Diderot, et en tout cas s'il le faut nous serons à la disposition de l'UFR de physique pour les aider à exprimer ce soutien.

Au delà de leurs spécificités, les deux équipes partagent une épistémologie « profonde » de leurs disciplines. Leur rattachement actuel à un unique laboratoire ne peut que servir la cause commune : analyser, comprendre, expliquer les apprentissages en relation avec les enseignements dispensés, compte tenu des contraintes institutionnelles, sociales et des personnalités en présence. La création en 2004 d'un master de formation de formateurs (math-physique), adossé au master de recherche en didactique, est bien le signe de cette « avance » qu'André Revuz a donnée à Paris Diderot - Paris 7 et qui continue à nous mettre dans le peloton de tête sur ces questions.

La récente et très difficile réforme de la formation des enseignants, la disparition (possible ? programmée ?) des IUFM, la désaffection des étudiants pour les sciences, tout cela rend plus important encore le développement indépendant de ce type de recherches, avec la cohérence et la continuité permises par l'existence du LDAR. C'est bien l'avenir de l'enseignement scientifique qui est en partie en jeu. Il est vital, là comme ailleurs, que les recherches puissent garder leur légitimité scientifique, par delà tout opportunisme politique et tout conformisme. C'est ce que l'université Paris Diderot – Paris 7 a toujours défendu. C'est aussi ce qui a fait l'attachement d'André Revuz à notre établissement. Je vois, ici où là, des collègues qui perdent peut-être courage. Il faut faire face en effet à une réforme dite de « la mastérisation », dont le nom même déjà a quelque chose de monstrueux, comme s'il s'agissait de passer quelque chose dans un grand moule administratif : mastériser. Il y a derrière ce mot « mastérisation » quelque chose comme la « pasteurisation », c'est-à-dire l'industrialisation d'un processus à marche forcée pour des raisons supérieures. Autant on est

content de pasteuriser le beurre, autant on ne comprend pas que nos formations soient « mastérisées » à marche forcée, et c'est bien cela qui se passe.
Mon traitement de texte me souligne d'ailleurs en rouge lorsque j'écris le mot « mastériser », ce qui m'alerte bien sur le fait que je dois être en train de faire quelque chose de mal.

Cette réforme, vous la connaissez tous, je pense, encore qu'il ne faille pas négliger la complexité des méandres des discussions, complexité qui a certainement été l'un des ingrédients du succès auprès du grand public de discours démagogiques. J'en dirais quelques mots – je vous prie de m'excuser, chers collègues, chère Joëlle, de profiter de cet hommage à André Revuz et d'en détourner légèrement la destination pour y placer quelque discours politique – mais si j'ai bien compris qui était l'homme je ne pense pas qu'il me désavouerait.
Cette réforme de la mastérisation, en deux mots :

- a été motivée par un objectif d'économie, supprimer des emplois de la fonction publique,
- a imposé la quadrature du cercle : réussir dans un même cursus formation à la recherche (menant éventuellement vers la thèse), à un métier, c'est-à-dire à une profession (avec des stages), à un concours.
- a été menée dans une précipitation, une confusion, et un mépris du dialogue tout à fait hors du commun
- a profondément dégradé une partie du service public de l'éducation nationale dans les écoles, les collèges ou les lycées, en mettant en place des modalités de stage des apprentis enseignants mais même des étudiants « mastérisés », dans des conditions que l'on pourrait qualifier d'abracadabrantesques s'il ne s'agissait pas de l'avenir nos enfants.
- a été (fait rare, donc il convient de le signaler) l'occasion d'une prise de position plutôt forte et persistante de la CPU, pour une fois assez unanime pour condamner cette réforme catastrophe,

Cette réforme a plongé les enseignants dans un désarroi profond, vous le savez.

Les négociations ont duré des mois, ne sont pas finies, l'avenir des IUFM, l'avenir de nos CAPES, de nos agrégations, est encore incertain. Je tiens ici à remercier particulièrement Christophe Hache, Cécile de Hosson, Catherine Bernard également au cabinet, Jean Louis Collin, ainsi que tous les porteurs de parcours, pour leur motivation, leur implication dans la défense de certaines valeurs, d'une certaine idée du service public, et d'une certaine honnêteté intellectuelle à l'égard des étudiants, de leurs futurs élèves et de leurs parents, car c’est ça aussi nos compétences et nos responsabilités élargies. Que faire, face à cela ? Qu’avons nous fait ? Avons nous échoué ? Avons nous réussi à sauvegarder l’essentiel ? Evidemment, il ne s’agira pas ici d’évaluer le remplissage du verre. Je voudrais simplement dire ceci : je crois que la démission ou la chaise vide aurait certainement été la manifestation d’un manque de courage, et en tout cas un mauvais calcul. Notre présence dans ce débat nous coûte, certes. Il nous coûte de mettre en forme des pratiques, des modalités qui ne sauraient nous convenir totalement. Cependant, cela nous permet d’être là, dans l’action, de négocier et de résister, autant que l’on peut, de nous adapter à ces contraintes en gardant à l’esprit et dans notre sextant nos valeurs, et en construisant une réalité concrète le mieux possible, comme André Revuz, comme tous les fondateurs de Paris Diderot l’ont fait, dans un monde plein de contraintes.

Vous êtes venus aujourd’hui pour cette journée d'hommages, et je vous en remercie au nom de l'université. Que vous ayez été l'un de ses collègues ou l'un de ses proches, ou bien même que vous ne l'ayez pas connu, ce qui nous réunit ici, au-delà de sa mémoire, c'est un certain nombre de valeurs comme l'intégrité scientifique, la liberté de pensée, l'indépendance du chercheur. C'est aussi notre attachement au service public, qui n'est pas près de faiblir. Et puisque je termine sur l’indépendance des enseignants chercheurs, je dois vous dire que c’est un combat très intense qui fait rage à l’heure actuelle dans nos équipes, en CPU, rue Descartes et à l’Elysée. Le combat d’idées sur la gouvernance des universités est si intense aujourd’hui que la réforme de la loi dite LRU semble n’avoir été qu’une introduction. Et c’est maintenant que cela se passe parce que lorsque quelques rapports de conseillers sont soumis, il est encore temps de négocier. Quand les décrets, en revanche, sont écrits, c’est beaucoup plus difficile. Je vous assure qu’au sein de notre PRES Paris Cité, nous avons la chance de nous trouver avec des partenaires qui partagent parfaitement nos valeurs, - c’est d’ailleurs sans doute finalement ces valeurs qui ont découpé les PRES parisiens - , des partenaires qui sauront se battre pour que l’on ne nous impose pas ce que nous ne voulons pas, avec toute leur force et tous leurs talents, auprès de tous. Je souhaite là aussi que dans ce combat plus important que tous les autres, qui me préoccupe beaucoup aujourd’hui, nous soyons à la hauteur de nous mêmes et nous soyons capables de convaincre et de faire progresser nos valeurs.

En étant persuadé qu’André Revuz n’aurait pas détesté ce combat, je vous souhaite une fructueuse journée, et vous remercie de votre attention.

Exposés

Laurence Viennot : *Relations mathématiques - physique et parcellisation des acquis conceptuels*

C'est beaucoup trop simple de répéter sans cesse que le mathématicien ne sait pas de quoi il parle, en réalité, il affecte de ne le point savoir.

Gaston Bachelard, *Le Nouvel Esprit Scientifique*

Introduction

La question des relations que les élèves peuvent établir entre leur enseignement de mathématiques et celui reçu en physique (ainsi sur le thème des différentielles Artigue *et al.* 1988a,b, 1990) a été explicitement réactivée en France, lors du lancement des programmes de mathématiques et de physique de Terminale scientifique 2002 (MEN 2001a,b ; Robert & Treiner 2004). Des quelques recherches récentes portant sur ce point (notamment Malafosse *et al.* 2000, 2001 ; Malonga 2008, 2010 ; Malonga *et al.* 2008a,b) il apparait une contrainte : parler de relations impose de caractériser les partenaires. On peut ainsi s'interroger sur le statut épistémologique de ces champs de connaissance, comme le font C. Robert et J. Treiner (ibid.), qui rappellent « la double émergence » mutuellement étayée de concepts physiques ou mathématiques, les uns et les autres à la lumière de développements effectués dans l'autre discipline. Ces auteurs s'inscrivent ainsi en faux contre l'idée réductrice selon laquelle les mathématiques n'auraient, pour la physique, qu'un rôle d'outil technique (voir aussi Malafosse *et al.* 2000 : 89). Il convient au moins de repérer les modes de travail disciplinaires ou, empruntant ici les termes introduits dans les cadres théoriques plusieurs fois revendiqués (par exemple Malafosse *et al.* ibid.), les cadres de rationalité (Lerouge 1992, 2000) et les « praxéologies » (Chevallard 1999) correspondant à l'enseignement habituel de chaque discipline. Sur ce terrain, les idées simples ne sont pas moins génératrices d'interrogation, comme le développera la première partie de ce texte. Plutôt que de revenir sur une caractérisation différentielle des deux disciplines et sur les difficultés afférentes, c'est sur les pierres d'achoppement présentant des analogies d'un champ disciplinaire à l'autre que s'attachera la suite du texte, afin de contribuer, par une approche certes limitée, au balisage de ce terrain complexe.

Des caractérisations plus ou moins problématiques

Pour effectuer une caractérisation différenciée des mathématiques et de la physique, divers aspects sont invoqués, mais ils ne coulent pas de source.

1. Des utilisations contrastées de la formalisation et des modes de raisonnements ?

Ainsi, au fil des lectures concernant les recherches ou réflexions d'experts sur ce terrain, on note que le langage naturel peut y être considéré comme un attribut sinon propre à la physique du moins versant de ce côté. Ainsi Robert et Treiner (ibid. 1394) évoquent-ils : « le modèle physique, exprimé dans la langue naturelle », tout en rappelant l'existence déjà à ce niveau d'un cadre théorique. Ils citent à ce propos la formulation selon laquelle les atomes « meurent (par désintégration radioactive) sans vieillir ». Or les atomes ne sont pas des êtres vivants. Il s'agit là, typiquement, d'une reformulation métaphorique d'un caractère de phénoménologie. Ce caractère ne fait pas l'objet d'un constat naturel qui serait *préalable* à une telle analyse, rien n'impose non plus qu'il s'agisse d'une hypothèse posée *d'emblée* pour la constitution du modèle, ni même d'une interprétation *a posteriori* à proprement parler *physique,* d'autant qu'elle n'engage guère, à ce stade de la théorie, la constitution des noyaux. La métaphore ne prend véritablement sens que dans la formulation plus précise – probabiliste - que les auteurs situent dans le cadre mathématique. Leur interpellation à propos d'une autre formulation réputée physicienne – « la désintégration d'un noyau est un phénomène aléatoire » - rappelle bien la question centrale que pose le langage naturel, du moins dans ses versions banales : « que signifie exactement cette phrase ? ». Par ailleurs les mathématiciens sont loin d'exclure de leurs activités, outre le langage naturel banal, toute reformulation métaphorique (songeons aux « attracteurs » plus ou moins étranges). En tout cas, le langage naturel en physique ne signe absolument pas une approche naturelle au sens commun du terme. Il est illusoire de vouloir séparer de manière radicale un monde des objets et des événements, et du langage naturel, d'un monde de théories et modèles, et du langage formel. Quant aux situations expérimentales que construit la pratique physicienne, il serait très réducteur de les voir comme de simples prélèvements de cet « espace de réalité » dont parlent Malafosse et ses co-auteurs (2000). Les nommer « situations de références », ou en parler comme résultant d'une « projection» du cadre de réalité dans celui de la physique (ibid. 96), se comprend bien si l'on entend que la « projection » suppose une intrusion théorique d*'emblée* dans l'espace de réalité. Pour ne reprendre, sur ce débat de longue date, que le point de vue de Bachelard (1934), « toute expérience est sous la dépendance d'une construction intellectuelle antérieure » (ibid. 44) et tout instrument est « une théorie matérialisée » (ibid. 16) : les deux modes de travail s'interpénètrent, seules les deux extrémités d'un continuum de formalisation se distinguent relativement aisément. De plus, la formalisation elle-même est souvent présentée comme comprenant des blocs relevant, en succession, de la physique (modélisation au début, interprétation à la fin) et des mathématiques (au milieu). S'il est utile de savoir éventuellement localiser dans une analyse ce qui ne relève que d'un traitement mathématique, il est difficile de ranger tout développement théorique en physique sous ce modèle séquentiel, tant est grande, dans la réalité, l'imbrication du traitement mathématique et de ce qui est connu par les voies de la physique – solutions physiquement impossibles, invariances et symétries (cf. Le « principe de Curie» reliant la symétrie des effets à celle des causes: Curie 1908), solutions ou cas limites connus d'avance, intérêt pratique de caractériser tel ou tel aspect de la fonction, telles les « constantes de temps », etc. Notamment, parmi les caractères profondément liés à la pratique des deux disciplines se trouve le fait qu'en physique les fonctions recherchées, solutions d'équations différentielle modélisant un phénomène, sont considérées comme « existant » de fait. « Les atomes se désintègrent » comme nous le rappellent Robert et Treiner (ibid., 1394). Ou encore, s'il faut trouver la forme d'une chaînette fixée aux deux extrémités, on sait non seulement que la solution existe mais aussi (voir Rogalski 2008, 83) que le centre de masse doit se situer le plus bas possible, c'est à dire, en termes physiciens, que l'énergie potentielle gravitationnelle doit être minimale. Ceci contribue à l'absence, dans l'enseignement de la physique, de préoccupations sur la légitimité de procédures qui, en mathématiques, requièrent moult précautions, dont celles qui concernent les procédures différentielles sur lesquelles nous reviendrons. C'est donc avec circonspection qu'il convient d'envisager cette chronologie simple – modélisation d'un phénomène, traitement mathématique, interprétation. Cette remarque souligne aussi combien il peut être dommageable de prétendre enseigner « l'outil » sur la base d'un phénomène à pure fonction introductive et sans pertinence physique, comme cela ne se produit que trop souvent, à lire notamment Malonga (2010).

2. La dimensionnalité en physique

Le caractère dimensionné des grandeurs physiques est, lui aussi, invoqué pour discriminer ce qui relève respectivement des mathématiques et de la physique (Malafosse *et al.* 2000). Notons au passage que l'exemple choisi par les promoteurs des relations mathématiques-physique en Terminale porte justement sur des nombres d'atomes. D'autres nombres sans dimension, notamment des angles, sont aussi l'objet d'analyse en physique. Il reste que cette question des dimensions est effectivement une pierre d'achoppement, car elle n'apparaît qu'en physique : en témoigne notamment la notation mathématique $\int f$ pour une fonction primitive, qui se dispense de figurer l'élément différentiel associé à la variable « muette » d'intégration - laquelle est le plus souvent dimensionnée en physique – (Artigue *et al.* 1990, 264).

Plus insidieusement, la dimensionnalité des physiciens ne suit pas facilement la vision ensembliste des mathématiciens. Par exemple, un plan est un ensemble de points mais il n'est pas possible de mettre en regard de cette affirmation mathématique la pratique physicienne des grandeurs extensives. Ainsi, il serait dénué de sens d'évaluer la surface d'un objet bi-dimensionnel, par exemple, comme la somme des surfaces de ses points. Lorsque Artigue (2008, 160) écrit, en commentant une recherche de Castela (1997), que pour beaucoup d'élèves de seconde « Les points sont sur la droite, ils n'en sont pas constitutifs. Le continu de la droite ne se transmet pas aux nombres », il se pourrait que la difficulté ainsi désignée relève en partie de cet aspect dimensionnel. D'ailleurs, dans le cadre même de la physique, l'implicite noie souvent complaisamment ce que les « masses ponctuelles » et les « points lumineux » véhiculent d'incohérence dimension-nelle (Rigaut et Viennot 2002, Viennot 2006a).

De manière générale, la mise en correspondance de l'ensemble R^3 avec l'espace géométrique « des physiciens » - si l'on peut dire - va beaucoup moins de soi qu'il n'y parait, comme en témoigne la didactique de la géométrie (voir, par exemple, Parzysz 1991, Colmez et Parzysz 1993). Le fait que les représentations physiciennes superposent sur le même dessin, et sans plus d'explicitation, ce qui relève d'espaces vectoriels différents (en correspondance de modélisation avec les positions, les vitesses, les accélérations, les forces, etc) n'est pas sans lien avec les « compositions » vectorielles mixtes, par exemple entre force et vitesse, si fréquentes chez les étudiants de physique débutants à l'université (Malgrange *et al.* 1973). Encore plus généralement, toute grandeur physique, dimensionnée ou non, est le résultat d'une prise d'information sur le réel impliquant un codage (terme préféré ici à celui de « modélisation », bien qu'il s'agisse évidemment de cela) décidé par le physicien. En témoignent les fameux problèmes de « convention de signe », c'est-à-dire de convention de définition (Viennot 1980, 1981, 1996 : 135-147). Toutes ces difficultés et la non-évidence des ponts à établir entre disciplines à leur propos renvoient à des aspects tout à fait fondamentaux de l'épistémologie de chacun de ces domaines de connaissance.

3. Des habitudes de travail différentes plus que des différences fondamentales

En revanche, d'autres aspects relevés comme signant des différences entre praxéologies, voire entre cadres de rationalité, ressemblent davantage à des traits de surface des pratiques, même s'ils sont effectivement à prendre en considération comme générateurs potentiels de difficulté. Par exemple, comme le remarque Malonga (2010 : 1-12), la notation employant une lettre simple, ainsi V (potentiel électrique,), verse davantage, en physique, vers l'évocation d'une valeur numérique particulière, contrairement à la notation fonctionnelle V(t) employée pour la dépendance fonctionnelle (ici au temps) de la grandeur concernée. En revanche, en mathématiques, la notation fonctionnelle serait V, tandis que V(t) désignerait l'image par la fonction V de la valeur t de la variable. De même, le fait que la proportionnalité soit couramment associée, en classe de mathématiques du collège, à des tableaux de valeurs et à des produits croisés (Malafosse *et al.* 2001) relève de modes de travail actuels, mais ne semble nullement traduire des contraintes intrinsèques aux mathématiques. De même, on peut constater avec Malonga (2008, 2010) qu'une vitesse limite pour un phénomène de type chute d'un parachutiste sera, d'un point de vue mathématique, couramment évaluée par un calcul de limite de la fonction solution de l'équation différentielle modélisant la situation ($v' = av+b,\ a<0$), tandis qu'un physicien associera volontiers cette vitesse limite à une accélération nulle, ce qui en fournit la valeur directement à partir de l'équation différentielle en question. Mais ces deux démarches pourraient très bien être analysées, et la condition de validité de la seconde examinée, au sein même des mathématiques. Elles ne semblent pas respectivement intrinsèques à l'une ou l'autre discipline.

C'est donc à des degrés très divers que les difficultés observées engagent véritablement la nature des disciplines dont on s'efforce éventuellement d'harmoniser les enseignements. Dire cela n'enlève rien à la pertinence des préoccupations associées à chaque niveau. Même contingente, l'habitude d'associer la proportionnalité à des écritures, symboles, procédures différents en classes de mathématique et de physique est à prendre en compte, des ponts sont à établir. Mais ceci vaut, on le voit bien, déjà au sein d'une même discipline. L'exemple de la vitesse limite de chute suggère la même idée.

4. Une alternative pour aborder le problème des relations entre enseignement des mathématiques et de la physique : un travail au sein de chaque discipline pour mieux « rejoindre» l'autre

C'est du moins la question qui oriente la suite de ce texte : au sein d'une même discipline, trouve-t-on des leviers pour élargir l'approche des contenus enseignés d'une façon qui, surtout si elle est pratiquée en miroir dans l'autre discipline, favorise une flexibilité de point de vue propice à l'harmonisation intellectuelle des acquis disciplinaires respectifs ? Cette question s'articule sur la conclusion d'un article déjà ancien (Artigue *et al.* 1990) qui prend ses distances par rapport à la vieille opposition entre rigueur mathématique et pragmatisme physicien, pour relever une tendance commune d'étudiants dans les deux disciplines : repli vers des algorithmes dont la mise en œuvre se déclenche sur la base de mots-clés, absence de préoccupation sur le rôle, la légitimité et le statut, en l'occurrence des différentielles. Les remarques de Malafosse *et al.* (2001) sur « la parcellisation de certains concepts à l'intérieur d'un cadre de rationalité donné » contribue à ce recentrage de l'attention sur ce qu'il advient au sein même de chaque discipline, comme préalable à l'analyse de problèmes de relations entre disciplines.

A titre d'exemple, quelques lignes d'analyse des procédures formelles sont proposées ici pour illustrer comment celles-ci peuvent contribuer à une compréhension plus ou moins riche des concepts en cause. Le lien entre cette idée et le titre de cet article est la conjecture qu'il s'y attache, respectivement, une plus ou moins grande flexibilité de la pensée, et donc une plus ou moins grande probabilité d'harmonisation des acquis des élèves d'une discipline à l'autre.

La perception de l'utilité d'une procédure, comme élément de sa signification : l'exemple des différentielles

Un constat ancien fait à propos des difficultés générées par le thème des différentielles (Artigue *et al.* 1990) situait un premier problème. Les étudiants de première année universitaire d'études scientifiques manipulaient un nouvel objet dont leurs études secondaires les avaient dispensés : les différentielles. En physique toujours, ils commençaient à calculer certaines grandeurs en écrivant des éléments différentiels puis en calculant l'intégrale associée : des surfaces, des volumes, des forces exercées par l'eau sur un barrage, autant de thèmes donnant lieu dès le départ à découpage en « petits » éléments. Les adjectifs « petit » et « élémentaire » se trouvaient d'ailleurs souvent dans les énoncés d'exercice à ce propos. Dans l'un des questionnaires de l'enquête, à ce niveau, on présentait le calcul de la variation de pression entre faces horizontales d'un « élément de volume cylindrique (…) de hauteur dz » d'une colonne d'air atmosphérique sous la forme $dp = -\rho\, g\, dz$ (notations habituelles). Dans ce calcul, était-il écrit, « la hauteur dz de l'échantillon est supposée petite ». On demandait la raison de cette clause (la masse volumique ρ elle-même fonction de z, n'est pas constante), puis on demandait s'il était nécessaire de « considérer que dz est petit » dans une colonne verticale d'eau. Il en ressortit que ce dernier cas, qui implique une dépendance linéaire de la pression à la hauteur, n'était pas distingué du précédent : la raison d'être d'une procédure différentielle, à savoir de pallier une non-linéarité, n'était tout simplement pas perçue. Comme si, à l'université, on découpait en petits éléments alors que dans le secondaire on ne le faisait pas, sans plus de justification. Le sens même de ce nouveau concept était amputé lourdement par la non-compréhension de son utilité. Et la réaction à des mots clefs (élémentaire, tranches, etc) semblait tenir lieu de déclencheur privilégié. On voit bien que l'idée d'approximation linéaire locale, centrale pour la compréhension du concept en mathématique, ne pouvait, dès lors, qu'être éloignée des préoccupations des étudiants en physique.

Du côté des étudiants en mathématiques, le travail qui leur était proposé classiquement semblait générer le même type de rigidité. Les étudiants concernés étaient censés savoir ceci : si une fonction peut s'écrire

$$f(x) = f(x_0) + df_{x_0}(x - x_0) + \varepsilon(x - x_0) \mid x - x_0 \mid,$$

où df_{x_0} est une fonction linéaire, et si $\varepsilon(x- x_0)$ tend vers zéro lorsque $(x- x_0)$ tend vers 0, df_{x_0} est la différentielle de la fonction f en x_0 (ou l'équivalent à plusieurs variables). Pour le contrôle de l'approximation de l'incrément de la fonction que permet cette écriture, ou encore pour l'évaluation de la « négligeabilité » du reste, divers théorèmes, alors au programme, pouvaient être utilisés. Ainsi une fonction est différentiable au point x_0 si elle possède en ce point des dérivées partielles continues. Un questionnaire posé en mathématiques en troisième année universitaire demandait une évaluation de la différentiabilité au point $(0,0)$ d'une fonction de deux variables : $f(x,y) = 2x + 4y + y^3(\sqrt{1-\cos x} + y)$ Il s'est traduit, pour les élèves, par une tentative massive (87%, N= 85), mais non sans difficulté (ici la dérivée partielle en x n'est pas définie au point $(0,0)$), d'utiliser ce théorème, alors que la fonction était présentée sous une forme analogue à celle que l'on vient d'écrire – une fonction linéaire et un reste dont un bref examen direct suffit à justifier la « négligeabilité ». Autant dire combien, en mathématiques aussi, la question de la signification – ici du but à atteindre – peut être éloignée par le caractère rituel de la procédure utilisée. Non moins clairement que pour le découpage inconditionnel associé à une pratique physicienne mal comprise, la ritualisation de la pratique mathématique des théorèmes de différentiabilité ne peut que desservir la perception d'un aspect central dans les deux disciplines, le contrôle de l'approximation. A l'intérieur même de chaque enseignement disciplinaire, il existe une importante marge de manœuvre pour accentuer ou non la signification – d'abord en terme d'utilité – des concepts et des procédures qui s'y attachent. Il est très probablement vain d'espérer une cohérence des acquis d'une discipline à l'autre si, au sein même de chacune, ce sont des procédures algorithmiques qui dominent.

Ceci nous conduit à envisager une seconde ligne d'analyse des modes de travail.

Conciliation des analyses locales et globales

La question du contrôle de l'approximation amène celle du rapport entre deux niveaux d'analyse : le local et le global.

1. Contrôler l'approximation locale pour accéder à l'expression globale

En matière de différentielles, il n'est pas trivial d'accéder à la maîtrise de cette articulation. Au niveau local, on dispose avec cet outil d'une évaluation de l'incrément de la fonction, et d'un contrôle de l'approximation associée. Au niveau global, les différentielles permettent l'écriture d'équations différentielles dont la solution est exactement la fonction cherchée, elles autorisent en particulier des intégrations conduisant à des résultats exacts. L'usage de ces procédures en physique conduit – donc - à des fonctions ou des valeurs concernant des phénomènes globaux sans que la procédure de résolution ou d'intégration n'introduise d'inexactitude (bien sûr, la modélisation initiale a pu, elle, le faire). L'enquête évoquée au paragraphe précédent montre bien que ces deux perspectives, approximation et rigueur, ne sont pas situées précisément par les étudiants, qui en perçoivent mal la compatibilité. Le contrôle de l'approximation n'est pas mieux géré en physique qu'en mathématique, ce qui n'est pas surprenant. Justifier un calcul comprenant une intégration, tel celui d'un volume, conduit le plus souvent les apprentis physiciens à répondre qu'il est acceptable dans la mesure où « dz est aussi petit que possible ». Les procédures d'évaluation de la négligeabilité du reste, par encadrement, majoration ou considération sur la continuité des dérivées, semblent loin des pratiques courantes dans les deux disciplines.

