



Synthèse de Cauer bidimensionnelle pour la simulation en temps réel d'une ligne de transmission avec effet de peau

Fabien Soulier, Patrick Lagonotte

► To cite this version:

Fabien Soulier, Patrick Lagonotte. Synthèse de Cauer bidimensionnelle pour la simulation en temps réel d'une ligne de transmission avec effet de peau. 12e Colloque International sur la Compatibilité Électromagnétique, Mar 2004, Toulouse, France. hal-02287553

HAL Id: hal-02287553

<https://hal.science/hal-02287553>

Submitted on 13 Sep 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SYNTHÈSE DE CAUER BIDIMENSIONNELLE POUR LA SIMULATION EN TEMPS RÉEL D'UNE LIGNE DE TRANSMISSION AVEC EFFET DE PEAU

Fabien Soulier

Patrick Lagonotte *

Laboratoire d'études thermiques — UMR CNRS 6608
ENSMA — BP 40 109 — F-86 961 Futuroscope Chasseneuil cedex, France.
Tél. 05 49 49 81 00 Fax. 05 49 49 81 01
Email {fabien.soulier,lagonotte}@let.ensma.fr

1 Introduction

L'effet de peau est un phénomène qui tend à restreindre le courant dans une faible partie de la section des conducteurs et provoque une augmentation de la résistance apparente. L'analyse de la répartition des filets de courant aboutit à l'expression de l'impédance interne apparente, dite *de Schelkunoff*. Cette expression n'étant pas utilisable directement dans le cadre de simulation dans le domaine temporel, nous présentons un modèle d'ordre réduit, obtenu par la synthèse de Cauer. Cette méthode, quoique proche des techniques basées sur les systèmes d'ordres non entiers, fournit des modèles plus efficaces pour un ordre équivalent. Nous proposerons enfin un modèle de câble que nous confronterons à des mesures réelles.

2 Modèle de Schelkunoff

Nous considérons un conducteur cylindrique et nous admettons que les *filets de courants* sont exclusivement orientés selon l'axe du conducteur. Nous savons que la densité de courant est proportionnelle au champ électrique : $j = \sigma E$, σ étant la conductivité du matériau. Elle vérifie donc la même équation de propagation,

$$\Delta j - \frac{p^2}{v^2} \left(1 + \frac{\sigma}{\epsilon p} \right) j = 0, \quad (1)$$

où v est la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques, ϵ la permittivité diélectrique absolue, et p la variable complexe de Laplace.

Si les pertes sont faibles, il est possible de calculer l'impédance interne du conducteur [Pél75],

$$z_i = \frac{1}{2\pi\rho_0} \sqrt{\frac{\mu p}{\sigma}} \frac{I_0(\sqrt{\mu\sigma p}\rho_0)}{I_1(\sqrt{\mu\sigma p}\rho_0)}, \quad (2)$$

où première I_n est la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre n . Cette dernière expression est due à S.A. Schelkunoff [Sch34] (voir [Joh97]).

L'impédance d'entrée théorique d'une ligne en court-circuit s'obtient en résolvant l'équation des télégraphistes.

$$Z_{cc} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \tanh(\sqrt{ZY}) \quad (3)$$

$$Z = (z_i + l_e p)x \quad Y = (g + cp)x \quad (4)$$

avec les paramètres répartis : l_e l'inductance linéique externe, g la conductance linéique de fuites et c la capacité linéique.

*Les auteurs remercient le centre de génie électrique de Lyon (CEGELY) qui leur a fourni les relevés de l'impédance d'un câble réel.

3 Détermination des paramètres d'un câble électrique

Nous disposons des mesures de variations de l'impédance d'un câble électrique rigide de type RO2V 3G1,5. Ces données proviennent de l'étude effectuée par M. Rossat-Mignod [RM00]. Pour déterminer les paramètres électriques, nous avons utilisé l'expression analytique de Z_{cc} avec un algorithme d'optimisation minimisant une fonction de coût quadratique. La fonction de coût a été pondérée par $\frac{1}{|p|^2}$ afin d'accorder plus d'importance aux basses fréquences. Les valeurs des constantes électriques sont reportées dans le tableau 1.

Paramètre	Symbole	Valeur
résistance linéique	r	$1,134 \cdot 10^{-2} \Omega \text{m}^{-1}$
inductance linéique	l	$3,530 \cdot 10^{-7} \text{Hm}^{-1}$
conductance linéique	g	$1,676 \cdot 10^{-6} \text{Sm}^{-1}$
capacité linéique	c	$2,430 \cdot 10^{-11} \text{Fm}^{-1}$

TAB. 1 – Caractéristiques mesurées d'un câble électrique.

