



HAL
open science

Couplage surfacique non-intrusif de modèles non-conformes pour l'analyse locale-globale de structures hétérogènes

Pierre-Alain Guidault, Maxence Wangermez, Olivier Allix, Oana Alexandra Ciobanu, Christian Rey

► To cite this version:

Pierre-Alain Guidault, Maxence Wangermez, Olivier Allix, Oana Alexandra Ciobanu, Christian Rey. Couplage surfacique non-intrusif de modèles non-conformes pour l'analyse locale-globale de structures hétérogènes. Journée Scientifique et Technique de l'AMAC, Oct 2019, Champs-sur-Marne, France. hal-02337837

HAL Id: hal-02337837

<https://hal.science/hal-02337837>

Submitted on 29 Oct 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Couplage surfacique non-intrusif de modèles non-conformes pour l'analyse locale-globale de structures hétérogènes

Non-intrusive surface coupling of non-conforming models for the global-local analysis of heterogeneous structures

P.-A. Guidault¹, M. Wangermez^{1,2}, O. Allix¹, O. Ciobanu² et C. Rey²

¹ : LMT, ENS Paris-Saclay, CNRS, Université Paris-Saclay
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan Cedex

e-mail : pierre-alain.guidault@ens-paris-saclay.fr, maxence.wangermez@ens-paris-saclay.fr et olivier.allix@ens-paris-saclay.fr

² : Safran Tech, Modelling & Simulation

Rue des Jeunes Bois, Chateaufort, F-78114 Magny-Les-Hameaux

e-mail : oana-alexandra.ciobanu@safrangroup.com et christian.rey@safrangroup.com

Résumé

Une méthode de couplage d'un modèle macroscopique/homogénéisé d'une structure avec un modèle plus « fin », microscopique, de détails localisés est proposée. Elle se base sur un raccord surfacique des modèles qui exploite une séparation micro-macro des quantités d'interface. Afin de prendre en compte des gradients de déformation macroscopique à l'échelle de la zone d'intérêt, une définition de l'espace macroscopique de déplacement d'interface qui s'appuie sur une cinématique second gradient est choisie. L'approche permet d'obtenir dans la zone de détail la solution microscopique qui serait obtenue par homogénéisation au second ordre avec l'avantage de ne pas nécessiter la construction explicite du comportement homogénéisé. Afin de faciliter son utilisation dans les codes industriels, une implémentation non-intrusive de la méthode de couplage est adoptée et est développée dans le code Z-set (ZéBuLoN). Des exemples bidimensionnels de structures hétérogènes simples ou tridimensionnels de composites stratifiés à plis tissés sont étudiés afin d'illustrer les performances de l'approche par rapport aux approches de *submodeling* ou d'analyses locale-globale classiquement utilisées en ingénierie mécanique.

Abstract

A coupling strategy between a macroscopic/homogenized model of a structure and a « finer » microscopic model of some local details is proposed. It is based on a surface linkage of the models that makes use of a micro-macro separation of interface quantities. In order to account for macroscopic strain gradients at the level of the zone of interest, a second order gradient kinematics is chosen to define the macroscopic space for the interface displacements. The approach enables one to obtain the microscopic solution in the detailed zone that would be obtained by second order homogenization with the advantage of no requiring the explicit construction of the homogenized behavior. In order to facilitate its use in industrial softwares, a non-intrusive implementation of the coupling method is adopted and developed in Z-set software (ZéBuLoN). Two-dimensional examples of simple heterogeneous structures and three-dimensional examples of layered composites with woven fabric plies are studied in order to illustrate the performances of the approach compared with submodeling or global-local analysis approaches that are classically used in mechanical engineering.

Mots Clés : couplage surfacique, maillages incompatibles, homogénéisation second ordre, analyse locale-globale

Keywords : surface coupling, non-conforming meshes, second order homogenization, global-local analysis

1. Contexte industriel

L'analyse de l'influence de phénomènes localisés sur le comportement global d'une structure est une question couramment rencontrée en ingénierie que ce soit pour investiguer les effets d'une modification locale sur le dimensionnement d'une pièce ou pour analyser l'effet d'une fissure ou d'un défaut localisé sur la tenue d'une structure saine. Elle conduit généralement à évaluer l'impact d'un modèle localisé plus « fin » sur la réponse globale de la structure obtenue avec un modèle plus « grossier » par une approche locale-globale comme illustrée en