Selon Rogalski (2006a), l'intuition du physicien serait un caractère justifiant sa pratique, et son peu de souci de contrôle des procédures. Cette intuition doit pourtant bien être dépassée lorsqu'elle débouche sur une contradiction, et c'est là le critère le plus puissant pour un retour à la raison mathématique. Même si, pour en percevoir les rouages, le physicien pourra se servir plus volontiers d'analogies avec un cas prototypique que d'argument du type « quel-que-soit-il-existe » : il sait bien que la longueur d'une planche posées sur un escalier n'est pas la somme des « Δz » des marches concernées, et qu'un passage à la limite, celle de marches aussi petites que possible, de hauteur désormais écrite dz, n'y changera rien. L'erreur possible ainsi envisagée pour cet escalier est la même que celle, discutée par Artigue *et al.* (1990) et Rogalski (2006a, b), qui conduit à dire que la surface d'une tranche de sphère, « élémentaire, d'altitude z et de hauteur dz » et de rayon $r(z)$, vaut $2\pi r(z)dz$. Elle consiste à négliger un terme du même ordre que la partie linéaire de la fonction exprimant l'incrément.

2. Concilier l'efficacité du théorème intégral et la signification physique de l'analyse locale : le cas du théorème d'Archimède

Au-delà de cette dialectique entre approximation et rigueur, la question de la conciliation du local et du global est loin de retenir toute l'attention qu'elle mérite, du moins en physique. L'existence de théorème « intégraux », au sens où ils reposent sur une intégration, peut ainsi faire oublier leur fondement physique. Le théorème d'Archimède en est un exemple frappant. Via le théorème « du gradient » ($\iint_S f \ \overrightarrow{dS} = \iiint_V \overrightarrow{grad\, f}\, dV$) pour un champ scalaire f et une surface S entourant un volume V), il stipule que, dans un champ de pesanteur, l'interaction entre un fluide et un corps qui y est immergé a pour valeur le poids du fluide déplacé. Lorsque la masse volumique du fluide est uniforme, on voit apparaître explicitement le volume de ce « fluide déplacé » dans la formule permettant le calcul des forces en jeu. Or un centrage sur l'essentiel du phénomène physique comporte au moins deux aspects, qui risquent fort d'être gommés par la seule mémorisation du théorème : il s'agit d'une interaction de surface, et la fameuse poussée repose fondamentalement sur l'existence d'un gradient de pression. C'est bien l'oubli de ces aspects qui marque le rituel enseignant dénoncé ailleurs (Viennot 2006 b, 2008), consistant à donner des énoncés d'exercice sur des montgolfières dont il est dit que « la pression intérieure est la même qu'à l'extérieur ». Une telle déclaration permet un calcul simple – et global – de la poussée d'Archimède, mais elle laisse penser que les pressions interne et externe sont uniformes et égales, ce qui annihilerait toute action – locale – sur l'enveloppe. Perdre de vue l'analyse locale, au nom de connaissances qui la récapitulent au niveau global peut mener à ce genre d'aberration. Les études sur l'intérêt didactique de l'échelle mésoscopique d'analyse en physique (Besson et Viennot 2004, 2008) reposent sur cette prise de position, et sur l'idée que la compréhension des phénomènes s'accommode mal de la seule considération de leurs effets globaux.

Sur ce terrain aussi, il est probable qu'un travail propre à l'enseignement de chaque discipline favoriserait l'harmonisation des acquis des étudiants. Il est vrai qu'il n'est pas simple d'apprécier expérimentalement la validité de cette supposition. Mais comment imaginer que des étudiants peu habitués à passer d'une échelle d'analyse à l'autre, ou même à les distinguer, que ce soit en mathématique ou en physique, vont pas miracle établir les liens appropriés entre ce qu'ils ont appris dans l'un et l'autre champ de connaissance ?

Le même type de question peut être posé pour une troisième ligne d'analyse : l'aspect fonctionnel.

Usage des relations : numérique ou fonctionnel ?

1. Deux réductions fréquentes : du fonctionnel au numérique en physique, des variations aux fonctions d'une seule variable en mathématiques

Les différentielles peuvent encore servir ici de thème introducteur pour une question dont la pertinence dépasse très largement ce domaine. C'était le constat le plus criant au départ d'une collaboration entre enseignants physiciens et mathématiciens en première année à l'Université Paris7, dans laquelle André Revuz joua un rôle majeur (Artigue 1981a, b, 1986). Ce que les mathématiciens désignaient à grands renforts de notations (étagées) comme une fonction (de l'incrément de la variable) définie en un point (pour une valeur de cette variable), les physiciens en parlaient volontiers comme d'« un petit bout de … » (ceci ou cela). Ils pouvaient ainsi très bien parler, aux antipodes de la perspective mathématique, d'un « morceau *dl* du fil » (où passait un courant générateur de champ magnétique).

Ainsi communément chosifiée en physique, la différentielle doit y subir pourtant un changement de statut lorsque la variable d'intégration se révèle inappropriée et qu'il faut en changer. Par exemple, le calcul du champ magnétique créé par un fil rectiligne oblige à cette bascule de point de vue. L'enquête dont nous suivons ici les principaux résultats confirme les grincements prévisibles, en termes de compréhension estudiantine (Artigue *et al.* 1990 : 265). Mais lorsque Rogalski (2006a,b) souligne qu'il n'est pas évident de passer d'une vision de l'incrément en soi à celle de l'incrément d'une fonction, il décrit une difficulté, ou du moins un enjeu, du même ordre. Passer d'un empilement à une vision fonctionnelle et variationnelle est donc une ligne de travail conceptuel qui se révèle pertinente dans chaque discipline.

Au-delà du thème des différentielles, il n'est guère risqué d'affirmer que c'est en physique que la tentation de réduire le fonctionnel au numérique est la plus grande. C'est notamment le cas à propos des « constantes » (s'agit-il d'un substantif ou d'un adjectif ? cf. Viennot 1982. Voir aussi Malonga 2008 : 657, 666). Caractérisée depuis longtemps en physique, la réduction fonctionnelle peut aussi porter sur le nombre de variables prises en compte (Rozier et Viennot 1991, Viennot 1996, 2003). Une tendance majeure du raisonnement, notamment en physique, consiste en effet à n'en considérer qu'une à la fois, comme déterminant d'une seule autre. Exemple prototypique : qu'il y ait « moins de molécules », en altitude, justifierait ainsi (via une omission sans importance ici : « par unité de volume »), qu'il y ait « moins de pression ». Ailleurs, parfois pas très loin dans le texte (Maury 1987), on pourra lire que la montgolfière tient en l'air parce que l'air y est plus léger (voir Archimède, il y a donc moins de molécules … mais cette fois, pas moins de pression, espère-t-on : la température sauve l'affaire !). Toutes les incohérences et les difficultés rapportées à ce sujet, en matière d'enseignement et de vulgarisation de la physique, semblent avoir peu d'occasion de se manifester en mathématiques, d'où sont absentes, jusqu'à un niveau avancé d'étude, les fonctions de plusieurs variables (Artigue 2003 : 120). Il apparaît donc qu'une réflexion sur la distinction variable/ paramètre en mathématiques pourrait utilement comporter une certaine considération de l'usage des fonctions de plusieurs variables en physique et des difficultés afférentes.

Quoi qu'il en soit, le premier pas à franchir, en physique comme en mathématiques, est la distinction essentielle numérique/fonctionnel. Lorsque Malafosse *et al.* (ibid.) décrivent la difficulté d'élèves de collège à traduire des données numériques (physiques) respectant la proportionnalité, version « produits croisés », en une relation du type $y=ax$, on peut penser que les causes en sont multiples, qu'elles renvoient aux différences entre cadres de rationalité et praxéologies respectives des deux disciplines. Mais les auteurs proposent eux-mêmes un niveau de lecture plus économe, en suggérant qu'au sein même des pratiques enseignantes mathématiques règne une certaine parcellisation : « Le concept de proportionnalité du cadre des mathématiques est donc un concept éclaté » (ibid : 90). Le passage de la considération de nombres à celle d'une dépendance ne va donc pas de soi. Il se trouve qu'en mathématiques le centrage de l'attention sur ce point se fait de plus en plus intense au fil du temps scolaire (Artigue 2003), ce qui est moins le cas en physique. Encore au niveau universitaire, les incitations à une pratique fonctionnelle des relations pourraient être beaucoup plus accentuées.

Une question est de comprendre les raisons de cette centration, dans l'enseignement de la physique, sur l'approche numérique, laquelle consiste à ne percevoir une relation que comme moyen de calculer la nième grandeur à partir de toutes les autres qui y sont mentionnées. Cette centration constitue une privation pour le raisonnement, pour au moins deux raisons, qu'illustre bien l'exemple de l'imagerie optique élémentaire.

2. Valoriser l'usage fonctionnel des relations : l'exemple de la conjugaison optique

Les relations entre les positions de l'objet et de l'image dans une conjugaison optique conduisent très communément à leur utilisation numérique. Selon la position de l'objet par rapport aux foyers, le signe de la distance focale (lentille convergente ou divergente, miroir concave ou convexe), une multitude de cas se présentent, souvent illustrée par la décourageante exposition des diverses constructions géométriques permettant, certes avec des règles simples, de retrouver les nombreuses configurations possibles.

Or, sur la base d'un changement de variable analogue pour les lentilles et les miroirs (voir fig. 1 et Viennot 1997), toutes les correspondances de position objet/image se résument à une fonction inverse, affectée d'un coefficient + 1 ou - 1, et modifiée selon les cas par des décalages des deux variables d'une valeur égale à (+ ou -) la focale.

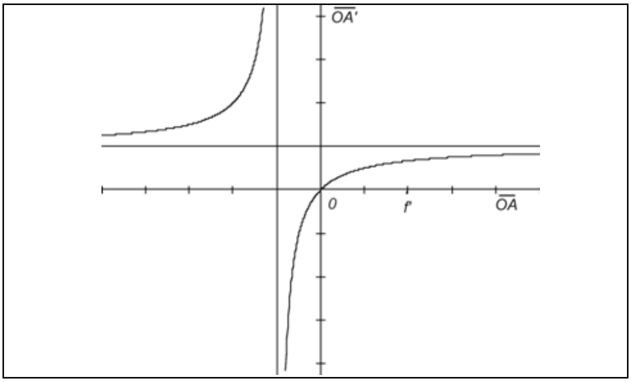


Figure.1 : Relation de conjugaison pour une lentille mince convergente. $\overline{OA}$ $(resp.$ $\overline{OA'})$ abscisse du point de l'objet (resp. de l'image) situé sur l'axe optique. Pour une lentille mince divergente, la courbe s'obtient par symétrie de celle-ci par rapport à la première bissectrice. Pour les miroirs sphériques convexe et concave, ce sont les symétriques par rapport à l'un des axes des courbes associées aux lentilles (resp. convergente et divergente) qui interviennent.

Il est à noter que cette présentation fonctionnelle (et graphique) est pratiquement absente des textes d'enseignement courants sur l'optique même au niveau universitaire : on en trouve des traces dans May (1993) mais seulement au détour des corrigés de problèmes (May 1993, 189-207).

Quels en sont les bénéfices ? On peut en esquisser au moins deux :

- l'aspect variationnel : on peut analyser facilement l'effet de déplacements de l'objet, en considérant que les fonctions sont toutes monotones. Ou encore, on peut localiser facilement des intervalles de la variable conduisant à certaines propriétés (ex : image réelle, grandissement supérieur à 1). Sur ce terrain, on rejoint des pratiques courantes en mathématiques.

- le caractère unificateur : cette présentation présente l'avantage de l'économie (au sens que prend « parsimony », pour les anglo-saxons), elle se substitue à un catalogue de cas. La relation fonctionnelle rassemble les phénomènes et unifie la description. Il faut être hors du champ purement mathématique pour savourer pleinement ces avantages, mais ceux-ci apparaissent moins clairement lorsqu'on ne manipule, en physique, que des formules et des cas.

La valorisation de ce second aspect est loin d'être une idée neuve en physique. Ainsi, les deux derniers programmes de Terminale scientifique en France s'y sont employés, avec le modèle de l'oscillateur harmonique en 1994 et l'exponentielle décroissante associée à la distribution de Poisson en 2002 (voir aussi le programme Advancing Physics au Royaume Uni, Ogborn et Whitehouse, 2001). On peut seulement suggérer que l'intérêt d'une telle approche soit souligné plus amplement, plus précocement, et sur la base de modèle très simples. L'exemple ci-dessus implique la fonction inverse. On peut faire encore plus simple, avec la dépendance linéaire. Ainsi le thème des signaux différés, en physique, couvre un champ de phénomènes considérable, depuis les décalages entre perception visuelle et sonore d'une décharge atmosphérique, les sonars (avec leurs versions animalières), la vélocimétrie (par effet Doppler) jusqu'aux considérations cosmologiques (l'expansion de l'univers) en passant par la découverte de Römer sur le caractère fini de la vitesse de la lumière, lequel est décisif en la matière. L'effet Doppler est traité communément, d'ailleurs guère avant l'université, par usage de formules diverses. Il est beaucoup plus rare de souligner à ce propos tout ce qui peut être compris sur la base du caractère linéaire de la relation distance-temps pour un signal se propageant à vitesse constante, de sa représentation graphique et de la signification de la pente de la droite représentative associée (Leroy et Viennot 2003, Viennot et Leroy 2004 ; voir aussi Bezol *et al.* 2006).

Quant au premier des bénéfices potentiels de l'approche fonctionnelle en physique évoqués plus haut, à savoir une maîtrise de l'aspect variationnel des phénomènes, il mériterait certainement d'être beaucoup plus amplement mis en valeur dans l'enseignement de la physique qu'il ne l'est : en science, agir sur les phénomènes est précisément faire fonctionner cet aspect. De façon plus directement connectée au thème qui annonce ce texte, valoriser en physique l'analyse fonctionnelle et l'usage des graphiques associés ne peut que favoriser la compréhension de cette pratique en mathématique.

Remarques finales : améliorer la flexibilité des connaissances dans chaque domaine pour faciliter l'accès à la pluridisciplinarité

La question des rapports entre acquis estudiantins en mathématiques et en physique est l'objet, chez les rédacteurs de programme (en fin de secondaire en France, à titre d'exemple), d'une préoccupation explicite et récurrente, associée au moins récemment à des décisions volontaristes. En regard, des recherches aux niveaux secondaire et universitaire mettent en évidence ce que Malonga et ses co-auteurs (ibid.) nomment un manque de continuité didactique. Ce diagnostic peut provenir selon les cas de l'analyse de textes d'enseignement, de productions d'élèves ou des deux types de corpus. Les cadres théoriques mis en avant peuvent amener à interpréter les « discontinuités » observées en termes de cadres de rationalité et/ou de praxéologies associées à chaque discipline.

Les réflexions qui précédent reposent d'abord sur cette question : dans quelle mesure les écarts observés entre modes de travail et/ou acquis disciplinaires reflètent-ils une distance entre cadres de rationalité profondément associée aux épistémologies de chaque discipline, ou même des techniques s'insérant véritablement dans une technologie constituée ? Il semble que certaines difficultés relèvent bien d'un tel niveau « profond », telle la question de la dimensionnalité. Dans d'autres cas, des pratiques observées peuvent s'interpréter comme plus contingentes, ce qui peut suggérer des leviers pour l'action intra-disciplinaire.

Parmi les ouvertures sur ce plan suggérées par les recherches existantes se trouve le fait que certaines discontinuités entre pratiques traduisent avant tout la parcellisation relative à chaque discipline. Si des élèves ne peuvent interpréter le coefficient a, dans l'expression $y=ax$, comme la pente de la droite représentative, on comprend bien que cela ne va pas aider à trouver la résistance d'un dipôle électrique sur une base graphique, mais c'est avant tout un problème lié à des acquis par trop parcellisés sur le plan-même des mathématiques. On rejoint là toute la problématique des changements entre, et conciliation de, cadres et registres sémiotiques (Douady, 1987, Duval, 1993 1995).

Dans cette ligne de réflexion, on est amené à chercher comment l'enrichissement conceptuel que l'on peut viser au sein de chaque discipline peut ouvrir la voie à une meilleure harmonisation entre acquis disciplinaires. Trois lignes d'action candidates à cet effet ont été esquissées et illustrées ici : un recentrage sur l'utilité des procédures, la conciliation des analyses locales et globales, le non-confinement dans la pratique numérique des relations en physique et la mise en valeur de leur approche fonctionnelle et graphique, laquelle rejoint l'incontournable travail sur les changements de cadres et registres en mathématiques. Cette liste n'épuise pas la question. Le passage du continu au discontinu, notamment, est aussi une ligne d'analyse d'importance majeure pour les deux disciplines. Sa difficulté (Viennot 2006b) se prête bien peu à une évocation succincte.

Mais, en adoptant le point de vue illustré ici, on débouche sur une difficulté considérable. Autant parait recevable l'argument renvoyant en large partie les difficultés « math-physique » - pour dire vite - au sein de chaque discipline, et autant les lignes d'action proposées plus haut font figure de bonnes candidates pour favoriser une meilleure harmonisation, autant les procédures de validation des affirmations ainsi proposées sont peu évidentes. Il est relativement accessible à l'expérimentation de mettre en évidence des discontinuités locales entre procédures menées en classe de mathématique et de physique, et c'est un travail extrêmement utile. Une autre affaire est de mesurer l'impact d'un travail au long terme interne à chacune d'elle, en particulier sur les lignes proposées ici, puis d'apprécier ses éventuelles retombées aux carrefours entre disciplines. Il y a là un passage qu'il est bien peu évident de suivre à la trace. Il faut pourtant s'y atteler, malgré, mais aussi à cause de, l'ampleur du défi. Et lorsque Rogalski (2006a : 8) propose de « rendre utile à l'enseignement des mathématiques le fait de faire de la physique en classe de mathématiques » et de « trouver grâce à la physique des activités qui vont valoriser des concepts ou des techniques essentiels en analyse », dans l'esprit qui anima l'impulsion salutaire que nous devons à André Revuz, c'est bien parce qu'au sein même de la physique peuvent se faire jour les préoccupations qui orientent l'activité mathématique ainsi visée.

Dernière remarque sur le centrage adopté dans la seconde partie de ce texte, qui est la plus développée et évoque ce que le travail interne à chaque discipline peut apporter à leur conciliation productive. S'agirait-il d'une perspective « continuiste » dans l'abord des relations mathématiques-physique sur le plan didactique ? Disons plutôt qu'il s'agit du versant (relativement) continuiste d'une question si complexe qu'on ne l'enferme pas sans risque dans une différence entre cadres de rationalité, voire de praxéologies, sauf à rester très prudent sur l'intersection non vide, d'une discipline à l'autre, de ces objets théoriques, et même parfois sur la pertinence d'une telle labellisation.

Bien entendu, la seule approche continuiste ne rendrait pas davantage justice à l'ensemble de la question. En tout état de cause, les propositions qui précèdent pour orienter l'action didactique au sein même de chaque discipline ne sauraient, en aucun cas, contredire la pertinence de points de vue tels que celui de Rogalski (2008, 86) : « (…) les sens physiques d'un certain nombre de concepts mathématiques sont un aspect décisif de leur compréhension mathématique » ; et réciproquement.

Références

Artigue M., 2003. Causalité et dépendances : quelle place dans les recherches en mathématiques ? In Viennot L. & Debru C. (Eds.) *Enquête sur le concept de causalité*. Paris: PUF. pp. 115-143.

———— 1986. Une section de DEUG SSM première année en 1984-85. Brochure n° 63. IREM Paris 7.

———— 1981. DEUG SSM Première année. Section E – Un an de fonctionnement. Brochure n°29. IREM Paris 7.

———— 1981. Une expérience de coordination des enseignements de mathématiques et de physique en DEUG SSM. Cahier de Didactique et Pédagogie n° 22, IMAG. Grenoble.

Artigue M., Courdille J.M., Hallez M., Menigaux J. & Viennot L., 1988a. Recherche sur l'enseignement du calcul différentiel et intégral. rapport sur l'Action Concertée Education et Formation, appel d'offre du MRI, Juin 1986, 29p.

Artigue M., Menigaux J. & Viennot L., 1988b. *Questionnaires de travail, les différentielles*, IREM-LDPES, Université Paris 7, 70p.

———— 1990. Some aspects of students' conceptions and difficulties about differentials. *European Journal of Physics*, 11, pp. 262-267.

Bachelard G. 1934 (1971). Le nouvel esprit scientifique, Paris : PUF.

Besson, U. & Viennot L., 2004. Using models at mesoscopic scale in teaching physics: two experimental interventions on solid friction and fluid statics, *International Journal of Science Education*, 26 (9), pp1083-1110.

———— 2008. Modèles à l'échelle mésoscopique dans l'enseignement de la physique. Exemples du frottement solide et de la pression dans les fluides. In L. Viennot (dir.) *Didactique, épistémologie et histoire des sciences – Penser l'enseignement*. Collection Sciences, histoire et société, Paris : PUF. 2008. pp. 30-59

Bezol C., Conseil F., Lallier-Girot I, Moutet L.& Rimokh R. 2006. *L'effet Doppler et ses représentations*. Mémoire du stage PAF de modélisation (resp. M. Artigue), IREM, Paris 7.

Castela C., 1997. *La droite des réels en seconde : point d'appui disponible ou enjeu clandestin ?* IREM de Rouen.

Chevallard Y., 1999. L'analyse des pratiques des enseignants en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques.* 19(2), pp. 221-265.

Colmez F., & Parzysz B 1993. Le vu et le su dans l'évolution de dessins de pyramides, du CE2 à la Seconde , in *« Espaces graphiques et graphismes d'espaces. Contribution de psychologues et de didacticiens à l'étude de la construction des savoirs spatiaux »* (sous la direction d'A. Bessot et P. Vérillon) 35-55, Grenoble : La Pensée Sauvage.

Curie P., 1908. *Œuvres*, Paris : Gauthier-Villars

Douady R., (1987) Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en didactique des mathématiques* 7/2, 5-32

———— 1993. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg*, 1. pp. 7-25.

Duval R., 1995. *Sémiosis et pensée humaine* ; *Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Éditions Peter Lang. Berne 1995, coll. Exploration, recherches en sciences de l'éducation.

Lerouge A., 1992. *Représentation cartésienne, rationalité mathématique et rationalité du quotidien chez les élèves de collège* . Thèse de doctorat. Université Montpellier II.

———— 2000. La notion de cadre de rationalité à propos de la droite au collège. *Recherche en didactique des mathématiques* 20(2), pp. 171- 208.

Leroy J.L. & Viennot L., 2003. Doppler et Römer : physique et mathématique à l'œuvre. *Bulletin de l'Union des Physiciens,* n° 859, pp. 1595-1611.

Malafosse D., Lerouge A. & Dusseau J.M., 2000. Etude en inter-didactique des mathématiques et de la physique de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : espace de réalité. *Didaskalia* 16, pp. 81-106.

———— 2001. Etude en inter-didactique des mathématiques et de la physique de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : changement de cadre de rationalité. *Didaskalia* 18, pp. 61-98.

Malgrange J.L., Saltiel E. & Viennot L. 1973. Vecteurs, scalaires et grandeurs physiques. *Encart pédagogique du bulletin de la SFP*, Janvier, pp. 3-13.

Malonga F., 2008. *Interactions entre les mathématiques et la physique dans l'enseignement secondaire en France. Cas des équations différentielles du premier ordre,* Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot.

Malonga F., Beaufils D. & Parzysz B., 2008a. Les équations différentielles du premier ordre en physique en terminale S : le lien avec les mathématiques en question. *Bulletin de l'Union des Physiciens* 904, pp. 647-666.

———— 2008b. La méthode d'Euler dans l'enseignement de mathématiques et de physique en terminale S. *Bulletin de l'Union des Physiciens* 907, pp. 1133-1152.

Malonga F., 2010 (à paraître). Les équations différentielles à l'interface mathématiques - physique : praxéologie et jeux de cadres de rationalité dans les manuels de Terminale S. *Didaskalia.*

Maury J.P., 1987. *L'atmosphère*, Palais de la Découverte, Paris : Hachette.

May M., 1993. *Introduction à l'optique.* Paris : Dunod.

Ministère de l'Education Nationale, 2001a. BO Hors série n° 4, 30 août 2001 Programme de l'enseignement des mathématiques en classe de Terminale de la série scientifique. pp. 63-72.

———— 2001b. BO Hors série n° 4, 30 août 2001 Programme de Physique-Chimie, classe de Terminale de la série scientifique. pp. 74-89.

Ogborn J & Whitehouse M. (Eds.), Advancing physics A2, Institute of Physics Publishing, Bristol, 2001

Parzysz B., 1991. Representation of space and students' conceptions at high school level, in *Educational Studies in Mathematics* XXII, pp. 575-593. Dordrecht : Kluwer.

Rigaut M. & Viennot L., (2002). Réduire le centre d'inertie: jusqu'où? *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 841, pp. 419-425.

Robert C. & Treiner J., 2004. Une double émergence. *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 867, pp. 1385-1397.

Rogalski M., 2006a. Le rôle des mathématiques dans la mise en équation différentielle en physique : les procédures de l'accroissement différentiel dans les deux disciplines, IREM de Lille, disponible auprès de l'auteur : mro@ccr.jussieu.fr

———— 2006b. Mise en équation différentielle et mesure des grandeurs – Un point de vue mathématique sur la collaboration avec la physique. *Repère* 64, 27-48.

———— 2008. Les rapports entre local et global : mathématiques, rôle en physique élémentaire, questions didactiques, In L. Viennot (dir.) *Didactique, épistémologie et histoire des sciences – Penser l'enseignement*. Collection Sciences, histoire et société, Paris : PUF. pp. 58-84.

Rozier S., Viennot L., 1991. Students' reasoning in thermodynamics, *International Journal of Science Education*, Vol 13 n° 2, pp. 159-170.

Viennot L., 1980. Pratique de l'algèbre élémentaire en physique, *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 622, pp. 783-820.

———— 1981. Common practice in elementary algebra, *European Journal of Science Education*, 3 (2), pp. 183-194.

——— 1982. L'implicite en physique: les étudiants et les constantes, *European Journal of Physics*, 3, pp. 174-180.

——— 1988. Tendance à la réduction fonctionnelle: obstacle au savoir scientifique et objet de consensus. In *Construction des savoirs. Obstacles et conflits*., N. Berdnaz et C.Garnier (Eds.), CIRADE, Université du Québec, Montréal, pp 84-92.

Viennot L. & Leroy J.L., 2004. Doppler and Römer: what do they have in common? *Physics Education*, vol. 39, issue 3, pp. 273 - 280.

Viennot L., 1996. *Raisonner en Physique*, Bruxelles : de Boeck.

——— 1997. *Corrigés: modes d'emploi: pour une lecture approfondie des textes scientifiques, support du travail scolaire et universitaire*. Eléments de méthodologie en DEUG. LDPES, Université Paris 7, 24p

——— 2003. Analyse de systèmes physiques: raisonnement commun, relations fonctionnelles, chronologie et causalité. In *Enquête sur le concept de causalité*, L. Viennot & C. Debru (Eds.), Paris : PUF, pp. 7-29.

——— 2006a. Modélisation dimensionnellement réductrice et traitement « particulaire » dans l'enseignement de la physique, *Didaskalia*, 28, pp. 9-32.

——— 2006b. Teaching rituals and students' intellectual satisfaction, *Phys. Educ*. 41 pp. 400-408. http://stacks.iop.org/0031-9120/41/400.

——— 2008. La physique dans la culture scientifique. Quelle place pour le raisonnement? In L. Viennot (dir.) *Didactique, épistémologie et histoire des sciences – Penser l'enseignement*. Collection Sciences, histoire et société, Paris : PUF. 2008. pp. 213-236.