4 Synthèse de Cauer

La méthode d'approximation que nous proposons pour obtenir un modèle d'ordre réduit est dérivée de la synthèse de Cauer [Cau26]. Elle est adaptée pour des impédances d'ordre infini [SL02] et utilisée une première fois d'une façon classique (voir par exemple [Bay54] ou [Fel86]), liée à un développement en fraction continue selon la variable x , la longueur de la ligne.

$$\tanh(x) = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{3}{x} + \frac{1}{\frac{5}{x} + \ddots}}} \quad (5)$$

Un deuxième développement de Cauer est alors effectué selon la variable ρ_0 , le rayon du conducteur (deuxième dimension), en utilisant le développement en fraction continue du rapport de deux fonctions de Bessel.

$$\frac{I_0(x)}{I_1(x)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{\frac{4}{x} + \frac{1}{\frac{6}{x} + \ddots}} \quad (6)$$

Nous obtenons ainsi le modèle de ligne sous la forme d'un réseau de Kirchhoff (fig. 1) utilisable directement en simulation avec des logiciels tels que *Spice* ou *Esacap* (R est la résistance en continu, L_i l'inductance linéique interne, $L_e = l_e x$, $G = gx$ et $C = cx$).

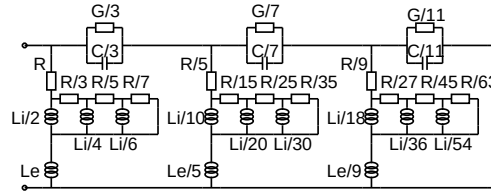


FIG. 1 – Modèle de câble en court-circuit avec effet de peau sous forme d'un réseau de Kirchhoff.

5 Réponse fréquentielle

Le modèle obtenu n'est pas sans rappeler les méthodes basées sur la dérivation non entière [Ous95]. Des modélisations de l'effet de peau ont été effectuées par des systèmes d'ordre un demi depuis [NH72] et l'on trouve des représentations sous forme de réseaux de Kirchhoff dans [YFW82], ou plus récemment dans [RM00] pour des modèles en temps réel de lignes de transmission et dans [Riu01] pour les phénomènes d'induction dans les machines électriques.

Les méthodes de modélisations de l'effet de peau par des systèmes d'ordre un demi aboutissent à des réseaux en échelle équivalent dont les éléments suivent une progression géométrique. Nous proposons une progression arithmétique provenant de la synthèse de Cauer bidimensionnelle. Cette approche fournit, à ordre égal, un modèle d'impédance interne du conducteur plus proche de la référence (impédance de Schelkunoff), comme on peut le voir sur la figure 2.

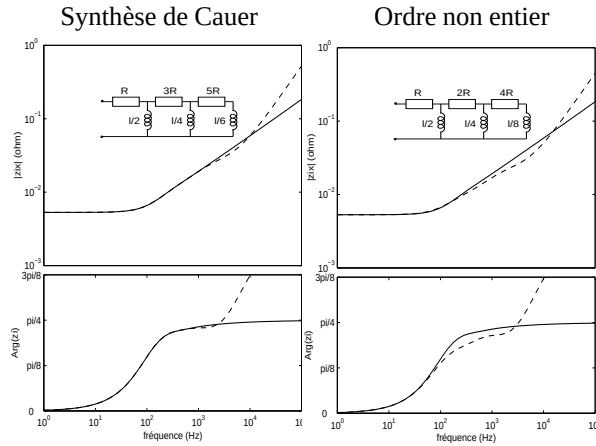


FIG. 2 – Module et argument de l'impédance interne approchée par synthèse de Cauer, ou par un système d'ordre un demi.

Nous avons enfin comparé la réponse fréquentielle du modèle complet de câble en court circuit (fig. 1) au relevé expérimental de l'impédance utilisé dans la section 3. Nous pouvons vérifier sur la figure 3 que le modèle d'ordre réduit obtenu sous la forme d'un réseau de Kirchhoff reproduit fidèlement le comportement fréquentiel du câble électrique.

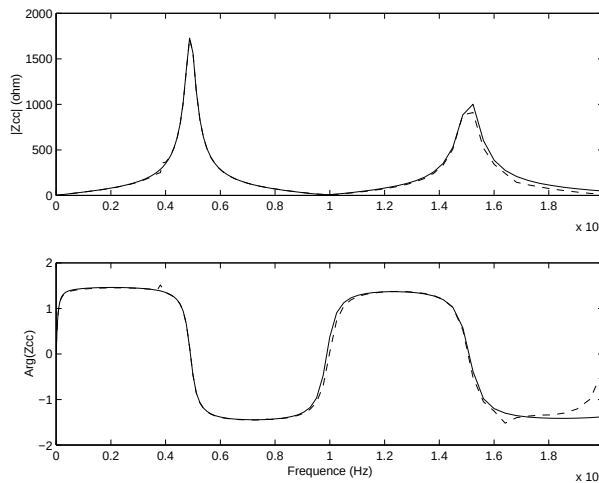


FIG. 3 – Impédance du modèle de câble en court-circuit (trait plein) comparée à l'impédance mesurée (pointillés).

