



**HAL**  
open science

## Modélisation 3D par la MEF et couplage circuit du procédé d'aimantation impulsif d'un ensemble de pastilles supraconductrices massives

Jakub Kapek, Kévin Berger, Jean Lévêque

### ► To cite this version:

Jakub Kapek, Kévin Berger, Jean Lévêque. Modélisation 3D par la MEF et couplage circuit du procédé d'aimantation impulsif d'un ensemble de pastilles supraconductrices massives. Jeunes Chercheurs en Génie Électrique (JCGE'2019) - SEEDS, Jun 2019, Saint-Pierre d'Oléron, France. p. 7, id. 269999, 6 p. hal-02296187

**HAL Id: hal-02296187**

**<https://hal.science/hal-02296187>**

Submitted on 24 Sep 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation 3D par la MEF et couplage circuit du procédé d'aimantation impulsif d'un ensemble de pastilles supraconductrices massives

Jakub KAPEK, Kévin BERGER, Jean LÉVÊQUE

GREEN - Université de Lorraine, Faculté des Sciences et Technologies,  
BP 70239, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex, France

[jakub.kapek@univ-lorraine.fr](mailto:jakub.kapek@univ-lorraine.fr), [kevin.berger@univ-lorraine.fr](mailto:kevin.berger@univ-lorraine.fr), [jean.leveque@univ-lorraine.fr](mailto:jean.leveque@univ-lorraine.fr)

**RESUME** – Un supraconducteur peut induire des courants lorsqu'il est soumis à une variation de champ magnétique extérieur, créé par exemple par une impulsion courant circulant dans une bobine. Ces courants induits circulant indéfiniment, il en résulte un champ magnétique piégé, qui est le champ magnétique restant produit par le seul supraconducteur quand le champ magnétique appliqué a disparu. Ce procédé est appelé aimantation par un Champ Magnétique Pulsé (CMP). Dans cet article, nous nous sommes intéressés à la modélisation de l'aimantation par CMP d'un arrangement de plusieurs pastilles Supraconductrices à Haute Température Critique (SHTC). Nous avons développé un modèle de calcul 3D basé sur la Méthode des Éléments Finis (MEF) couplé avec un circuit électrique externe. Dans ce modèle, les formulations en  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{H}$  sont couplées à l'aide de conditions aux frontières appropriées afin de tirer avantages de chacune d'elles dans des régions spécifiques. Les résultats présentés sont la densité de courant durant le procédé d'aimantation et le champ magnétique piégé dans les SHTC. Ces résultats mettent en évidence la nécessité de modéliser un tel problème en 3D.

**ABSTRACT** – A superconductor can induce currents when exposed to a variation of an external magnetic field, created for example by a pulsed current flowing through a coil. As these induced currents circulate indefinitely, a trapped magnetic field is generated, which is the remaining magnetic field produced by the superconductor alone when the applied magnetic field has disappeared. This process is called Pulse Field Magnetization (PFM). In this article, we are interested in the modeling of the PFM of an array of several High Temperature Superconducting (HTS) pellets. A 3D model has been developed, based on the Finite Element Method (FEM), and coupled with an external electrical circuit. In this model,  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{H}$  formulations are coupled using appropriate boundary conditions to take advantage of each other in specific regions. The presented results are the current density during the magnetization process and the trapped magnetic field trapped in the HTS. These results highlight the need to model such a problem in 3D.

