



**HAL**  
open science

# La démarche de Jean Nicod - résumé de la thèse La géométrie dans le monde sensible

Catherine Recanati

► **To cite this version:**

Catherine Recanati. La démarche de Jean Nicod - résumé de la thèse La géométrie dans le monde sensible. 1992. hal-02331878v1

**HAL Id: hal-02331878**

**<https://hal.science/hal-02331878v1>**

Preprint submitted on 24 Oct 2019 (v1), last revised 10 Mar 2021 (v3)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright

# La démarche de Jean Nicod - résumé de *La géométrie dans le monde sensible*

Catherine Recanati

LIPN - UMR7030, CNRS - Université Paris13, Avenue J-B. Clément,  
F-93430 Villetaneuse, France  
Catherine.Recanati@lipn.univ-paris13.fr

**Abstract.** This paper is an overview of J. Nicod's PhD *La géométrie dans le monde sensible* (1923, supervised by B. Russell). J. Nicod proposes an original approach for the axiomatization of physics. His approach, though incontestably logical and mathematical, consists in building the axioms on primitive notions that are simple and cognitively plausible (based on sense data). It is particularly interesting from a methodological point of view, and could help modeling in artificial intelligence and knowledge representation.

**Keywords:** Logic, axiomatization, geometry, time and space representation, cognition, knowledge representation in artificial intelligence.

**Résumé.** Cet article est un résumé de la thèse de J. Nicod *La géométrie dans le monde sensible* (1923, effectuée sous la direction de B. Russell). J. Nicod y propose une approche originale pour l'axiomatisation de la physique. Sa démarche, bien qu'incontestablement logique et mathématique, consiste à construire les axiomes sur des notions primitives simples, et cognitivement plausibles (basées sur les données des sens). Son approche est particulièrement intéressante d'un point de vue méthodologique, et constitue un exemple à suivre pour la modélisation en intelligence artificielle et en représentation des connaissances.

**Mots-clés :** Logique, axiomatisation, géométrie, cognition, représentation du temps et de l'espace, représentation des connaissances en intelligence artificielle.

## 1 Préambule

Ce texte a été écrit en 1992 pour fournir un résumé de la thèse de J. Nicod (1923, dirigée par B. Russell) "*La géométrie dans le monde sensible*", aux partenaires du projet<sup>1</sup> CogniSeine "Modélisation cognitive de la représentation du temps et de l'espace dans la compréhension et la production du langage". N'étant pas destiné à la publication mais à la communication entre les différents partenaires du projet lors de sa soumission, nous prions le lecteur d'excuser le manque parfois de références ou citations explicites, ou celui d'explication sur certaines notions introduites par Nicod. Mais si l'on s'intéresse à la thèse, non pas en tant que modélisateur, mais en tant qu'épistémologue ou historien des sciences, il est de toute manière préférable de lire ensuite le texte original.

---

<sup>1</sup> Une collaboration Crea (R. Carter), Lipn (C. Recanati) et Dassault aviation (P. Zablit).

## 2 Résumé de la démarche de Jean Nicod

Dans sa thèse *La géométrie dans le monde sensible* (1923), Jean Nicod propose une nouvelle approche pour l'axiomatisation de la physique.

Les géométries abstraites posent en effet l'existence *a priori* d'entités primitives et de relations, sans justifier leur introduction. On voit apparaître ainsi plusieurs systèmes d'axiomes inséparables, c'est-à-dire vrais des mêmes réalités, qui sont cependant incompatibles car fondés sur des entités structurellement incompatibles. Comment choisir alors entre ces différents systèmes ? Par exemple, comment choisir la notion primitive de point par opposition à celle de volume alors que, contrairement aux termes logiques ordinaires, les termes de "point", "droite" et "distance" nous sont entièrement inconnus mais figureront alors dans une géométrie abstraite dans quelques propositions initiales<sup>2</sup>.

De tels systèmes peuvent être comparés sur leur simplicité formelle : le nombre d'axiomes, leur simplicité, le nombre de primitives, etc. Ce sont des critères de *simplicité intrinsèque*. Cette simplicité qualifie la forme du système logique et n'a rien à voir avec la simplicité des sens que peuvent prendre les expressions primitives du système. Ce second type de simplicité, qualifiée par Nicod de *simplicité extrinsèque*, est d'une toute autre nature et relative au domaine d'interprétation. Cette simplicité du sens des expressions du système caractérise en fait l'adéquation du système logique au domaine d'interprétation considéré.

La question posée par Nicod est la suivante : Existe-t-il une forme de géométrie (i.e. un système d'entités primitives et d'axiomes les articulant) qui soit plus simple que les autres *extrinsèquement* pour décrire le domaine de la physique ? Pour répondre à cette question, il propose, partant de données psychologiques et empiriques, de trouver d'abord les termes physiques *sensibles* et les relations fondamentales entre ces termes, pour construire ensuite différentes géométries fondées sur ces termes. Sa démarche est tout-à-fait originale, et s'oppose à celle de Whitehead qui part pourtant de la même observation dit Russell dans la préface à la publication de la thèse.