Michèle Artigue : *Technologies numériques et enseignement des mathématiques*

1. Introduction

La question de la prise en compte de l'évolution technologique dans l'enseignement des mathématiques n'est pas une question récente. Dès 1984, la Commission internationale de l'enseignement mathématique, alors présidée par Jean-Pierre Kahane, s'était donné pour ambition de faire le point sur les réflexions et expérimentations qui s'étaient développées dans le domaine en lançant une étude intitulée : « The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching » (ICMI[13], 1984). Ce titre avait été choisi, comme le précisait Jean-Pierre Kahane lors d'un entretien réalisé en 2008 à l'occasion du centenaire d'ICMI, parce qu'à l'époque certains mathématiciens doutaient encore de l'influence que pourrait avoir l'informatique et les ordinateurs sur les pratiques des mathématiciens et le devenir de cette science alors que personne semble-t-il ne doutait que les potentialités offertes par l'informatique pour l'apprentissage des mathématiques allaient en modifier profondément l'enseignement.

Des IREM ont contribué très vite à la réflexion et à l'innovation dans ce domaine et l'IREM Paris 7 a été un de ceux-là. Dans la section expérimentale math-physique de première année qu'il avait contribué à créer en 1980, dès la deuxième année, des TP informatiques sur TRS80 ont été introduits en interaction directe avec l'enseignement des mathématiques (Artigue, 1981). L'IREM lui-même s'était doté d'une superbe table traçante Hewlett Packard sur laquelle des mathématiciens comme Adrien Douady venaient explorer le comportement de systèmes dynamiques et grâce à laquelle Véronique Gautheron et moi-même nous sommes lancées dans l'étude qualitative des équations différentielles, réalisant les tracés de portraits de phase qui allaient être à la base du livre (Artigue & Gautheron 1983). Un groupe autour d'André Deledicq avait mis en place une formation aux TICE[14] dans le DEA de didactique récemment créé à l'université, développait des logiciels et très vite l'IREM s'équipait d'un nano-réseau pour développer ses actions de formation continue dans le domaine. L'évolution technologique, rapide, accroissait sans cesse les potentialités offertes par la technologie, nourrissait l'enthousiasme et soutenait l'innovation.

[13] International Commission on Mathematical Education.

[14] Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Éducation.

C'était un temps de formation militante par des acteurs tous convaincus que les technologies informatiques avaient le pouvoir de faire vivre dans les classes un enseignement plus motivant pour les élèves, plus intéressant mathématiquement et plus efficace.

Un certain nombre d'entre nous, et j'en fais partie, sont toujours convaincus de cela, mais entretemps nous avons pris la mesure de la difficulté de l'entreprise. Comme le soulignait Jean-Pierre Kahane dans l'entretien évoqué ci-dessus, aujourd'hui, dans la communauté mathématique, nul ne songerait à nier l'impact que les sciences informatiques et la technologie associée ont eu et ont de plus en plus sur les pratiques des mathématiciens, sur l'évolution de cette science, de ses rapports avec les autres champs scientifiques et avec la société. S'il est banal d'affirmer que les mathématiques bien qu'invisibles sont partout présentes dans nos sociétés, elles le sont d'abord par les avancées technologiques qu'elles permettent comme elles sont elles-mêmes nourries de ces avancées technologiques, des problèmes qu'elles posent ou permettent de poser. Nul aujourd'hui ne songerait à nier que les mathématiques ont une dimension expérimentale qui leur est essentielle, non pas que cette dimension ait attendu pour exister le développement de l'informatique mais parce que le développement de l'informatique en a modifié profondément l'économie et l'efficacité, l'assistant par des outils de plus en plus puissants, et la faisant sortir de la sphère privée du travail du mathématicien pour la rendre partageable, communicable.

De ce point de vue, le contraste entre le monde mathématique professionnel et le monde de l'enseignement est saisissant[15]. Comme le soulignait le document de discussion qui a lancé la seconde étude ICMI sur ce thème, 20 ans après la première, malgré la multiplication des recherches et des expérimentations, l'impact des TICE sur l'enseignement des mathématiques reste dans la plupart des pays très limité. De plus, contrairement à ce qui était le cas il y a une vingtaine d'années, l'intégration des TICE dans l'enseignement des mathématiques n'est plus nécessairement vue comme un vecteur de progrès.

Pourquoi une telle situation ? Que savons-nous aujourd'hui des potentialités des technologies numériques pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, et des moyens nécessaires pour rendre ces potentialités actualisables dans la réalité des classes ? Il serait prétentieux de vouloir répondre à ces questions en l'espace de quelques pages. Je vais simplement

[15] Il me semble, en pensant notamment à l'entretien que j'ai eu avec André Revuz à l'occasion du centenaire d'ICMI, en 2008, que c'est le constat d'un décalage analogue, entre les mathématiques qui se faisaient et les mathématiques enseignées, qui l'a amené à s'engager avec autant de force dans l'aventure des mathématiques modernes dès ses débuts.

essayer d'exprimer quelques idées qui me semblent importantes, à la lumière de mon expérience de recherche et de formation dans ce domaine, et en m'appuyant plus particulièrement pour soutenir ces idées sur des recherches qui ont été développées ici, dans le contexte de l'IREM ou de l'équipe DIDIREM qui a précédé le LDAR, puisque cette équipe a une longue tradition de recherche dans ce domaine. Mais j'invite le lecteur intéressé par ces questions à se plonger dans l'ouvrage qui résulte de la seconde étude ICMI mentionnée ci-dessus qui vient d'être publié (Hoyles & Lagrange 2010). Il y trouvera de quoi nourrir à la fois la réflexion et l'action.

2. De l'étude des potentialités des TICE au développement de l'approche instrumentale

Les recherches menées maintenant depuis plus de trente ans montrent de façon claire que les technologies numériques offrent des potentialités pour l'apprentissage des mathématiques. Lorsque la technologie n'offrait encore que des possibilités de calcul et de programmation, ce sont ces caractéristiques que l'enseignement a cherchées à exploiter. Professionnels des mathématiques et enseignants en un sens étaient en phase, exploitant les mêmes leviers. Très vite cependant les ordinateurs puis les calculatrices sont dotés d'interfaces graphiques. De nouvelles potentialités apparaissent ainsi, liées à la visualisation d'objets et phénomènes mathématiques. La première étude ICMI (cf. la seconde édition (Cornu & Raslton 1992) publiée par l'UNESCO) montre bien la rapidité avec laquelle les mathématiciens s'en emparent, par exemple pour l'étude des systèmes dynamiques mentionnée plus haut, mais aussi les expérimentations qui se développent dans l'enseignement, notamment pour soutenir l'enseignement de l'analyse. C'est aussi à cette époque que commencent à se développer des micro-mondes qui offrent la possibilité de manipuler directement des réifications des concepts, sans recourir à la programmation, ouvrant des perspectives insoupçonnées à une approche expérimentale des mathématiques. Dans le domaine de la géométrie, c'est le moment où le monde de la tortue associé à la programmation en Logo (Papert, 1980) cède le pas à celui des logiciels de géométrie dynamique : Cabri-géomètre, Scketchpad, bientôt suivis par de nombreux autres. La recherche, qui se développe elle aussi, essaie de comprendre les espaces qui s'ouvrent ainsi à l'apprentissage, de concevoir des ingénieries qui exploitent les potentialités identifiées et de les tester. Le travail à mener est énorme. Les formations sont enthousiastes, militantes, l'appui institutionnel réel, mais l'impact sur l'enseignement reste très limité. On incrimine à l'époque l'équipement largement insuffisant et la qualité de l'offre logicielle mais l'on sent déjà que ces arguments ne suffisent pas à expliquer le décalage croissant dans ce domaine entre les pratiques scientifiques et sociales et l'enseignement des mathématiques.

Des recherches sur les Computer Agebra System (CAS) vont contribuer à ouvrir de nouvelles pistes interprétatives, à travers le développement de l'approche instrumentale. L'équipe DIDIREM y jouera un rôle déterminant (Lagrange 2000), (Artigue 2002). Les CAS que l'enseignement secondaire va chercher à intégrer sont des produits professionnels puissants mais dont l'ergonomie n'est en rien comparable à celle des logiciels de géométrie dynamique ou autres micromondes éducatifs. Les difficultés qui en résultent dans les expérimentations où les usages restent généralement épisodiques vont nous sensibiliser à une question jusque là ignorée dans les recherches en didactique des mathématiques concernant les TICE : celle des genèses instrumentales (Rabardel, 1995) qui permettent de faire d'un artefact, calculatrice ou logiciel, un instrument de travail mathématique, des connaissances mathématiques et technologiques sous-tendant ces genèses et de leur prise en charge par l'enseignement. Ces travaux sur les CAS nous incitent également à questionner le discours qui accompagne la promotion de ces technologies, un discours qui oppose travail technique et conceptuel et laisse penser que les CAS, en prenant en charge le travail technique usuel de l'élève, lui permettraient de se centrer sur une activité conceptuelle. Les expérimentations menées montrent que c'est une vision erronée : le travail technique change certes de nature mais ne disparaît pas, et méconnaître les rapports dialectiques existant entre travail technique et conceptuel dans ce type d'environnement comme dans tout type d'environnement d'apprentissage, peut se constituer en obstacle didactique. Les recherches menées attirent ainsi l'attention sur la double fonctionnalité des techniques enseignées en mathématiques - une fonctionnalité pragmatique : elles produisent des résultats, et une fonctionnalité épistémique : elles contribuent à la compréhension des objets mathématiques qu'elles engagent, et sur le fait que leur légitimité didactique repose sur ces deux fonctionnalités à la fois. Les environnements numériques modifient de ce point de vue les équilibres culturellement établis, étant source de techniques instrumentées à forte fonctionnalité pragmatique mais dont la fonctionnalité épistémique est à construire. Ainsi deviennent compréhensibles des résistances qui sont l'expression du malaise ressenti face à des ruptures d'équilibres face auxquelles les enseignants se retrouvent démunis. J'ajouterai qu'ils le seront d'autant plus qu'ils refuseront de voir dans la technologie autre chose qu'un adjuvant pédagogique au service d'apprentissages dont les finalités sont pensées sans prendre en compte la réalité des pratiques mathématiques actuelles et les évolutions qui en résultent en termes de besoins d'apprentissage. Face à ces difficultés, longtemps sous-estimées par la recherche, la tentation est grande de voir une solution dans le rejet de la technologie ou sa marginalisation pour conserver au maximum les équilibres anciens, mais c'est une solution sans avenir qui consomme la rupture entre le monde de l'enseignement et tout ce qui lui est extérieur.

Ce que nous apprend l'approche instrumentale c'est que penser l'apprentissage des mathématiques c'est le penser avec les outils qui sont ceux du travail mathématique aujourd'hui et en référence aux pratiques mathématiques actuelles, c'est gérer dans la durée la progression conjointe des connaissances mathématiques et instrumentales, c'est penser l'interaction entre techniques papier-crayon et techniques instrumentées, et développer pour ces dernières également un discours technologique consistant, au sens donné à ce terme dans la théorie anthropologique du didactique.

Initiée dans le cadre des CAS, l'approche instrumentale s'est ensuite étendue à d'autres technologies, comme en témoignent, au sein de notre équipe, la thèse de Mariam Haspekian (2005) consacrée à une approche instrumentale de l'intégration du tableur dans la scolarité obligatoire ou les travaux de Brigitte Grugeon sur la géométrie dynamique à la transition école élémentaire-collège (Grugeon 2008). Mais ces travaux nourris de l'approche instrumentale sont loin d'être les seuls à avoir contribué à notre compréhension des difficultés rencontrées à mettre les TICE au service de l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Dans la partie suivante je souhaiterais évoquer, très brièvement, une autre évolution particulièrement productive des travaux dans ce domaine, celle qui concerne le déplacement de l'attention de l'élève vers l'enseignant.

3. Vers une meilleure prise en compte de l'enseignant

Dans le domaine des TICE, comme plus généralement en didactique, la dernière décennie a été marquée par une attention croissante portée à l'enseignant, à ses pratiques et leurs dynamiques d'évolution. Cette évolution est très visible dans la seconde étude ICMI déjà citée où l'une des cinq sections de l'ouvrage qui en est issu est centrée sur les enseignants. Comme le soulignent Lulu Healy et Jean-Baptiste Lagrange dans leur introduction à cette section :

> *Those studies that do exist indicate that modifying teaching practices to include new toolsis no mean feat for teachers. In addition to mastering the various possibilities for doing mathematics offered by different digital tools, they also are faced with the need to rethink a number of classroom management issues, adapt their teaching styles to include new forms of interactions – with students, between students and between students and mathematical ideas –take a more prominent role in designing learning activities for their students and confront a range of epistemic issues related to the acceptance and legitimization of unfamiliar or even completely new mathematical practices.*
>
> *(Healy & Lagrange, 2010, p. 288).*

Encore une fois, ces résultats produits par la recherche contrastent avec un discours de promotion des TICE qui a longtemps minimisé l'accroissement d'expertise enseignante requis par un usage productif des outils numériques. Les TICE ont certes d'emblée été perçues comme des catalyseurs de changement, comme le moyen de faire évoluer des pratiques enseignantes jugées trop étroitement transmissives, mais le discours usuel tendait à laisser penser que, grâce aux TICE, des pratiques différentes plus conformes aux attentes de l'institution, devenaient aisément accessibles et automatiquement productives. La réalité était bien sûr tout autre. Au sein de notre équipe, la thèse de Maha Abboud-Blanchard (1994) interrogeant la formation des enseignants aux TICE dans le cas particulier de la symétrie orthogonale a été un travail pionnier dans ce domaine, à un moment où les travaux restaient centrés sur les élèves. Plus récemment, ces recherches ont pris de l'ampleur avec les thèses de Nuray Caliskan-Dédéoglu (2007), Emel Ozdemir Erdogan (2007)et Fabien Emprin (2008) puis les travaux menés dans le cadre du projet GUPTEN (Lagrange 2008). Ces travaux, qui s'appuient sur différents cadres théoriques, l'approche instrumentale étendue à l'enseignant mais aussi la double approche ergonomique et didactique des pratiques enseignantes, comme le montrent bien les contributions diverses à l'ouvrage coordonné par Fabrice Vandebrouck (Vandrebrouck 2008), nous aident à comprendre la complexité du travail de l'enseignant en environnement informatique. Ils nous fournissent des catégories qui décrivent des niveaux d'intégration différents des TICE et permettent de repérer des positionnements différents. Ils nous donnent à voir des dynamiques possibles d'évolution. Ils nous montrent enfin que les pratiques de formation, qu'il s'agisse de formation initiale ou formation continue, ne répondent toujours pas de façon satisfaisante aux besoins identifiés.

4. Commentaires et perspectives

Ce qui précède tend à laisser penser que nous comprenons mieux aujourd'hui les raisons d'être des décalages persistants mentionnés dans l'introduction et que cette connaissance devrait pouvoir fonder des actions plus efficaces, à condition bien sûr que les contraintes et conditions institutionnelles le permettent, ce qui n'est en rien acquis en France notamment pour ce qui est de la dimension cruciale de la formation des enseignants. Mais, parallèlement, nous sommes entrés dans une nouvelle ère concernant l'évolution technologique. Si pendant plusieurs décades, les questions à l'étude ont concerné essentiellement les potentialités offertes par calculatrices, micro-mondes et logiciels mathématiques à l'apprentissage des mathématiques et les conditions d'une intégration productive de ces outils à l'enseignement, dans la dernière décennie, le développement de l'internet et la multiplication des ressources en ligne ont profondément modifié le paysage. Chacun de nous sent bien à quel point les pratiques des enseignants comme des élèves s'en trouvent déjà transformées, et ce même lorsque ces transformations restent apparemment extérieures au terrain de la classe. L'étude des potentialités des technologies numériques s'en trouve sensiblement renouvelée, tout comme celles des conditions d'une actualisation productive de ces dernières. Le développement d'associations comme Sésamath[16] nous laisse de plus espérer que l'évolution du système n'est peut-être pas condamnée à être soumise aux modes « top-down » qui ont prédominé jusqu'ici, que des obstacles au travail collaboratif des enseignants peuvent être déplacés, que de nouvelles relations entre enseignants et chercheurs peuvent émerger. Sur ce plan aussi, notre équipe se veut motrice comme en témoignent par exemple le projet actuel PICRI avec l'association Sésamath soutenu par la région Ile-de-France visant à faire bénéficier la ressource en ligne MathenPoche des recherches menées depuis plus de dix ans dans le cadre des projets Pepite puis Lingot[17] sur le diagnostic et le développement de parcours différenciés pour les élèves en algèbre élémentaire (Grugeon 2008), ou l'initiation de recherches sur le tableau interactif. Cette évolution, en même temps, se doit de nous rendre encore plus sensibles au fait que c'est au sein d'une communauté bien plus large que s'inscrit la réflexion et que peuvent être mesurées les avancées réalisées. Depuis 2003, l'engagement successif de notre équipe dans le réseau d'excellence européen Kaléidoscope et les projets TELMA[18] puis ReMath[19] nous ont permis de mesurer l'importance de cet échelon européen dans les efforts de capitalisation des connaissances dans ce domaine (Artigue & al. 2009). Aujourd'hui le projet Comenius EdUmatics porté par l'IREM pour notre université qui vient de débuter nous confronte au défi de transcrire ces avancées dans des formations européennes à l'intégration des TICE, avec 18 autres partenaires. A l'heure où notre système de formation des enseignants se trouve particulièrement malmené, inscrire notre réflexion au-delà du seul hexagone est particulièrement important pour faire la différence, dans les difficultés rencontrées à une utilisation productive des TICE pour l'enseignement des mathématiques, entre ce qui est du ressort des technologies numériques elles-mêmes et ce qui relève des contraintes culturelles et institutionnelles qui conditionnent les usages observés.

[16] Voir le site *www.sesamath.net*

[17] http://pepite.univ-lemans.fr/

[18] http://telma.noe-kaleidoscope.org

[19] http://remath.cti.gr

Références :

Abboud Blanchard M., (1994) : *L'intégration de l'outil informatique à l'enseignement secondaire des mathématiques : symptômes d'un malaise. Un exemple : l'enseignement de la symétrie orthogonale au collège.* èse de doctorat. Université Paris 7.

Artigue M., (1981). Une expérience de coordination des enseignements de mathématiques et de physique en DEUG SSM. *Cahier de Didactique et Pédagogie n°22*, IMAG. Grenoble.

Artigue M. & Gautheron V., (1983). *Systèmes différentiels. Etude Graphique*. Paris : Cedic – Fernand Nathan.

Artigue M., (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematics Learning,*245-274.

Artigue M. & al., (2009). *Integrative Theoretical Framework – Version C.* Deliverable 18, ReMath Project. http://remath.cti.gr

Artigue M., (Ed.) (2009). Connecting Approaches to Technology Enhanced Learning in Mathematics: The TELMA Experience. *International Journal of Computers for Mathematical Learning,* 14.3.

Caliskan-Dédéoglu N., (2006) : *Usages de la géométrie dynamique par des enseignants de collége. Des potentialités à la mise en œuvre : quelles motivations, quelles pratiques ?* Thèse de doctorat. Université Paris 7.

Cornu B. & Ralston A., (eds) (1992). *The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching.* and Technology Education. Document Series 44. Paris: UNESCO.

Emprin F., (2007) : *Formation initiale et continue pour l'enseignement des mathématiques avec les TICE : cadre d'analyse des formations et ingénierie didactique.* èse de doctorat. Université Paris 7.

Grugeon-Allys B., (2008) : *Habilitation à diriger des recherches. Quelques apports de l'analyse multidimensionnelle : activités des élèves et pratiques des professeurs des mathématiques ; vers une modélisation.* à diriger les recherches. Université Paris 7.

Haspekian M., (2005) : *Intégration d'outils informatiques dans l'enseignement des mathématiques, étude du cas des tableurs.*Thèse de doctorat. Université Paris 7.

Hoyles C., Lagrange J.B., (Eds.) *Mathematics Education and Technology – Rethinking the Terrain. The 17th ICMI Study*. New York : Springer-Verlag.

ICMI (1984). The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching. *L'enseignement Mathématique*, 30, 159-172.

Lagrange J.B., (2000). L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement : une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics*, 43, 1-30.

Lagrange J.B., (coord.) (2009). *GUPTEN : Rapport final*. http://gupten.free.fr/g-rapres.htm

Ozdemir Erdogan E. ,(2006): *Pratiques d'enseignants de mathématiques en environnement technologique : l'intégration du tableur dans l'enseignement des suites en première littéraire.*Thèse de doctorat. Université Paris 7.

Vandebrouck F., (Coord.) (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* : Octares Editions.

Marie-Jeanne Perrin-Glorian : *Est-il impossible d'avoir une approche scientifique de l'enseignement des mathématiques ?*

Introduction

Pour cette journée, il m'a été demandé de parler du développement des cadres théoriques de la didactique des mathématiques. Comme il me semblait difficile de traiter ce sujet en trente minutes, j'ai dans un premier temps proposé de parler des rapports entre recherche en didactique et enseignement des mathématiques. Et puisque la journée est un hommage scientifique à André Revuz, je me suis replongée dans la lecture de son livre « *Est-il impossible d'enseigner les mathématiques ?* », paru il y a presque exactement trente ans, pour repartir des questions que Revuz posait sur l'enseignement des mathématiques à l'époque et voir si on avait avancé. J'ai relu le livre avec autant d'intérêt que la première fois parce qu'il m'a paru n'avoir pas pris une ride. J'engage d'ailleurs les jeunes à le lire et les plus anciens à le relire. Bien sûr les exemples qu'il prend sont liés à l'époque et certaines choses ont changé depuis, pas toujours en bien d'ailleurs. Cela ne veut pas dire non plus que le développement de la didactique des mathématiques n'ait pas fait avancer la réflexion sur l'enseignement des mathématiques. Mais, ce qui fait que cet ouvrage est toujours d'actualité, c'est que Revuz nous livre là sa vision des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques, vision idéale mais accompagnée de conditions pour rendre cet enseignement possible. Ces conditions sont formulées à partir des savoirs qu'il tire de son expérience de mathématicien, d'enseignant et, pour résumer le reste, je dirais d'acteur majeur de la noosphère. Or finalement, le projet de la didactique des mathématiques c'est d'avoir une approche scientifique de l'étude de ces conditions.

J'ai donc finalement décidé de traiter les deux sujets en replaçant les cadres théoriques comme des moyens de comprendre et de réfléchir mieux à l'enseignement des mathématiques car le but de la didactique des mathématiques n'est pas de prendre la place des professeurs pour leur dire ce qu'ils ont à faire dans leur classe. Il est d'étudier des conditions beaucoup plus générales de fonctionnement du système enseignement-apprentissage à différentes échelles, du niveau le plus local constitué de l'interaction d'un enseignant avec un groupe d'élèves sur une question précise, jusqu'à l'organisation de tout le système d'enseignement des mathématiques.

Je vois d'ailleurs un certain parallèle entre le développement des théories didactiques et ce que Revuz dit des rapports entre mathématiques et réalité et plus précisément entre situation, modèle et théorie, en y mettant toutefois un bémol : en didactique, je ne suis pas sûre qu'on ait dépassé le stade des modèles et qu'on puisse parler de théorie au sens où il l'entend. En tout cas, il me semble qu'on peut appliquer à la didactique des mathématiques la dernière phrase du chapitre sur mathématique et réalité (p. 39) :

> *Il faut savoir vivre avec la notion d'une vérité qui n'est jamais qu'approximative, mais dont on cherche sans cesse à améliorer la valeur, qui se juge à l'efficacité de notre action dans le monde.*

Pour terminer cette introduction, il y aurait beaucoup de choses à retenir et à commenter dans la vision des mathématiques que Revuz esquisse dans sa première partie ; j'en retiens surtout une qui me paraît importante dans la perspective de l'enseignement, c'est la différence entre science faite et science à faire (p. 60) :

> *...il y a danger à trop insister sur cette distinction dans la vision globale que l'on doit avoir des mathématiques et de leur existence vivante. La science faite, telle qu'on la trouve dans les bibliothèques, y est en quelque sorte en état d'hibernation, et ne peut être utilisable qu'après avoir été réanimée dans des esprits humains. Et, à ce moment-là, qu'il s'agisse d'utiliser une science faite ou qu'il s'agisse d'avancer vers la science à faire, ce qui est fondamental c'est l'activité de l'esprit.*

Il en tire la conséquence pour l'enseignement (p. 60) :

> *Et un enseignement qui présente les mathématiques comme une science faite et oublie que pour ceux qui l'ignorent elle est science à faire et que leur attitude pour l'assimiler doit être proche de celle des découvreurs, se condamne à l'échec, ou, au mieux, à un très faible rendement.*

Je pense que la vision des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques qui se dégage de la première partie de l'ouvrage est partagée par la plupart des didacticiens des mathématiques, mais reste à savoir si les mathématiques peuvent effectivement vivre ainsi dans une classe et, à quelles conditions et comment on peut aborder scientifiquement ces questions. C'est à quoi je vais tenter de m'atteler dans une première partie avant de revenir au problème de l'amélioration de l'enseignement des mathématiques pour tous.

Le développement des cadres théoriques en didactique des mathématiques

Revuz disait en 1980 (p. 64) à propos de l'enseignement des mathématiques que :

> *...les questions en débat donnent plus facilement lieu à des polémiques qu'à une étude pouvant être qualifiée de scientifique » et que la complexité du problème demande qu'il soit abordé par des « équipes constituées de personnes ayant des arrière-plans culturels complémentaires, qui auraient la volonté de cerner et d'approfondir les problèmes aussi objectivement que possible, et qui en auraient le temps. (p. 63).*

Concernant les théories didactiques, il ajoute : (p. 130)

> *Nous n'en sommes pas au stade où des théories didactiques peuvent être sérieusement étayées, mais le refus de recourir à des théories risque de rendre l'expérimentation incohérente : il faut accueillir sous bénéfice de vérification, et comme outil de travail, les théories qui conduisent à découvrir de nouveaux faits et ne pas se laisser aveugler par celles qui voudraient en ignorer d'évidents.*

Les polémiques sont toujours d'actualité (peut-il en être autrement ?), mais je vais essayer de montrer qu'on a progressé dans le domaine des théories, en commençant par remarquer que ce n'est peut-être pas la même chose qu'on sous-entend derrière ce mot en 1980 et maintenant. En 1980, on pensait surtout à des théories d'un bon enseignement des mathématiques, qui visent directement à une amélioration. Depuis, je crois qu'on s'est rendu compte que c'était encore plus complexe qu'on ne l'imaginait et qu'on cherche seulement des théories qui aident à comprendre ce qui se passe dans l'enseignement des mathématiques à tous les niveaux institutionnels et pour tous les acteurs, à toutes les échelles, du niveau macrodidactique au niveau microdidactique, en espérant que les acteurs en question puissent en tirer profit dans le sens de l'amélioration de l'enseignement et de l'apprentissage. Cela ne veut pas dire pour autant que la recherche fondamentale (qu'il faut défendre) doive toujours *« précéder et fonder »* la recherche appliquée, mais les deux doivent être en interaction dialectique car il est clair que

> *...c'est peut-être en cherchant très humblement à mieux enseigner telle notion particulière, ce qui est du domaine appliqué, qu'on ouvrira la voie à une recherche plus fondamentale. (p. 130)*

J'ai dit plus haut que les théories didactiques étaient plutôt des modèles au sens où l'entend Revuz dans son chapitre 2 de la première partie, comme représentation de la réalité concrète et mise en ordre des idées (nécessairement abstraites) qu'on a sur cette réalité. Une question essentielle qui se pose aussitôt au chercheur pour faire son modèle, c'est celle du découpage de la réalité, ce que certains appellent l'unité d'analyse. Il y a plusieurs cadres théoriques utilisés en didactique des mathématiques en France qui diffèrent surtout par les questions qu'ils cherchent à élucider, l'endroit où ils cherchent à mettre la lumière, la focale qu'ils choisissent. Cependant, je crois qu'ils s'accordent pour dire qu'on ne peut pas séparer les mathématiques, le professeur et les élèves. Quel que soit le grain d'analyse, aussi fin soit-il, quelle que soit la perspective, aussi large soit-elle, on considèrera toujours ces trois composantes, indissolublement liées. Et qui plus est, on n'oubliera jamais que ces composantes sont incluses dans un système plus vaste, l'institution scolaire, elle-même incluse dans la société. C'est une différence avec d'autres disciplines (psychologie, sociologie…) qui étudient des relations entre certaines de ces composantes sans considérer comme essentiel le contenu enjeu de l'enseignement ou sans le plonger dans l'institution scolaire.

