



HAL
open science

Vers l'exploitation de calculateurs quantiques analogiques pour l'optimisation

Daniel Vert, Renaud Sirdey, Stéphane Louise

► **To cite this version:**

Daniel Vert, Renaud Sirdey, Stéphane Louise. Vers l'exploitation de calculateurs quantiques analogiques pour l'optimisation. ROADEF 2019 : 20ème congrès annuel de la société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, Feb 2019, Le Havre, France. hal-02281021

HAL Id: hal-02281021

<https://hal.science/hal-02281021>

Submitted on 7 Sep 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Vers l'exploitation de calculateurs quantiques analogiques pour l'optimisation

Daniel Vert, Renaud Sirdey, Stephane Louise

CEA, LIST, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

{daniel.vert2,renaud.sirdey,stephane.louise}@cea.fr

Mots-clés : *Calcul quantique, Modèle analogique, Qbits, Optimisation.*

1 Introduction

Sur le plan pratique, l'émergence à moyen terme d'ordinateurs quantiques capables de rivaliser, pour la résolution de certains problèmes, avec les performances des calculateurs classiques les plus puissants reste hautement spéculative. En effet, et bien qu'il soit tout à fait pertinent d'investiguer les conséquences de l'existence de telles machines dans différents domaines applicatifs, les réalisations actuelles que l'on peut apparenter à des ordinateurs quantiques, bien qu'impressionnantes sur le plan de la physique, restent très modestes sur le plan informatique (algorithme de Grover sur un tableau à 4 entrées réalisé notamment au CEA en 2012, algorithme de Schor sur de tout petits nombres). Ces remarques concernent néanmoins ce qu'il convient d'appeler aujourd'hui l'ordinateur quantique numérique, c'est-à-dire composé de portes logiques quantiques s'appliquant sur des qbits. Cette voie n'est néanmoins pas la seule, afin de mettre à profit les propriétés quantiques de la nature pour le traitement de l'information. Ces dernières années, sont apparues des machines quantiques dites analogiques, dont les calculateurs actuellement commercialisés par la société canadienne D-Wave sont les premiers représentants, fonctionnant selon un principe de recuit à accélération quantique.

De manière abstraite, on peut voir un tel calculateur comme une machine spécialisée dans la résolution d'un problème d'optimisation NP-difficile (de type verre de spin) à l'aide d'un algorithme analogue à un recuit simulé mais bénéficiant d'un facteur d'accélération quantique (dont la détermination exacte n'est par ailleurs pas une question close). Ces machines ont l'avantage d'exister à une échelle non triviale (entre 500 et 1000 bits d'état interne) et le chemin technologique en vue de leur passage à l'échelle est beaucoup moins flou que celui de leurs cousins numériques.

Dans ce contexte, nous cherchons des chemins de transformations polynomiales permettant aussi efficacement que possible de ramener des problèmes d'optimisation vers le type de problème traité par ces machines.

2 Positionnement du problème

2.1 Problème de référence

Un processeur quantique analogique est conçu pour trouver des solutions de faible coût au problème de minimisation d'Ising [5], définis sur un graphe $G = (V, E)$ dont les sommets sont des qbits et les arrêtes des couplages. Soit $h : V \rightarrow \mathbb{Z}$ et $J : E \rightarrow \mathbb{Z}$ les valuations respectives de V et E , le système cherche alors à minimiser,

$$E(s) = \sum_{v \in V} h(v)s_v + \sum_{e \in E} J(e)s_e \quad (1)$$

où les variables du problème sont à valeurs dans $\{-1, 1\}$.

En pratique, on préférera travailler avec le problème QUBO qui consiste à minimiser $x^T Q x$ étant donnée une matrice $n \times n$, Q , pour $x \in \{0, 1\}^n$. En effet, ce dernier problème est trivialement équivalent au problème d'Ising et plus facilement manipulable. De même, les reformulations de problèmes combinatoires sous forme de QUBO sont connues pour souvent préserver la structure sous-jacente à la fonction économique [3].

2.2 Contraintes de mapping

Néanmoins, les contraintes liées à la réalisation de l'architecture du processeur D-Wave [2] imposent une topologie d'interconnexion des qbits qui ne définit pas un graphe complet mais un graphe quadratiquement moins dense, dit graphe Chimera, qui correspond à un réseau de graphes bipartis 2×4 . Lorsque le graphe engendré par les coefficients non nuls du problème QUBO n'est pas isomorphe à ce graphe d'interconnexion, le problème ne peut être directement résolu sur la machine. Dans ce cas, la difficulté est de rentabiliser au mieux le (faible) nombre de qbits sous les contraintes induites par cette topologie d'interconnexion.

3 Approche de résolution

Deux grands types d'approches de résolution existent dans la littérature : décomposition du problème et recombinaison d'une solution [1] ; résolution (une ou plusieurs fois) de relaxations du problème conformes aux contraintes de la topologie d'interconnexion [4].

La première approche se propose de représenter un qbit logique (variable du problème) par plusieurs qbits physiques. Cette solution conduit à résoudre un problème moins dense en coefficients de couplage avec potentiellement une déstructuration importante du problème initial. Malgré de premiers résultats expérimentaux encourageants en matière de qualité des solutions obtenues, la rentabilité d'utilisation des qbits reste (très) faible au sens où elle engendre un grand nombre de sous problèmes très petits et autant d'appels au processeur quantique.

Notre démarche se situe dans la seconde catégorie : nous choisissons d'affecter directement les qbits logiques (variables du problème) aux qbits physiques mais au prix d'une perte de coefficients de couplage (ceux qui correspondent à des arrêtes non présentes dans le graphe Chimera). La relaxation doit alors être aussi dense que possible pour préserver autant que faire se peut la structure du problème et doit être engendrée par un algorithme rapide.

Pour tester cette approche, nous engendrons plusieurs relaxations à l'aide d'algorithmes à démarrage multiple que nous résolvons ensuite à l'aide d'un recuit simulé classique, comme simulation au ralenti du recuit quantique. Les solutions obtenues sont ainsi confrontées avec la fonction économique du problème QUBO initial.

Des résultats expérimentaux préliminaires montrent que nous arrivons à obtenir des solutions proches des meilleures solutions connues moyennant un nombre important d'essais qu'il convient de mieux caractériser avant de conclure en termes de rentabilité et d'être comparée aux deux approches.

Références

- [1] Michael Booth, Steven P Reinhardt, and Aidan Roy. Partitioning optimization problems for hybrid classical. *quantum execution. Technical Report*, pages 01–09, 2017.
- [2] Corporate Headquarters. Programming with D-Wave : Map coloring problem. 2013.
- [3] Gary A. Kochenberger, Jin-Kao Hao, Fred Glover, Mark W. Lewis, Zhipeng Lü, Haibo Wang, and Yang Wang. The unconstrained binary quadratic programming problem : a survey. *J. Comb. Optim.*, 28(1) :58–81, 2014.
- [4] Mark Lewis and Fred Glover. Quadratic unconstrained binary optimization problem pre-processing : Theory and empirical analysis. *Networks*, 70(2) :79–97, 2017.
- [5] Andrew Lucas. Ising formulations of many NP problems. *Frontiers in Physics*, 2 :5, 2014.