HAL
open science

Le réel et la raison 1

Véronique Pinet, Thomas Hausberger

To cite this version:

Véronique Pinet, Thomas Hausberger. Le réel et la raison 1. 2011. hal-02319748

HAL Id: hal-02319748

https://hal.science/hal-02319748

Submitted on 18 Oct 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Equipe IREM Mathématiques et Philosophie[1]

IREM de Montpellier

http://www.irem.univ-montp2.fr/Mathematiques-et-Philosophie

	LE REEL ET LA RAISON 1	

1. Fiche d'identification
2. Scénario d'usage
3. Fiche Professeur (1)
4. Fiche élève (1)
5. Traces de travaux d'élèves (1)
6. Compte-rendu(s) d'expérimentation au cours des mises en œuvre successives
7. Évolution de la ressource (CV)

[1]Manuel Bächtold, Sandra Bella, Viviane Durand-Guerrier, Daniel Guin, Dominique Guin, Thomas Hausberger, Véronique Pinet, Henri Reboul, Olivier Roizes, Jean Sallantin. Responsable : Thomas Hausberger (thomas.hausberger@umontpellier.fr)

	1- Fiche d'identification	

Disciplines	Mathématiques - physique - philosophie	
Thème	Analyse du rapport entre les mathématiques et le réel	
Niveau	Classe de Terminale	
Cadre	Cours de philosophie	
Objectifs	Analyser le rapport entre la raison et le réel	
Modalités pratiques de déroulement	**Durée**	1 h
	Equipement spécifique	
Dispositifs pédagogiques	Discussion	
Description de l'activité	Discussion à l'oral, à partir d'un questionnaire, sur le fonctionnement des mathématiques et le rapport des mathématiques au réel (grâce à une application en physique)	
Fichiers constitutifs de la ressource	La raison et le réel	
Mots-clés	Raison / réel / vérité / théorie de la connaissance / démonstration	
Auteurs	Véronique Pinet	

Scénario de l'activité :

désignation :

Phase	Acteur	Description de la tâche	Situation	Outils et supports	Durée[2]
1	Elèves	Questionnaire	En classe en petits groupes	Fiche élèves 1	0,5h
2	Professeur de philosophie (et professeurs de mathématiques et de physique)	Discussion sur les réponses au questionnaire	En classe	Fiche professeur 1	0,5h

[2]Cette durée est donnée à titre indicatif et prévisionnel.

	3- Fiches professeur	

Programme officiel	**Contenus**	La raison et le réel La démonstration La vérité
	Commentaires	Préparation au cours de philosophie
Prérequis	Cours sur les complexes en mathématiques (cf. ressource « L'équation du troisième degré : une histoire complexe » Conférence sur la réflexion totale frustrée en physique (cf. ressource « Nombres complexes en physique : le cas de la réflexion totale frustrée »)	
Intérêt	Promouvoir une réflexion critique sur l'origine des êtres mathématiques et sur la « coïncidence » entre la raison et le réel	
Objectifs	Donner les moyens aux élèves de préciser leurs représentations et connaissances approximatives, voire de dépasser des représentations erronées concernant les mathématiques et le rapport philosophie / sciences Aborder quelques problèmes en relation avec les programmes pour lesquels un travail interdisciplinaire est pertinent Promouvoir une synergie entre les enseignants de mathématiques, de physique et de philosophie	

Liste des fiches professeurs :

1. Analyse du travail fait en cours de mathématique et de la conférence faite par un physicien, cf. questionnaire

Fiche Professeur 1 : ANALYSE DU TRAVAIL FAIT EN COURS DE MATHEMATIQUES ET DE LA CONFERENCE FAITE PAR UN PHYSICIEN

ACTIVITE : Les élèves constituent 4 groupes et répondent aux questions. Chaque groupe désigne un rapporteur.
Le professeur pose les questions et chaque rapporteur y répond à l'oral.
Si un désaccord apparaît entre des élèves, chaque rapporteur de groupe argumente sa réponse (et si les élèves ne parviennent pas à un accord, le professeur tranche et explique pourquoi). **1H**

Eventuellement, le questionnaire pourrait être distribué aux élèves à la fin du cours de mathématiques par le professeur de mathématiques afin que les élèves puissent commencer à y répondre en ayant des « connaissances encore fraîches » et pour aller plus vite pendant la première heure de travail avec le professeurs de philosophie.