Selon Russell, si l'on regrette que les systèmes logiques de géométrie ne fondent leurs entités de base (droite, point, plan) sur aucune notion psychologique particulière, deux corrections sont envisageables: partir d'un système mathématique achevé (une géométrie euclidienne basée sur les points par exemple) pour rétrograder vers des entités plus proches de la perception sensible (comme par exemple les volumes). C'est la méthode dite de *l'abstraction extensive* développée par Whitehead. Mais on peut aussi bien adopter une démarche inverse, consistant à partir des données sensibles de la perception, et s'efforcer d'atteindre ensuite aux diverses géométries pouvant être logiquement fondées sur elles.

---

<sup>2</sup> Il y sera mentionné par exemple la classe des "points", la relation de 3 points "en droite ligne", et la relation de 2 couples de points "séparés par une même distance". Ces expressions permettront ensuite d'introduire d'autres termes, comme celui de "sphère", considéré alors comme une abréviation pour la "classe de points séparés d'un certain point par une même distance".

Dans une première partie intitulée "L'ordre géométrique", Nicod expose d'abord la nature profondément logique de la géométrie pure, puis le rapport formel qui peut exister entre plusieurs géométries comme celle des points ou des volumes, pour en conclure qu'elles ne sont que les facettes d'une même géométrie. Mais il ajoute aussi que ces solutions arithmétiques ne l'intéressent pas, car si l'on convient "d'appeler tout système de sens rendant vrais les axiomes d'une géométrie un *espace* ... ce n'est pas dans le domaine des idées pures que nous voulons voir se refléter l'ordre géométrique, mais dans la nature sensible".

Il aborde ensuite la partie intitulée "Les termes et les relations sensibles" dans laquelle il commence par analyser de manière fine les relations spatio-temporelles, et construit peu à peu la notion de *terme sensible* au moyen de diverses notions et relations. C'est l'ensemble de ces relations que nous listons dans notre prochaine section. Nicod porte ici toute son attention sur la simplicité des relations et des termes envisagés d'un point de vue cognitif. C'est le caractère immédiat et indécomposable des termes qui est mis en avant, qu'il s'agisse des données perceptuelles (les données sensibles) ou des relations conceptuelles qui les lient.

Une fois dégagées les relations primitives ayant trait à la représentation du temps et de l'espace, il envisage divers systèmes permettant de construire un espace. Nous présentons cette partie dans la section 4. Il montre, par l'intermédiaire d'expériences de pensée, comment différents sens primitifs (comme l'ouïe et la kinesthésie par exemple) peuvent se combiner entre eux pour aboutir à une construction euclidienne de l'espace, ou comment, à partir de deux groupes de relations différents, on aboutit en fait à la même géométrie.

Ces constructions sont des systèmes logiques, dont Nicod montrent qu'elles constituent des "solutions" à un système de géométrie abstrait traditionnel. Il s'agit de mettre en correspondance le système euclidien abstrait et un système sensible, en exhibant une relation de congruence et une classe de points au sein d'un système sensible. Il cherche ici (contrairement à l'ordinaire) à donner un sens aux termes abstraits à partir de primitives sensibles, non mathématiques, fondées sur des données empiriques. Il justifie ainsi la consistance du système euclidien abstrait, en montrant l'existence d'une solution non mathématique à ce système dans le monde sensible.

Le fait que ces constructions soient effectuées à partir d'exemples simples et minimalistes est une caractéristique méthodologique importante de sa thèse. Nous défendons que cette approche (commune dans l'élaboration des théories mathématiques) montre également l'exemple à suivre pour la modélisation de théories en intelligence artificielle, comme celles des systèmes complexes comportant des représentations hétérogènes (linguistiques et analogiques ou iconiques).

### **3 Les termes et les relations sensibles**

Nous ne rapporterons pas ici la subtilité des discussions portant sur les termes sensibles et les relations sensibles retenues, ni sur les choix théoriques les justifiant. Nous renvoyons le

lecteur intéressé au chapitre introductif de Nicod "Les relations spatio-temporelles indépendante de la distinction de l'étendue et de la durée, la notion de terme sensible". Notre section 3 doit plutôt être considérée comme une liste des relations retenues, pouvant servir de support dans la modélisation de systèmes de représentation en intelligence artificielle, ou en sémantique du langage.

### 3.1 Les relations spatio-temporelles

Nicod remarque d'abord que toutes les relations spatio-temporelles ne sont pas décomposables en termes de relations spatiales d'une part et temporelles d'autre part. De même qu'il existe une relation d'inclusion spatiale et une relation d'inclusion temporelle, il existe selon lui une *relation d'intériorité spatio-temporelle* indécomposable<sup>3</sup>.

Même si l'intériorité spatio-temporelle de données a et b entraîne à la fois l'inclusion spatiale (des étendues de a et b) et l'inclusion temporelle (des durées de a et b), la réciproque n'est pas vraie, comme le montre l'existence des objets mobiles pour lesquels l'inclusion spatiale est intrinsèquement liée au temps et ne détermine plus l'intériorité spatiale.