**MOTS-CLES** – champ magnétique intense, couplage circuit, modélisation 3D, processus d'aimantation, supraconducteur.

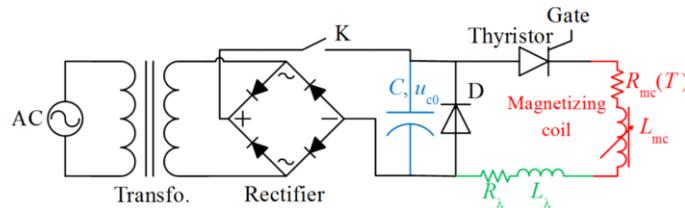
## 1. Introduction

Le procédé d'aimantation des Supraconducteurs à Haute Température Critique (SHTC) massifs présente encore de nombreux enjeux en termes de modélisation numérique [1]. La raison principale est la non-linéarité de ces matériaux [2]. Les SHTC massifs les plus couramment utilisés en laboratoire sont des pastilles (RE)BCO monocristal dont la température critique  $T_c$  est de 93 K. En raison de la caractéristique  $\mathbf{E}(\mathbf{J})$  de ces matériaux, le procédé d'aimantation des SHTC à la température de l'azote liquide (77 K) mène à de fortes densités de courant induites de plusieurs centaines A/mm<sup>2</sup>.

De nos jours, les méthodes numériques sont devenues une approche courante pour analyser le comportement des SHTC. La Méthode des Éléments Finis (MEF) permet de calculer l'évolution des quantités électromagnétiques comme la densité de courant  $\mathbf{J}$ , le champ magnétique  $\mathbf{B}$  ou les pertes dans le SHTC [3]. Cependant, résoudre des problèmes de courants induits avec des supraconducteurs lorsque le champ magnétique varie rapidement peut être un défi même pour un logiciel commercial. Il existe plusieurs façons de modéliser un matériau supraconducteur, cependant les formulations les plus courantes pour les SHTC massifs ont été retenues ici, à savoir :  $\mathbf{H}$  [1], [4], [5] et  $\mathbf{A}$  [2].

L'aimantation par CMP est réalisée en déchargeant un banc de condensateurs initialement chargés dans une bobine placée autour de l'objet à aimanter [6], [7]. Couramment, le procédé d'aimantation des SHTC est modélisé en imposant la forme du courant impulsif circulant dans la bobine en utilisant l'amplitude du courant crête et la constante de temps. En fait, la forme d'onde de courant dépend des paramètres du circuit électrique et des courants induits dans la pastille SHTC jouent un rôle dans la dynamique du courant dans la bobine d'aimantation. Pour simuler l'ensemble du procédé d'aimantation, il faut non seulement modéliser la pastille SHTC, mais aussi réaliser un couplage du courant

dans la bobine avec le circuit électrique. Le schéma électrique du circuit utilisé pendant l'aimantation par CMP est présenté sur la Fig. 1.



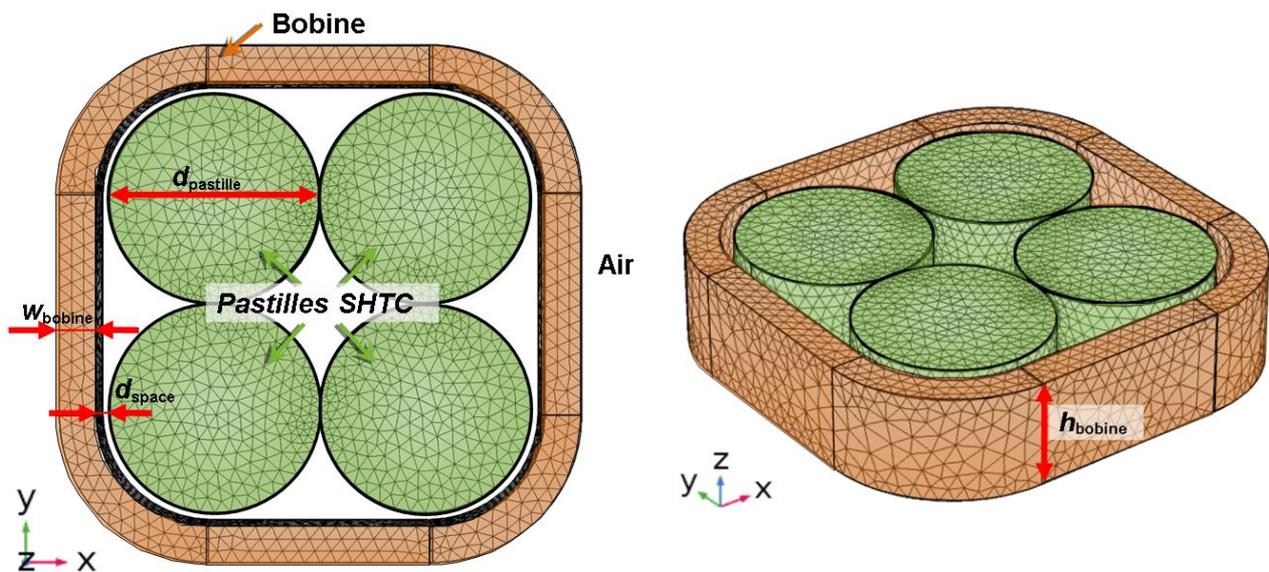
**Figure 1 : Schéma du système d'aimantation connecté à la bobine représentée par  $R_{mc}$ ,  $L_{mc}$ . Les éléments  $R_k$ ,  $L_k$  représentent les éléments parasites du circuit liés notamment aux câbles.**

