HAL
open science

Canal à deux relais utilisant Compress-and-Forward

Anne Savard, Laurent Clavier

To cite this version:

Anne Savard, Laurent Clavier. Canal à deux relais utilisant Compress-and-Forward. GRETSI 2019 - XXVIIème Colloque francophone de traitement du signal et des images, Aug 2019, Lille, France. hal-02275880

HAL Id: hal-02275880

https://hal.science/hal-02275880v1

Submitted on 2 Sep 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Canal à deux relais utilisant Compress-and-Forward

Anne SAVARD, Laurent CLAVIER

IMT Lille Douai, Univ. Lille, CNRS, UMR 8520 - IEMN, F-59000 Lille, France
(anne.savard, laurent.clavier)@imt-lille-douai.fr

Résumé – Ce papier propose une étude d'un canal bi-directionnel où deux relais aident deux utilisateurs à échanger leurs données. Nous nous concentrons sur le cas où l'un des deux relais utilise le schéma Compress-and-Forward (CF) alors que l'autre relais peut utiliser soit CF soit Decode-and-Forward (DF) soit Amplify-and-Forward (AF). Nous commençons par présenter les régions de rendements atteignables par les trois schémas précédents et les comparons via des simulations numériques. Bien qu'aucun des trois schémas de relayage ne soit le plus performant quelque soient les positions des deux relais, il est possible de dégager des régions (en terme de positions des relais) où l'un des schémas est plus performant que les deux autres.

Abstract – This paper studies the Gaussian two-way daimond relay channel, where two relays are available to help the message's exchange between two users. We foccus on the case where one of the relays performs a lattice-based Compress-and-Forward (CF) scheme, whereas the other relay performs either Decode-and-Forward (DF) or Amplify-and-Forward (AF) or CF. We start by characterizing the three achievable rate regions and compare them via numerical evaluations. None of the above schemes outperfoms the other one for all positions of the relay, but some concluding remarks can be done based on the position of both relays.

1 Introduction

Avec la demande accrue de débits et le nombre toujours croissant de systèmes communicants, la prochaine génération de communication sans fils reposera sur les communications coopératives [1]. Le canal à relais, introduit dans [2] est l'exemple le plus simple d'une telle communication, où un relais aide un utilisateur à communiquer avec une destination. Deux schémas de relayage ont été proposé pour ce premier modèle, à savoir Compress-and-Forward (CF) et Decode-and-Forward (DF) [3]. De nombreuses extensions de ce modèle ont ensuite été proposée : le canal à relais bi-directionnel [4], où un relais aide deux utilisateurs à échanger leurs données, ou encore un canal bi-directionnel à deux relais - *two-way diamond relay channel* (TWDRC). Ce dernier a été étudié dans la littérature en considérant des relais half-duplex [5], [6]. [7] en propose une étude en considérant les bruits additifs aux différents nœuds Gaussiens mais en ne considérant que le cas où tous les gains entre les deux utilisateurs et chaque relais sont identiques.

Dans ce papier, nous proposons d'étudier le canal TWDRC lorsque les relais sont full-duplex et que les bruits additifs aux différents nœuds sont Gaussiens. A la différence de [7], nous n'imposons aucune contrainte sur les gains entre les nœuds du système. Nous nous intéressons plus particulièrement au cas où l'un des relais n'est pas capable de décoder les messages provenant des utilisateurs mais est capable de compresser le signal reçu en utilisant le schéma CF basé sur des réseaux de points (*lattices*). Le second relais pourra soit décoder les messages des deux utilisateurs en utilisant le schéma DF, donnant lieu au schéma noté DF/CF, ou encore amplifier le signal reçu en utilisant le schéma Amplify-and-Forward (AF), ou, enfin, compresser le signal reçu, donnant lieu au schéma AF/CF, respectivement CF/CF.

Le but de ce papier est de donner en fonction de la position des relais et des utilisateurs le schéma de relayage atteignant les meilleurs rendements.