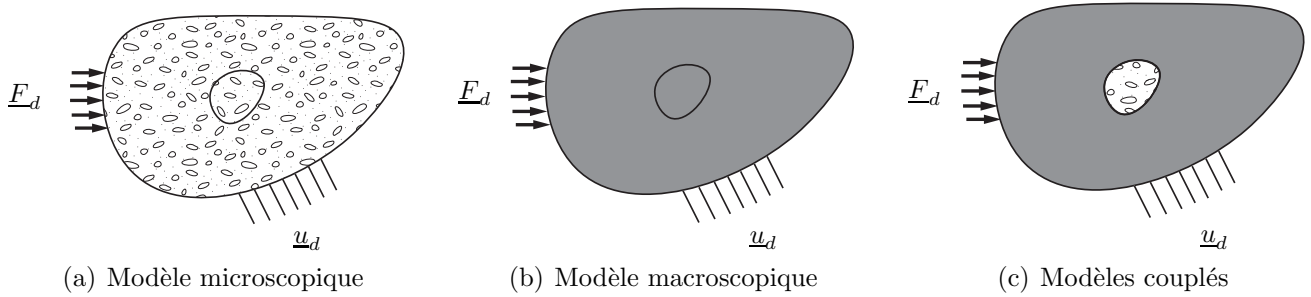


Fig. 1. Différents modèles d'une structure hétérogène

Fig. 1(c) ; un calcul à l'échelle microscopique sur toute la pièce étant généralement hors de portée (Fig. 1(a)). Deux difficultés émergent : celle du choix du comportement macroscopique de la structure (Fig. 1(b)) dans le cas où la définition d'un volume élémentaire représentatif peut ne pas être évidente (pas de séparation des échelles) et celle due au fait que la zone d'intérêt, de taille éventuellement non négligeable par rapport à celle de la structure, peut être soumise à des gradients de déformation relativement importants rendant délicat l'application des techniques d'homogénéisation classiques. Une technique de couplage de modèle basée sur l'homogénéisation au second ordre est ici proposée sans nécessiter la construction explicite du comportement homogénéisé.

2. Couplage surfacique basé sur une cinématique second gradient

Sur une interface γ d'une zone d'intérêt rectangulaire $\Omega_{\mathcal{L}}$ (Fig. 2), le déplacement basé sur une cinématique second gradient [2, 4] peut s'écrire :

$$\underline{W}_{\gamma} = \underline{u}_G^* + (\mathbf{F}_M - \mathbf{I}_d) \cdot d\underline{X} + \mathbf{G}_M : \Delta\underline{X}_G \otimes d\underline{X} + \frac{1}{2} \mathbf{G}_M : d\underline{X} \otimes d\underline{X} + \underline{w} \quad (\text{Eq. 1})$$

où $\Delta\underline{X}_G = \underline{X}_G - \underline{X}_C$ et \underline{u}_G^* est fonction de \underline{X}_G et \underline{X}_C et indépendant de $d\underline{X}$. \mathbf{F}_M et \mathbf{G}_M sont les tenseurs des premier et second gradients macroscopiques constants sur $\Omega_{\mathcal{L}}$. Afin de définir les

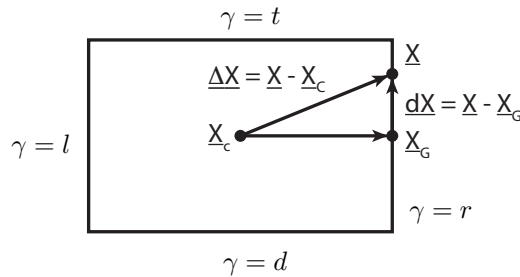


Fig. 2. Zone d'intérêt rectangulaire $\Omega_{\mathcal{L}}$ de centre géométrique \underline{X}_C et interface γ de centre \underline{X}_G

quantités macroscopiques \mathbf{F}_M et \mathbf{G}_M , les conditions d'admissibilité suivantes sur la fluctuation \underline{w} sont classiquement adoptées [2] :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \underline{w}(\underline{X}_C, \underline{X}) & \text{périodique} \\ \int_{\gamma} \underline{w}(\underline{X}_C, \underline{X}) d\Gamma = 0, & \text{sur chaque interface } \gamma \text{ de } \Omega_{\mathcal{L}} \end{array} \right. \quad (\text{Eq. 2})$$