Un autre point de vue partagé concerne les mathématiques elles-mêmes et les objectifs et raisons d'être de l'enseignement des mathématiques qui correspondent pour l'essentiel à ce que Revuz défend fort bien dans son livre et qui, loin de limiter les mathématiques à leur utilité pour les applications ou à un langage pour les autres sciences, les voit plutôt comme un champ scientifique en soi et un mode de pensée.

Une question moins nette est celle de la référence obligée à une théorie de l'apprentissage. Cette référence existe dans beaucoup de travaux internationaux et ce n'est sans doute pas par hasard que le groupe international qui s'est créé en 1976 s'est appelé « Psychology of Mathematics Education ». Cependant ce n'est pas le cas de tous, et notamment de deux des principaux cadres théoriques dont se réclament les chercheurs en didactique des mathématiques en France : la théorie des situations didactiques (TSD) et la théorie anthropologique du didactique (TAD), qui se veulent indépendantes des théories psychologiques, même si elles sont sans doute plus facilement compatibles avec certaines d'entre elles qu'avec d'autres.

Il est hors de question de présenter ici ces cadres théoriques et les avancées qu'ils ont permises dans la manière de poser les problèmes et de les étudier. Je vais seulement évoquer des éléments théoriques et méthodologiques qui me paraissent au cœur de la problématique didactique ainsi que l'évolution de quelques concepts fondamentaux.

Questionnement sur les mathématiques et leur enseignement

La didactique s'est créée en voulant mettre au cœur du questionnement sur l'enseignement celui sur la discipline elle-même. Cela se traduit dans les concepts fondamentaux des cadres théoriques. Je vais en donner quelques exemples.

- Situation fondamentale

La notion de situation fondamentale, introduite par Brousseau au début des années 80 (Brousseau, 1983) voire avant, est totalement en lien avec l'idée de mathématiques à faire pour les élèves. Cependant, elle a été longtemps mal comprise parce qu'elle était entendue comme une situation d'enseignement à proposer à des élèves alors que, selon moi, il s'agit essentiellement d'une représentation du savoir dans son aspect opératoire, comme moyen d'agir et de traiter des problèmes. Il s'agit de la recherche d'un problème suffisamment représentatif d'un domaine pour représenter, par un jeu sur les variables didactiques, la plupart des problèmes rencontrés dans ce domaine, en particulier les problèmes scolaires. Elle est bien sûr susceptible d'engendrer des problèmes qu'on peut poser à des élèves pour construire la connaissance visée mais il s'agit avant tout d'un problème mathématique ou d'un problème pour les mathématiques. Selon Brousseau, c'est

> *...un jeu*[20] *[…] tel que la connaissance apparaisse sous la forme choisie comme la solution ou comme le moyen d'établir la stratégie optimale […]. Le « jeu » doit permettre de représenter toutes les situations observées dans les classes – (sinon les déroulements particuliers) – même les moins « satisfaisantes » dès lors qu'elles permettent de faire apprendre à des élèves une forme du savoir visé.*
>
> (Brousseau, 1998, p. 80-81).

Quand Brousseau l'introduit à propos de la géométrie en 1982, il veut distinguer les connaissances et savoirs sur la maîtrise de l'espace (ceux qui sont nécessaires au charpentier pour découper au sol de lourdes pièces de bois qui s'ajusteront dans la charpente à 10 mètres du sol) et ceux qui portent sur la consistance d'un modèle mathématique de l'espace (le problème du point de concours des médiatrices d'un triangle). C'est bien d'élucider le savoir qu'il s'agit, mais de l'élucider dans sa forme opératoire en donnant des ressources pour l'enseignement. De même la comparaison des épaisseurs de papier est une situation qui représente la commensuration. Elle est mise

[20] En théorie des situations, les situations sont définies par des « jeux » dont l'enjeu est la résolution d'un problème.

en œuvre en classe dans le cadre de la recherche d'une alternative au modèle de partage restreint aux décimaux. C'est aussi dans cette recherche d'une représentation fondamentale du rôle des décimaux comme permettant d'approcher tous les réels que nous proposons avec Régine Douady (1980) d'approcher la mesure du côté d'un carré d'aire 24 ou 27. La recherche d'une situation fondamentale est une manière d'interroger le savoir mathématique dans la perspective de son enseignement. L'histoire peut nous aider mais rien ne dit que les problèmes qui ont amené à l'émergence d'un concept sont les meilleurs représentants de ce concept ni qu'il existe un jeu de variables qui permette de les utiliser dans l'enseignement actuel. La définition du concept de situation fondamentale a été travaillée à plusieurs reprises et par différents auteurs ; je vous renvoie à la dernière en date, celle d'Annie Bessot (à paraître) à la dernière école d'été de didactique des mathématiques.

- Transposition didactique. Organisations mathématiques. Institutions.

La transposition didactique (Chevallard, 1991) est aussi un concept destiné à prendre en compte la non transparence des objets de savoir qui subissent des transformations à l'intérieur même du savoir savant, celui des mathématiciens qui le produisent, et qui ne peuvent être enseignés sous une forme définitive. Des choix de présentation, d'organisation sont faits dans les programmes, différents suivant les époques, qui peuvent donner une vision et une pratique assez différente des mathématiques. Cette idée n'est certes pas nouvelle et, dans le passé, avant même la révolution des mathématiques modernes, de grands changements de programmes ont été tentés, avec plus ou moins d'information des professeurs sur les nouveaux contenus ou la nouvelle manière de voir les choses. Le développement de la théorie anthropologique du didactique (TAD) a permis de beaucoup préciser le concept de transposition didactique et de le rendre opérationnel. Ceci s'est fait me semble-t-il en deux temps, par deux apports majeurs successifs de Chevallard : d'une part l'introduction de la notion d'institution et de rapport institutionnel à un objet de savoir (Chevallard, 1992), qui permet de différencier des attentes institutionnelles différentes relativement au même objet de savoir, d'autre part la définition d'une organisation mathématique (Chevallard, 1999) comme un quadruplet permettant de décrire la pratique mathématique autour de types de tâches reliées à des techniques justifiées par des technologies, elles-mêmes insérées dans le corps du savoir structuré par les théories. Les notions de rapport institutionnel ou de rapport personnel à un objet de savoir permettent de prendre en compte le fait qu'on n'a jamais la connaissance complète d'un objet de savoir, que l'enseignement ne vise jamais non plus cette connaissance complète et elles donnent un moyen plus opérationnel de préciser ce qui se cache derrière un objet de savoir. Les composantes des organisations mathématiques permettent de décrire plus précisément ces rapports. Ce sont des moyens de mettre à distance le propre rapport personnel du chercheur aux mathématiques en question.

- Le langage, les représentations sémiotiques, les artefacts

Un autre aspect du questionnement des mathématiques est celui du langage et des représentations. Les mathématiques demandent de parler et surtout d'écrire, de dessiner, de tracer. Elles utilisent un langage symbolique spécifique mais aussi la langue naturelle qui est alors soigneusement spécifiée. Et il faut distinguer la langue naturelle intégrée dans le langage et l'activité mathématiques de celle dans laquelle baigne l'activité mathématique, comme toute activité humaine. L'importance du langage dans l'activité mathématique a été soulignée dès le début, par exemple par Lacombe en lien avec la logique ou par le souci d'intégrer la formulation comme nécessité et moyen de création d'un langage spécifique dans les premières dialectiques identifiées par Brousseau dès 1972. Le langage et les représentations sémiotiques ont été théorisés du point de vue de leurs relations avec la conceptualisation (Vergnaud, 1991 ; Duval, 1995) et étudiés d'abord dans des domaines où leur influence est la plus évidente comme l'algèbre ou la géométrie (figure et démonstration). Cependant, leur prise en compte explicite dans les théories didactiques elles-mêmes ne se fait que lentement. Par exemple, l'accent mis par Régine Douady (1987) sur l'importance des jeux de cadres pour la conceptualisation en mathématiques relève plutôt d'une analyse de l'activité mathématique elle-même : les symboles ou représentations sont attachés à un cadre et jouent un rôle dans le jeu de cadres, mais ce sont plutôt les relations entre objets qui sont mises en avant, même si c'est parfois clairement un changement de représentation qui joue le rôle moteur comme les échanges entre numérique et graphique. L'introduction de la notion d'ostensifs dans la théorie anthropologique du didactique montre le souci de prendre en compte les écritures, les paroles et même les gestes qui accompagnent l'activité mathématique. Néanmoins, finalement, les représentations, les mots et les écritures sont tellement intimement liés à l'activité mathématique elle-même que c'est dans l'analyse de cette activité, dans le savoir savant comme dans le travail proposé aux élèves, qu'ils apparaissent. Nous les retrouverons ainsi dans l'analyse des situations et notamment du milieu, de même que dans l'analyse du déroulement de la classe.

Le développement de l'usage des technologies numériques a permis d'approfondir une autre dimension de l'activité mathématique, l'intégration d'outils matériels porteurs de savoirs mathématiques, des artefacts que le mathématicien, professionnel, amateur ou élève, doit nécessairement s'approprier pour en faire des instruments au service sa propre activité mathématique. On avait depuis des siècles, en géométrie, la règle et le compas ; les logiciels ont considérablement ouvert le champ des artefacts intégrant des savoirs mathématiques. Ils changent le rapport au savoir mathématique, amènent à repenser celui-ci et ont ouvert un très large champ de recherche en didactique évoqué par Michèle Artigue dans le présent ouvrage.

Ainsi, depuis trente ans, la didactique des mathématiques a d'une part accumulé nombre de travaux questionnant le savoir mathématique lui-même, sur le plan épistémologique ou sur le plan des choix faits par les programmes et les manuels à différentes époques. Elle a aussi, au sein de ses cadres théoriques, intégré des outils de questionnement des mathématiques. Cependant c'est pour l'analyse la plus distanciée possible de la classe que les outils théoriques se sont le plus développés. Il n'est pas question de les présenter mais seulement d'évoquer quelques-uns de ceux qui me paraissent les plus fondamentaux ainsi que leur évolution.

La classe et l'organisation du travail des élèves

- Situation didactique, milieu, contrat didactique

En 1980, la théorie des situations didactiques en était encore à ses premières ébauches. Cependant beaucoup d'observations de classe de très longue durée, sur de nombreux thèmes de l'école primaire, dans des conditions expérimentales contrôlées avaient eu lieu.

Le modèle théorique s'est décanté au fil des années, sous la pression des cours dans les écoles d'été de didactique des mathématiques et des nombreux travaux, menés ou non sous la direction de Guy Brousseau, qui ont utilisé ce modèle. La notion de situation est de celles qui ont connu le plus de formulations différentes. Lors du colloque des vingt ans de didactique, j'avais présenté (Perrin-Glorian, 1994) ce que je comprenais de la constitution de la théorie des situations didactiques jusqu'en 1990 ; l'essentiel des textes de Brousseau de cette période ont été rassemblés dans l'ouvrage paru en anglais en 1997 chez Kluwer et repris ensuite en français (Brousseau, 1998). Depuis, un certain nombre d'éclaircissements ont été apportés, notamment à l'école d'été de 1995 ou, dans une version plus développée, à Montréal (Brousseau, 1996), et dans un article paru en espagnol en 2000 (Brousseau, 2000). Il me paraît notamment important de souligner la différence qui y est faite entre situation mathématique, à usage didactique mais isolée du maître, et situation didactique, où le maître reprend toute sa place.

Pour moi, un des apports essentiels de la théorie des situations didactiques est l'utilisation faite de la notion de milieu à plusieurs niveaux. Elle permet d'objectiver ce qui se passe dans la relation didactique en classe en distinguant ce qui relève des connaissances que les acteurs (en particulier les élèves) doivent mettre en jeu de ce qui est fourni par la situation. Dans une situation mathématique, non didactique ou à usage didactique, le milieu est défini par la situation (que celle-ci ait ou non été mise au point en amont par un professeur) ; dans une situation didactique, le professeur intervient éventuellement pendant le déroulement pour modifier le milieu : selon le cas, il peut s'agir de régulations ou d'un véritable changement de situation. On a ainsi des strates de situations emboîtées. Ces strates ont d'abord été identifiées pour rendre compte de l'évolution du statut des connaissances en jeu quand on utilise une situation mathématique comme situation d'enseignement.

La notion de contrat didactique, explicitée vers 1980 à propos du cas Gaël, a elle aussi été beaucoup précisée depuis, notamment avec l'identification de différents types de contrats didactiques (Brousseau, 1996) différant les uns des autres par le partage de responsabilité entre le professeur et les élèves relativement à l'avancée du savoir dans la classe.

- Prise en compte de différents statuts pour le savoir

Une des difficultés de l'analyse didactique est la prise en compte de l'évolution du savoir dans la classe et pour les élèves. Nous avons abordé dans le premier paragraphe la question à l'échelle macrodidactique avec le concept de transposition didactique. La question se pose à l'échelle d'une séquence sur un sujet donné et à l'échelle d'une séance. Elle est traitée différemment selon les cadres théoriques mais c'est un souci de chacun d'eux. Régine Douady (1987) a introduit le concept de dialectique outil-objet pour décrire une organisation de l'enseignement en différentes phases qui visent à mettre l'accent sur la progression des savoirs en réponse à des problèmes bien choisis tout en pensant leur insertion dans une organisation intégrant les savoirs nouveaux aux savoirs anciens. En théorie des situations didactiques, nous avons vu que les différents statuts du savoir en cours d'apprentissage sont pris en compte à la fois dans les différents niveaux du milieu et dans l'évolution du contrat didactique, provoquant éventuellement des ruptures de ce contrat implicite. La théorie anthropologique du didactique identifie différents moments didactiques qui correspondent à une évolution du rapport aux objets d'enseignement concernés. Aline Robert, dans le cadre d'analyse d'exercices et problèmes, parle de niveaux de mise en fonctionnement des notions mathématiques (Robert, 1998). Elle a par ailleurs émis l'hypothèse que, pour certaines notions qui sont apparues dans les mathématiques pour formaliser, unifier ou généraliser des notions déjà existantes et servant à résoudre différentes classes de problèmes, par exemple la notion d'espace vectoriel (et même sans doute de vecteur), il serait difficile voire impossible de trouver des problèmes à la portée des élèves, et qui permettent de les introduire comme des réponses adaptées à ces problèmes.

- Temps didactique. Individuel et collectif. Dispositifs et contraintes institutionnelles

Le temps passé pour l'apprentissage est un souci constant des professeurs. Le problème du temps est, comme le dit Revuz (p.85-86)

> *…un des plus délicats de l'enseignement : durée d'assimilation d'une notion, durée de transformation d'un modèle mental en un autre plus performant et plus adéquat à la question étudiée, instants où la réceptivité est plus grande.*

La distinction entre le temps didactique, le temps de la progression des savoirs dans la classe, et le temps d'horloge est un moyen de prendre en compte la première moitié de la phrase. Elle a particulièrement été étudiée par Mercier (1992) qui a notamment mis en évidence la réorganisation de savoirs anciens que demande souvent l'introduction d'un savoir nouveau, réorganisation qui n'est pas toujours prise en compte explicitement dans l'enseignement. La deuxième partie de la phrase de Revuz peut renvoyer soit à des sauts conceptuels dans de courts instants privilégiés dans le déroulement d'une progression didactique ou pour un individu particulier, soit à l'organisation matérielle du travail des élèves, par exemple l'emploi du temps, et donc aux dispositifs et contraintes institutionnelles. *« La détection des instants privilégiés est relativement ce qui est le plus facile. »* nous dit Revuz, en parlant sans doute d'un professeur aguerri dans une classe qu'il connaît bien. Cependant, ce qui complique beaucoup, c'est que ces instants privilégiés ne concernent jamais tous les élèves en même temps et que l'articulation de *la « biographie didactique »* d'un élève (Mercier, 1992) au temps didactique de la classe est une question aussi essentielle que complexe.

Par ailleurs, une des caractéristiques des recherches en didactique en France a été, comme je l'ai dit plus haut, de prendre en compte les contraintes institutionnelles : programmes, horaires, organisation de l'enseignement dans les établissements… C'est particulièrement manifeste dans la théorie anthropologique du didactique, mais c'est vrai aussi pour les autres cadres théoriques. Je ne développerai pas davantage cet aspect mais c'est quand même un point important dans la compréhension des phénomènes didactiques.

- Mieux comprendre le travail du professeur

Revuz écrivait (p. 133)

> *… la pédagogie classique a eu tendance à mettre l'accent sur le comportement du maître, cherchant un comportement optimal, mais par rapport auquel l'élève était trop souvent implicitement considéré comme une pâte molle qu'il s'agissait de « former ». La didactique doit sans doute, au contraire, consacrer l'essentiel de ses efforts à l'élève, c'est-à-dire à celui qui apprend, qui entre en contact avec des connaissances qu'il ne domine pas et avec des problèmes qu'il ne sait pas résoudre, mais qui, même s'il ignore tout des problèmes qu'on va essayer de lui enseigner, a déjà toute une batterie de modèles mentaux plus ou moins conscients, et auxquels son premier mouvement va se référer. Et ce devrait être, me semble-t-il, un des premiers objectifs de la didactique que d'exhiber les modèles que l'on peut mettre en évidence […] un problème didactique central serait de trouver les moyens de rendre plus dynamiques et plus susceptibles d'évolution et de transformation les modèles spontanés.*

Et, en effet, c'est bien une des directions essentielles que la didactique a prises dans les années qui ont suivi, avec la recherche des conceptions spontanées (ou modèles implicites) des élèves et des moyens de les faire évoluer. On avait finalement deux directions principales : la recherche de situations idéales pour mettre en scène le savoir et l'identification des difficultés des élèves et des moyens d'y remédier. Le terme conception avait d'ailleurs deux sens : suivant le cadre théorique, il référait aux mathématiques elles-mêmes ou aux élèves. Cependant, la diffusion des résultats des recherches dans l'enseignement ordinaire (éventuellement accompagnées de changements de programmes), par les déformations des situations mises au point dans les recherches qu'elle a induites, a montré que cela ne suffisait pas. Cela a mis en évidence le fait que les didacticiens avaient eu tendance à occuper la place du professeur dans leurs recherches sans étudier sérieusement les raisons qu'avait le professeur d'agir comme il le faisait.

Depuis le milieu des années 90, tandis que des didacticiens de plus en plus nombreux s'impliquaient dans la formation des enseignants, beaucoup de recherches se sont tournées vers l'étude des classes ordinaires et du travail du professeur, non plus pour rechercher un comportement optimal comme dans la pédagogie classique dont parle Revuz mais pour enrichir les modèles didactiques des rapports enseignement-apprentissage ou pour essayer de cerner le métier de professeur. J'ai déjà un peu évoqué les enrichissements apportés à la théorie des situations didactiques ou à la théorie anthropologique du didactique, en partie motivés par ce souci. En particulier, certains prolongements ont été apportés aux concepts de la théorie des situations pour mieux analyser l'enseignement ordinaire (par exemple Perrin-Glorian et Hersant, 2003). D'autres, se plaçant surtout dans la perspective de la formation, se sont tournés vers la didactique professionnelle pour aborder l'étude du professeur comme individu exerçant un métier, et inscrit dans un collectif lié à ce métier (voir par exemple Robert et Rogalski, 2002). Aline Robert nous donne dans ce volume une idée du développement des recherches dans cette direction.

Une autre manière d'étudier le rôle du professeur est de regarder comment il adapte son enseignement à une nouveauté. Ainsi l'introduction des nouvelles technologies dans l'enseignement a aussi été l'occasion de mieux étudier le rôle du professeur et ce qui fait son métier. De plus, les enseignants disposent aussi maintenant, via internet, de moyens de communication et de ressources pour leur enseignement qui, à terme, risquent de changer aussi considérablement leur métier. C'est pour le chercheur un moyen à la fois d'étudier ce métier et d'agir sur lui. Je ne développe pas ces aspects dont on trouvera un écho dans le texte de Michèle Artigue dans ce volume.

Méthodologies : confrontation des théories à la contingence

Comme j'ai essayé de le montrer, au cours de ces trente ans, les questions de recherche ont évolué dans le sens d'une prise en charge accrue de la complexité des relations enseignement-apprentissage. Les méthodes de recherche ont, elles aussi, évolué. Dans les années 80, on avait essentiellement deux grands types de méthodes : les études statistiques à grande échelle, appuyées sur des questionnaires, et l'ingénierie didactique, qui tentait de prendre en compte la complexité de la classe par une mise en œuvre dans des classes réelles de situations élaborées par des chercheurs, le plus souvent en collaboration avec les enseignants, et par la confrontation de l'analyse a priori et de l'analyse a posteriori. Ces études étaient en général accompagnées d'une analyse du contenu et de l'évolution des programmes d'enseignement.

Depuis, les observations « naturalistes » (sans intervention du chercheur dans la préparation des cours) se sont multipliées et les recherches combinent souvent plusieurs sources de recueil de données. Les moyens techniques d'enregistrement des séances (vidéo notamment) se sont perfectionnés ainsi que les logiciels permettant de traiter ces enregistrements. Parallèlement, en lien avec le développement des cadres théoriques, en important éventuellement des concepts issus d'autres disciplines (linguistique notamment), on est allé beaucoup plus loin dans l'affinement du grain des analyses, en regardant parfois à la loupe des interactions de quelques minutes voire quelques secondes. Cependant, la question des conclusions à tirer de ces analyses fines se posent et, à mon avis, il faut veiller à articuler ce niveau très fin à d'autres grains d'analyse. Comme on a pu tirer par le passé des conclusions hâtives de recherches trop grossières qui ne prenaient pas suffisamment en compte la complexité de la relation enseignement enseignement-apprentissage, il y aurait danger à interpréter trop généralement des résultats très contextualisés, obtenus à un grain très fin d'analyse.

Identifier ce qu'il y a de général dans le particulier et les conditions particulières qui déterminent le général est un des problèmes méthodologiques les plus importants de la didactique. Les analyses à grande échelle sont nécessairement grossières mais permettent de tester les modèles, les analyses fines sont particulières mais elles permettent de questionner et d'enrichir les modèles. Ce n'est que dans une dialectique constante entre théorie et contingence, entre particulier et général, que les savoirs didactiques peuvent se forger.

L'amélioration de l'enseignement des mathématiques pour tous

J'ai abordé les cadres théoriques en essayant de montrer en quoi leur développement répondait à des problèmes d'enseignement-apprentissage des mathématiques. Cela a été plus long que je ne le prévoyais, mais je ne voudrais quand même pas terminer ce texte sans aborder brièvement la question de l'amélioration de l'enseignement des mathématiques qui est quand même, selon moi, la raison d'être de la didactique. Evidemment, pour aborder cette question, après avoir laissé entrevoir que mathématiques dans « enseignement des mathématiques » sous-entend pour moi un corps de savoirs mais aussi une pratique, il faudrait encore que je précise ce que j'entends par amélioration. Cette fois encore, je me réfèrerai à Revuz qui dit (p. 70) que c'est

> *... à l'accroissement de l'autonomie et de la responsabilité de ses élèves » qu'un pays doit consacrer « le meilleur de ses efforts.*

C'est donc dans ce sens que va pour moi l'amélioration : l'acquisition d'un savoir qui permet de penser par soi-même. A propos de la création des CES et de la suppression des filières, Revuz dit aussi (p. 67) que

> *... l'objectif de la circulation plus active de la culture dans l'ensemble de la population est loin d'être atteint* et (p. 77) *que la solution n'est pas de traiter tous les élèves de la même façon* ni *de renoncer à donner des connaissances et une culture à ceux qui apparaissent comme moins doués.*

De nos jours, l'enseignement a été unifié, à tel point qu'il est difficile d'imaginer que l'orientation ait pu se faire bien avant la fin du collège dans un passé pas si lointain. Cependant, les inégalités subsistent, en particulier par l'accumulation des difficultés dans des classes faibles qu'on trouve surtout dans les secteurs les moins favorisés socialement, où il est bien difficile de faire vivre cet enseignement idéal dont parle Revuz (p. 87), et même avec les jeunes élèves (voir Peltier et al., 2004).

Par rapport à ce qu'on pensait il y a 30 ans, je crois qu'on a encore perdu quelques illusions mais, comme je pense moi aussi que *« être homme, c'est peut-être d'abord refuser le désespoir »* (Revuz, 1980, p. 77), j'ai tendance à me dire que perdre des illusions c'est un premier pas pour trouver des solutions et en plus que la didactique peut nous y aider, non pas en trouvant des réponses immédiates aux problèmes mais en posant mieux les problèmes et en aidant les maîtres par des ressources adaptées. Cependant, fournir des ressources aux maîtres ne suffit pas, il faut aussi une formation qui leur permette d'utiliser ces ressources au mieux en les adaptant à leur classe et à leur projet et plus encore pour élaborer un tel projet qui demande de prendre en compte les connaissances réelles de leurs élèves et les objectifs de culture mathématique les plus élevés possible. En effet, les relations entre recherche et enseignement sont complexes et vont dans les deux sens : l'enseignement nourrit la recherche comme la recherche influence l'enseignement par la diffusion de ses résultats, voire de ses méthodes. De plus, cette influence réciproque passe par des voies diverses, les formations bien sûr mais aussi les publications destinées aux enseignants et en premier lieu les manuels, auxquels il faut maintenant ajouter les ressources sur internet. L'étude des ressources et de leur utilisation par les professeurs, n'avait peut-être pas été suffisamment prise en compte par les recherches jusque là ; c'est un champ qui se développe ces dernières années.