La suite de ce papier est organisée de la façon suivante : la Section 2 présente le canal bi-directionnel à deux relais étudié ainsi que les notations utilisées. La Section 3 présente nos principaux résultats, en commençant par caractériser dans la Section 3.1 la région de rendement atteignable lorsque les deux relais utilisent CF. Ensuite, la Section 3.2 présente les régions de rendements atteignables lorsque le relais R_2 utilise le schéma CF et que le relais R_1 utilise le schéma DF ou AF. La Section 4 présente des comparaisons numériques des différents schémas de relayage et enfin la Section 5 conclue ce papier.

2 Canal bi-directionnel à deux relais

Dans ce papier, nous étudions le canal Gaussien bi-directionnel à deux relais (TWDRC) qui se compose de deux utilisateurs échangeant leurs messages avec l'aide de deux relais. Ce canal est représenté en FIGURE 1. Dans le cas où les bruits sont supposés Gaussiens, l'utilisateur $U_i, i \in \{1, 2\}$ envoie le message X_i de puissance moyenne P_i et le relais $R_j, j \in \{1, 2\}$ envoie le message X_j de puissance moyenne P_{R_j}. Les signaux reçus par le relais 1 et 2 sont donnés par

$$Y_{R_1} = h_1 X_1 + h_2 X_2 + Z_{R_1}$$
$$Y_{R_2} = g_1 X_1 + g_2 X_2 + Z_{R_2},$$

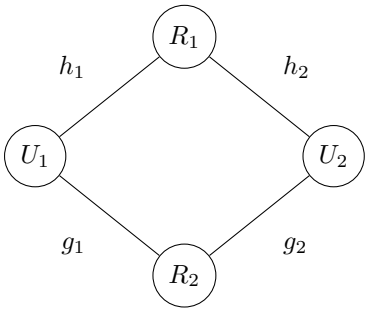

FIGURE 1 – Canal bi-directionnel à deux relais

et les signaux reçus par l'utilisateur $U_i, i \in \{1,2\}$ sont donnés par

$$Y_1 = h_1 X_{R_1} + g_1 X_{R_2} + Z_1$$
$$Y_2 = h_2 X_{R_1} + g_2 X_{R_2} + Z_2,$$

où Z_1, Z_2, Z_{R_1} et Z_{R_2} sont des bruits Gaussiens de variance N_1, N_2, N_{R_1} et N_{R_2}, respectivement. Dans ce papier, nous supposons que les relais sont full-duplex et que les messages envoyés par un nœud dépendent uniquement de leur message courant et non de symboles passés.

Les notations suivantes seront utilisées :
- $C(x)$ représente la fonction $C(x) = \frac{1}{2}\log_2(1+x)$;
- $\forall i \in \{1,2\}$ i' représente $i' = \{1,2\} \setminus i$;
- $\overline{x}$ représente $\overline{x} = 1 - x$;
- $\sigma^2_{R_1} = h_1^2 P_1 + h_2^2 P_2 + N_{R_1}$;
- $\sigma^2_{i1} = h_{i'}^2 P_{i'} + N_{R_1}$;
- $\sigma^2_{i2} = g_{i'}^2 P_{i'} + N_{R_2}$.

3 Régions de rendements atteignables

Dans cette Section, nous présentons nos principaux résultats pour le canal TWDRC Gaussien.

3.1 Région de rendements atteignables avec CF/CF

Nous commençons par présenter la région de rendements atteignables sur le canal TWDRC Gaussien lorsque les deux relais utilisent le schéma CF basé sur les réseaux de points.

Proposition 1. *Quels que soient les rendements de compression R_{q_1} et R_{q_2} tels que les contraintes (2)-(3) soient satisfaites, la région de rendements atteignables sur le canal TWDRC Gaussien en utilisant CF aux deux relais est donnée par*

$$R_i^{CF/CF} \leq C\left(\frac{h_i^2 P_i}{N_{R_1} + \frac{\max\{\sigma^2_{11},\sigma^2_{21}\}}{2^{2R_{q_1}}-1}} + \frac{g_i^2 P_i}{N_{R_2} + \frac{\max\{\sigma^2_{12},\sigma^2_{22}\}}{2^{2R_{q_2}}-1}}\right). \quad (1)$$