QUESTIONNAIRE

Histoire des mathématiques

1) Situez l'apparition des nombres imaginaires : Qui?, Quand ?
A Cardan, Bombelli et Euler (entre autres)

2) Que pouvons-nous en déduire concernant la manière dont se constitue la connaissance mathématique ?

Que c'est une construction progressive (qui se fait dans le temps) et communautaire (qui relève du travail de plusieurs hommes).
Par exemple, le statut des nombres complexes, au sein des mathématiques, change au cours de l'histoire et ce changement est intimement lié à leur construction. Cf. Satellite : « repères historiques et épistémologiques sur les nombres complexes ».

3) Bombelli avait-il conscience que son travail allait représenter une révolution ?
Non, c'est la plupart du temps a posteriori que l'on s'aperçoit de l'importance et de la portée scientifique des découvertes mathématiques.

Démarche du mathématicien

4) Quel est le problème qui se pose à Cardan ?
Résoudre une équation du troisième degré pour laquelle il connaît une solution, mais que les outils mathématiques dont il dispose à son époque ne lui permettent pas de résoudre : dans R la racine carrée d'un nombre n'existe que si le nombre est strictement positif ; d'où un blocage chaque fois que le nombre sous la racine est strictement négatif.

5) Quelles solutions les mathématiciens proposent-ils ?
** Ils sortent des cadres de ce qui est possible avec les outils mathématiques qu'ils possèdent et acceptent une écriture qui est « choquante » : la racine carrée d'un nombre strictement négatif.*
** Ils imaginent un nouvel ensemble dans lequel les règles de calcul sont aussi performantes que dans R, qui contient les réels et dans lequel il y aura de nouveaux nombres.*
** Ils créent un nouvel ensemble : C (ensemble des nombres complexes dont i est un élément) avec des définitions, des conventions, des propriétés, des règles opératoires.*

6) Quels sont les liens entre R et C ?
**R est contenu dans C*
**conservation des règles opératoires de R dans C*
**Rajout d'une notation (i) et d'une propriété : $i^2 = -1$*

7) Citez aux moins trois facteurs qui interviennent dans l'évolution des mathématiques
** Les circonstances, l'émergence d'un problème.*
** La rigueur, c'est à dire la cohérence par rapport à ce qui a été établi*
** La liberté pour franchir les limites imposées par ce qui a été établi.*

L'apport des mathématiques en physique

8) Quel problème de physique les complexes permettent-ils de résoudre ?
**La réflexion totale frustrée parmi bien d'autres phénomènes de propagation*

9) Expliquer le problème et sa résolution.
**Lorsque la lumière se dirige vers un dioptre en allant d'un milieu 1 où elle se propage moins vite (comme le verre) vers un milieu 2 où elle va plus vite (comme l'air), il y a un angle d'incidence limite au-delà duquel la loi de réfraction de Snell-Descartes n'a pas de solution réelle : il y a « réflexion totale ». Rien ne traverse. Newton avait observé que cette réflexion totale pouvait toutefois être « frustrée » (pas totale) si on approchait du dioptre verre/air un objet en verre même sans qu'il y ait précisément contact. Newton qui pensait à une nature corpusculaire de la lumière en concluait que les particules de lumière pénétraient un peu dans le milieu 2 avant de rebondir et qu'il fallait donc une certaine épaisseur de milieu 2 pour qu'elles rebondissent.*

- *La lumière a ensuite été considérée comme une onde et ces ondes peuvent se représenter commodément à l'aide des complexes même si les grandeurs physiques mesurables restent réelles. Pour le phénomène de réflexion totale frustrée, on va plus loin puisque l'on va chercher des solutions complexes à la loi de Snell-Descartes et prévoir ainsi une onde bien réelle là où on ne l'attendait pas.*