Il me semble donc, comme je l'ai exposé à la dernière école d'été de didactique des mathématiques (Perrin-Glorian, à paraître) qu'il est temps de faire un retour à l'ingénierie didactique, mais autrement, pour mettre en place une ingénierie didactique de développement qui vise à la fois l'étude du fonctionnement de l'enseignement ordinaire et celle des moyens de sa transformation. Cela passe aussi par la mise en place d'un travail collaboratif entre un groupe d'enseignants et un (des) chercheur(s), ce qui donne une position délicate pour le chercheur qui est à la fois interne et externe au groupe mais permet de prendre en compte un peu plus de la réalité du fonctionnement des classes. L'ingénierie didactique ne peut plus alors contrôler toutes les situations de classe de l'ensemble de la progression et il devient encore plus crucial de choisir celles qu'on veut contrôler et pour cela de dégager ce qui est essentiel dans le lien entre savoir et situations, de déterminer quelques situations suffisamment représentatives de l'enjeu de savoir mathématique, mais aussi avec un jeu de variables suffisamment riche pour qu'elles puissent s'adapter à différents états de connaissance des élèves et aussi des professeurs ainsi qu'à différentes pratiques pédagogiques et didactiques qu'elles peuvent contribuer à faire évoluer. L'analyse des réalisations effectives, confrontée à l'analyse a priori, permet à la fois de revenir sur les situations, leur agencement, et d'identifier des savoirs didactiques pour la formation des enseignants.

Dans cette partie sur l'amélioration de l'enseignement des mathématiques, j'aurais voulu dire un mot sur le primaire. Avec la qualification d'un travail mathématique comme *« une suite plus ou moins habilement présentée d'énoncés de théorèmes accompagnés de leurs démonstrations »* que donne Revuz à la page 13 de son livre, même s'il l'enrichit beaucoup dans la suite, on peut se demander si on fait des mathématiques en primaire. D'ailleurs, à l'époque où j'étais élève, on parlait d'arithmétique ou de calcul. Pourtant, ce qui se joue en primaire est fondamental pour la suite de la scolarité en mathématiques parce qu'on met en place des modes de pensée et des automatismes sur lesquels la suite va s'appuyer. Chacun sait que les acquisitions de l'enfance sont les plus durables et on ne peut viser l'amélioration de l'enseignement des mathématiques sans s'intéresser très sérieusement à ce qui se passe en primaire. D'ailleurs la didactique des mathématiques s'y est beaucoup intéressée, dès ses débuts. Les problèmes d'enseignement qui se posent en primaire sont complexes, spécifiques pour certains d'entre eux, et mériteraient un exposé complet. Je me contenterai de faire trois remarques qui me paraissent soulever des questions essentielles. D'abord, si l'on veut penser les mathématiques pour tous, il faut les penser dans la continuité du début du primaire à la fin de collège. Une conséquence en est qu'on doit penser précisément et concrètement les rapports entre mathématiques et réalité : pour construire les premiers concepts mathématiques, on s'appuie nécessairement sur des situations matérielles mettant en jeu des objets physiques et il est essentiel de réfléchir à la manière dont les mathématiques peuvent traduire ces situations matérielles ainsi qu'à l'articulation qui peut se faire entre le langage quotidien utilisé dans la situation et le langage mathématique, et plus généralement entre les divers types de représentations qu'on peut donner de ces situations. Enfin, les enseignants du primaire sont polyvalents (et je pense que c'est une bonne chose), ce qui pose des problèmes spécifiques pour la formation.

Derrière les questions à peine évoquées pour le primaire, on voit s'en profiler d'autres, plus générales, notamment celle des transitions entre institutions : primaire-collège, collège-lycée, lycée-université.

Je n'ai pas parlé de l'enseignement professionnel, qui a jusque-là été négligé par les recherches en didactique des mathématiques mais le collège doit préparer aussi à l'enseignement professionnel où les mathématiques restent parfois cachées dans des logiciels ou des techniques dont la justification mathématique est oubliée ; une différence essentielle peut y apparaître avec ce qu'on fait au collège : l'efficacité de la technique est au moins aussi importante que sa justification. Mais peut-on adapter les techniques à des conditions d'utilisation changeantes si on ne dispose pas de quelques raisons d'être de cette technique ?

L'amélioration de l'enseignement des mathématiques dépend bien sûr de conditions beaucoup plus générales qui cadrent l'enseignement tout court mais c'est quand même au cœur de la relation didactique qui vit dans une classe que se jouent les apprentissages ou non apprentissages des élèves d'où l'importance donnée en didactique à cette échelle locale, sans oublier de prendre en compte l'articulation du local et du global.

En conclusion, j'ai essayé dans cet exposé de donner un coup d'œil dans le rétroviseur pour mieux aller de l'avant. J'ai laissé tomber une partie de ce que j'avais relevé à la lecture du livre de Revuz, soit parce que cela se retrouverait dans les autres exposés soit faute de temps. Il y aurait beaucoup de choses à ajouter mais c'est un livre qu'il faudrait écrire voire toute une collection, car on manque de livres de synthèse en didactique des mathématiques. En regardant maintenant sur les côtés et vers l'avant, le développement de la didactique des mathématiques en France s'est fait de façon originale, pas toujours suffisamment reconnu au niveau international mais le souci des échanges à ce niveau est maintenant bien présent, facilité par internet et la possibilité de disposer de nombreux travaux en ligne et d'échanger par courrier électronique. Les autres disciplines ont aussi développé leur didactique et un nouveau champ apparaît avec la didactique comparée. Les échanges entre les didactiques de disciplines différentes peuvent aider à regarder d'un œil nouveau sa propre discipline ; c'est d'ailleurs bien ce qu'on espère localement avec la création du laboratoire André Revuz, dans la suite de l'interrogation mutuelle des mathématiques et de la physique qu'il avait initiée dès les débuts de l'IREM. Ainsi, pour continuer ma métaphore automobile, en regardant dans le pare-brise, on aperçoit beaucoup de voies qui s'ouvrent.

Références bibliographiques

Bessot A., (à paraître 2010) L'ingénierie didactique au cœur de la théorie des situations. *Actes de la 15ème école d'été de didactique des mathématiques.*

Brousseau G., (1970) Processus de mathématisation. *In : La mathématique à l'école élémentaire (pp. 428-457). Paris : APMEP.*

——— (1983) Etude de questions d'enseignement, un exemple: la géométrie. *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique* (pp.183-226), *Grenoble : IMAG.*

———— (1996) L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In Noirfalise, R. & Perrin-Glorian, M.J. (Eds) *Actes de la VIIIème Ecole d'été de didactique des mathématiques à Saint-Sauves d'Auvergne,* (pp. 3-46) IREM de Clermont-Ferrand. Version augmentée correspondant au cours donné à Montréal consultable sur le site http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/TDS_Montreal.pdf

———— (1998) Théorie des situations didactiques (didactique des mathématiques 1970-1990*). Grenoble : La Pensée sauvage.*

———— (2000) Educacion y didactica de las matematicas, *Educacion matematica,12/1, 5-38, Grupo editorial Iberoamerica. Traduccion : David Block y Patricia Martinez Falcon.*

Chevallard Y., (1991, édition augmentée, première édition en 1985) La transposition didactique, *Grenoble : La Pensée Sauvage.*

———— (1992) Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en Didactique des Mathématiques, vol 12 n°1, 73-111.*

———— (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 19/2, 221-265.*

Douady R., (1980) Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire (enfants de 6 à 11 ans). *Recherches en didactique des mathématiques, 1/1, 77-111.*

Douady R., (1987) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en didactique des mathématiques n° 7/2, 5-32.*

———— (1995) Sémiosis et pensée humaine. *Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels, Peter Lang, Bern.*

Mercier A., (1992) L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique. *Thèse de doctorat, université de Bordeaux 1.*

Peltier-Barbier M-L. et al., (2004) Dur pour les élèves, dur pour les enseignant, dur d'enseigner en ZEP, *Grenoble : La pensée sauvage*.

Perrin-Glorian M.J., (1994) Théorie des situations didactiques : naissance, développement, perspectives *in M.Artigue, R.Gras, C.Laborde, P.Tavignot (Eds) Vingt ans de didactique des mathématiques en France, p.97-147. Grenoble: La Pensée Sauvage.*

———— (à paraître, 2010) L'ingénierie didactique a l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants. *Actes de la 15ème école d'été de didactique des mathématiques.*

Perrin-Glorian M.J. et Hersant M., (2003) Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en didactique des mathématiques, 23/2, 217-276.*

Revuz A., (1980) Est-il impossible d'enseigner les mathématiques ? *Paris : Presses Universitaires de France.*

———— (1998) Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques, 18/2, 139-189.*

Robert A. & Rogalski J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La revue canadienne de l'enseignement des sciences des mathématiques et des technologies, 2 (4). 505-527.*

Vergnaud, G. (1991) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques, 10/2.3, 133-169.*

Aline Robert : *La formation des maîtres, une préoccupation constante d'André Revuz . Un point de vue actuel de chercheur en didactique*

Enseigner les mathématiques, un métier impossible ? Et former des maîtres ?

Ce texte s'appuie sur des recherches sur les pratiques des enseignants de mathématiques de chercheurs du laboratoire André Revuz. Ce type de recherches s'est de fait développé depuis une quinzaine d'années en France et dans le monde, permettant de renouveler, dans beaucoup de pays, la manière d'aborder les questions de formations des enseignants. Nous en présentons ici certains aspects, reflétant plus particulièrement nos propres travaux.

1. La formation des maîtres, une activité de la première heure des IREM

Dès les débuts des IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) en 1970, la formation des enseignants[21], notamment aux nouveaux programmes associés à la « réforme des mathématiques modernes », a été très développée, aidée d'ailleurs par de nombreuses décharges attribuées aux volontaires.
Le relais fut pris ensuite par les formations en informatique, faisant intervenir des partenaires plus variés.

Puis les décharges ont disparu, les programmes ont évolué, revenant vers des contenus moins axiomatisés. Mais cette mission des IREM, de formation continue des enseignants, est restée, même si cela a pris des formes variées, au gré des changements de programmes notamment : l'introduction des probabilités, l'intégration des TICE dans l'enseignement, la modélisation et l'expérimentation en mathématiques ont successivement alimenté de nombreux stages animés par des formateurs de l'IREM, souvent proposés dans les divers PAF (plan académique de formation) qui structurent l'offre de formation aux enseignants.

De fait, ces premières formations organisées à l'IREM de Paris 7, dont A. Revuz était directeur, avaient comme objectif de donner aux enseignants

[21] Essentiellement du second degré

de (nouvelles) connaissances mathématiques, basées sur des éléments de théorie élémentaire des ensembles, d'algèbre linéaire, de géométrie affine et euclidienne… correspondant aux nouveaux programmes de 1970. Il était ainsi proposé à l'IREM des cours, souvent élaborés avec enthousiasme par les jeunes universitaires qui y travaillaient, des exercices – tout cela pour les enseignants qui participaient. Souvent prédominait la volonté de mettre en avant les structures générales simples, mais dépouillées, « décontextualisées » qui donnaient un sens à l'ensemble.

Quelles qu'aient été les raisons profondes et complexes de l'échec apparent et de l'abandon de la réforme de 1970, ce que nous pouvons dire aujourd'hui c'est que nos travaux de didactique des mathématiques, que ce soit sur les apprentissages des élèves, leurs liens avec l'enseignement ou les pratiques des enseignants de mathématiques, nous amènent à adopter des hypothèses sur les formations, voire à faire des propositions, qui enrichissent le point de vue d'alors.

Il faut souligner que ce type d'hypothèses, qu'on retrouve dans d'autres champs disciplinaires[22] et pour le premier degré, s'inscrivent en faux par rapport à un certain nombre de projets institutionnels actuels, qui semblent ignorer ces progrès dans la compréhension du travail des enseignants et de leur formation. Il s'agit de ce qui nous permet d'affirmer, collectivement, qu'enseigner est un métier qui s'apprend, auquel on se forme… ou encore que les acquisitions strictement disciplinaires ne suffisent pas aux formations, pas plus que les formations strictement pédagogiques, pas plus que les stages sur le terrain sans accompagnement consistant, même s'il y a là des « ingrédients » indispensables. S'il fallait le dire une seule phrase, je dirais que c'est la prise en compte progressive de la complexité de ce qui est engagé dans les pratiques des enseignants qui a amené à ces progrès, comme l'exprime très bien M. Altet[23] pour la formation initiale :

> *Soit la formation initiale est une juxtaposition de composantes… et c'est au stagiaire de faire seul la mise en relation, les liens entre les différents savoirs pour ensuite les tester en exercice, soit la formation initiale est organisée autour* « d'objets complexes » *où se rencontrent différents types de savoirs, où le débutant apprend à les relier et à construire des compétences.* (Altet, 2009)

[22] Le français par exemple

[23] Professeur en sciences de l'éducation, Séminaire de Nantes du 28/02/09

2. Un détour nécessaire par l'analyse du travail des enseignants de mathématiques

Pour présenter notre point de vue actuel, nous allons montrer d'abord comment nous interrogeons non seulement les connaissances mathématiques des enseignants[24] mais encore leur travail. Ce n'est pas seulement le travail mathématique des enseignants dont il est question mais bien le travail de l'enseignant de mathématiques. Car c'est à partir de là que s'élaborent nos hypothèses de chercheur et nos propositions sur la formation.

Dans notre approche, une idée essentielle est qu'on ne peut pas approcher ce travail de l'enseignant sans mettre en jeu un certain nombre de composantes, qui sont profondément imbriquées dans chaque pratique individuelle. Les connaissances mathématiques en font partie bien sûr, mais jamais seules en jeu ni utilisées « telles quelles », configurées par les programmes scolaires et modelées par l'anticipation de leur réception par les élèves, et d'autant plus utiles qu'elles sont totalement disponibles (c'est-à-dire que l'enseignant y a recours spontanément et à bon escient en cas de besoin) – ce qui ne peut être le cas de toutes les connaissances mathématiques d'un individu.
Pour nous, approcher le travail de l'enseignant, c'est décrire la manière dont les enseignants conçoivent leur enseignement, à la fois au jour le jour et plus globalement, et gèrent leurs séances, tout en s'inscrivant dans les différentes contraintes du métier, liées aux programmes, aux horaires, aux autres collègues et aux habitudes des établissements, à leurs classes. Des régularités ont été mises en évidence, sur les choix globaux, et des variabilités, correspondant à des alternatives dans ce qui reste une marge de manœuvre pour les enseignants (cf. Roditi, 2005). Cette description met en jeu des choix et des compromis, avant et pendant les séances, qui sont constitutifs de ce travail, qui ne sont pas indépendants entre eux sans être complètement impliqués les uns par les autres, et dont résultent, au moins pour une part, les apprentissages des élèves.
Pour ces derniers, un des enjeux de ce travail de l'enseignant est précisément à nos yeux de garder « suffisamment de mathématiques » dans ce qu'on propose aux élèves malgré « le reste », malgré les programmes, les restrictions d'horaires, les élèves – hétérogènes et éternels négociateurs à la baisse…

Ce que nous ont appris tous nos travaux, ce dont A. Revuz était (peut-être de plus en plus) convaincu d'ailleurs, c'est que, si avoir des connaissances mathématiques suffisantes pour enseigner est absolument nécessaire, c'est loin d'être suffisant pour que les élèves s'engagent eux aussi dans un travail

---

[24] Là encore nous nous centrons sur les enseignants du second degré

mathématique de qualité. Encore faut-il leur garantir, à la fois dans ce qu'on leur propose et dans la manière dont se déroule la classe, des activités mathématiques (au sens large) leur permettant un travail alliant de manière non linéaire, adaptée à la classe, compréhension et acquisitions techniques. Le sens des notions, si cher à A. Revuz, ne vient pas toujours tout de suite à tous - mais s'il est trop longtemps absent, alors on peut penser que beaucoup d'élèves ne vont pas s'engager dans la construction espérée et ne rattraperont jamais cet handicap.

3. Des étapes du travail de l'enseignant en partie indépendantes, en partie dépendantes.

Précisons les trois grandes étapes de ce travail de l'enseignant, pas du tout équivalentes et ne se passant ni aux mêmes moments ni dans les mêmes lieux qui relèvent de notre champ d'investigation.

a) La première étape n'est pas de la seule responsabilité de chaque enseignant – elle met en jeu la détermination d'un « relief » sur les notions à enseigner qui permet d'élaborer les contenus à proposer aux élèves pour qu'ils apprennent ce qui est visé. Il s'agit de dégager leur spécificité, le sens que ces notions peuvent prendre à tel moment précis des acquisitions et leur place dans le paysage des connaissances des élèves, compte tenu des programmes. Cela dépasse les connaissances mathématiques strictes d'un enseignant car cela suppose une prise en compte de ce que les élèves ont pu acquérir antérieurement, pour comprendre la distance entre le nouveau et l'ancien et aussi pour prendre conscience de ce sur quoi l'enseignant peut ou non s'appuyer – en termes de cadres par exemple (domaines de travail) ou de registres (modes d'écritures). Régine Douady (1987) a beaucoup insisté dans ses travaux sur l'efficacité de faire changer les élèves de cadre de travail dans un problème – encore faut-il déterminer sur quels cadres jouer… Cette étape est aussi l'occasion de circonscrire à la fois le champ mathématique concerné, l'organisation des connaissances correspondante (à l'interne et dans le reste), et le travail mathématique exigible – les objets et théorèmes en jeu, le niveau de la rigueur et les modes de raisonnements adaptés, ainsi qu'un ensemble de problèmes significatifs. C'est bien une prise en compte épistémologique qui alimente ainsi le regard didactique sur les notions (cf. Artigue, (1991)).
Cela met enfin en jeu la prise de connaissance des difficultés répertoriées des élèves – pour permettre leur prise en compte éventuelle. Cette dernière (re)connaissance est importante notamment pour que l'enseignant arrive à dénaturaliser ses propres connaissances, pour apprécier les cheminements

des élèves qui rencontrent pour la première fois les notions et proposer des tâches adaptées.

L'exemple de l'algèbre élémentaire est particulièrement significatif à ce sujet : la thèse de Lenfant a bien montré à quel point les jeunes enseignants ont du mal à se dégager de leurs évidences algébriques et à concevoir que ce qu'ils ne repèrent même plus comme un calcul peut être une source de difficultés pour les élèves. Je cite toujours à ce propos ce jeune enseignant de seconde qui évoque à la fin d'un exercice de géométrie sur les triangles semblables le « gentil petit produit en croix » qui permet de conclure – sans réaliser à quel point cette dernière opération peut être source de difficultés pour certains élèves, démunis devant ce calcul algébrique sur des longueurs, qui s'introduit en plein milieu d'un travail géométrique de surcroît.

b) La deuxième étape, incontournable, même si elle peut être rapide, consiste à mettre au point un scénario sur chaque chapitre prévu, censé faire construire aux élèves les connaissances en jeu. Nous appelons ainsi l'ensemble ordonné des cours et exercices programmés, avec des prévisions grossières de temps et de gestion. Ce sont les travaux de Gérard Vergnaud (1991) sur la conceptualisation qui nous permettent notamment d'apprécier ces scénarios.

Si les manuels peuvent aider les enseignants à cette élaboration, ils n'y suffisent pas, pas plus que les strictes connaissances mathématiques de l'enseignant. Il y a une part d'anticipation qui joue dans cette élaboration et d'adaptation *a priori* aux représentations qu'a l'enseignant de ses élèves et de leur apprentissage de la notion.

La recherche d'introductions adaptées en fait partie – les didacticiens ont beaucoup travaillé la question, et ont mis au point un certain nombre de qualité à remplir par les problèmes à proposer en début de chapitre pour éclairer les élèves sur le sens des notions visées, en les associant à une recherche qui les amène à une utilisation, même partielle, de ces notions, reprise par l'enseignant ensuite (ce sont les ingénieries didactiques travaillées par Guy Brousseau (1998) et Michèle Artigue (1990) par exemple). Mais une telle démarche est coûteuse en temps, tous les élèves ne partagent pas le même enthousiasme à s'engager dans ce type de travail, et on peut s'attendre à une gestion exigeante susceptible de décourager à l'avance certains enseignants. De plus toutes les notions ne se prêtent pas au même traitement[25] ni toutes les classes non plus (cf. Perrin-Glorian, 1993, Robert, 1998).

[25] On a introduit des types de notion en fonction de la distance entre ces notions et les notions antérieures des programmes pouvant y préparer. Les notions qui sont tributaires d'un nouveau formalisme, unifiant des notions antérieures et les

Prévoir les cours et les exercices, dans un ordre donné et pour un temps imparti, est le cœur de cette étape. Répétons que les strictes connaissances mathématiques ne suffisent pas, ni à juger du temps évidemment, ni même à repérer directement dans les exercices le degré de travail demandé aux élèves. Il s'agit en particulier de caractériser à la fois les connaissances en jeu et leurs adaptations nécessaires dans les mises en fonctionnement attendues[26]. Cela demande des analyses complémentaires, une sorte de conversion des énoncés en activités possibles d'élèves – telle question demande de reconnaître qu'on peut appliquer tel théorème, qui n'est pas indiqué, qu'ils doivent donc reconnaître ; telle autre nécessite d'introduire une notation ou un point intermédiaire pour pouvoir appliquer le théorème adéquat, ou de faire un petit calcul supplémentaire ou d'appliquer tout ou partie d'une question précédente…

Les choix de l'enseignant ne sont plus ceux du temps de leurs études, ceux de l'exhaustivité par exemple – selon les classes, il s'agit de calibrer les difficultés et de les graduer, et très rares sont les cas où l'enseignant se lancera à proposer un exercice dont il n'est pas absolument sûr. Les connaissances strictement mathématiques sont bien nécessaires !
De fait, cette conversion devient tellement naturelle aux enseignants au bout d'un certain temps d'exercice qu'ils n'arrivent plus à faire abstraction des élèves et à se placer au niveau simplement, strictement, mathématique… Cela peut être un enjeu en formation continue.

Que ce soit pour apprécier les activités d'élèves à partir des énoncés qu'on veut proposer ou pour retrouver les mathématiques derrière les activités d'élèves, cette conversion des tâches en activités, en termes de mises en fonctionnement des connaissances, est sans doute un enjeu des formations. Il s'agit de donner aux enseignants des outils pour le faire, pour mettre au point des énoncés susceptibles d'engendrer chez les élèves des activités légitimes, adéquates, adaptées à la classe concernée et donc efficaces, qui complètent leurs strictes connaissances mathématiques…

L'élaboration des contrôles fait aussi partie de cette étape, demandant là encore un travail spécifique, auquel on peut former. Là encore plusieurs objectifs sont en ligne de mire, évaluer, sans doute, et donner aux élèves une idée de leurs possibilités (relativement à la classe) mais aussi, comme Yves Chevallard (1992) l'a décrit depuis très longtemps, négocier avec la classe, renseigner les élèves sur ce qu'ils ont à apprendre, sur ce qui est jugé important par l'enseignant… Cet aspect du travail de l'enseignant est

---

généralisant sont peu accessibles d'entrée par de bons problèmes initiaux, qui n'existent pas, par essence !

[26] On a introduit plusieurs adaptations, reconnaissance de modalités d'application, mélanges, intermédiaires et étapes, choix, intervention de questions antérieures…

d’autant plus important que ces contrôles constituent un des seuls moyens, certes partiel, d’avoir accès aux effets de ses pratiques sur les apprentissages. Ce n’est pas parce que « la classe tourne », ni même parce que les élèves réussissent ces contrôles proposés par l’enseignant et donc adaptés à ce qu’il a fait en classe que les élèves ont appris ce qui était visé. Toutefois leurs productions, sans attester des apprentissages, renseignent globalement sur un état intermédiaire des acquisitions dans la classe, et constituent à ce titre un indicateur grossier de ce qui a pu être construit ou non par les élèves, qu’il est donc intéressant d’apprendre à interpréter et à optimiser. Car, compte tenu de la temporalité des apprentissages (qui se font sur du temps long) et du fait que les contrôles ne peuvent « couvrir » toutes les connaissances en cause, compte tenu des erreurs de toute sorte nécessairement attachées à toute évaluation[27], compte tenu des élèves eux-mêmes dont les apprentissages ne dépendent pas seulement des enseignants, c’est la profession toute entière qui est fort privée d’indicateurs fiables sur la qualité de ce qui est provoqué chez les élèves par les enseignements dispensés. Une réflexion critique sur les évaluations internationales, leurs portées et leurs limites, fait partie de ces formations.

On voit bien dans tout ce qui précède cette caractéristique du travail de l’enseignant déjà annoncée : le poids de l’anticipation dans la préparation, la dépendance des différentes phases de ce travail, qui se déroulent pourtant à des moments différents et qui gardent aussi leur degré d’autonomie, avec cette idée supplémentaire de la difficulté de l’(auto-)évaluation dans ce métier.

c) Les déroulements en classe

Reste la dernière étape, et non la moindre, comme en attestent tous les débutants, la classe.

Les trois objectifs précédents, liés et pourtant en partie indépendants sont présents – la classe doit tourner, les élèves pouvoir s’engager dans le travail prévu et le réussir en partie, ou au moins suivre ce qui se joue, et ils doivent aussi, à plus long terme, construire des connaissances, apprendre : il s’agit de ne pas s’arrêter en chemin. Pour réaliser ce dernier objectif, faire apprendre les élèves[28], qui ne dépend pas que de l’enseignant, il est sans doute nécessaire que la classe tourne et même que les élèves réussissent, mais cela ne suffit pas.

[27] Erreurs de mesure et erreurs dues au fait que certains élèves ne répondent pas alors qu’ils sont très près des connaissances alors que d’autres répondent bien mais sans avoir mis en fonctionnement leurs connaissances car le texte du contrôle était, volontairement ou non biaisé !

[28] Au sens d’acquérir les connaissances objet et outil, disponibles, et organisées.

Car ce qui est préparé, même converti en activités d'élèves[29], même associé à un projet consistant, ne garantit pas les apprentissages – encore faut-il, compte tenu des aléas imprévisibles et inévitables de la vie de la classe, un certain pilotage de la classe par l'enseignant, au quotidien, qui aboutira à ce que les élèves effectuent le travail mathématique espéré ou s'en approchent suffisamment (cf. Rogalski J., 2003).

Seulement ce pilotage par les activités attendues des élèves n'est pas automatique, jamais. Le meilleur « itinéraire cognitif » du monde demandera des adaptations imprévisibles : pas de GPS pour les enseignants !

Insistons encore : le déroulement dans une classe n'est pas déterminé par la seule préparation du scénario, aussi précis soit-il, il demande une constante improvisation mettant en jeu la confrontation entre le prévu et ce qu'on repère chez les élèves – entre le fait d'avoir une classe qui tourne et des élèves réellement au travail, une adaptation entre ce qu'on a espéré et ce qui a lieu pour rester au plus près de ce qu'on a espéré.
Des activités spécifiques de l'enseignant contribuent à ce pilotage : l'engagement des élèves dans l'activité et leur maintien dans ce travail mathématique quitte à les relancer, à les questionner ou à leur donner des aides intermédiaires[30] qui les débloquent sans tuer leur recherche, qui s'accompagne du repérage constant des activités des élèves, facilité à la fois par des analyses a priori, servant de repères, et par certaines formes de travail qui permettent d'entendre les élèves (le travail en petits groupes notamment) ; suivant le travail des élèves, l'exploitation au plus près de ce qu'ils ont fait, en mutualisant et rapportant aux connaissances du cours des morceaux (bien) choisis[31], en jouant sur ce qui se montre, ce qui se dit, ce qui s'explique, ce qui se répète, en faisant des bilans, voire des généralisations.