La région de rendements de compression atteignable, représentée en FIGURE 2*, est donnée par*

$$R_{q_1} \leq C\left(P_{R_1} \min_i \frac{h_i^2}{N_i}\right), R_{q_2} \leq C\left(P_{R_2} \min_i \frac{g_i^2}{N_i}\right) \quad (2)$$

$$R_{q_1} + R_{q_2} \leq C\left(\min_i \frac{h_i^2 P_{R_1} + g_i^2 P_{R_2}}{N_i}\right). \quad (3)$$

Démonstration. La région (1) est obtenue en utilisant du codage de type Wyner-Ziv ainsi que du Maximum Ratio combining (MRC) et celle pour la compression repose sur le décodage parfait des indices de compression aux deux utilisateurs. La preuve détaillée peut être trouvée dans [8]. □

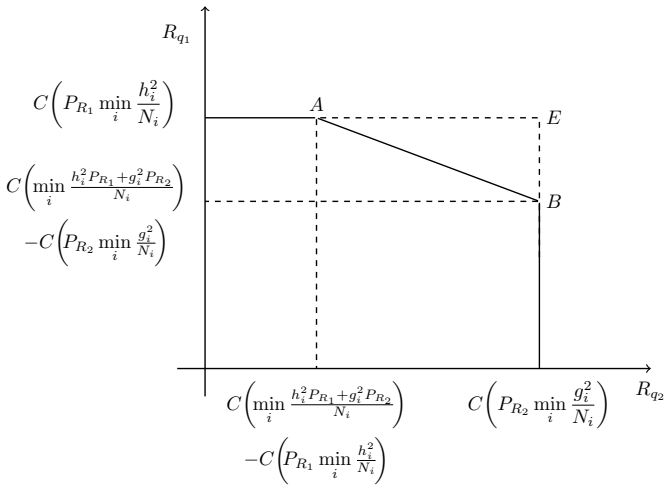

FIGURE 2 – Région de rendements de compression atteignable

Si les contraintes individuelles (eq. (2)) sur les rendements de compression sont les plus contraignantes, i.e. si

$$C\left(P_{R_1} \min_i \frac{h_i^2}{N_i}\right) + C\left(P_{R_2} \min_j \frac{g_j^2}{N_j}\right) \leq C\left(\min_k \frac{h_k^2 P_{R_1} + g_k^2 P_{R_2}}{N_k}\right) \quad (4)$$

alors la région de rendements atteignables pour la compression a la forme d'un rectangle dont E est l'un des coins. Si la contrainte (3) est la plus contraignante, alors la région de rendements atteignables pour la compression est le pentagone avec les coins A et B.

Comme les rendements $R_i^{CF/CF}$ sont des fonctions croissantes de R_{q_i}, ces derniers doivent être choisis aussi grands que possible. Ainsi, si la contrainte (4) est satisfaite, le point E permet d'obtenir les meilleurs rendements $R_i^{CF/CF}$. La proposition suivante donne des conditions permettant de garantir que le point E est atteignable. Les rendements $R_i^{CF/CF}$ sont également donnés si le point E est atteignable.

Proposition 2. *Si les paramètres du système satisfont une des trois conditions suivantes, alors le point E est atteignable :*

$\forall i \in \{1,2\}$,

$$[C_1] : h_i^2 g_i^2 P_{R_1} P_{R_2} N_{i'} \leq P_{R_1} N_i (h_{i'}^2 N_i - h_i^2 N_{i'}) + P_{R_2} N_i (g_{i'}^2 N_i - g_i^2 N_{i'})$$

$$[C_2] : h_i^2 (N_{i'} + g_{i'}^2 P_{R_2}) \leq h_{i'}^2 N_i$$

$$[C_3] : g_{i'}^2 (N_i + h_i^2 P_{R_1}) \leq g_i^2 N_{i'}.$$

La région de rendements atteignables en utilisant le schéma CF/CF est alors donnée par

$$R_i^{CF/CF} \leq C\left(\frac{h_i^2 P_i}{N_{R_1} + \frac{\max\{\sigma_{11}^2, \sigma_{21}^2\}}{P_{R_1} \min_i \frac{h_i^2}{N_i}}} + \frac{g_i^2 P_i}{N_{R_2} + \frac{\max\{\sigma_{12}^2, \sigma_{22}^2\}}{P_{R_2} \min_i \frac{g_i^2}{N_i}}}\right)$$