** En admettant des solutions complexes à la loi de Snell-Descartes le calcul prévoit effectivement une onde «évanescente » d'amplitude réelle dans le milieu 2 qui se propage au ras du dioptre sur une très faible épaisseur (de l'ordre de la longueur d'onde de la lumière). L'expérience (visible) confirme l'existence de cette onde. En approchant (très près) un objet d'indice plus élevé on le « voit »:effectivement à travers le dioptre : la réflexion totale est « frustrée ». Comme le prévoit le calcul la transmission croit très rapidement avec la diminution de la distance sur des fractions de longueur d'onde et l'on voit donc les petits reliefs de l'objet bien mieux qu'en vision directe...Ce phénomène est en fait utilisé pour la « microscopie optique en champ proche », pour certains capteurs d'empreintes digitales et il est apparenté aux phénomènes d'« effet tunnel » en physique quantique (où les particules ont un aspect « ondulatoire »).*

- *La lumière, comme les particules de matière ont des aspects à la fois particulaires et ondulatoires. Il n'est donc pas surprenant que l'effet tunnel des particules rejoigne formellement la réflexion totale frustrée de la lumière*

Questionnement philosophique

10) Comment articuler le réel et la raison dans l'exemple en mathématiques et en physique ?

** Problème : La résolution d'une équation est un problème qui relève d'un raisonnement et donc de la raison.*

** Résolution : Le processus de résolution est un raisonnement qui fait donc appel à la raison*

** Solution : La solution, c'est à dire le résultat du travail effectué par la raison va être adéquat au réel, au sens où les nombres complexes trouvent application de façon naturelle en sciences physiques (phénomènes ondulatoires, électronique,...).*

Comment expliquer cette « coïncidence », entre la raison et le réel c'est à dire cette adéquation du modèle au réel autrement dit la « déraisonnable efficacité des mathématiques »?

Remarque : la raison semble s'opposer au réel (cf. racine carrée d'un nombre négatif) parce que les mathématiques sont encore très ancrées dans le réel à cette époque : le nombre est encore très lié aux grandeurs de sorte que même les nombres négatifs sont encore questionnés, les identités algébriques sont regardées géométriquement d'où l'ancrage une fois encore du numérique et de l'algèbre dans la géométrie qui est une modélisation de l'espace sensible.

C'est ainsi que l'on parle de nombres imaginaires, par opposition aux nombres réels. Ces nombres ont uniquement, lors de leur utilisation par Bombelli le statut d'intermédiaires de calcul : ce ne sont pas des nombres à part entière, le résultat d'un calcul est toujours un nombre réel. Leur accession au statut de nombres aura lieu progressivement, en partie grâce à l'interprétation géométrique des nombres complexes. le lecteur intéressé pourra consulter le satellite "quelques repères historiques et épistémologiques sur les nombres complexes" pour davantage de précisions
(plus tard, les mathématiques semblent non plus s'opposer mais se détacher du réel avec la mise en place du formalisme. Néanmoins le problème du rapport des mathématiques au réel demeure à travers la déraisonnable efficacité des mathématiques).

4- Fiche élève

Questionnaire sur l'analyse du travail fait en cours de mathématiques et sur la conférence faite par un physicien

Histoire des mathématiques

1) A qui doit-on les nombres imaginaires ?

2) Que pouvons-nous en déduire concernant le fonctionnement des mathématiques ?

3) Cardan avait-il conscience que son travail allait représenter une révolution ?

Démarche du mathématicien

4) Quel est le problème qui se pose à Cardan ?

5) Quelles solutions les mathématiciens proposent-ils ?

6) Quels sont les liens entre R et C ?

7) Citez aux moins trois facteurs qui interviennent dans l'évolution des mathématiques

Questionnement philosophique

8) Comment articuler le réel et la raison dans ces exemples (en mathématique et en physique) ?

5- Traces de travaux d'élèves

	7- Évolution de la ressource (CV)	

Etape	Date	Réalisations	Contributeurs
1	Avril Mai 2010	Élaboration d'un scénario pédagogique autour de l'analyse du rapport entre la raison et le réel dans le cadre du cours de philosophie	Véronique Pinet
2	Mars 2011	Structuration de la ressource	Dominique Guin Thomas Hausberger Véronique Pinet
3	Mai 2011	Correction de la structuration de la ressource	Dominique Guin Thomas Hausberger Véronique Pinet
4	Juin 2011	Finalisation de la ressource	Thomas Hausberger Henri Reboul Véronique Pinet