Dans cet article, nous nous intéressons à la modélisation d'un procédé d'aimantation par CMP d'un ensemble de SHTC en utilisant une bobine couplée à un circuit électrique. La plupart des publications antérieures ne considèrent pas le couplage entre la bobine et le magnétiseur dans la formulation en  $\mathbf{H}$ , ce qui, à notre avis, peut entraîner des divergences importantes dans l'estimation du champ magnétique piégé dans la pastille SHTC. Notre modèle est basé sur le couplage des formulations  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{H}$  mis en œuvre à l'aide des modules « Equation aux Dérivées Partielles » (EDP) et « Equation globale » de COMSOL Multiphysics. Par la suite, nous allons présenter en détails le modèle numérique développé, à savoir : le problème étudié, la loi de comportement des SHTC et le couplage entre les formulations  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{H}$ , puis nous discuterons des résultats obtenus, notamment le champ magnétique piégé par un ensemble de pastilles aimantées simultanément.

## 2. Modélisation numérique

### 2.1 Description du problème

La géométrie 3D du problème est illustrée sur la Fig. 2. Il s'agit d'une bobine réalisée en feuillard de cuivre et placée autour d'un arrangement de quatre pastilles SHTC. La bobine est composée de  $N = 22$  spires de largeur totale  $w_{bobine} = 5,45$  mm et de hauteur  $h_{bobine} = 17,7$  mm. Cette bobine est distante de  $d_{space} = 2$  mm par rapport aux pastilles. Chaque pastille est un cylindre de diamètre  $d_{pastille} = 15,5$  mm et qui possède la même hauteur que la bobine. Le processus d'aimantation doit produire un champ magnétique suffisant, supérieur au champ de pénétration  $B_{pb}$  [11]. La bobine d'aimantation doit donc être couplée à un système approprié. Nous utilisons pour cela un banc de condensateurs capable d'accumuler une énergie de 10 kJ et de produire un courant répétitif de pointe de 25 kA. La capacité totale du banc de condensateurs est de 5 mF pouvant être chargé jusqu'à 2 kV. Le circuit électrique complet est illustré en Fig. 1. La bobine d'aimantation représentée par  $R_{mc}$  et  $L_{mc}$  est connectée en série avec le système d'aimantation. En raison des pastilles SHTC placées à l'intérieur de la bobine, l'inductance de celle-ci varie dans le temps.



**Figure 2 : Problème étudié comportant une bobine réalisée en feuillard de cuivre et placée autour d'un arrangement de quatre pastilles supraconductrices. Le domaine correspondant à l'air n'est pas présent.**

## 2.2 Comportement des SHTC

Pour les SHTC, une loi de puissance non-linéaire [12] est généralement utilisée pour décrire la relation  $\mathbf{E}(\mathbf{J})$  :

$$\mathbf{E}(\mathbf{J}) = E_c \left( \frac{\|\mathbf{J}\|}{J_c} \right)^n \frac{\mathbf{J}}{\|\mathbf{J}\|} \quad (1)$$

avec  $E_c = 1 \mu\text{V/cm}$ . À la température de l'azote liquide, les paramètres  $J_c = 100 \text{ A/mm}^2$  et  $n = 21$  correspondent à des valeurs raisonnables trouvées dans la littérature [13]. Par ailleurs, lorsque le champ magnétique dans le supraconducteur dépasse le premier champ critique du supraconducteur  $H_{c1}$ , généralement de l'ordre de quelques mT, alors on peut faire l'hypothèse qu'il ne se comporte plus comme un diamagnétique parfait et qu'il possède un perméabilité relative  $\mu_r = 1$ .