Démonstration. Les trois cas sont obtenus en considérant toutes les combinaisons possibles sur i, j, k dans (4). La région de rendement atteignables avec CF/CF est obtenue en remplaçant les rendements de compression associés au point E dans (1). □

Si la somme (3) est la plus contraignante, les meilleurs rendements sont atteints pour un point de compression situé sur le segment $[AB]$ de la FIGURE 2. Il n'est cependant pas simple d'en donner une expression analytique : Travailler au point A ou B permet de favoriser la compression réalisée au relais 1 ou 2 mais aucune conclusion ne peut être faite sur l'impact sur $R_1^{CF/CF}$, $R_2^{CF/CF}$, ou leur somme.

3.2 Région de rendements atteignables avec DF/CF et AF/CF

Nous présentons maintenant la région de rendements atteignables lorsque le relais R_1 utilise DF ou AF et le relais 2 utilise CF. Nous donnons tout d'abord une région de rendements atteignables lorsque le relais envoie un message de la forme $X_{R_1} = \rho_1 X_1 + \rho_2 X_2 + \rho_3 Z_{R_1}$, où les coefficients ρ_i dépendent du schéma de relayage utilisé au relais R_1 et sont tels que la contrainte de puissance moyenne au relais soit satisfaite, i.e. $\rho_1^2 P_1 + \rho_2^2 P_2 + \rho_3^2 N_{R_1} = P_{R_1}$. Ce type de message permet de généraliser DF et AF, qui sont obtenus pour des valeurs spécifiques de ρ_i.

Proposition 3. *Si le relais R_1 envoie un signal de la forme $X_{R_1} = \rho_1 X_1 + \rho_2 X_2 + \rho_3 Z_{R_1}$ et que le relais R_2 utilise un schéma CF basé sur des réseaux de points, alors la région de rendements suivante est atteignable*

$$R_1^g \leq C\left(\frac{g_1^2 P_1}{N_{R_2}+D} + \frac{h_2^2 \rho_1^2 P_1}{N_{eq_2}}\right), R_2^g \leq C\left(\frac{g_2^2 P_2}{N_{R_2}+D} + \frac{h_1^2 \rho_2^2 P_2}{N_{eq_1}}\right),$$

où D et N_{eq_i} sont définis par $N_{eq_i} = h_i^2 \rho_3^2 N_{R_1} + N_i$ et

$$D = \frac{N_{R_2} + \max\left\{\frac{g_1^2 P_1 N_{eq_2}}{h_2^2 \rho_1^2 P_1 + N_{eq_2}}; \frac{g_2^2 P_2 N_{eq_1}}{h_1^2 \rho_2^2 P_2 + N_{eq_1}}\right\}}{\min\left\{\frac{g_1^2 P_{R_2}}{N_{eq_1} + h_1^2 \rho_2^2 P_2}; \frac{g_2^2 P_{R_2}}{N_{eq_2} + h_2^2 \rho_1^2 P_1}\right\}}.$$

Démonstration. La preuve détaillée peut être trouvée dans [8]. Elle repose sur du codage de type bloc Markov, du codage de Wyner-Ziv et du MRC. □

Corollaire 1. *Si le relais R_1 utilise DF et le relais R_2 CF, la région de rendements suivante est atteignable :*

$$R_1^{DF/CF} \leq \min\left\{C\left(\frac{h_1^2 P_1}{N_{R_1}}\right); C\left(\frac{g_1^2 P_1}{N_{R_2}+D} + \frac{h_2^2 \gamma_1^2 P_{R_1}}{N_2}\right)\right\},$$

$$R_2^{DF/CF} \leq \min\left\{C\left(\frac{h_2^2 P_2}{N_{R_1}}\right); C\left(\frac{g_2^2 P_2}{N_{R_2}+D} + \frac{h_1^2 \overline{\gamma_1^2} P_{R_1}}{N_1}\right)\right\},$$