Dans cette famille de relations proprement spatio-temporelles, Nicod considère :

- L'intériorité spatio-temporelle
- La pénétration spatio-temporelle
- L'extériorité spatio-temporelle
- La continuité spatio-temporelle

### 3.2 Les relations temporelles et l'hypothèse des durées

Il distingue de manière analogue quatre relations temporelles sur ses données sensibles :

- L'inclusion temporelle (relation pendant)
- L'interférence temporelle (quand l'une des donnée commence avant que l'autre finisse)
- La séparation (non interférence)
- La prolongation (quand l'une des donnée commence juste alors que l'autre finit)

Mais il souligne l'existence d'autres relations temporelles importantes, comme la simultanéité et les relations de précédence.

- La simultanéité (deux données commençant et finissant ensemble)

Pour la simultanéité, il observe que sa principale propriété est de *transmettre toutes les relations temporelles*. Cette remarque lui permettra plus tard de montrer des équivalences entre diverses géométries sensibles.

• Les relations de précédence, qui peuvent apparaître dans les cas de non inclusion énumérées précédemment.

---

<sup>3</sup> "Je suis du regard le vol d'un aigle qui traverse mon champs de vision d'un glissement lent et continu, dont je saisis l'ensemble comme un seul terme visuel. Au milieu de son parcours, l'aigle a donné un seul coup d'aile. Entre l'événement qu'a été pour moi ce coup d'aile et l'événement plus vaste qu'a été pour moi le vol de l'oiseau, je saisis un rapport très clair et sans doute très simple que j'exprime en disant que le premier de ces deux termes sensibles est intérieur au second".

Ces relations de précédence coïncident en extension avec les cas de séparation, prolongation ou d'interférence indiqués plus haut, mais Nicod tient à les en distinguer. Il s'agit de

- La succession entière (séparation)
- La succession immédiate (prolongation)
- La succession partielle (interférence)

Signalons également à propos des termes et relations temporelles retenues, deux conceptions classiques de la durée qu'il rejette, en faveur d'une durée sensible<sup>4</sup>, conçue comme une classe de données.

1. L'hypothèse des *durées-êtres* (ou doctrine du temps absolu) selon laquelle les durées sont des entités simples qui participent à la définition de toutes les relations temporelles - une relation temporelle entre deux termes sensibles se ramenant alors toujours à une relation entre leurs durées.

Cette conception, rejetée par Nicod, correspondrait aujourd'hui aux systèmes ayant choisi de représenter le temps par des intervalles. Nicod préfère la théorie selon laquelle la durée d'un terme représente "la classe de tous les termes sensibles simultanés à ce même terme, incluant ce terme lui-même" (les *durées-classes*). Cette conception préserve l'observation que la simultanéité conserve toutes les relations temporelles et présente l'avantage d'économiser les termes simples.

2. La réduction des relations temporelles à une seule: la précédence. Même si cette réduction est possible formellement, une telle construction ne rendrait pas compte du fait que les relations temporelles entre termes sensibles sont appréhendées *directement* entre ces termes. L'argument de Nicod est le suivant : pour traduire l'inclusion temporelle "a pendant b" en termes de précédence, il faudrait postuler l'équivalence :

$$a \text{ pendant } b \Leftrightarrow \text{tout } x \text{ qui précède } a \text{ suit } b \text{ et tout } x \text{ qui suit } b \text{ suit } a$$

Or, argumente Nicod, le second membre de l'équivalence contient une quantification sur un terme x qui n'apparaît pas dans le premier membre. Nicod objecte alors qu' "*aucune définition qui ramène une relation parfois constatable à une relation complexe intéressant tous les membres d'une classe infiniment plus nombreuse n'en exprime le véritable sens*". Au mieux le second membre peut-il être inféré de l'existence de la relation du premier membre.

Nicod retient donc finalement toutes les relations introduites précédemment et envisage les axiomes suivants :

- La simultanéité transmet toutes les relations temporelles
- Deux termes sensibles sont toujours liés par l'une quelconque des relations temporelles
- L'inclusion temporelle est transitive
- La succession entière est transitive et asymétrique
- La simultanéité est transitive et symétrique

---

<sup>4</sup> Remarque: Nicod ne considère pas ici la notion de durée comme mesurable.

### 3.3 Les relations de ressemblance

Nicod expose ensuite sa conception des relations de ressemblance, sur laquelle il va fonder le groupe des relations spatiales.

#### 3.3.1 Ressemblance globale

Il y a plusieurs sortes de ressemblances. La ressemblance entre deux termes est une relation qui peut être parfaite, mais qui peut aussi avoir des degrés. Il faut donc distinguer la ressemblance globale parfaite et la simple ressemblance globale entre deux termes qui peut avoir des degrés.

Mais la notion de degrés peut elle aussi s'entendre de plusieurs manières. On peut comparer deux termes directement, mais il existe aussi des ressemblances indirectes, comme la ressemblance entre deux choses pour lesquelles on éprouve le même type de sentiment.