Selon (Eq. 1), le déplacement sur une interface est linéaire et quadratique en $d\underline{X}$ et dépend de la fluctuation \underline{w} . Suivant [3], on introduit pour chaque interface γ un projecteur macroscopique

$\mathbf{\Pi}_\gamma^M$ qui extrait les parties moyenne, linéaire et quadratique du déplacement \underline{W}_γ :

$$\mathbf{\Pi}_\gamma^M(\underline{W}_\gamma) = \underbrace{\mathbf{\Pi}_\gamma^T(\underline{W}_\gamma)}_{\text{constant}} + \underbrace{\mathbf{\Pi}_\gamma^L(\underline{W}_\gamma)}_{\text{linear in } d\mathbf{X}} + \underbrace{\mathbf{\Pi}_\gamma^Q(\underline{W}_\gamma)}_{\text{quadratic in } d\mathbf{X}} = \underline{W}_\gamma^T + \underline{W}_\gamma^L + \underline{W}_\gamma^Q = \underline{W}_\gamma^M \quad (\text{Eq. 3})$$

et tel que \underline{W}_γ^M et son complément microscopique $\underline{W}_\gamma^m = (\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_\gamma^M)(\underline{W}_\gamma)$ soient orthogonaux au sens du produit scalaire suivant :

$$\int_\gamma \underline{W}_\gamma \cdot \underline{F}_\gamma \, d\Gamma = (\underline{W}_\gamma, \underline{F}_\gamma)_\gamma = (\underline{W}_\gamma^M, \underline{F}_\gamma^M)_\gamma + (\underline{W}_\gamma^m, \underline{F}_\gamma^m)_\gamma$$

Les efforts macroscopiques \underline{F}_γ^M peuvent être définis sur la même base macroscopique. On notera que, par définition, \underline{W}_γ^m est à moyenne nulle et vérifie la deuxième condition de (Eq. 2). Par ailleurs, la séparation d'échelle ici proposée implique aussi que \underline{W}_γ^m est à partie linéaire nulle, condition qui n'est pas nécessairement vérifiée par \underline{w} .

Si l'on souhaite que le couplage de la zone locale $\Omega_\mathcal{L}$ et du modèle global $\Omega_\mathcal{G}$ illustré en Fig. 1(c) assure la transmission de la cinématique de second gradient de (Eq. 1), il faut imposer la périodicité de \underline{W}_γ^m et des parties quadratiques pour chaque paire d'interfaces γ^+ et γ^- en vis-à-vis :

$$\begin{cases} \underline{W}_{\mathcal{L},\gamma^+}^m - \underline{W}_{\mathcal{L},\gamma^-}^m = \underline{W}_{\mathcal{G},\gamma^+}^m - \underline{W}_{\mathcal{G},\gamma^-}^m = \underline{0} \\ \underline{W}_{\mathcal{L},\gamma^+}^Q - \underline{W}_{\mathcal{L},\gamma^-}^Q = \underline{W}_{\mathcal{G},\gamma^+}^Q - \underline{W}_{\mathcal{G},\gamma^-}^Q = \underline{0} \end{cases} \quad (\text{Eq. 4})$$

On montre alors que les conditions de couplage suivantes :

$$\begin{cases} \underline{W}_{\mathcal{L},\gamma}^T = \underline{W}_{\mathcal{G},\gamma}^T & \text{pour chaque interface } \gamma \\ \underline{W}_{\mathcal{L},\gamma^+}^L - \underline{W}_{\mathcal{L},\gamma^-}^L = \underline{W}_{\mathcal{G},\gamma^+}^L - \underline{W}_{\mathcal{G},\gamma^-}^L & \text{pour chaque paire d'interfaces } \gamma^+/\gamma^- \\ \underline{u}_{\mathcal{L}}(\underline{A}) = \underline{u}_{\mathcal{G}}(\underline{A}) & \text{en un coin } A \text{ du domaine} \end{cases} \quad (\text{Eq. 5})$$

suffisent pour définir explicitement \mathbf{F}_M et \mathbf{G}_M sur $\Omega_\mathcal{L}$ ainsi que son mouvement de corps rigide. Dans le cas où le modèle global défini sur $\Omega_\mathcal{G}$ est bien le comportement homogénéisé, on obtient bien la cinématique induite par (Eq. 1). Une implémentation non-intrusive de la méthode de couplage [1] est développée dans le code Z-set (ZéBuLoN).