6 Conclusion

Si l'effet de peau est un phénomène bien compris à l'heure actuelle, il est délicat à simuler dans le domaine temporel, ce qui peut s'avérer nécessaire pour des systèmes dont les paramètres varient dans le temps (modification de la topologie d'un réseau de distribution) ou, plus encore, pour des applications en temps réel (détection de défauts sur un ligne), où la complexité du modèle est de plus limité par des impératifs de temps de calcul.

Les modèles sous forme de réseaux de Kirchhoff sont faciles à simuler et à implémenter numériquement. C'est pourquoi ils rencontrent un succès important pour la modélisation de l'effet de peau. Cependant l'approche « classique » relève d'une double approximation, une première par un système d'ordre un demi (comportement asymptotique), puis par la troncature d'un réseau théoriquement infini.

La méthode présentée dans cet article, basée sur la synthèse de Cauver bidimensionnelle, n'utilise qu'une approximation, la troncature du réseau. Il est de plus facile de relier cette approche aux approximations de Padé [BI94], qui ont fait la preuve de leur qualité dans le domaine de l'approximation rationnelle.

Références

- [Bay54] M. BAYARD – *Théorie des réseaux de Kirchhoff, régime sinusoïdal et synthèse*, Collection technique et scientifique du CNET, Édition de la Revue d'optique, ministère des postes, télégraphes et téléphones, Paris, 1954.
- [BI94] C. BREZINSKI et J. V. ISEGHEM – « Padé approximations », *Techniques of Scientific Computing (Part 1), Numerical Methods for Solids (Part 1), Solution of Equations in R_n (Part 2)* (P. G. Ciarlet et J. L. Lions, eds.), *Handbook of Numerical Analysis*, vol. 3, Elsevier Science, 1994.
- [Cau26] W. CAUER – « Die Verwirklichung von Wechselstromwiderständen vorgeschriebener Frequenzabhängigkeit », *Archiv für Elektrotechnik* **17** (1926), p. 355–388.
- [Fel86] M. FELDMANN – *Théorie des réseaux et systèmes linéaires*, deuxième éd., Collection technique et scientifique des télécommunications, Eyrolles, Paris, 1986.
- [Joh97] P. JOHANNET – « Lignes aériennes : chutes de tension », *Traité de génie électrique*, vol. D4, Techniques de l'ingénieur, 1997.
- [NH72] N. S. NAHMAN et D. R. HOLT – « Transient Analysis of Coaxial Cables Using the Skin Effect Approximation $A + B \sqrt{s}$ », *IEEE Transactions on circuit theory* **19** (1972), no. 5, p. 443–451.
- [Ous95] A. OUSTALOUP – *La dérivation non entière, théorie, synthèse et applications*, Traité des nouvelles technologies, série automatique, Hermès, Paris, 1995.
- [Pél75] R. PÉLISSIER – *Les Réseaux d'Énergie Électrique – Propagation des Ondes Électriques sur les Lignes d'Énergie*, vol. 5, Dunod, Bordas Paris Bruxelles Montréal, 1975.
- [Riu01] D. RIU – « Modélisation des courants induits dans les machines électriques par des systèmes d'ordre un demi », Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, Laboratoire d'électrotechnique de Grenoble, Décembre 2001.
- [RM00] P. ROSSAT-MIGNOD – *Contribution à la Modélisation d'un réseau d'éclairage avec lampe à décharge type fluorescent, sous logiciel de type circuit SIMPLORER*, Mémoire, Conservatoire National des Arts et Métiers, Lyon, 2000.
- [Sch34] S. A. SCHELKUNOFF – « The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields », *Bell System Technical Journal (EU)* **13** (1934).
- [SL02] F. SOULIER et P. LAGONOTTE – « Modeling distributed parameter systems with discrete element networks », *Proceedings of the fifteenth international symposium on mathematical theory of networks and systems* (South Bend, Indiana, USA) (D. S. Gilliam et J. Rosenthal, eds.), University of Notre Dame, August 2002, Article 25666.pdf.
- [YFW82] C.-S. YEN, Z. FAZARINC et R. L. WHEELER – « Time-Domain Skin-Effect Model for Transient Analysis of Lossy Transmission Lines », *Proceedings of the IEEE*, vol. 70, juillet 1982.