Comparer la manière dont deux termes b et c ressemblent à un même terme a (i.e. comparer les mesures de ressemblance  $aR_b$  et  $aR_c$ ), peut signifier que l'on compare directement a à b et à c selon la même relation de ressemblance globale. Cependant la phrase "a ressemble plus à b qu'à c" peut aussi s'employer de manière relative - les ressemblances de a à b et à c n'étant pas calculées de manière indépendante, mais à partir de la donnée des trois termes. La relation de ressemblance utilisée ici s'oppose à la simple ressemblance globale entre deux termes et est qualifiée par Nicod de *relation d'ordre de ressemblance* car elle introduit un ordre dans les relations de ressemblances entre termes.

Selon Nicod, toute relation de ressemblance peut finalement se diviser en un trio de ressemblances : une ressemblance pure et simple entre deux termes, une ressemblance parfaite (sorte d'identité), et un ordre de ressemblance entre trois termes (a ressemble globalement plus à b qu'à c).

#### 3.3.2 Ressemblances partielles (ressemblance qualitative et ressemblance locale)

Les ressemblances partielles sont des ressemblances sur une qualité particulière. Ainsi, pour un sens comme l'ouïe, on pourra distinguer que deux sons se ressemblent selon le timbre, la hauteur, ou l'intensité. Pour un sens comme la vue, on distinguera la *ressemblance locale* (localisation), et des *ressemblances qualitatives* comme la couleur, la brillance, la texture.

Nicod reprend les distinctions introduites à propos de la ressemblance globale et divise les ressemblances partielles en trois relations :

- La ressemblance pure et simple (entre deux termes selon un trait particulier). Comme l'objet A (orange) ressemble à l'objet B (jaune d'or) selon la couleur; ou encore, l'objet A est proche de l'objet B (ressemblance locale).
- La ressemblance parfaite (sorte d'identité du trait donné pour deux termes). Comme l'objet A (orange) ressemble parfaitement à l'objet B (orange) selon la couleur. L'objet A est au même endroit que l'objet B.
- L'ordre de ressemblance entre trois termes. Comme l'objet A (vert) ressemble plus à l'objet B (bleu) qu'à l'objet C (orange). A est plus proche de B que de C.

La ressemblance locale possède cependant la particularité de pouvoir s'associer à d'autres ressemblances qualitatives. Cette propriété d'associabilité donne une richesse particulière aux sens de la vue et du toucher (par opposition aux sens olfactif et kinesthésique, qui n'ont en quelque sorte qu'une seule dimension) :

"... ce qui importe, c'est l'existence d'une ressemblance locale et d'une ressemblance qualitative qui divergent, c'est la présence de deux réseaux de ressemblances qui se croisent, classant les données de deux manières différentes. Le toucher et la vue possèdent seuls cette richesse de structure. C'est pourquoi ils donnent des géométries particulièrement intéressantes."

### 3.4 Les relations spatiales : relations du groupe de la ressemblance locale

Les relations spatiales sont introduites alors comme le groupe des relations transmises par une ressemblance particulière: la ressemblance locale parfaite. Ce groupe de relations est tout-à-fait analogue à celui des relations temporelles. (La ressemblance locale est analogue à la simultanéité temporelle: elle traduit l'identité spatiale comme la simultanéité traduit l'identité temporelle).

Nicod distingue d'abord les relations spatiales suivantes :

- La ressemblance locale parfaite
- L'inclusion
- L'empiétement
- La séparation locale

Il introduit en outre des relations de positions. Ces relations font partie du même groupe, car elles transmettent la ressemblance locale (comme les relations temporelles transmettent la simultanéité), mais elles n'ont pas d'analogues temporels. Il s'agit de :

- L'alignement
- L'égalité d'écartement (angulaire)

Nicod ne considère pas les relations de positions comme essentielles (contrairement à la plupart des géométries abstraites), car elles peuvent être éliminées au profit des rapports formés avec les autres relations. Les relations de positions dupliquent donc en quelque sorte l'ordre spatial déjà introduit par la combinaison d'autres relations. Ce point sera illustré plus loin sur un exemple concret.

## 4 Quelques géométries sensibles

Dans des expériences de pensée où il imagine des êtres doués de quelques sens restreints (c'est-à-dire en ne leur permettant de distinguer que quelques unes des relations précédentes), Nicod cherche à caractériser l'espace que de tels êtres pourraient construire, c'est-à-dire les *notions* qu'ils seraient capables de faire émerger, et les lois de l'univers qu'ils pourraient alors découvrir sur ces notions. Nous conseillons vivement au lecteur intéressé de lire le très beau texte de Nicod pour en savoir plus.



Ces constructions sont des systèmes logiques, dont Nicod montrent qu'ils constituent des solutions à un système de géométrie euclidienne abstrait traditionnel. Ici Nicod considère le système euclidien abstrait constitué d'une classe de points  $P$ , d'une relation de congruence  $C$  entre deux couples de points, et d'un groupe d'axiomes  $G(P, C)$  faisant intervenir les points et la relation de congruence. Trouver une solution de ce système dans la nature sensible revient, "à partir d'un ensemble de termes sensibles  $S$ , de relations sensibles  $R_1, \dots, R_N$  et de lois inductivement probables  $E(S, R_1, \dots, R_N)$ , à déterminer une relation de congruence  $C_0$  et une classe de points  $P_0$  telles que  $G(P_0, C_0)$  soit déterminé par  $E(S, R_1, \dots, R_N)$ . Il s'agit de mettre en correspondance le système euclidien abstrait et un système sensible, en exhibant une relation de congruence et une classe de points au sein d'un système sensible".