3. Plaque multiperforée soumise à un gradient linéaire de déformation

Une plaque multiperforée (Fig. 3) est soumise à un gradient linéaire de déformation macroscopique en appliquant sur sa frontière $\partial_u \Omega$ le déplacement $\underline{u}_d = \frac{1}{2} \mathbf{G}_0 : \underline{\mathbf{X}} \otimes \underline{\mathbf{X}}$ avec $G_0^{xyx} = 10$, $G_0^{yxx} = 3$, $G_0^{yyy} = 2$, $G_0^{xyy} = 5$, $G_0^{xxx} = -2.52$ et $G_0^{yyy} = -4.49$. Sur la zone locale $\Omega_\mathcal{L}$, une

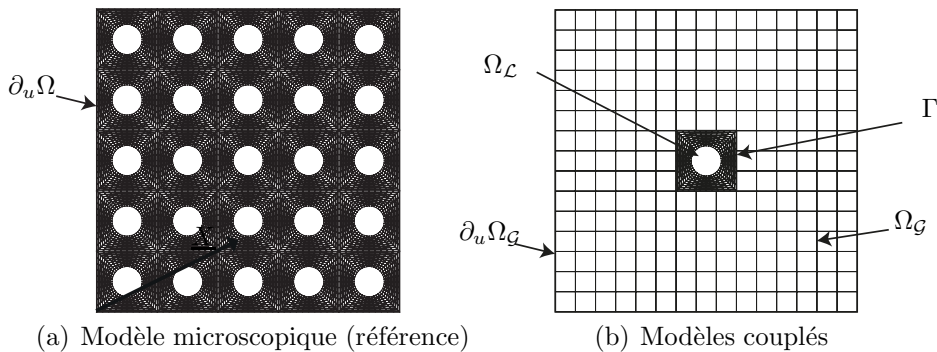


Fig. 3. Modèle microscopique (référence) et modèles couplés d'une plaque multiperforée

erreur e par élément par rapport à la solution de référence associée au modèle de la Fig. 3(a) est définie par :

$$e_{ele} = \frac{\|\underline{u}_\mathcal{L} - \underline{u}_{ref}\|_{ele}^2}{\|\underline{u}_{ref}\|_{VER}^2}$$

où $\|\underline{u}_{\mathcal{L}} - \underline{u}_{ref}\|_{ele}^2 = \frac{1}{2meas(ele)} \int_{ele} \underline{\varepsilon}(\underline{u}_{\mathcal{L}} - \underline{u}_{ref}) : \mathbf{K}_{\mathcal{L}} : \underline{\varepsilon}(\underline{u}_{\mathcal{L}} - \underline{u}_{ref}) d\Omega$ avec $\mathbf{K}_{\mathcal{L}}$ le tenseur de Hook sur $\Omega_{\mathcal{L}}$. La Fig. 1 montre qu'un couplage classique mortar (multiplicateur discrétisé sur le maillage du modèle grossier) conduit à des niveaux d'erreur très importants et fortement dépendants de la discrétisation du modèle grossier contrairement à la méthode de couplage proposée.

Maillages				
Raccord mortar				
Erreur max.	$e_{ele}^{max} = 150\%$	$e_{ele}^{max} = 10\%$	$e_{ele}^{max} = 35\%$	$e_{ele}^{max} = 38\%$
Raccord proposé				
Erreur max.	$e_{ele}^{max} = 3.69\%$	$e_{ele}^{max} = 2.06\%$	$e_{ele}^{max} = 2.21\%$	$e_{ele}^{max} = 2.25\%$
Echelle	 0% 5% 10%			

Tab. 1. Carte d'erreur e_{ele} sur la zone locale $\Omega_{\mathcal{L}}$

Références

- [1] Pierre Gosselet, Maxime Blanchard, Olivier Allix, and Guillaume Guguin. Non-invasive global–local coupling as a schwarz domain decomposition method : acceleration and generalization. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 5(4), 2018.
- [2] Varvara G. Kouznetsova, Marc Geers, and W. A. M. Brekelmans. Size of a representative volume element in a second-order computational homogenization framework. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 2(4) :575–598, 2004.
- [3] P. Ladevèze, O. Loiseau, and D. Dureisseix. A micro–macro and parallel computational strategy for highly heterogeneous structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 52(1–2) :121–138, 2001.
- [4] Fermin Otero, Sergio Oller, and Xavier Martinez. Multiscale computational homogenization : Review and proposal of a new enhanced-first-order method. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 25(2) :479–505, 2018.