## 2.3 Couplages des formulations $\mathbf{A}$ et $\mathbf{H}$

Une approche courante consiste à relier la résistivité définie avec l'aide de (1) à la formulation en  $\mathbf{H}$  [1], [3], [4]. Ce couplage semble être actuellement la méthode la plus appropriée pour simuler le comportement des SHTC massifs, d'une part, car il assure une meilleure convergence et d'autre part, car il permet un calcul plus précis de la distribution du courant dans la pastille pour un ordre d'éléments finis donné [1], [3], [5]. Ces avantages permettent à la formulation en  $\mathbf{H}$  d'être une approche efficace pour estimer les grandeurs électromagnétiques au cours d'une aimantation par CPM de SHTC. La formulation en  $\mathbf{H}$  peut être implémentée dans le module PDE au travers la loi de Faraday :

$$\frac{\partial(\mu_0\mu_r\mathbf{H})}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (2)$$

où  $\mu_r$  est la perméabilité relative du matériau.

Néanmoins, la réaction des SHTC doit être prise en compte, ce qui conduit au calcul du flux magnétique total vu par la bobine. L'introduction de la formulation en  $\mathbf{A}$  permet quant à elle de faire converger plus facilement des simulations avec des matériaux ferromagnétiques possédant une perméabilité non-linéaire. Elle permet aussi un calcul plus direct du flux magnétique total basé sur la circulation du potentiel du vecteur magnétique sur le circuit formé par la bobine. L'équation de cette formulation  $\mathbf{A}$  peut s'écrire comme suit :

$$\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \times \frac{1}{\mu_0\mu_r} \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J}_{\text{app}} \quad (3)$$

où un courant imposé peut être défini à travers la densité de courant  $\mathbf{J}_{\text{app}}$ .

Pour compléter notre modèle, nous avons défini l'équation électrique du circuit qui peut être représenté par :

$$-u_c + (R_\lambda + R_{\text{mc}})i + L_\lambda \frac{di}{dt} + u_{L_{\text{mc}}} = 0 \quad (4)$$

avec le courant défini comme

$$i = -C \frac{du_c}{dt} \quad (5)$$

où le terme  $u_{L_{\text{mc}}}$  désigne la tension aux bornes de la bobine. En utilisant la loi de Faraday, on peut montrer que la variation du flux magnétique en fonction du temps est égale à la chute de tension à travers l'élément

$$u_{L_{\text{mc}}} = + \frac{d\Phi}{dt} \quad (6)$$

où  $R_{\text{mc}}$  est la résistance de la bobine considérée comme constante durant le CMP.

Pour être plus réaliste, des éléments parasites supplémentaires portant un indice  $\lambda$  ont été inclus. Ces éléments représentent les câbles, leurs connexions et la résistance interne des condensateurs. Ceux-ci sont déterminées lorsque les câbles sont court-circuités, c'est-à-dire sans bobine soit  $R_\lambda = 4 \text{ mOhm}$  et  $L_\lambda = 4 \mu\text{H}$  dans notre cas. L'équation électrique (4) correspond au circuit électrique sans diode ni thyristor. La diode est ici supposée être un élément parfait et lorsque la tension du condensateur atteint zéro, la diode commence à conduire et la tension est maintenue à zéro jusqu'à la fin du procédé d'aimantation par CMP.

Le flux magnétique total vu par la bobine peut se calculer à partir de la circulation du potentiel vecteur magnétique de la manière suivante :

$$\Phi(\mathbf{A}) = N \cdot \left\langle \oint_{\partial S_{\text{coil}}} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \right\rangle_{S_{\text{coil}}} \quad (7)$$

Dans la formulation **A**, le couplage avec le circuit électrique a été directement mis en œuvre à l'aide d'une interface de circuit électrique intégrée dans COMSOL Multiphysics.