Dans chacun des mondes qu'il imagine, Nicod ne fait figurer qu'un petit nombre de relations et montre que ces relations suffisent à fournir des solutions au système de la géométrie euclidienne des points et de la congruence. Parmi les groupes de relations utilisées figurent en particulier: le groupe de l'association de la succession temporelle et de la ressemblance globale, celui des relations de positions, ainsi que le groupe des ressemblances locales, quantitative et temporelle. Nicod montre au passage l'équivalence des deux derniers systèmes sensibles du point de vue de la géométrie spatiale introduite.

#### 4.1 Géométries de la succession et de la ressemblance globale

Nicod envisage un individu qui se déplacerait sur une ligne quelconque, ouverte et simple, et qui entendrait après chaque déplacement effectué un son différent, comme le ferait un animal aveugle se déplaçant sur un piano. La succession des sons engendre ici un ordre total, c'est-à-dire l'ordre défini par une relation asymétrique, transitive et connectée<sup>5</sup>. L'ordre introduit par la relation de ressemblance entre deux sons (les notes) est différent: il est symétrique et non connecté. Il n'ajouterait rien à l'ordre de la succession des sons si le mobile se déplaçait toujours dans le même sens. Mais si on l'autorise à rebrousser chemin et à se mouvoir aléatoirement, le sujet de l'expérience observera un nouvel ordre, induit par la relation de ressemblance entre deux sons.

"La succession classe tous les sons en une série unique. La ressemblance forme, d'autre part, des classes de sons semblables entre eux mais différents de tous les autres. Or ces classes de sons semblables ont leurs membres dispersés dans l'ordre du temps: *la double structure qui s'introduit de ce fait est peut-être le trait le plus fondamental de la nature sensible. Ce mélange de succession et de ressemblance forme toute la physique*".

Le sujet pourra alors observer des lois de disposition des notes qui reflèteront également l'ordre linéaire. La nature géométrique de la ligne permet en effet d'affirmer que si l'on en considère trois tronçons, il y en a toujours un qui se trouve entre les deux autres. De la même manière, si l'on considère trois notes quelconques, il y en aura toujours une qui se trouvera située entre les deux autres. L'ordre ainsi induit entre les notes est donc le même que celui introduit entre les sons, mais il s'exprimera plus simplement en termes de notes. On peut ainsi faire apparaître une nouvelle relation: la relation de coupure entre trois notes ou

---

<sup>5</sup> Une relation  $R$  est connectée (ou connexe) quand  $a$  différent de  $b \Rightarrow aRb$  ou  $bRa$

relation "entre", ici indépendante de l'ordre de parcours :

$$E(xyz) \Leftrightarrow ((xy) \text{ et } (yz)) \text{ ou } ((zy) \text{ et } (yx))$$

Ces deux relations (coupure et ordre linéaire des sons) donnent toute la description de la géométrie de la ligne. On y voit ici une autre forme du relativisme logique car la géométrie (réduite ici à l'ordre d'une ligne simple) peut s'y exprimer deux fois : une fois en termes de sons, avec la relation de succession, et une seconde fois en termes de notes avec la relation "entre". Cependant, l'ordre des sons illustre une propriété générale du temps sensible dans cet univers, alors que l'ordre des notes n'illustre qu'une propriété particulière de la trajectoire empruntée.

Une construction similaire peut être développée pour une ligne multiple, en la fragmentant en tronçons que Nicod appellera séquences (ce sont des segments). Ainsi, si la ligne forme un Y ou un T, elle pourra être décomposée en trois séquences jointes par une note que le sujet pourra qualifier de multiple (elle a plusieurs voisines possibles ce qui permet différents branchements). Une construction similaire à celle effectuée sur une ligne simple pourra alors être fondée sur la notion de séquence : dans toute suite de sons appartenant aux notes d'une même séquence, il y aura toujours une de trois notes quelconques qui séparent les deux autres. On peut aussi définir différents types de séquences : les séquences isolées, les séquences intérieures et les séquences closes. Pour un sujet dont la ligne multiple serait isomorphe à un H, la théorie sera la suivante : l'univers est fait de sons ; les sons par leur ressemblance forment des notes, et l'ensemble des notes se décompose en deux notes multiples reliées par une séquence intérieure, et voisines de deux séquences isolées. (Pour décrire un 8, il faudrait utilisé la notion de séquence close).