Des recherches actuelles s'attachent à préciser davantage à la fois les moyens dont les enseignants disposent pour animer leurs classes et faire faire des mathématiques aux élèves et les manières dont les élèves y réagissent. Des études différentielles commencent ainsi à pouvoir être menées, quelquefois même pluridisciplinaires.

---

[29] Ce que nous appelons l'itinéraire cognitif

[30] On distingue des aides à fonction procédurale, qui portent sur l'action à faire et à fonction constructive, qui partent de l'action pour contribuer à la transformer en connaissance.

[31] Le choix de ce que l'enseignant va dire, et le deuil correspondant de l'exhaustivité peuvent aussi se travailler.

4. La formation des maîtres – un programme

Les recherches sur les formations ne sont pas encore très nombreuses, tant ce chantier est multiforme et complexe : il va de l'analyse des formations, en passant par les formateurs, à celle des apprentissages des élèves des enseignants formés, qui plus est dans un contexte fortement contraint par une institution de plus en plus « avare » (voire dramatiquement avare aujourd'hui en France). Ces travaux commencent cependant à se développer, y compris au niveau international mais ce sont plus des réflexions alimentées par ce qui précède que nous proposons ici (cf. Robert, 2005), qui seront à l'origine de ces nouvelles recherches qui ne manqueront pas d'être menées.

Plusieurs remarques préliminaires s'imposent.

a) Principes : à quoi former, comment ?

Même si nous venons de nous attarder sur le travail de l'enseignant tel que nous l'analysons, ce n'est pour autant qu'il s'agit de former séparément à chaque étape de cette description. Il ne faut pas confondre itinéraire de formation et objectifs, les derniers guidant le premier mais à terme. Que ce soit en formations initiale ou continue, et les deux sont à l'évidence à distinguer, le processus de formation à mettre en place n'est pas nécessairement calqué sur les trois étapes précédentes. Un enfant ne développe pas ses bras puis ses jambes mais bien tout à la fois ! La liste des compétences mise au point récemment pour évaluer les enseignants peut être ainsi dangereuse, si on prétend les former chacune séparément.

Certes des « ingrédients » sont nécessaires, les strictes connaissances mathématiques bien sûr, des éléments de pédagogie sans doute aussi. Notre intervention spécifique dans le processus, les ressources que nous pouvons apporter, concernent ce qui est complexe dans le travail de l'enseignant de mathématiques (et spécifique à certains égards), toutes ces dépendances/indépendances qui mettent en jeu à la fois des mathématiques et des élèves, de manière imbriquée. Au centre de ce que nous pouvons apporter, il y a ce point de vue des activités mathématiques des élèves, qui, après la conversion déjà évoquée à partir des énoncés mathématiques, forment l'ossature du projet que développe l'enseignant sur une notion et peuvent donner un fil rouge consistant aux déroulements des différentes séances. Ces analyses en termes d'activités des élèves peuvent faire un objet de formation – localement (en termes de repérage et d'étiquetage des connaissances mises en fonctionnement[32]) et globalement (en termes d'itinéraire cognitif). Rester au plus près de ces activités peut devenir la préoccupation centrale, et les

[32] Connaissances anciennes, nouvelles indiquées ou non, adaptations

activités correspondantes de l'enseignant peuvent faire aussi un objet de formation qu'on ne peut dissocier du reste – encore une fois, enrôler les élèves et les maintenir dans l'activité mathématique, repérer leur travail, exploiter ce travail par des synthèses et des expositions de connaissances, élaborer des contrôles adaptés sont les piliers fondamentaux de ce travail de l'enseignant.

Bien entendu, nos apports ne sont jamais prescriptifs, à la fois parce qu'il n'y a pas unicité d'un projet, et parce qu'il y a lieu d'adapter projet et gestion à chaque classe, à chaque contenu et à chaque enseignant – sans échappatoire !

Nous inspirant des théories de Vygotski qui a lui-même inspiré les théories de l'activité[33], nous pensons qu'un principe général peut guider, au moins en partie, le processus d'une telle formation : celui de partir de pratiques déjà là, même limitées, de s'appuyer sur des pratiques familières, pour les former en respectant à la fois leur complexité et les besoins ressentis, qui sont divers ; il s'agit de travailler, au moins dans certaines séances, sur plusieurs aspects imbriqués des pratiques, par exemple les choix de contenus et les choix correspondants de déroulements, en faisant jouer le cas échéant le collectif pour passer d'analyses inter-personnelles à des prises de conscience individuelles (cf. Chesné et al, 2009). Ce type de travail permet de « remonter » à des questions plus globales, comme les programmes (visée ascendante).

Il est temps d'introduire les distinctions entre les deux types de formation (cf. Grugeon et al. 2007).

b) En formation continue, des travaux dans l'esprit de ce qui a été exposé ci-dessus ont montré la stabilité des choix de gestion, *in situ*, des enseignants (en période de croisière).

Les besoins de ces enseignants sont de diverses natures – beaucoup sont dictés par les changements de programmes, comme en 1970, d'autres sont inspirés des changements chez les élèves ou d'un besoin de renouvellement. Dans tous les cas où les formations prétendent avoir des retombées sur les pratiques, nous pensons qu'il s'agit, en formation, « d'ouvrir la palette des possibles », de donner des moyens d'enrichir les pratiques individuelles, en respectant leur diversité, sans se limiter aux contenus mathématiques en jeu mais en abordant contenus et gestion correspondante des séances de manière imbriquée.

Plusieurs conditions s'imposent, en termes de modalité des formations : à partir d'un travail sur des pratiques réelles, respecter les personnalités et

[33] Qui inspirent la didactique professionnelle dont nous sommes proches

l'expérience antérieure des participants tout en leur apprenant à questionner, mettre au point un vocabulaire professionnel spécifique et partagé (des mots pour le dire), pour réussir à enrichir non seulement les contenus à enseigner mais aussi simultanément, de manière adaptée, les modes de travail proposés aux élèves.

c) Une formation initiale doit sans doute mettre en jeu plusieurs types d'intervention, dont il est important que les formés perçoivent la complémentarité, c'est sans doute ce qui a le plus manqué en IUFM.

En ce qui nous concerne, il s'agirait là encore de partir de pratiques réelles, vécues, visionnées, racontées, ou simulées, dans un contexte précis, limité (séance de classe par exemple, ou même extrait), et de les (faire) interroger pour en appréhender la complexité, locale, des relations entre les exercices proposés par exemple (les tâches) et les déroulements, rapportés aux activités possibles des élèves. Petit à petit cela permet de dégager certaines marges de manœuvre tout en en épinglant les contraintes. Il s'agit de mettre en évidence à la fois les objectifs et les phases du travail et de faire prendre conscience de leur dépendance/indépendance, puis de « remonter » à des questionnements plus globaux, qui ne manquent pas d'arriver d'ailleurs – comme les choix d'exercices, les programmes, le relief, ou les adaptations aux élèves ou les différences individuelles.

On peut souligner au passage l'intérêt de moyens modernes comme les vidéos de séances de classe dans les dispositifs que nous mettons au point, dont la lointaine télévision scolaire a sans doute été un précurseur.

d) Tout ce programme demande des formateurs formés, ayant des connaissances disponibles et une certaine idée du relief. Le point de départ par des pratiques impose que le formateur s'adapte au public et non l'inverse. Il doit être conscient des diversités, de la portée et des limites de chaque proposition, avoir des mots pour le dire – et les faire partager, gérer le collectif et l'individuel.

Tout cela exige aussi qu'il y ait des chercheurs qui puissent transposer leurs travaux, écouter les enseignants et les élèves, et analyser les formations… Car les prévisions ne suffisent pas dans notre domaine, il faut toujours expérimenter et se plier au filtre des pratiques réelles, à analyser… Cette nécessité, au demeurant permanente, fut d'emblée soulignée par le choix éminemment « politique » de l'appellation IREM qui comporte explicitement le substantif « Recherche »[34], témoignant de la visée à long terme de ses créateurs, dont André Revuz, dont nous ne pouvons que souligner ici l'intelligence de la complexité et du futur.

[34] Tout comme les IUFM ultérieurs avaient le U de universitaire…

5. L'enseignement primaire

Les recherches spécifiques à l'enseignement des mathématiques se sont beaucoup développées, avant même celle du secondaire – ce qui précède serait trop incomplet si nous n'en disons pas un mot ici.

Les professeurs d'école sont polyvalents et souvent issus d'études « littéraires » (au sens large) et ces données modifient beaucoup les inférences sur la formation qui peuvent être tirées des recherches. De plus tous les élèves sont reçus à l'école et tous doivent apprendre : un certain nombre de travaux sur les élèves en difficulté ont permis de disposer de ressources spécifiques à la fois sur les apprentissages de ces élèves (Butlen, 2007), sur les contradictions aux quelles sont confrontés les enseignants des classes des quartiers défavorisés (Peltier et al, 2004), et sur des scénarios d'accompagnements spécifiques pour les aider à prendre en main la classe en engageant les élèves dans des apprentissages mathématiques authentiques (Pezard, 2010, à paraître).

Je terminerai sur une dernière conséquence indirecte de l'œuvre de André Revuz : la Copirelem, commission pour le premier degré issue des IREM, qui a perduré depuis sa création en 1975 et qui contribue au développement d'une culture commune chez les formateurs du premier degré, liée aux recherches en didactique des mathématiques, dont on mesure de plus en plus l'intérêt.

Indications bibliographiques (françaises)

Artigue M., (1990) Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 9(3) 281-308.

———— (1991) Épistémologie et didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 10 (2/3) 241-286.

Brousseau G., (1998), *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La Pensée sauvage.

Butlen D., (2007) *Le calcul mental entre sens et technique*. Besançon : Presses Universitaires de Franche Comté.

Chevallard Y., (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 12(1) 73-112.

Chesné J.F., Pariès M., Robert A. (2009) « Partir des pratiques » en formation professionnelle des enseignants de mathématiques des lycées et collèges. *Petit x,* 80, 5-22.

Douady R., (1987) Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en didactique des mathématiques* 7/2, 5-32.

Grugeon B., Robert A., Roditi E., (2007) Diversités des offres de formation et travail du formateur d'enseignants de mathématiques du secondaire, *Petit x* n°74, 60-90.

Lenfant A., (2002) *De la position d'étudiant à la position d'enseignant : l'évolution du rapport à l'algèbre de professeurs stagiaires*. Thèse de doctorat, Université Paris 7, Paris.

Perrin-Glorian M-J., (1993), Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les « classes faibles ». *Recherches en Didactique des Mathématiques* 13 (1-2), 95-118.

Peltier M.L., (Ed) (2004) *Dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La Pensée sauvage.

Pezard M., (Ed.) (2010) *« Professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques en ZEP : quelles pratiques? Quelle formation? »*

Robert A., (1998). Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18/2, 139-190.

———— (2003) De l'idéal didactique aux déroulements réels en classe de mathématiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants (en collège et en lycée). *Didaskalia* n°22, 99-116.

———— (2005) De recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré : un point de vue didactique. *Annales de didactique et de sciences cognitives de Strasbourg*, vol 10, 209-250.

Roditi E., (2005). *Les pratiques enseignantes en mathématiques*. Paris : L'harmattan.

Rogalski J., (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23/3, 343-388.

Vergnaud G., (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques,* 10, 2/3, 133-170.

Témoignages

Eric Barbazo : *André Revuz et l'APMEP*

Il est des hommes qui façonnent l'histoire comme les sculpteurs transforment le bloc de glaise ou de marbre pour arriver à une œuvre souhaitée. A cet égard, une partie de l'histoire française de l'enseignement secondaire mathématique a littéralement été modelée, puis mise en forme par André Revuz. Comme le sculpteur, il a utilisé avec intelligence des outils, au moins deux, avec une grande efficacité : l'APMEP dans un premier temps, qu'il a largement contribué à développer tant sur un plan national qu'international ; les IREM ensuite, dont il a été l'un des trois premiers directeurs - à Paris - dès leur création en 1969. Je vais davantage, bien sûr, parler de la contribution d'André Revuz au développement de l'APMEP, laissant le soin à mes collègues des IREM d'éclairer son action vers ces Instituts dont il a été l'un des acteurs principaux.

L'APMEP a fédéré beaucoup de personnes qui ont eu des actions brillantes et volontaires, à des niveaux bien sûr différents.
André Revuz est un des personnages clés de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, au sens où, parmi tous les brillants personnages qui ont traversé l'association, il émerge du lot à plusieurs égards :

- Il devient le premier président de l'association, de 1960 à 1962, issu de l'université. Près de quinze années après que l'APMEP a changé ses statuts pour les ouvrir aux autres ordres d'enseignements, André Revuz devient président grâce à Gilbert Walusinski qui lui fait découvrir l'association. C'est une époque où l'association affiche la volonté de représenter tous les enseignants de mathématiques de la maternelle à l'université ; c'est une époque où le début des années 1960 favorise l'organisation de colloques internationaux, par la CIEM, l'OCDE, sur le thème des besoins en scientifiques et de rénovation de l'enseignement scientifique.

- Dans ce contexte, il stimule, il organise un développement scientifique au sein de l'association d'une manière considérable qui se traduit très rapidement par un mouvement d'acculturation des enseignants du secondaire aux mathématiques modernes. Il est l'un des initiateurs, avec Gilbert Walusinski, des cycles de conférences organisées avec la SMF à la fin des années 1950, sur les mathématiques modernes et particulièrement au début des années 1960. Il y participe lui-même en tant que conférencier régulier. À partir de 1960, il va plus loin avec des conférences qui se transforment en véritables cours de mathématiques pour les professeurs de tous les niveaux, qu'il transforme en ce qui devient ensuite une publication de l'APMEP, intitulée *Le cours de l'APM*. C'est une véritable formation de masse . Il m'a raconté, lorsqu'en 2004 je l'ai interviewé longuement, l'organisation pratique : ces conférences se tiennent une fois par quinzaine, sous la forme d'une séance de cours et d'exercices proposés, d'une durée d'une heure et demie, avec une organisation très stricte. André Revuz, alors professeur à Poitiers, prend le train pour Paris accompagné de son épouse Germaine Revuz qui prend des notes du cours exposé et le rédige pendant le voyage de retour, ce qui est ensuite polycopié par les soins de Gilbert Walusinski à Paris et diffusé lors du cours suivant[35]. L'intention du cours est clairement définie dans son avant-propos[36] :

> *L'objectif visé, et qui paraît bien raisonnablement le premier à atteindre, était de répandre chez les professeurs l'esprit des mathématiques contemporaines. Un second objectif sera de déterminer comment cet esprit peut pleinement se développer dans l'Enseignement élémentaire, dont une des tâches est certainement de faire prendre conscience dans les démarches intellectuelles les plus familières à l'humanité du XXe siècle, des structures mathématiques qui en sont le fondement.*

- J'ai envie de dire que ce cours de l'APM marque le début, la naissance, de ce que sera par la suite la formation continue des enseignants qui, rappelons-le, n'existe pas à cette époque. Ce thème est majeur dans l'activité à l'APM d'André Revuz. À la fois la formation initiale qu'il faut, selon lui, transformer complètement, mais également la formation continue qu'il faut instituer. C'est, avec Gilbert Walusinski, plusieurs colloques, des commissions, des textes très nombreux sur ce thème qui vont voir le jour durant toute la décennie suivante.

- Il a, dans le même temps, le sens du débat et voit l'intérêt d'impliquer dans ces débats le plus grand nombre de personnes possible. Il a la volonté

[35] Entretien avec André Revuz, juin 2004.
[36] REVUZ André et Germaine, *Le cours de l'A.P.M. I. Groupes, anneaux, corps*, Les brochures de l'APM, Imprimerie A. Coueslant, Cahors, 1962, p. 4.

de décentraliser l'APMEP pour organiser une plus grande activité dans les régionales. Ce travail de régionalisation, conduit avec d'autres bien sûr, notamment Maurice Glaymann qu'il mettra à l'étrier si j'ose dire à la présidence de l'association alors que celui-ci avait à peine 34 ans.

- L'APMEP et les commissions qui traitent de près de la transformation de l'enseignement des mathématiques à tous les niveaux, le conduisent à être membre de la Commission Lichnérowicz. Il a au sein de cette commission une influence et un rayonnement décisifs. Partisan des mathématiques modernes, qu'il analyse comme permettant « une économie de pensée » en utilisant la même expression que Gustave Choquet par exemple, il contribue à la transformation des contenus des programmes. Il m'a dit, lorsque je l'ai interviewé, qu'il a fait le programme de quatrième qu'il aurait aimé avoir à cet âge. André Revuz a tout au long de cette période, défendu les expérimentations entreprises autour de ces nouvelles mathématiques. Il a défendu l'introduction de ces mathématiques à tous les niveaux et s'est intéressé, un peu comme George Papy et quelques autres rares universitaires de l'époque, à l'enseignement primaire pour lequel il voyait la nécessité absolue d'introduire les mathématiques modernes. Ses manuels scolaires montrent clairement que la transformation des mathématiques devaient se faire non pas avec dogmatisme mais avec réflexion et expérimentations. C'est vraisemblablement pour cette raison essentielle qu'il a défendu l'idée de création des IREM, contribué à leur mise en place en 1969 et dirigé le premier à Paris.

- Je voudrais terminer en précisant quelques points : de formation mathématique classique puisqu'il aimait dire qu'il était un des rares survivants de l'époque des programmes d'égalité scientifique de 1925 qu'il avait connu en tant qu'élève, il a su prendre la mesure de la transformation inéluctable que représentaient les mathématiques modernes au lendemain de la Libération, à l'université. Il a passé l'agrégation en 1937 sans connaître la notion de groupe comme il aimait à le dire. Il a pourtant été l'un de ceux qui ont su vulgariser ces mathématiques modernes, les faire aimer, les faire comprendre. Il a toujours été persuadé de leur utilité et refusé de revenir à une certaine conception antérieure des mathématiques. Je me souviens des bons au sens littéral du terme, qu'il faisait encore en 2004, lorsqu'il m'expliquait la nocivité du déplacement physique d'un triangle sur un autre, pour expliquer l'isométrie de deux triangles.

En conclusion, je souhaiterais affirmer, en espérant de rien trahir ou ne pas me tromper, que ce n'est pas un simple métier qu'a exercé André Revuz. Je préfèrerais dire que c'est un engagement, comme on s'engage en politique, en religion ou en croisade, selon les convictions de chacun. Il a ainsi été

membre, jusqu'aux derniers jours, du collectif ActionSciences dans lequel sa parole, son autorité, son intelligence étaient écoutées, étaient influentes.
Pour cet engagement, l'APMEP lui doit énormément.

François Colmez : *André Revuz, directeur de l'IREM*

C'est à la rentrée 67 que j'ai commencé à travailler avec André Revuz dans l'équipe de préparation à l'agrégation.
Le mois de mai 68 et ses assemblées d'agrégatifs ont débouché sur la suppression de la préparation à l'agrégation compensée par la création de l'IREM. Toute l'équipe de préparation a suivi André Revuz à l'IREM.

L'IREM a d'abord occupé, pendant le dernier trimestre 1968, deux pièces prêtées par les physiciens dans l'aile 23 / 13 à Jussieu. Pendant ce trimestre l'IREM n'avait pas encore d'existence administrative ; mais l'aide du Recteur Mallet a permis de préparer l'implantation des centres de « recyclage » dans plus d'une cinquantaine d'établissements scolaires et de constituer les groupes de professeurs en formation.

C'est en janvier 69 que l'IREM a emménagé dans ses locaux du couloir 55 / 56 au 3ème étage. Après l'annonce par le ministre Edgar Faure de la création des trois premiers IREM, André Revuz avait obtenu en effet l'attribution de cet espace (primitivement destiné à des salles de travail pour les étudiants) et la modification des plans de cette aile en construction.

Les animateurs ont alors pu se réunir ; ils comprenaient une trentaine de professeurs du second degré (parmi lesquels les ténors de l'APM qu'André Revuz côtoyait depuis plusieurs années), une douzaine d'assistants ou maître-assitants (dont l'ancienne équipe de préparation à l'agrégation) et surtout une cinquantaine d'agrégibles pour lesquels les activités à l'IREM constituaient un stage. Les enseignants titulaires effectuaient, en décharge, la moitié de leur service à l'IREM.

Les stagiaires avaient eux aussi droit à une décharge de service et au défraiement de leur déplacement ; ce qui obligeait André Revuz à mettre sa griffe sur des centaines de feuilles de remboursement de frais. Il le faisait en particulier au cours des réunions du « staff » qui organisait le travail à faire.

« Tout le monde sur le pont », avait dit André Revuz, usant d'une image militaire qu'il affectionnait, dès la première réunion des animateurs. Tous avaient répondu présent avec enthousiasme. Car en dehors du fonctionnement des groupes de stagiaires, bien des activités devaient être organisées. Des réunions d'information pour les enseignants qui n'étaient pas encore

pris en charge, mais aussi pour d'autres catégories comme les inspecteurs de l'enseignement élémentaire et leurs conseillers pédagogiques ; l'écriture de brochures sur les « maths modernes » ; … ; la réception des enseignants qui venaient à la bibliothèque et avaient beaucoup de questions à poser sur la manière d'enseigner les matières nouvelles.

Nous n'avions évidemment pas les réponses à ces questions, mais les conversations qui s'engageaient apportaient un certain réconfort aux collègues. Au fil des années, certaines de ces questions ont débouché sur de vraies études didactiques. Les orateurs de la matinée en parleront.

Dès la mise en route de l'IREM trois aspects de la personnalité d'André Revuz s'imposèrent à mes yeux.
Il connaissait bien les rouages de l'Education Nationale et entretenait des rapports cordiaux avec beaucoup de ses responsables
Il poussait ses collaborateurs à prendre des initiatives et des responsabilités. Il s'est souvent montré impressionné par le travail qu'ils fournissaient et les résultats qu'ils obtenaient.
Mais lui-même désirait être accompagné à certaines réunions importantes. C'est ainsi que j'ai pu le voir à l'œuvre à la Commission Nationale des IREM qui, sous la présidence d'André Lichnérowicz, mettait en présence les directeurs des Irems existants et les chefs des services du ministère concernés par la gestion des IREM.

Les colères d'André Revuz y étaient impressionnantes ; mais je me suis souvent demandé s'il n'y avait pas là une sorte de scénario, sans doute non concerté ; car après la « sortie » d'André Revuz, André Lichnérowicz reprenait la parole et bien souvent obtenait gain de cause.

C'est dans cette commission que se décidait la création des nouveaux IREM et la nomination de leur directeur. Les directeurs des premiers IREM étaient sensiblement de la même génération qu'André Revuz et se connaissaient bien entre eux. Cela a facilité la création du réseau des Irems et la mise en place des commissions inter-IREM ; en particulier la commission math-physique dans laquelle André Revuz s'est beaucoup impliqué.

1969 est l'année du premier congrès ICME, organisé par Maurice Glaymann et l'équipe de l'IREM de Lyon. André Revuz a incité les animateurs de l'IREM de Paris à y participer en grand nombre. Alors que nous pensions ne pas avoir grand chose à raconter, nous nous sommes aperçus que les collègues étrangers étaient très intéressés par le fonctionnement des IREM et la réflexion que nous avons dû mener pour répondre à leur attente a contribué à souder l'équipe.

Dans ce congrès André Revuz semblait connaître tout le monde. Au cours des années suivantes, nous avons eu l'occasion de recevoir certains des collègues étrangers, invités à l'IREM, de collaborer avec eux et de les écouter au sein du séminaire.

André Revuz invitait à ce séminaire, qui réunissait entre autres tous les animateurs, des orateurs très variés sur des sujets tels que les élèves de l'école maternelle, la psychologie cognitive, le rétro-contrôle mécanique des déplacements ... ou des exposés mathématiques.

Dans les années 70, les moyens des IREM étaient confortables et les collaborations inter-IREM importantes ; sous forme de colloques auxquels bien souvent André Revuz participait, d'échange de brochures ou écritures en commun de documents.

Mais les collaborations ne se limitaient pas aux IREM. En 1975, André Revuz a emmené une délégation importante pour un colloque à l'Institut für Didaktik der Mathematik de Bielefeld.

Comme André Revuz était aussi directeur du Centre Pédagogique Régional, il a utilisé le potentiel de l'IREM (dont une des missions est, rappelons-le, la participation à la formation initiale des enseignants) pour organiser des cours à l'intention des élèves des IPES. Y compris un cours de psychologie cognitive, professé par Pierre Gréco, et un cours sur l'enseignement des mathématiques, qu'il a lui-même assuré pendant quelques années.

André Revuz a toujours soutenu les initiatives de ses collaborateurs, entre autres pour faciliter les recherches didactiques (école expérimentale de Melun) ou la diffusion de documents (studio d'enregistrement vidéo).

Ses multiples activités n'empêchaient pas André Revuz de prendre sa part de l'enseignement de licence ou de maîtrise : tantôt Topologie, tantôt Théorie de la mesure. A sa demande, mais aussi par plaisir je suis constamment resté son assistant.

Juste avant sa retraite, André Revuz a repris un enseignement de premier cycle ; il s'agissait d'un enseignement intégré des mathématiques et des sciences physiques. Cet enseignement avait été préparé par une année complète de séances hebdomadaires de travail avec nos collègues physiciens.

J'ai conservé d'André Revuz, en tant que directeur de l'IREM, le souvenir d'un homme amène, attentifs aux autres, énergique, très cultivé, passionné par son métier, stimulant et dont le discours, parsemé d'anecdotes et d'images souvent tirées du monde militaire ou montagnard, était passionnant à écouter.

Jean-Pierre Kahane : *André Revuz et la Société mathématique de France*

En 2006 la présidente de la Société mathématique de France, Marie Françoise Roy, entreprit de dresser un répertoire biographique des présidents de la SMF. J'étais chargé de la période 1960-1980. André Revuz avait été président de la SMF en 1966. Je lui ai donc demandé ses souvenirs.
Il m'a écrit une belle et longue lettre, où il résumait sa vie. Je résume encore. Né en 1914 dans un milieu modeste, reçu à l'Ecole normale supérieure en 1934, agrégé en 1937, il fait son service militaire, est mobilisé, fait prisonnier, libéré comme malade entre 1937 et 1943, il enseigne au lycée de Poitiers en 1943-44 et prend part à la Résistance, « efficace et bien organisée », puis en 1945 en mathématiques supérieures à Bordeaux. De 1946 à 1949 il est à Istanbul. Revenu en France, il se met à la recherche mathématique sous la direction de son camarade de promotion Gustave Choquet et la supervision d'Arnaud Denjoy, il passe sa thèse, il enseigne comme chef de travaux à l'ENS de Sèvres et à la Sorbonne entre 1950 et 1955. De 1956 à 1982 sa carrière de professeur le mène successivement dans les Facultés des sciences de Bordeaux, Poitiers et Paris, et finalement à l'Université Paris VII.

Dans sa lettre apparaît la passion d'André Revuz pour l'enseignement. Il est fier d'avoir été président de l'APMEP, d'avoir participé à la commission Lichnérowicz entre 1966 et 1974, et d'avoir été le directeur de l'IREM de Paris de 1970 à 1978. De sa présidence de la SMF en 1966 il parle peu, et de façon assez négative : il espérait créer des liens entre la SMF et l'APMEP, et il s'est heurté, dit-il, à un « mur infranchissable ». C'est moi qui lui ais rappelé sa contribution, très importante, à la vie de la Société pendant plusieurs années, il en avait perdu le souvenir.