La formulation en **H** n'est appliquée que pour la régions concernant les SHTC. Le couplage entre les formulations **A** et **H** a été réalisé en imposant des conditions aux frontières de type Neumann liées à **A** dans la formulation en **H**. Cette approche évite le calcul de la non-linéarité des SHTC (1) dans la formulation en **A**. Par ailleurs, la densité de courant induite dans les SHTC et calculée dans la formulation en **H** est ensuite utilisée comme une source de courant appliquée à l'aide de (3) dans la formulation en **A**. Enfin, le flux magnétique total vu par la bobine est calculé du potentiel vecteur magnétique **A** (7), ce qui est une méthode beaucoup plus simple à mettre en œuvre en 3D que par l'induction magnétique **B**. Des explications plus détaillées sur la mise en œuvre de ce couplage seront données dans la version finale de l'article.

### 3. Résultats et discussion

Nous avons supposé la charge maximale des condensateurs soit 2 kV, c'est la valeur initiale de  $u_c$  dans l'équation (4). La variation du champ magnétique externe créé par le courant représenté sur la Fig. 3 provoque l'apparition de courants induits à l'intérieur des pastilles SHTC. Les supraconducteurs ont non seulement une influence sur le champ magnétique produit par la bobine, mais ils ont aussi un impact les uns sur les autres. Ceci se reflète dans la distribution asymétrique de la densité de courant induite dans chaque pastille. La Figure 4 montre l'évolution de la distribution du courant pour une pastille au cours du temps.

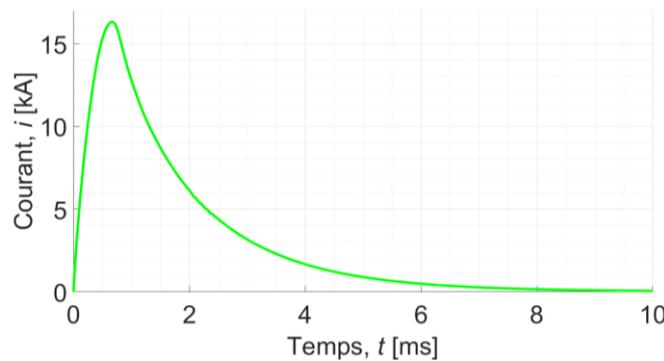


Figure 3 : Evolution du courant dans la bobine durant le procédé d'aimantation par CMP. La valeur maximale du courant apparaît pour  $t = 0,66$  ms.