Dans le monde précédent (où les retours en arrière ne sont pas perçus par un sens kinesthésique), les relations entre les notes ne sont pas perçues comme des relations entre des choses, mais comme des relations entre espèces. Le découpage de la ligne en sections différentes ne sera pas perçu comme un découpage en différentes unités, mais comme l'énoncé des caractéristiques d'espèces différentes. En effet, la forme de la trajectoire n'est pas envisagée par le sujet comme un fait individuel. Seules les relations abstraites entre les notes en rendent compte. Mais les rapports entre les notes ne traduisent pas pour ce sujet des rapports entre objets. Par contre pour nous, qui nous représentons les sections de manière individuelle (à cause de notre concept de trajectoire), nous voyons dans les notes un rapport moins abstrait que l'expression de la simple ressemblance. Mais pour le sujet de cette expérience, dit Nicod, la chose et l'espèce sont confondues.

Pour faire toucher du doigt la complexité de la notion de *chose*, Nicod complique encore un peu l'univers précédent. Sur une ligne ouverte et simple, il construit la notion de suite de notes symétriques, bâtie sur l'idée d'un retour de sons semblables, lors d'un parcours inverse (cette notion est destinée à palier l'absence de données kinesthésiques permettant de percevoir le retour à une position antérieure). Une suite symétrique sera une suite de sons répartie de part et d'autre d'un son central de manière que les sons qui le précèdent et ceux qui le suivent (d'un même nombre) soient semblables. Les passages successifs sur la même section sont caractérisés par le fait qu'un son et un son semblable seront séparés par des sons joués en ordre inverse. Si on appelle alors *unité* un tel son, cette notion pourra se substituer à

celle de note et permettra de faire réapparaître l'ordre linéaire, dont les éléments seront maintenant groupés par unité. Cette fois, le sujet pourra énoncer la loi : de trois unités quelconques, il en est une qui est située entre les deux autres. Lorsque la fonction d'ordre passe ainsi des notes aux unités, on se rapproche un peu de la notion de chose. En effet, le classement des sons en unité ne se fonde plus sur leurs seules qualités respectives, mais sur le contenu tout entier de la durée sensible qui les sépare.

Nicod envisage ensuite un univers plus général de surfaces et observe que grâce à un pavage, le même genre de construction peut être conduit. La géométrie qui s'y reflète est encore une géométrie topologique.

Il considère ensuite le cas d'un individu doté d'un sens kinesthésique parfait et se déplaçant sur un plan. La différence d'avec l'expérience précédente tient tout d'abord au type des données qui lui parviennent. Cette différence pourrait paraître négligeable, car pour un observateur errant dans un monde immuable, la ressemblance de données marque le retour en un même lieu, alors que le retour de deux données kinesthésiques marque le retour d'un même changement de lieu. Là encore Nicod montre comment les retours de liens de ressemblance globale à travers la succession temporelle peuvent permettre d'élaborer une géométrie. Il lui suffira de rajouter la possibilité de reconnaître une position particulière grâce à la perception d'un repère (sonore par exemple), pour construire, à partir des sensations de retour à cette position initiale et à l'aide de diverses définitions de séquences de mouvement, toute la géométrie plane des déplacements. Nicod définit, à la suite d'un long développement, la connexion de deux couples de points (sorte de points homologues, i.e. séparés par une même distance et transformables l'un dans l'autre par une translation). Cette définition permet de retrouver toute la géométrie des points et de la congruence de points.

Cette dernière géométrie est donc plus complète que celles des constructions précédentes. Cela tient en partie au fait que l'on a introduit en sus des sensations purement internes (retour de la même sensation), celle d'une sensation externe (retour à une position extérieure). Nicod se demande alors si les relations de positions sont toujours nécessaires pour obtenir toute la géométrie. Et il va montrer que non.

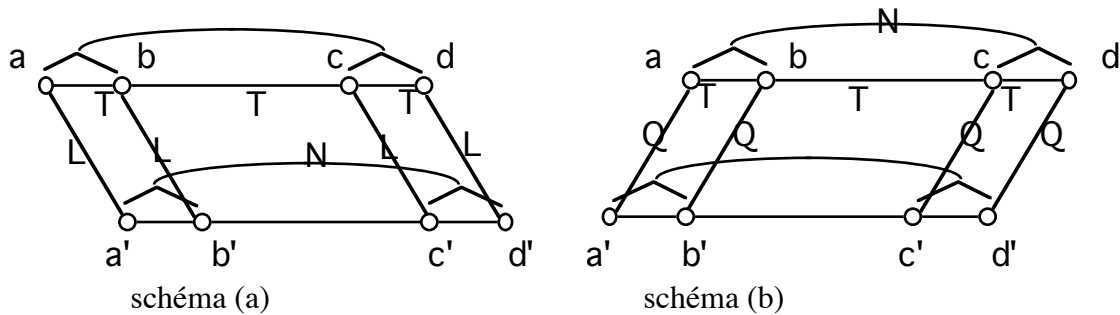
## **4.2 Relations de position, simultanété et ressemblances**

Bien que déjà fort intéressantes, les géométries fondées sur une seule relation de ressemblance ne peuvent avoir la richesse des géométries produites par un sens multiple comme la vision. Un son n'est qu'un retour de la même note (premier exemple), une donnée kinesthésique qu'un retour d'une même sensation (deuxième exemple). Par contre une donnée visuelle est la donnée simultanée d'une localisation et d'une qualité. Car un terme visuel est qualifié à la fois par sa place (sa localité) et sa couleur (sa qualité). La vision permet donc d'établir des relations plus intéressantes, comme les relations de position, où l'ordre de la succession temporelle ne joue plus aucun rôle. Nicod va alors montrer que même si les relations de positions sont les plus simples pour construire une géométrie, les relations de ressemblances temporelle, locale et qualitative, suffisent à construire toute la géométrie plane, car les relations de positions peuvent être ramenées à des combinaisons complexes de ressemblances liées dans une expérience passée.