Voici donc un complément aux souvenirs de Revuz, fondé sur les miens, et surtout sur les premiers numéros de la Gazette des mathématiciens. Les archives de la SMF semblent avoir disparu, ce qui est fort dommage car elles étaient fort bien entretenues à l'époque, et la Gazette, bien documentée, a cessé de paraître entre novembre 1964 et décembre 1967, donc précisément durant la présidence de Revuz.

La présidence de la SMF était annuelle. Entre 1961 et 1970 les présidents ont été successivement Choquet, Schwartz, Lelong, Dieudonné,Ehresmann, Revuz, Reeb, Thom et Serre. La continuité de la présidence était assurée par la présence dans le bureau de quatre vice-présidents, qui devenaient présidents à leur tour, dans l'ordre. Par exemple, en 1963, le président était

Lelong, et les vice-présidents, dans l'ordre, étaient Dieudonné, Ehresmann, Revuz et Reeb. Je me souviens nettement, comme membre à l'époque du conseil de la SMF, de l'élection de Revuz comme quatrième vice-président. C'était à l'instigation de Choquet, et pour affirmer l'intérêt des mathématiciens à l'égard de l'enseignement de leur discipline. D'après la Gazette, le vice-président Revuz avait la charge des conférences de la SMF. Mais Revuz était déjà très actif à l'intérieur de la SMF dans une autre activité, celle des « Journées » de la SMF .
L'idée, je crois, en revenait à Choquet. Il s'agissait de journées mathématiques , organisées dans des Facultés, sous le patronage de la SMF, avec des crédits venant du CNRS. A cette époque bénie, le CNRS accordait pour les Journées une enveloppe globale à la SMF, à charge pour la SMF de la gérer comme elle voulait, et d'en rendre compte ; c'était rapide, efficace et économique. L'essor mathématique des Facultés de province a été grandement facilité par ces Journées, grâce auxquelles les professeurs nouvellement nommés pouvaient maintenir et resserrer les liens avec leurs collègues.

Quand on évoque aujourd'hui la SMF de cette époque, on sous-estime souvent son rôle. C'est au sein de la SMF que se sont élaborés les premiers projets pour un « Oberwolfach français », qui devaient aboutir au CIRM de Luminy. Toutes les questions intéressant la vie mathématique dans cette période d'explosion universitaire et scientifique étaient du ressort de la SMF, on le voit bien à la lecture des premiers numéros de la Gazette. Un personnage clé était le secrétaire-archiviste Paul Belgodère, qui était aussi le vigilant conservateur de la bibliothèque de l'Institut Henri Poincaré. Il irritait beaucoup de monde, et il était précieux. La SMF rassemblait à cette époque la quasi-totalité des docteurs en mathématiques, et on n'adhérait pas à la SMF : on y était élu, sur présentation de deux membres. Dès qu'une thèse était passée, ou quelquefois avant la soutenance, la candidature du nouveau ou futur docteur était présentée par son patron de thèse et Belgodère. Les cotisations étaient minimes : la société vivait de la vente des collections du Bulletin de la SMF aux bibliothèques de mathématiques qui poussaient comme des champignons en France et dans le monde. La SMF, de ce fait, vivait sur son acquis, ce qui devait être rectifié tôt ou tard. Mais elle était loin d'être inactive et elle était très représentative du milieu mathématique français.

Revuz n'a pas gardé un grand souvenir de la SMF du temps de sa présidence, mais il a pleinement participé aux meilleures de ses activités. Il a donné sa pleine mesure dans d'autres cadres, mais il serait injuste, pour la SMF comme pour lui, de ne pas rendre hommage à son action dans le cadre de la SMF.

Robert Perret : *André Revuz, l'homme et ses facettes*

Quand j'ai connu André Revuz, vers 1985, il avait déjà pris sa retraite. De toute façon, le linguiste que je suis n'aurait rien pu dire de pertinent sur le mathématicien qu'il était. C'est donc en tant que membre de la présidence depuis de nombreuses années (beaucoup trop au goût de certains…) et ami de Joëlle Pichaud, que j'apporterai mon modeste témoignage.

Même si je n'ai pas vraiment eu l'occasion de côtoyer régulièrement la communauté mathématique de Paris 7 dans l'exercice de mes fonctions, en dehors d'André, deux de ses membres m'ont laissé une forte impression : François Bruhat et Jean-Louis Verdier, pour lesquels j'ai aussi une pensée émue, en reconnaissance de ce qu'ils ont donné à notre maison, en plus de leur contribution à la discipline.

Ayant rencontré André à maintes reprises dans des circonstances moins formelles qu'à l'université, c'est surtout l'homme que j'ai pu entrevoir, puis apprendre à apprécier. Si tant est qu'on connaisse jamais quelqu'un en profondeur, il me semble qu'en dépit de ses multiples facettes, le personnage était relativement facile à saisir.

Ce qui frappait d'abord chez lui, c'était sa vitalité, son énergie, le côté solide et inébranlable du montagnard et de l'alpiniste confirmé, la force qu'il puisait dans ses origines savoyardes. André ne faisait absolument pas son âge, et sa vivacité physique comme intellectuelle était impressionnante. Il était aussi à l'aise pour dessoucher des troncs que pour débattre de l'avenir de Jussieu.

C'est lors de journées à la campagne, tous les ans autour du 14 juillet, que j'ai eu avec lui les discussions les plus approfondies. Le plus dur de l'année universitaire étant passé, nous nous retrouvions le week-end à quelques uns dans une maison en plein bois, autour d'un déjeuner pris sous les arbres. André appréciait la compagnie des amis, la bonne chère et le bon vin (il avait une excellente cave) et la journée s'écoulait agréablement, sans qu'on voit le temps passer. Non seulement il était intarissable sur l'enseignement des mathématiques, ce qui ne surprendra personne, mais ses sujets de préoccupation allaient bien au-delà, tant il s'intéressait à une multitude de domaines.

Le repas en particulier était l'occasion d'échanges riches, parfois animés, toujours conviviaux. Avec l'un des invités réguliers, l'ancien président Michel Delamar, nous évoquions de façon critique une grande variété de sujets, tels que la politique de l'université et du pays, les réformes en cours, le rôle des tutelles, les pesanteurs de certains syndicats etc. Comme beaucoup d'universitaires, nous refaisions le monde, mais sans trop d'illusions…

90ème anniversaire à l'université
Paris Diderot en 2004

La désaffection des étudiants pour les filières scientifiques en général et les mathématiques en particulier le souciait profondément. André la vivait avec la même intensité que s'il avait été en activité et qu'il avait constaté la chute des effectifs dans ses propres cours. Comme nous, il s'interrogeait sur ses causes, ce qu'elles pouvaient avoir de spécifiques à telle ou telle discipline, à la situation française, ou ce qu'il y avait de généralisable à d'autres pays du monde. Tout en sachant que devant des tendances aussi lourdes, les remèdes n'étaient pas faciles à trouver…

Nous évoquions à l'occasion la période historique et agitée de la fondation de notre université, à laquelle il avait activement participé. Il se remémorait le brio avec lequel le premier président de Paris 7, Michel Alliot, avait su faire face à une avalanche de problèmes, dus notamment à la turbulence des acteurs. Nous étions alors dans la foulée des évènements de mai 68 et l'arrivée sur le site de la Halle aux vins devait aussi se traduire par des rapports difficiles avec l'autre occupant des lieux, la future université Paris 6. Ces inextricables problèmes de locaux pollueront durablement les relations entre les deux établissements. Il faut bien sûr y ajouter la pollution par l'amiante, problème de santé publique, qui sera finalement à l'origine du projet de déménagement.

Ayant connu quasiment tous les présidents de l'université, et suivi de près les multiples crises graves que notre établissement avait traversées et surmontées, André en avait tiré avec d'autres la conclusion qu'il fallait changer la donne, et que notre avenir n'était pas sur ce campus. Il avait l'esprit clair, une autorité naturelle et une capacité de décision qu'on ne rencontre pas fréquemment chez les universitaires.

Je nous revois en 1995, au moment clef où se jouait le sort de Paris 7 (qui ne s'appelait pas encore Paris Diderot). Contrairement à certains, y compris parmi les autres pères fondateurs de l'université, et malgré le bouleversement que représentait le départ de Jussieu et du quartier latin, il a tout de suite été acquis à cette cause, dans laquelle il voyait une chance de renouveau pour notre établissement, ainsi que l'occasion d'affirmer son identité sur un site qui lui était propre.

Direct, passionné, il ne mâchait pas ses mots et n'hésitait pas à fustiger l'immobilisme de certains collègues à propos du déménagement de l'université. Homme de fortes convictions, on le sentait bouillir de constater que tant de gens cherchaient avant tout à mettre des bâtons dans les roues de cet ambitieux projet, et qu'à ce jeu-là, quelques mathématiciens ou logiciens de la maison n'avaient pas été les derniers. Avec le recul, il avait la grande satisfaction de constater que ces oppositions n'avaient nullement empêché la construction des nouveaux bâtiments de l'université sur le site de Paris Rive Gauche…

Il avait également une véritable curiosité pour de nombreuses disciplines des sciences humaines, ce qui n'est guère courant chez un scientifique. Il est vrai que certains matheux sont parfois étrangement proches des littéraires, partageant en particulier le même goût pour les débats d'idées ou pour certains arts, comme la musique. Tout en défendant une recherche de haut niveau dans sa spécialité, André faisait partie de ces personnes qui ne se résignaient pas à la coupure entre les différentes disciplines académiques, et en premier lieu, au gouffre de plus en plus béant qui sépare les sciences des lettres, au sens large.

À une époque où l'hyperspécialisation triomphait, on pouvait parler philosophie, histoire ou psychologie avec lui, sans rester dans les généralités convenues. Suivant de près les controverses scientifiques dans ce secteur, il était par exemple très au fait des querelles opposant les psychanalystes aux cognitivistes et comportementalistes, sans rejeter a priori ce que la discipline psychanalytique pouvait apporter à la connaissance de l'âme humaine (on me pardonnera ce terme daté et inconvenant de la part d'un athée…), même sans prétendre au statut de science.

Sans complaisance pour le scientisme, dans lequel il voyait un « charlatanisme », parfaitement conscient que la science ne faisait qu'approcher la vérité, et qu'elle n'était pas totalement isolable du contexte social, il ne pensait pas pour autant, contrairement à une tendance trop répandue chez certains philosophes et sociologues actuels, qu'elle soit réductible à ce contexte, ni que tout ne serait que croyance et rhétorique. Pour lui, il ne servait à rien de renoncer au scientisme le plus borné, si c'était pour tomber dans le relativisme pur et dur. Il était en effet profondément convaincu que la science entretient un rapport étroit avec la vérité comme avec la réalité.

Nous parlions parfois de sujets religieux. André était un homme aux forts principes moraux, qui lui venaient en partie de son éducation chrétienne. Mais il ne croyait plus depuis l'adolescence. Comme Laplace le disait à propos du grand horloger, il n'avait pas non plus *« eu besoin de cette hypothèse ».* Très attaché à la laïcité, il aimait à rappeler que le port du foulard islamique avait longtemps été interdit en Turquie, pays où il avait vécu.

Même si le retour du religieux et pire encore, de la superstition, ne lui semblait pas témoigner d'un progrès de la pensée, même s'il avait en horreur le fanatisme et l'intégrisme, la liberté de croyance faisait pour lui partie de la liberté fondamentale de tout être. Le vrai mystère qui demeurait à ses yeux, c'était le passage de la matière inanimée à la matière vivante. Bien que peu sensible à l'aspect descriptif des sciences naturelles, il était néanmoins séduit par la diversité du vivant. Et la grande question, philosophique autant que biochimique, des origines de la vie, l'intéressait au plus haut point.

Son goût pour les langues et leur structure profonde ne m'avait pas échappé en tant que linguiste. Il était fasciné par ces objets étranges, et les règles, notamment syntaxiques, qui les régissent, même s'il voyait bien que le niveau sémantique résistait à la formalisation. Il parlait couramment allemand, et s'était rendu à de multiples reprises dans le pays, où il avait noué des relations avec des collègues allemands. Il avait également appris le turc lors d'un séjour de longue durée sur place, et était arrivé à un très bon niveau de maîtrise de cette langue. D'ailleurs, évoquer la Turquie, pays cher à son cœur, était aussi pour lui l'occasion de raconter dans le détail nombre d'anecdotes qu'il puisait dans ses souvenirs grâce à une solide mémoire.

Sans éprouver le besoin de les asséner à tout instant, André ne faisait pas mystère de ses convictions politiques. Homme de gauche, mais réaliste, il ne rêvait pas de grand soir, et ne croyait pas à la dictature du prolétariat. Convaincu de l'efficacité des changements progressifs, c'était un réformiste dans l'âme. Il n'avait donc aucune sympathie particulière pour les gauchistes, encore relativement nombreux à l'université.

Il plaçait la liberté de pensée au dessus de tout et n'était l'homme d'aucun parti. Comme il le disait lui-même : *« j'ai été réfractaire à tout engagement absolu et inconditionnel »*. A une époque où l'inverse était monnaie courante chez nombre de collègues, on ne peut que saluer rétrospectivement cette indépendance d'esprit. D'autant que cela ne diminuait en rien son intérêt pour les affaires du monde et les problèmes sociaux. Mais c'était pour lui une façon de préserver la lucidité nécessaire, de ne pas confondre les plans de la réflexion et de l'action.

Même affaibli par la maladie, la vivacité intellectuelle d'André ne s'est jamais démentie, ni sa capacité à se projeter dans l'avenir. Jusqu'au bout, il s'est intéressé aux multiples aspects de la société qui l'entourait et a cherché à améliorer concrètement les choses. Quelques jours avant son décès, il échangeait encore des courriers électroniques avec ses collègues d'Action-Sciences. Il croyait aux vertus de la discussion et du travail en équipe. Il était convaincu qu'à force de conviction et d'opiniâtreté, à force de remettre son ouvrage sur le métier, on peut faire évoluer les pratiques et les mentalités.

André demeurait profondément attaché à son université, et malgré les critiques (justifiées) qu'il ne se privait pas de formuler sur bien des aspects de son fonctionnement, il avait éprouvé beaucoup de plaisir à y travailler et n'hésitait pas à le dire, voire même à l'écrire. Il n'aimait pas la flatterie, ni les dithyrambes, ni le fait de trouver toutes les qualités à une personne récemment disparue. Il n'aurait pas apprécié une publication tout entière dédiée à sa gloire.

Les réflexions et témoignages rassemblés dans cet ouvrage ont donc voulu montrer, qu'au-delà de l'hommage qui lui est rendu, l'essentiel réside dans le fait que l'héritage qu'il nous a transmis est bien vivant. Sa rigueur intellectuelle, alliée à une passion communicative pour la recherche et l'enseignement de sa discipline, est manifestement partagée par nombre de ses élèves et collègues, et sa descendance scientifique est assurée, comme en témoigne la création du laboratoire qui porte son nom.

Travailler ensemble, c'est bien la clef de tout progrès réel : j'ai été heureux à Paris VII, car j'ai toujours pu travailler au sein d'équipes à l'UER de Math, à l'IREM, à l'UER de Didactique ; travail qui a souvent baigné dans l'humour, qui a pris parfois aussi des aspects conflictuels, mais travail toujours fructueux.

Jean-Pierre Raoult : *Rencontres avec André Revuz*

J'ai été à la fois heureux et gêné quand les organisateurs de cette journée m'ont demandé d'ajouter le mien aux témoignages rassemblés à cette occasion sur la personne d'André Revuz.

Heureux, bien sûr, de pouvoir témoigner ainsi, en ma qualité de président du comité scientifique des IREM (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques), de la reconnaissance que le réseau des IREM éprouve toujours à l'égard du rôle éminent qu'André Revuz a joué dans sa genèse et dans son développement. Et c'est pourquoi, quand j'ai constaté, il y a quelques mois, que la date de cet hommage coïncidait avec une date fixée depuis longtemps pour une réunion de ce comité scientifique, j'ai proposé que cette réunion consiste, ce matin, en l'assistance aux conférences du colloque.

Mais gêné aussi car ma connaissance personnelle d'André Revuz est bien moindre, j'en suis persuadé, que celle de la plupart de mes auditeurs ici. Je reviendrai un peu plus tard sur quelques occasions récentes, marquantes pour moi, où je me suis trouvé à ses côtés mais je voudrais tout d'abord évoquer les circonstances dans lesquelles j'ai entendu parler de l'action d'André Revuz bien avant de le connaître moi-même. Et j'y éprouve d'autant plus de plaisir que celui qui m'en avait ainsi parlé était quelqu'un pour qui j'ai éprouvé beaucoup d'admiration et d'affection, à savoir mon beau-père. Et c'est donc son propre témoignage que je vais m'efforcer de retranscrire ici, car il me paraît emblématique de la très forte influence exercée par André Revuz sur la génération de professeurs de mathématiques à laquelle appartenait mon beau-père.

Jean Fribourg, ayant passé l'agrégation de mathématiques en 1933, a connu une carrière qui (à part une interruption due à la guerre et aux lois raciales de « l'Etat Français ») a été assez classique pour les gens de sa génération : enseignement en lycée, d'abord en « seconde chaire » (c'est à dire sans cours en « Math Elem »), puis très vite en « première chaire » et ensuite (à partir de 1957) en classes préparatoires ; puis une fin de carrière dans des fonctions d'inspection de 1971 à 1976. Il m'avait parlé de sa conviction des dommages pour la formation de scientifiques qu'avait causés la réforme de « l'égalité scientifique » quand il était lui-même élève et, surtout, de l'insatisfaction, devant l'immobilisme de l'enseignement des mathématiques, qu'il avait ressentie quand il s'était trouvé être un professeur expérimenté après la guerre. Il attribuait d'ailleurs une large responsabilité de cet immobilisme à l'inspection générale de mathématiques de l'époque et je dois dire ici que la lecture d'une thèse récente (février 2010) sur l'histoire de l'APMEP, par Eric Barbazo (autre contributeur à la série de témoignages d'aujourd'hui) m'a conduit à relativiser un peu cette responsabilité ; mais passons ! ce n'est pas notre sujet ici. On aura compris que Jean Fribourg fut de ces professeurs qui ont accueilli avec beaucoup d'intérêt, voire de soulagement, l'intervention d'universitaires, sous l'influence déterminante de l'APMEP, pour apporter, au corps enseignant de mathématiques des lycées, des visions rénovées de la science mathématique, en prise sur les recherches qui s'étaient en fait déroulées dès avant l'époque de leurs propres études, mais sans qu'ils aient pu alors en être conscients, et surtout débouchant sur des réflexions quant à la prise en compte possible de ces évolutions pour une rénovation de leur propre enseignement. C'est dire qu'il fut un auditeur assidu des « conférences de l'APMEP » dont Gilbert Walusinski (qui fut d'ailleurs son collègue au lycée de Saint-Cloud) fut un grand initiateur et dont André Revuz fut une cheville ouvrière. Et c'est là qu'intervient la place particulière que Jean Fribourg attribuait à André Revuz ; il m'avait expliqué, quand j'ai fait sa connaissance vers 1960, que certes il était appréciable que de grands mathématiciens comme Gustave Choquet ou Jean Dieudonné élaborent et diffusent des bases de ce qui leur paraissait être, sur tel ou tel point, un enseignement modernisé, mais, disait-il en substance : « Celui, de ces professeurs d'université, qui pense ces rénovations indispensables en s'intéressant vraiment à ce que peut être la vie de la classe de mathématiques et les besoins des professeurs, c'est Revuz. » Et il était plein d'estime et de reconnaissance pour le militantisme inlassable de ce dernier, afin d'apporter son aide à ses collègues, aide concrétisée par les « Cours de l'APMEP », dont il a déjà été question ici, rédigés par André et Germaine Revuz.

J'en viens maintenant quand-même à deux souvenirs personnels, liés aux deux dernières occasions où j'ai rencontré André Revuz.

L'un remonte à 2004, lors du premier séminaire annuel de l'Assemblée des Directeurs d'IREM (ADIREM) auquel j'aie été convié. Marc Legrand, alors président de l'ADIREM, y avait invité André Revuz. Celui-ci y a évoqué la « période héroïque » de la réforme dite « des maths modernes » et insisté sur le soin avec lequel celle-ci avait été expérimentée avant d'être introduite dans les programmes, sous le couvert de la « commission Lichnerowitz ». Et, mettant en évidence le biais qu'avait introduit dans cette expérimentation la conviction et la compétence des professeurs qui s'y étaient consacrés, il avait livré, avec un petit sourire mi-désolé mi-nostalgique: « On pourrait presque dire que, en matière d'enseignement, toutes les expérimentations réussissent, toutes les généralisations échouent ».

Mon second et dernier souvenir date d'avril 2008. Je me trouvais avec André Revuz sur une même tribune dans une salle de conférences du centre Georges Pompidou, dans le cadre d'un cycle sur « Science et société ». Il avait brillamment rappelé dans quel climat d'effervescence intellectuelle avait été pensée la rénovation de l'enseignement des mathématiques, dans les années cinquante et soixante, et combien cette rénovation paraissait alors liée à des aspirations démocratiques, avec l'objectif d'un meilleur accès à la science de tous les enfants, en réduisant le poids des acquis culturels des milieux sociaux auxquels ils pouvaient appartenir. Illusions sans doute, mais combien généreuses, et ici encore la nostalgie était forte, tant chez lui que sur ceux (dont moi) de générations suivantes, ayant partagé les mêmes espoirs comme étudiants ou comme jeunes enseignants.

Et c'est bien là pourquoi le souvenir d'André Revuz est si cher à tous ceux qui se trouvent ici rassemblés en son honneur.

Marc Rogalski : *André Revuz, universitaire engagé*

Le sujet est immense : quel que soit l'aspect que l'on choisirait d'évoquer de la carrière universitaire d'André Revuz, il serait certainement concerné par ce titre. Je me contenterai donc d'aborder seulement quelques points sur lesquels je peux personnellement témoigner de son engagement. Je ne parlerai donc pas ici généralement de l'activité permanente d'André Revuz pour la rénovation de l'enseignement des mathématiques - d'autres le feront avec plus de pertinence -, même si cette activité fut sans doute le cadre permanent - l'arrière-plan - de tous ses engagements. J'en dirai juste un mot à l'occasion du dernier souvenir que j'évoquerai dans ce texte.

Le souvenir le plus ancien que j'ai d'André Revuz, en tant qu'universitaire engagé (en fait, je l'ai connu pour la première fois comme interrogateur à l'oral du concours de la rue d'Ulm, en 1960), c'est lors d'une réunion publique sur le thème de la sélection à l'entrée à l'université. Je ne sais plus très bien où ce débat se déroulait, ni sa date précise, mais c'était avant mai 68. À la tribune, parmi d'autres, Laurent Schwartz, qui développait ses idées bien connues sur le sujet ; et aussi André Revuz, qui défendait au contraire une position anti-élitiste, avec sa verve habituelle. Je me souviens en particulier de sa réponse à un collègue littéraire invoquant des sommités universitaires à l'appui de la thèse de la sélection : *« Un brillant universitaire de renommée internationale, c'est bien souvent quelqu'un qui se définit lui-même ainsi ! ».* Succès et rires garantis…

J'évoquerai ensuite un souvenir plus « politique » au sens large, bien qu'André Revuz n'ait jamais été, à ma connaissance, membre d'un parti politique. Cela se réfère à l'activité de la cellule Evariste Galois du parti communiste français, qui a regroupé pendant de nombreuses années les mathématiciens communistes de l'Institut Henri Poincaré, puis de Jussieu. Cette cellule organisait, chaque année, des débats publics. Plusieurs fois, Revuz nous a fait le plaisir d'assister à ces réunions, et la confrontation avec lui était sympathique, enrichissante, et pas toujours de tout repos ! Je me souviens tout particulièrement d'une réunion, après les élections législatives de 1978, perdues par la gauche, dans la foulée des dissensions autour du programme commun de gouvernement : André Revuz y piqua une de ses célèbres colères, sur le thème : *« A quoi donc sert le PCF s'il n'est pas capable de faire gagner la gauche aux élections ? ».*

Je voudrais maintenant m'attarder un peu plus sur un épisode qui fut important pour l'université Paris 7, et qui met en évidence le sens des responsabilités d'André Revuz et son courage dans ses engagements universitaires. Cela se passait quelque temps après mai 68, pendant l'année 1972-73, alors que des habitudes pernicieuses s'étaient installées à Paris 7 en ce qui concernait les examens. A l'issue de mai 68, compte tenu du climat politique de Paris 7, certains collègues avaient pris l'habitude de recevoir tout le monde à la première UV - pour encourager les étudiants. Ceci a eu comme conséquence une pollution progressive de l'ensemble des examens : revendiquant un fonctionnement « collectif », des étudiants se déplaçaient librement dans la salle d'examen pour assurer la recherche puis la diffusion et la copie de la solution par tous. En octobre 1972, André Revuz, qui avait en charge l'enseignement de l'unité de topologie, annonça que son examen se déroulerait normalement, et que dans le cas contraire l'épreuve serait annulée. En février 73, le désordre collectif habituel ayant eu lieu, Revuz annula effectivement l'épreuve. Une nouvelle épreuve, tenue dans la foulée, fut à son tour fortement perturbée, et Revuz reporta alors son examen au mois de juin.

Ce fut alors épique, tout ce que Paris 7 possédait comme gauchistes se mobilisa, Jussieu se couvrit d'affiches « Revuz, salaud, le peuple aura ta peau ». André Revuz reçut le soutien de certains de ses collègues, entre autres Yvette Amice, Roger Godement, Jean-Louis Verdier, François Bruhat. Ce dernier fut même un temps séquestré ! Courageusement, André Revuz tint bon, et l'année suivante son combat avait payé : les examens de Paris 7 étaient redevenus des examens dignes de ce nom.

Si je peux témoigner de ce combat, c'est que j'ai eu avec d'autres collègues à développer des arguments politiques de fond sur la nature et le rôle des examens et des diplômes, en particulier pour convaincre l'union des étudiants communistes de Jussieu, plutôt adepte, à cette époque, d'être dans le milieu étudiant « comme un poisson dans l'eau »… quel que soit le sens du courant !

Je voudrais terminer cette brève évocation de l'engagement universitaire d'André Revuz en rappelant un épisode dont je ne fus pas directement le témoin, mais auquel je me suis intéressé par la suite. Il s'agit de son engagement en 1979-1981 dans une expérience en première année d'université à Paris 7, à laquelle ont d'ailleurs participé plusieurs membres de ce qui est maintenant le Laboratoire de Didactique André Revuz. L'un des buts de cette expérience, parmi d'autres, était de coordonner efficacement l'enseignement des mathématiques et celui de la physique. C'est une préoccupation qui lui tenait à cœur, et il y a encore peu André Revuz militait en ce sens au sein de l'association ActionSciences.