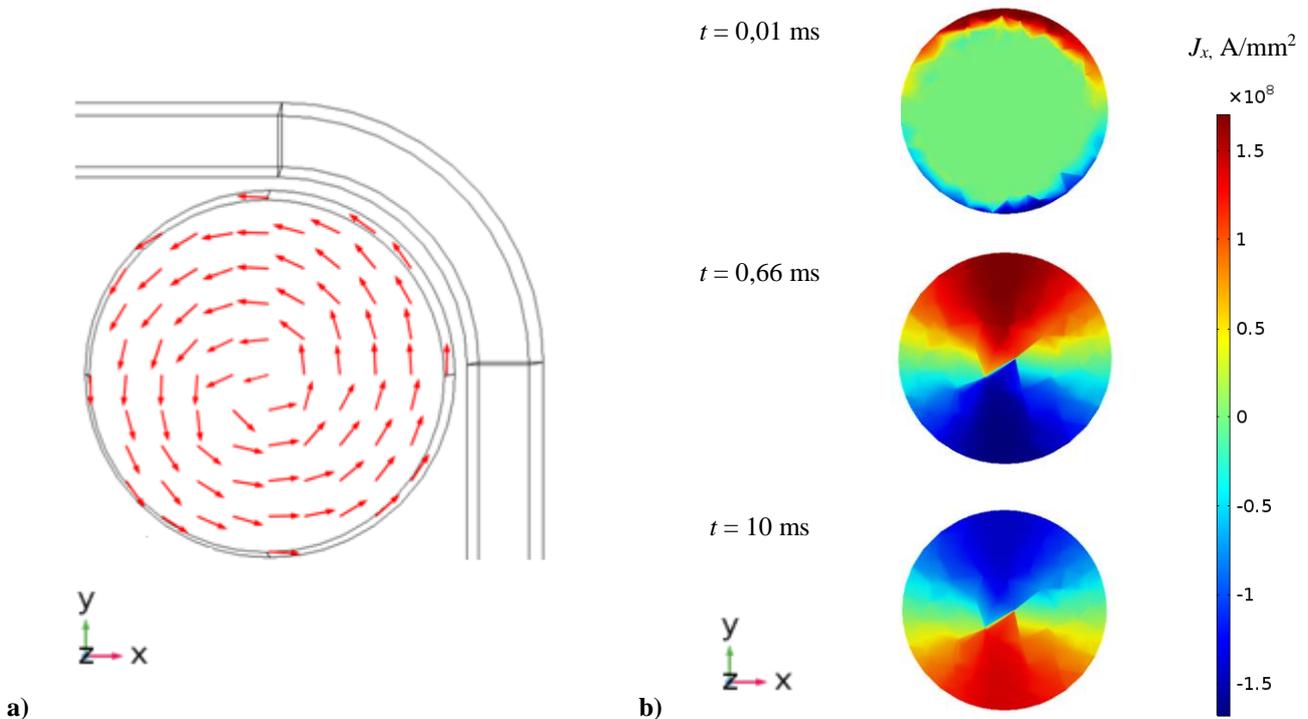


Figure 4 : Distribution du courant dans une seule pastille SHTC :

a) Lignes de courant à l'intérieur du SHTC à la fin du CMP, b) Densité de courant  $J_x$  l'intérieur du SHTC à différents instants : au début de l'aimantation, au maximum de champ magnétique produit par la bobine, à la fin de l'aimantation.

Cette distribution très particulière du courant à l'intérieur des SHTC a un impact sur le champ magnétique piégé final. La Figure 5 montre le champ magnétique piégé dans chaque pastille. La valeur maximale n'est pas localisée au centre de chaque pastille, mais elle est décalée vers le centre de la bobine. On obtient ainsi 2,06 T au centre de la pastille, 0,87 T en moyenne sur chaque pastille et 0,71 T en moyenne sur le pôle constitué à l'intérieur de la bobine. Ces valeurs sont déjà supérieures à celles que produirait un pôle d'aimants permanents NdFeB placés dans l'air. Elles peuvent néanmoins être améliorées en utilisant des densités de courant plus importantes pour les SHTC, en abaissant la température de fonctionnement, par exemple.

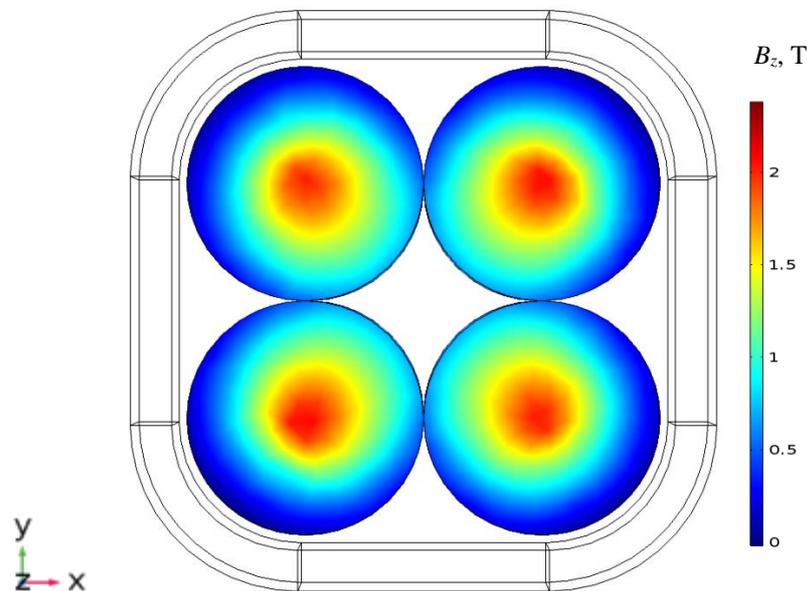


Figure 5 : Distribution du champ magnétique piégé à  $t = 10$  ms à la surface des pastilles, dans un plan  $xy$ .