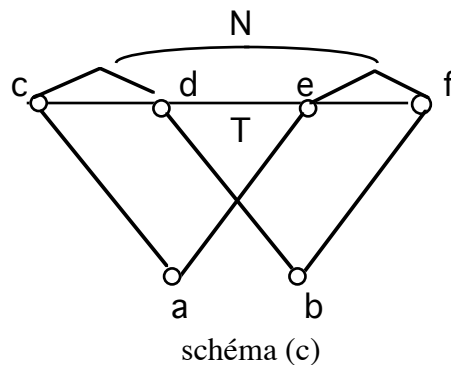
Nicod a distingué en effet trois relations de ressemblances (parfaites)

- La ressemblance locale (L)
- La ressemblance qualitative (Q)
- La ressemblance temporelle (T)

Il va montrer que ces trois ressemblances permettent de définir trois classes de termes sensibles, selon qu'ils se ressemblent par l'une ou l'autre de ces relations. Ainsi apparaissent, avec la ressemblance locale L, la classe des lieux sensibles, avec la ressemblance qualitative Q, la classe des objets, et enfin avec la ressemblance temporelle T la classe des vues. La connexion de deux points introduite précédemment (intuitivement deux points dessinant des vecteurs parallèles) sur laquelle se fonde toute la géométrie des positions, se transmet d'une vue à d'autres vues, à la fois par ressemblance locale et par ressemblance qualitative. On peut traduire cela par les schémas (a) et (b).



Le schéma (c) exprime le fait que dans un tel monde, supposé immuable, la relation de connexion entre couple de points peut se traduire en terme des relations de ressemblances L, Q et T uniquement. La relation fondamentale de congruence de points peut donc en fait être entièrement déterminée par les trois relations de ressemblances.



Nicod discute ensuite la nature des différents espaces géométriques que le sujet d'une telle expérience de pensée peut concevoir: espace des vues, espace des lieux sensibles et espace des objets. Il souligne que le sujet peut retrouver la même géométrie de différentes manières. D'abord au sein d'une seule vue initiale, avec la congruence de points (où les points seraient

les données élémentaires de cette vue) et la relation de connexion que nous avons déjà indiquée, et ensuite de la même manière dans chacune des vues suivantes. Il retrouve ensuite cette géométrie dans l'ensemble des classes de données sensibles groupées par ressemblance locale, c'est-à-dire dans les lieux sensibles. Les points sont alors de telles classes, avec pour congruence N1, relation de deux couples de lieux sensibles dont les membres dans toute vue forment deux couples connexes. La géométrie s'illustre encore dans la classe des objets (les points) avec la congruence N0 dont les membres dans toutes vues forment des couples connexes, puis dans les classes de vues, prises parmi toutes les vues possibles, et ordonnées selon une relation de congruence adéquate.

Le sujet de cette expérience pourrait s'interroger sur la nature de cette géométrie, qu'il retrouve partout dans l'univers. Mais, il n'y a rien là de très profond, car c'est simplement que les propriétés formelles des relations proposées étant identiques, elles permettent toujours d'élaborer la même construction. Il y a donc bien plusieurs espaces, mais le fait qu'ils soient formalisés à l'aide du même symbolisme ne leur donne en fait aucune unité. Cela n'engage pas réellement le monde, car l'adéquation d'un symbolisme à l'objet représenté n'a pas toujours la même richesse.

Nicod commente les différentes notions apparues ici et leurs liens: notions d'espace de lieux sensibles, d'espace des objets, d'espace des vues, avec indépendance de l'ordre des vues et de l'ordre des objets. Il commente ensuite l'élimination des relations de positions avant d'illustrer ses propos sur un dernier exemple.

### **4.3 Géométrie des perspectives**

Dans le dernier exemple, celui de la géométrie des perspectives, Nicod ne considère que les trois relations de ressemblances, et six objets dont trois, a, b, et c sont alignés. Dans ce nouvel univers, Nicod suppose qu'on ne peut plus distinguer entièrement les différents lieux sensibles, mais seulement percevoir ceux qui sont dans la même direction. (Il imagine que les objets sont perceptibles mais transparents, ce qui fait qu'on ne peut savoir, quand ils se trouvent dans la même direction, lequel est devant l'autre).

Il illustre alors en détail ce que seront ici les différents espaces découverts par le sujet. Il montre comment peut être construit la notion de famille de vues parallèles, et comment on peut construire un nouvel espace, l'espace des points de vues. Dans cet univers, et contrairement à ce qui se passait avec une vue tridimensionnelle (où les objets formaient un espace, et les vues un autre espace totalement indépendant), il existe un lien entre l'espace des objets et l'espace des points de vues. Un objet pourra en quelque sorte être lié à toutes les vues formant le spectacle de l'univers vu de cet objet. Il est remarquable qu'on puisse dans un univers purement visuel immuable attacher une classe de vues à un objet indépendamment de toute causalité, car dans cet univers, l'observateur ne se connaît aucun corps, et il ne voit que le hasard dans les successions de vues.