Parmi les modalités de cette expérience (bien présentées dans la brochure IREM n° 50) figurait la tenue hebdomadaire d'un « amphi commun » assuré par un enseignant de mathématiques et un enseignant de physique. Il fallait bien du courage pour se lancer dans ce type de confrontation, d'autant plus que le paradigme dominant de l'enseignement des mathématiques universitaires à cette époque restait fondamentalement bourbakiste, et ne pouvait donc que se heurter aux modes de raisonnements des physiciens. Ce fut effectivement rude sur le thème des différentielles et de leur usage. Mais une retombée tout à fait intéressante de cette expérience - en liaison avec une autre expérience de DEUG engagée à Grenoble - fut un travail de réflexion interdisciplinaire extrêmement riche sur les procédures différentielles en mathématiques et en physique (dans le cadre d'un GRECO[37] du CNRS). Je pense d'ailleurs qu'il s'agit là d'une question toujours vive, et qui requiert encore des recherches épistémologiques et didactiques, tant pour l'enseignement universitaire que pour celui du lycée.

A l'issue de ces quelques souvenirs personnels, qui ne concernent pourtant que quelques épisodes de l'action d'André Revuz, on le voit clairement : il a été un universitaire engagé, et ses engagements révèlent chez lui une éthique politique et une éthique mathématique qui forcent le respect.

Gert Schubring : *André Revuz, l'Allemagne Fédérale et l'« Institut für Didaktik der Mathematik » (IDM)*

Au moment où s'élaborait le projet de fondation de l'IDM, vers 1969, André Revuz était déjà reconnu en Allemagne fédérale comme un acteur majeur de la modernisation de l'enseignement des mathématiques en France. Son livre « *Mathématique moderne, Mathématique vivante* », paru en 1963, avait été traduit et publié en 1965 par l'éditeur Herder, de Freiburg, sous le titre « *Moderne Mathematik im Schulunterricht* »[38]. Cet éditeur publia d'ailleurs un grand nombre d'ouvrages destinés à diffuser ces « mathématiques modernes » parmi les enseignants et aussi dans le grand public[39]. Il convient de souligner que cet éditeur, catholique traditionnel était notoirement connu pour son conservatisme, ce qui fut paradoxal dans ce processus de modernisation.

Il était donc tout naturel que l'on pensât à André Revuz comme représentant étranger du mouvement de réforme en cours.

L'IDM est une fondation de la *Volkswagen-Stiftung,* conçue dès 1969 sur le modèle des IREM - dont les tous premiers venaient d'être créés en France - et dont l'une des missions – nouvelle et originale – était de mener des recherches sur l'enseignement des mathématiques.

Plusieurs universités se portèrent candidates et l'université de Bielefeld fut retenue.

[37] Groupe de Recherches coordonnées

[38] *Mathématique moderne dans l'enseignement secondaire*

[39] par exemple une série de livres de Z. Dienes

Bielefeld[40] - 1978

[40] Photo prise par Frau Maria Otte

Pour mener à bien l'élaboration du projet et assurer un suivi scientifique, on créa au début de 1972 un *Gründungsbeirat* – comité de fondation. Dans sa composition, ce comité comprenait un unique représentant étranger. Lors des premières délibérations sur la composition de ce *Beirat*, l'université fit deux propositions : Revuz et Freudenthal.

Finalement, André Revuz fut proposé. On peut s'interroger sur l'évolution qu'aurait eu l'IDM si le choix s'était porté sur Hans Freudenthal !

Le *Gründungsbeirat* commença ses travaux le 6 mai 1972 ; Revuz en fut dès le début un membre actif et participa à pratiquement toutes ses réunions.

Il fallut d'abord définir les lignes directrices de l'action de l'IDM et organiser le recrutement des premiers professeurs.

Comme candidats sur ces postes[41], il y avait trois didacticiens : Heinrich Bauersfeld et Hans-Georg Steiner[42], déjà connus internationalement comme chercheurs en didactique, et Michael Otte, un jeune mathématicien ayant peu de contributions en didactique.
Les réunions de septembre et octobre 1972 furent décisives et Revuz y prit une part déterminante, d'autant que la décision finale fut prise à une voix de majorité.
Les trois candidats furent classés premier à égalité. Le ministère contacta Otte en premier, lequel devint ainsi, en mai 1973, « directeur chargé de la fondation[43]» de l'IDM. Il en impulsa la mise en œuvre avec énergie.

Malgré des relations parfois tendues entre les trois professeurs « directeurs », l'IDM apparut rapidement comme une institution exclusivement consacrée à la recherche en didactique des mathématiques qui contribuait de façon déterminante à la reconnaissance internationale de cette recherche comme discipline scientifique.

D'autres recrutements d' « Assistenten » suivirent pour constituer le noyau des chercheurs de l'IDM.

Rapidement, Revuz nous invita à nous rendre à Paris pour connaître l'activité des IREM. Ce déplacement, qui dura plusieurs jours en novembre 1973, eut un impact très important sur les orientations de notre nouvel institut.

Non seulement, Revuz nous permit d'appréhender dans le détail le travail de l'IREM, mais il nous fit aussi connaître des éléments de la culture française – notamment la cuisine[44].

---

[41] Correspondant à un poste de professeur de grade le plus élevé

[42] Revuz avait écrit le rapport sur Steiner

[43] *Gründungsbeauftragter*

Notre séjour eut des conséquences inattendues sur l'évolution méthodologique de l'institut. Un jour, notre groupe accompagna une jeune chercheuse dans une école primaire, à Melun, où elle effectuait un travail d'expérimentation ; cette jeune femme n'était autre que Michèle Artigue (dont nous ne pouvions imaginer le rôle international ultérieur). Cette visite eut un impact déterminant, car ensuite nous intégrâmes dans notre démarche - qui était restée jusqu'alors très théorique - des pratiques d'observation dans des classes, et de coopération avec des enseignants

Ce premier contact avec l'un des plus importants IREM, accompagné des précieux conseils de Revuz, permit d'établir des relations étroites de coopération scientifique avec les IREM et la communauté des chercheurs français en didactique. Très vite, un nouveau voyage nous ramena en France, en 1974, à l'IREM de Lyon où l'on fit connaissance des travaux du groupe GALION dans l'élaboration de matériaux d'enseignement sophistiqués.

Puis vint le début de la coopération avec Guy Brousseau.

À l'automne 1974 eut lieu à Bielefeld un premier workshop franco-allemand sur la formation des professeurs de mathématiques, auquel participèrent des membres des IREM.

Une fois la fondation de l'IDM achevée en 1975, le *Gründungsbeirat* fut remplacé par le *Wissenschaftlicher Beirat*, un conseil scientifique devant accompagner et aider à définir les orientations de l'institut.

Compte tenu du rôle international que ce dernier jouait désormais, ce *Wissenschaftlicher Beirat* comprenait plusieurs représentants de l'étranger (Angleterre, Danemark, France, Pays-Bas) et Revuz y fut le représentant français. Il participa pratiquement à toutes les réunions et travaux du *Beirat* et resta un membre attentif jusqu'à la fin de l'IDM originel, autrement dit jusqu'à la transformation de l'institut de recherche en une sous-unité du département des mathématiques.

Bien sûr, les contacts d'André Revuz avec l'Allemagne fédérale n'étaient pas limités à Bielefeld et l'IDM. Il a été fréquemment invité à donner des conférences et à participer à divers colloques dans d'autres universités allemandes et également en Autriche. Il aimait la langue allemande et ses interventions étaient aussi toniques et vivantes que lorsqu'il s'exprimait en français.

Pour moi, qui fus le deuxième universitaire recruté à l'IDM et qui suis resté le dernier représentant de l'IDM dans sa forme primitive jusqu'à ma retraite

[44] Par exemple, en nous faisant connaître le restaurant « Au vieux Paris » près du Panthéon.

récente, André Revuz reste indéfectiblement lié à toute la période d'expansion de l'IDM qui – si elle est révolue maintenant – aura permis de développer la recherche en didactique, de l'étendre à d'autres centres de recherche allemands et de lui faire acquérir le statut de science à part entière.

Michel Serfati : *André Revuz et l'épistémologie des mathématiques.*

C'est avec beaucoup d'émotion que j'ai entrepris la rédaction de cette note consacrée à André Revuz et à ses rapports avec l'épistémologie et la philosophie des mathématiques. Nous nous rencontrions, lui et moi, sur nombre de positions majeures concernant notre discipline.

J'ai appris à connaître et à apprécier André Revuz depuis de nombreuses années dans le cadre du séminaire d'épistémologie de l'IREM (Paris VII) dont il a été, tant qu'il l'a pu, un auditeur fidèle. Tant la précision et la pertinence de ses interventions et de ses questions à l'adresse du conférencier, que son enthousiasme et sa véhémence, son humour aussi, sont demeurés présents dans l'esprit des auditeurs du séminaire. Parfois, lorsque l'exposé lui avait demandé davantage de réflexion, c'est par courrier électronique après la séance qu'il m'envoyait un commentaire sur le sujet, souvent agrémenté de nouvelles questions. Ainsi par exemple de nos échanges sur les mathématiciens français du XVII[e] siècle, Pascal, Descartes et Fermat — ce dernier étant pour lui le meilleur des trois ! — sur l'origine historico-épistémologique des séries numériques, en particulier la série de l'Arctangente chez Leibniz, aussi sur une interprétation « raisonnable » des logiques à plusieurs valeurs de Post et Lukasiewicz sur lesquelles j'avais fait un exposé. Ainsi aussi, peu de temps avant sa mort, de ses interrogations perspicaces sur l'énigme de la « variable » (comme on sait, elle est fixée, mais mouvante…), si centrale en épistémologie. Lorsque son état de santé (qu'il commentait avec beaucoup de pudeur) ne lui a plus permis de venir à l'IHP, les échanges par courrier électronique et par téléphone demeurèrent évidemment nos seuls moyens de communiquer. Il me demandait de lui envoyer des textes, articles, thèses ou ouvrages qu'il commentait parfois ensuite.

Je soulignerai l'intérêt constant d'André Revuz pour l'épistémologie des mathématiques : le terme revient d'ailleurs à de nombreuses reprises sous sa plume dans son ouvrage de 1980 (« Est–il impossible d'enseigner les mathématiques ? »)[45]. Ce volume au titre interrogateur (une modalité qu'il affectionnait) et provocateur en même temps, a constitué à mon sens l'une des rares tentatives réussies pour transcender les problématiques habituelles obligées de la philosophie des mathématiques.

Il a participé aux activités du séminaire d'épistémologie à l'IHP, et en premier lieu par des conférences. Récemment d'abord (octobre 2007) dans le cadre d'une après midi à l'amphi Hermite, il a été l'un des intervenants, avec Marc Rogalski et moi-même, d'une séance consacrée à Gustave Choquet dont il évoqua avec beaucoup d'émotion la personnalité dans le cadre d'« une amitié vieille de 70 ans ». Voici comment lui-même résumait son intervention :

> *Choquet et moi avons été liés par une amitié qui a duré plus de 70 ans, fondée sur l'amour inconditionnel des mathématiques et le désir d'améliorer leur enseignement. De mes souvenirs je voudrais dégager en particulier un trait profond de la personnalité de Choquet : la liberté inaliénable dont il a toujours fait preuve ; liberté pour lui, mais aussi pour les autres. Il n'a jamais été le pontife qui impose ses vues, mais celui qui savait libérer ceux qui s'adressaient à lui.*

On notera incidemment la revendication, si constante chez lui, de la liberté « inaliénable » du mathématicien.

Quelques années auparavant, au printemps 2002, en un temps où le programme du séminaire pour le semestre était intitulé « Intuition et invention », il était intervenu à deux reprises, d'abord le 10 avril à nouveau par ce *questionnement d'essence* (« C'est quoi les mathématiques ? »), puis le 29 mai (« Les problèmes profonds de l'enseignement des mathématiques »). Cette démarche de mise en perspective en deux temps, d'abord la nécessaire mise au jour de la « vraie nature » des mathématiques et de leurs objets, puis la (tout aussi nécessaire) traduction de ces conclusions dans le registre de l'enseignement sera demeurée à mon sens entièrement spécifique de son approche méthodologique.

Sa participation au séminaire d'épistémologie se concrétisa aussi par sa contribution (« Y-a-t-il une méthode en mathématiques ») à un ouvrage d'Actes[46] du séminaire. Ce texte, brillant et important, sous-tendu par l'amour des mathématiques (et leur « insurpassable beauté ») qui dirigeait entièrement son auteur, reprenait sous forme condensée quelques uns des thèmes principaux de son ouvrage de 1980 aux PUF. Dans mon introduction

---

[45] *PUF. Paris. 1980*

[46] « Y a-t-il une méthode en mathématiques ? », *De la méthode* (M. Serfati ed.). Presses Universitaires Franc-Comtoises. Besançon. 2002, 155-176.

aux Actes, j'avais tenté d'en dégager les lignes de force. J'en résume ici quelques unes des conclusions, en soulignant notre proximité idéologique.

On notera d'abord que tout l'article est écrit dans son style personnel, à la fois lucide, critique et efficace. Un style qui s'oppose ainsi frontalement aux généralités vagues dont le discours contemporain sur la science est malheureusement parfois si friand. Et c'est un point sur lequel nous nous rencontrions.

Revuz commence par expliquer combien est insuffisante — et donc inadéquate — pour les mathématiciens professionnels d'aujourd'hui, celle des réponses à sa question titre (Y-a-t-il une méthode en mathématiques ?) qui peut venir spontanément à l'esprit, savoir la subordination entière de la mathématique à la seule méthode déductive (la démonstration), cependant que, par une fausse symétrie, la physique serait, de son côté, entièrement dépendante de la seule expérimentation. Pour argumenter de façon décisive, il souligne que «le problème du mathématicien est moins « Comment démontrer ? » que « Que démontrer ? », conclusion sur laquelle il me parait incontestable que bon nombre de mathématiciens d'aujourd'hui trouveront à s'accorder. Si cependant la méthode mathématique ne peut se définir par le seul recours à la méthode déductive, *quid* de sa spécificité ? A cette problématique, il apportera dans les premières sections de l'article des éléments de réponse, sous des éclairages et des perspectives divers. Deux thèmes méritent particulièrement l'attention à mon sens, la question de l'invention et de la création en mathématiques d'abord, celle de la liberté du mathématicien d'autre part. Les modalités de création sont un thème essentiel. Ce point est trop souvent négligé par la philosophie des mathématiques, et il est passionnant de le voir ici traité efficacement — c'est en homme d'action qu'il écrit — par un mathématicien professionnel. Et Revuz de conclure sous forme d'une promotion épistémologique de l'inconscient créateur.

Je mettrai en avant deux des sections de l'article consacrées à l'invention, qui me tiennent particulièrement à cœur, *L'imagination* et *Le travail de l'inconscient*, où il met bien en évidence les articulations entre déduction et imagination d'une part, réflexion consciente et travail inconscient de l'autre. Ainsi conclut-il pertinemment sur la complémentarité de fait entre déduction et imagination, quotidiennement observée dans le travail de création :

> *Les mathématiques sont ainsi le fruit d'une collaboration entre une déduction d'une rigueur implacable et une imagination exubérante dont les produits peuvent parfois paraître délirants mais dont la déduction garantit la validité. Il faut d'ailleurs bien se garder d'opposer totalement déduction et imagination : en fait, leur collaboration est*

permanente. Les obstacles rencontrés par la déduction jouent le rôle d'aiguillon pour l'imagination.

Et plus loin, à propos du « travail de l'inconscient », A. Revuz explique, à la suite d'Hadamard et Poincaré, comment, à un moment donné, à l'insu d'un chercheur, les idées *s'inscrivent en lui* sans être en vérité aucunement gouvernées par sa conscience :

Tout se passe comme si le cerveau avait son activité propre, que la conscience ne peut pas diriger. « Chercher» c'est donc peut-être lui poser des problèmes en espérant qu'il voudra bien s'y intéresser. Et avec un peu de chance, il arrive en effet que quelque temps plus tard il donne la «bonne idée », dont on pense souvent qu'on aurait dû l'avoir depuis longtemps. Comme aimait à le dire Hadamard : «les idées naturelles viennent en dernier» (...) Il arrive même parfois que le cerveau fournisse d'un seul coup tout un développement, ce qui peut donner au chercheur l'impression qu'il écrit sous la dictée... de qui ? de lui-même sans doute, mais d'un soi qui reste bien caché. On peut aussi se demander si, lorsqu'un mathématicien a une «intuition», ce n'est pas le cerveau qui lui donne le résultat d'une démonstration qu'il possédait mais qu'il gardait, au moins provisoirement, secrète».

Dans ces conditions cependant, l'inconscient étant ce qu'il est — c'est-à-dire inconscient — le chercheur peut-il trouver une prise, ou même seulement un accès, sur des processus qui échappent ainsi à sa volonté ? Un point que Revuz n'élude pas, s'interrogeant ainsi : « Si le travail le plus fécond de notre cerveau est ainsi effectué inconsciemment, comment faut-il lui poser les problèmes ? ». Avant de conclure, pertinemment à mon sens, sur le rôle décisif, proprement irremplaçable sur ce point, du désir du mathématicien. Et il écrit :

La motivation féconde est le désir profond d'attaquer le problème, de comprendre ce qui se passe : si les réponses sont simples, ce qui veut sans doute dire qu'elles ne font intervenir que des notions qui nous sont familières, le travail conscient les trouvera assez rapidement. Par contre, pour que l'inconscient intervienne, il faut que le mathématicien se heurte à une difficulté sérieuse et il faut aussi en même temps qu'il ait une puissante envie de la vaincre. C'est sans doute la force du désir qui met en marche le travail inconscient.

Des conclusions qui pourraient sans doute quelque peu surprendre à l'extérieur de la communauté mathématique, mais auxquelles, me semble-t-il à nouveau, tout créateur en mathématiques ne pourra bien évidemment que souscrire.

Plus loin encore dans son texte, il développera le *schéma du triplet* « situation - modèle - théorie », qui incarne entièrement pour lui sa conception de la démarche scientifique, qu'elle soit moderne ou antique : une procédure graduée de l'abstraction humaine par rapport au réel de l'expérience et de la perception brutes. La démarche de Revuz est ici proprement épistémologique. — il l'avait davantage développée dans l'ouvrage de 1980. Ces deux textes peuvent même se lire comme un commentaire épistémologique de la démarche physico-mathématicienne de Descartes.

Cette analyse en trois temps – trop longue à détailler ici — le conduit à une position critique sur la fausse évidence du 'concret' : « Ce 'concret', si souvent prôné n'est pas si simple ni si opératoire qu'il le paraît » et aussi « Dès que l'homme rencontre une difficulté et qu'il y réfléchit, il extrait du concret une « situation » et passe ainsi dans l' « abstrait ». C'est là une position davantage philosophique (*« il n' y a pas de fait sans théorie »*), sur laquelle nous nous rencontrions largement.

Cette discussion épistémologique valait pour la nature des mathématiques. Le deuxième volet, obligé comme on l'a dit, était chaque fois chez Revuz consacré à leur enseignement. Ce n'est pas le lieu de le commenter ici, mais seulement de souligner qu'en préalable à cette question de l'enseignement, il déplorait à juste titre qu'« au début du troisième millénaire, l'analphabétisme mathématique de la population [qui] dans son ensemble, est consternant ».

Sur ce point de l'enseignement, je soulignerai aussi à nouveau, et en terminant, cette forme de *refus absolu* chez lui — déjà noté plus haut dans son commentaire sur Choquet - *de l'autorité en tant que telle dans la démarche d'enseignement des mathématiques*. Cette autorité qui impose doit être impérativement délaissée au profit d'un apprentissage humanisé des mathématiques, *libérateur* (« socratique » ?), sur le mode d'un échange raisonné et amical entre enseignant et enseignés.

Madeleine Sonneville : *André Revuz et le collectif ActionSciences*

Ma rencontre avec André REVUZ fut tardive puisqu'elle date du printemps 2002. Professeur de physique en lycée, je n'étais pas particulièrement destinée à le croiser. Sa renommée était cependant parvenue jusqu'à moi : plusieurs professeurs de mathématiques du lycée où j'enseignais m'avaient en effet, parlé, un jour ou l'autre, de leur passage à l'IREM, à l'époque où il y était très actif et très respecté.

Au printemps 2002 donc, chacun cherchait des pistes pour tenter d'expliquer ou d'enrayer la décroissance d'intérêt des lycéens pour les parcours d'études supérieures scientifiques à l'université, la fameuse « désaffection ». Les colloques et les rapports sur ce sujet se multipliaient. Au sein du Conseil de l'Union des physiciens (l'UDP, devenue depuis l'Union des professeurs de physique et de chimie ou UdPPC), nous défendions plus particulièrement l'idée qu'une réflexion s'imposait, sur l'articulation entre les classes du lycée d'une part, les premiers cycles universitaires et les classes préparatoires aux grandes écoles d'autre part.

Un éditorial[47] sur ce sujet était paru en février 2002 dans *Le Bup* : on y repérait les difficultés pédagogiques ou structurelles et on y proposait quelques possibilités d'amélioration. André REVUZ avait eu connaissance de cet article. Après sa lecture, il souhaita rencontrer le Bureau de l'association et, comme je m'apprêtais à en accepter la présidence, je fis évidemment partie de la rencontre, organisée fin juin 2002, avec quelques autres collègues du Bureau de l'UDP. Nous fûmes immédiatement séduits par la détermination de cet octogénaire qui semblait partager nos préoccupations et se réjouissait, disait-il, de rencontrer une association dynamique, faisant des propositions qu'il jugeait constructives. Il nous demanda, quasiment de but en blanc, de créer une structure de réflexion réunissant mathématiciens et physiciens, afin que notre voix soit mieux entendue… Il suggérait donc de faire travailler ensemble l'UDP, qu'il découvrait, et l'APMEP qu'il connaissait de longue date et qui était déjà un partenaire régulier de l'UDP. Nous n'eûmes pas trop de peine à le convaincre, même si cette idée le surprit au premier abord, qu'aucune réflexion sur les sciences dans l'enseignement secondaire ne pouvait se faire sans la participation de la très dynamique APBG. Nous convînmes de mettre évidemment les sociétés savantes dans le coup, afin d'avoir plus de poids.

L'UDP et l'APMEP organisèrent donc, à la rentrée 2002, une réunion à laquelle elles invitèrent, l'APBG, la SMF, la SFP et la SFC. Rapidement, d'autres associations se joignirent aux fondateurs : ActionSciences était née. André REVUZ, qui s'intitulait volontiers « *le catalyseur d'ActionSciences* », en faisait partie à titre personnel. Dans l'enthousiasme de la création de ce groupe informel, nous fîmes pas mal de lobbying auprès des groupes parlementaires et des cabinets de ministres. Le groupe se réunissait cinq ou six fois par an. La santé ou l'emploi du temps d'André REVUZ ne lui permettait pas toujours de se rendre aux rencontres, mais il suivait tous les

[47] SONNEVILLE Madeleine, *Du lycée à l'école d'ingénieurs : mieux baliser le chemin*, Le Bup n°841, février 2002, p.295-299

échanges par courrier électronique et réagissait, soit lors d'entretiens téléphoniques passionnés dont j'eus la chance d'être la partenaire, voire même par de longs messages au collectif.

J'ai cessé de participer à ActionSciences à la fin de mon mandat, en juin 2005, mais les représentants des diverses associations poursuivent aujourd'hui le travail. André REVUZ y a joué le rôle d'un « sage », mais un sage dont l'enthousiasme, la vivacité et la jeunesse d'esprit nous étonnaient constamment. Ces qualités, exceptionnelles à son âge, étaient entretenues, nous disait-il, par l'intérêt qu'il portait aux études de ses petits-enfants et par la conviction mainte fois réaffirmée qu'il fallait fournir aux jeunes cerveaux une matière propre à éveiller et développer leur intelligence et leur pensée en les intéressant aux sciences.

Index des auteurs

- Michèle ARTIGUE

Professeur à l'université Paris Diderot, UFR de mathématiques, LDAR
Directrice de l'IREM de Paris de 1985 à 1988 puis de 1999 à 2004

- Eric BARBAZO

Président de l'Association de Professeurs de mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP)

- François COLMEZ

Maître de conférence honoraire à l'université Paris Diderot, LDAR
Directeur de l'IREM de Paris de 1982 à 1985

- René CORI

Maître de conférence à l'université Paris Diderot, UFR de mathématiques
Directeur de l'IREM de Paris de 2004 à 2009

- André DELEDICQ

Maître de conférence honoraire à l'université Paris Diderot
Directeur de l'IREM de Paris de 1979 à 1982

- Régine DOUADY

Maître de conférence honoraire à l'université Paris Diderot, LDAR
Directrice de l'IREM de Paris de 1988 à 1999

- Jean-Pierre KAHANE

Professeur émérite à l'université Paris Sud
Membre de l'Académie des Sciences

- Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN

Professeur émérite à l'université d'Artois, LDAR

- Robert PERRET

Maître de conférence à l'université Paris Diderot, UFR de Langues appliquées. Membre de l'équipe présidentielle de l'université depuis 1997

- Joëlle PICHAUD

Maître de conférence honoraire à l'université Paris Diderot
Vice-présidente de l'université de 1997 à 2007

- Jean-Pierre RAOULT

Professeur émérite à l'Université Paris Descartes
Président du Comité scientifique des IREM

- Aline ROBERT

Professeur à l'université de Cergy - IUFM de Versailles, LDAR

- Marc ROGALSKI

Professeur émérite à l'université des Sciences et Technologies de Lille

- Michel SERFATI

Professeur de Chaire Supérieure (honoraire)
Responsable du Séminaire d'épistémologie à l'IREM de Paris

- Gert SCHUBRING

Chercheur à l'université de Bielefeld, Institut für Didaktik der Mathematik
Professeur invité à Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Istituto de Matemática

- Madeleine SONNEVILLE

Présidente d'honneur de l'Union des Professeurs de Physique et Chimie (UdPPC)

- Laurence VIENNOT

Professeur émérite à l'université Paris Diderot, UFR de physique, LDAR

Première édition

Imprimerie centrale
Université Paris Diderot – Paris 7

Mars 2010

Tél. : 01 57 27 63 03
imp7@univ-paris-diderot.fr

Édition électronique

Avril 2010
http://www.lar.univ-paris-diderot.fr/

Un premier choix : les mathématiques

Premier choix et ... ligne directrice d'un engagement constant.
André Revuz (1914-2008) fut en 1970 l'un des membres fondateurs de l'Université Paris 7.
Il y créa l'Institut de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques de Paris, concrétisant l'aboutissement d'une quinzaine d'années de réflexions menées notamment dans le cadre de l'Association des Professeurs de Mathématiques et constituant ainsi un environnement favorable à l'émergence des recherches sur l'enseignement des mathématiques.
Il eut une contribution décisive, aussi bien institutionnelle que sur le plan humain, au développement de la didactique des mathématiques en France.

Au travers de témoignages, d'éléments biographiques et d'écrits ou manuscrits d'André Revuz, ce livre tente de dégager des aspects significatifs de sa pensée et de son action.
Il illustre également son héritage scientifique par des exposés de synthèse sur l'état actuel de questions didactiques qu'il avait contribué à faire émerger.

université PARIS DIDEROT PARIS 7

Ldar
Laboratoire de Didactique André Revuz
Mathématiques • Physique • Chimie

Le Laboratoire de Didactique André REVUZ est né en 2009 de l'association des équipes de recherche en didactique des mathématiques et sciences physiques de l'Université Paris Diderot – Paris 7. Il est rattaché aux universités de Paris Diderot, de Cergy-Pontoise, de Paris Est – Créteil et d'Artois.