## 4. Conclusion

Le modèle 3D proposé ici et basé sur le couplage des formulations  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{H}$  nous permet non seulement de simuler le processus de magnétisation des supraconducteurs mais également d'envisager la simulation de structures 3D de SHTC plus complexes. De plus, la prise en compte de la réaction des supraconducteurs augmente notre estimation du champ magnétique piégé. Une dernière étape consiste néanmoins à intégrer les effets thermiques dans notre modèle. En effet, les fortes valeurs de densité de courant sur les bords de la pastille indiquent les endroits où l'on peut s'attendre à un plus grand changement local de température.

## Références

- [1] R. Brambilla, F. Grilli, and L. Martini, "Development of an Edge-Element Model for AC Loss Computation of High-Temperature Superconductors", *Supercond. Sci. Technol.*, Vol. 20, no. 1, p. 16, (2007).
- [2] S. Stavrev *et al.*, "Comparison of Numerical Methods for Modeling of Superconductors", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 38, no. 2, pp. 849–852, (2002).
- [3] K. Berger *et al.*, "Benchmark on the 3D Numerical Modeling of a Superconducting Bulk", (2016).
- [4] M. Zhang and T. A. Coombs, "3D Modeling of High-Tc Superconductors by Finite Element Software", *Supercond. Sci. Technol.*, Vol. 25, no. 1, p. 015009, (2011).
- [5] J. Rhyner, "Magnetic Properties and AC-losses of Superconductors with Power Law Current—Voltage Characteristics", *Phys. C Supercond.*, Vol. 212, no. 3, pp. 292–300, (1993).
- [6] K. Berger *et al.*, "3D Modeling of Coils for Pulsed Field Magnetization of HTS Bulk Pellets in an Electrical Machine", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, Vol. 28 (4), p. 6801205, (2018).
- [7] U. Mizutani, T. Oka, Y. Itoh, Y. Yanagi, M. Yoshikawa, and H. Ikuta, "Pulsed-Field Magnetization Applied to High-Tc Superconductors", *Appl. Supercond.*, Vol. 6, no. 2–5, pp. 235–246, (1998).
- [8] M. Elbaa, K. Berger, B. Douine, M. Halit, E. H. Ailam, and S. E. Bentridi, "Analytical Modeling of an Inductor in a Magnetic Circuit for Pulsed Field Magnetization of HTS Bulks", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, Vol. 28, no. 4, p. 8201306, (2018).
- [9] J. Arnaud, J. F. P. Fernandes, and P. J. C. Branco, "Modifying the Pulsed-Field-Magnetization Technique for HTS Bulks in Electrical Machines Without Magnetic Field Sensors", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, Vol. 28, no. 4, pp. 1–4, (2018).



- [10] Z. Huang, H. S. Ruiz, and T. A. Coombs, “Pulsed Field Magnetization Strategies and the Field Poles Composition in a Bulk-Type Superconducting Motor”, *Phys. C Supercond. Its Appl.*, Vol. 534, pp. 73–81, (2017).
- [11] B. Douine, K. Berger, F. Trillaud, M. Elbaa, and E. H. Ailam, “Determination of the Complete Penetration Magnetic Field of a HTS Pellet from the Measurements of the Magnetic Field at its Top-Center Surface”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, Vol. 28, no. 4, (2018).
- [12] Z. Hong, A. M. Campbell, and T. A. Coombs, “Numerical Solution of Critical State in Superconductivity by Finite Element Software”, *Supercond. Sci. Technol.*, Vol. 19, no. 12, p. 1246, (2006).
- [13] M. D. Ainslie and H. Fujishiro, “Modelling of Bulk Superconductor Magnetization”, *Supercond. Sci. Technol.*, Vol. 28, no. 5, p. 053002, (2015).