## 5 Conclusion

Nicod cherche explicitement à fonder les termes et relations de la géométrie physique sur des données des sens. En particulier, il ne présuppose rien de la géométrie qui en résultera. Il prend en outre un parti cognitif pour l'élaboration des termes sensibles et des relations primitives qui fonderont ses *géométries sensibles*. Ici, un terme sensible est simple s'il est directement perçu par l'esprit comme une entité simple et ne peut être décomposé en plusieurs termes. De même une relation entre termes sensibles est simple si cette relation est directement perçue. Une fois déterminés les termes et relations logiques susceptibles d'intervenir dans la construction d'une géométrie, il dote le système d'une puissance de calcul infinie pour faire apparaître la forme de l'espace ainsi construit. Il ne se comporte plus ici en psychologue mais en logicien, et cherche simplement à montrer l'existence d'une solution à un système de logique abstrait, solution fondée sur des termes et relations extérieures (ici, les termes primitifs de la perception). Il reste en cela fidèle à sa formation de logicien mais souhaite tout autant montrer la légitimité du système abstrait, que la légitimité des termes sensibles et des relations qui ont été mises en avant.

Sa démarche ne prétend pas modéliser le fonctionnement du cerveau humain. Son approche est différente de celle des chercheurs en sciences cognitives, puisqu'il n'isole que quelques relations fondamentales, en les combinant ensuite pour observer les espaces qu'elles sont susceptibles d'engendrer. Mais la démarche est originale et riche d'enseignements. Elle ouvre de nouvelles perspectives pour la modélisation en intelligence artificielle, mais aussi en sémantique formelle.

On a vu en effet se multiplier en IA les systèmes d'axiomes permettant de modéliser les relations spatio-temporelles, en particulier pour l'analyse de textes ou du discours. Pour des raisons de commodité évidente, les systèmes proposés sont souvent fondés sur des notions mathématiques, plus ou moins heureusement concaténées pour rendre compte du plus grand nombre de relations conceptuelles. Les systèmes qui en résultent sont finalement plus complexes que les axiomatisations abstraites d'origine, car ils contiennent un plus grand nombre d'entités, destinées à rendre compte de diverses notions isolées par des linguistes ou des psychologues.

Mais ces systèmes ne sont pas pour autant plus proches de la cognition humaine, car ils restent fondés sur une axiomatisation mathématique traditionnelle. Des relations sémantiques (supposées plus plausibles cognitivement) ont été rajoutées aux primitives mathématiques, mais ces relations n'entretiennent avec le système formel qu'un rapport terminologique. Leur sens a été relié à celui des primitives mathématiques, mais elles n'interviennent pas de manière fondamentale dans le processus calculatoire. Elles ne simplifient en rien le système abstrait et n'en proposent pas d'alternative. Elles ne constituent pas, comme chez Nicod, une solution extérieure, mais viennent simplement s'ajouter au système d'origine. La réalisation proposée ne possède aucune forme de simplicité. La simplicité intrinsèque a disparue puisqu'on a multiplié les notions, et la simplicité

extrinsèque n'est pas non plus atteinte, car les relations cognitives ne sont pas mises en avant par les axiomes.

La démarche de Nicod, qui propose de bâtir des axiomatiques sur des notions primitives simples et cognitivement plausibles, est donc toujours d'actualité. Sa méthodologie générale, classique en mathématique, qui consiste à construire la théorie à partir d'exemples minimalistes, est aussi un exemple à suivre. Cette démarche devrait être adoptée pour la construction d'une théorie générale des systèmes de représentations hybrides (systèmes comportant à la fois des représentations iconiques et linguistiques), dont nous avons défendu l'intérêt pour la modélisation ([2],[3],[4]). De tels systèmes peuvent être utilisés avec profit en linguistique et en particulier en sémantique formelle.

## Bibliographie

[1] Nicod, J. *La géométrie dans le monde sensible*. Bibliothèque de Philosophie contemporaine, Félix Alcan, PUF, quatrième trimestre 1962.

[2] Recanati C., "Hybrid Reasoning and the Future of Iconic Representations", *The First Conference on Artificial General Intelligence*, Memphis, Tennessee, USA, publié dans *Artificial General Intelligence 2008*, P. Wang et al. (eds), Frontiers in Artificial Intelligence and Applications vol 171, Feb 2008, IOS Press, pp.299-310.

[3] Recanati C., "Characteristics of diagrammatic reasoning", *Proceedings of EuroCogSci07, The second european cognitive science conference*, May 23-27 2007, Lawrence Erlbaum Associates, Delphi, Greece, pp 510-515.

[4] Recanati C., "Raisonnement avec des diagrammes : perspectives cognitives et computationnelles", *Intellectica*, n° 40, juin-septembre 2005, pp. 9-42.