$$R_1^{DF/CF} + R_2^{DF/CF} \leq C\left(\frac{h_1^2 P_1 + h_2^2 P_2}{N_{R_1}}\right), \text{ où}$$

$$D = \frac{\max\left\{\frac{g_2^2 P_2 N_1}{h_1^2 \overline{\gamma_1^2} P_{R_1} + N_1}; \frac{g_1^2 P_1 N_2}{h_2^2 \gamma_1^2 P_{R_1} + N_2}\right\} + N_{R_2}}{\min\left\{\frac{g_1^2 P_{R_2}}{N_1 + h_1^2 \overline{\gamma_1^2} P_{R_1}}; \frac{g_2^2 P_{R_2}}{N_2 + h_2^2 \gamma_1^2 P_{R_1}}\right\}}.$$

$0 \leq \gamma_1 \leq 1$ *réalise le compromis au relais R_1 entre la partie destinée à l'utilisateur U_1 et U_2.*

Démonstration. Le signal envoyé par le relais R_1 est $X_{R_1}^{DF}(b) = \sqrt{\frac{\gamma_1^2 P_{R_1}}{P_1}} X_1(b-1) + \sqrt{\frac{\overline{\gamma_1^2} P_{R_1}}{P_2}} X_2(b-1)$. Remplacer ρ_i par leurs valeurs permet d'obtenir le résultat. Les contraintes supplémentaires sur les rendements viennent du décodage au relais de X_1 et X_2. □

Corollaire 2. *Si le relais R_1 utilise AF et le relais R_2 CF, la région de rendements suivante est atteignable :*

$$R_i^{AF/CF} \leq C\left(\frac{h_1^2 h_2^2 P_i \frac{P_{R_1}}{\sigma_{R_1}^2}}{N_{eq_{i'}}} + \frac{g_i^2 P_i}{N_{R_2}+D}\right),$$

où N_{eq_i} et D sont donnés par $N_{eq_i} = h_i^2 P_{R_1} \frac{N_{R_1}}{\sigma_{R_1}^2} + N_i$,

$$D = \frac{N_{R_2} + \max_{i\in\{1;2\}}\left\{\frac{g_i^2 h_{i'}^2 P_{R_1} P_i N_{R_1} + N_{i'} g_i^2 P_i \sigma_{R_1}^2}{h_{i'}^2 P_{R_1} \sigma_{i'1}^2 + N_{i'} \sigma_{R_1}^2}\right\}}{\min\left\{\frac{g_1^2 P_{R_2}}{h_1^2 P_{R_1} \frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{R_1}^2} + N_1}; \frac{g_2^2 P_{R_2}}{h_2^2 P_{R_1} \frac{\sigma_{21}^2}{\sigma_{R_1}^2} + N_2}\right\}}.$$

Démonstration. Le signal envoyé par le relais est $X_{R_1}^{AF}(b) = \sqrt{\frac{P_{R_1}}{\sigma_{R_1}^2}}(h_1 X_1(b-1) + h_2 X_2(b-1) + Z_{R_1}(b-1))$. Remplacer ρ_i par leurs valeurs permet d'obtenir le résultat. □

4 Résultats numériques

Pour nos simulations numériques, nous supposons que les deux utilisateurs sont à une distance unitaire l'un de l'autre et que le relais R_i est à une distance d_i de l'utilisateur U_1. Les gains des canaux sont donnés par $h_1 = \frac{1}{d_1^{3/2}}$, $h_2 = \frac{1}{(1-d_1)^{3/2}}$, $g_1 = \frac{1}{d_2^{3/2}}$, $g_2 = \frac{1}{(1-d_2)^{3/2}}$. Nous supposons de plus que $P_{R_i} = P_i = 10$, $N_{R_i} = N_i = 1$.

Les FIGURE 3, FIGURE 4 et FIGURE 5 représentent le rendement somme atteignable avec CF/CF, CF/DF et CF/AF respectivement. Les trois figures présentent aussi l'écart au ren-

dement somme atteignable présenté dans [7, Corollary 1], où chaque utilisateur ne transmet qu'au relais le plus performant.

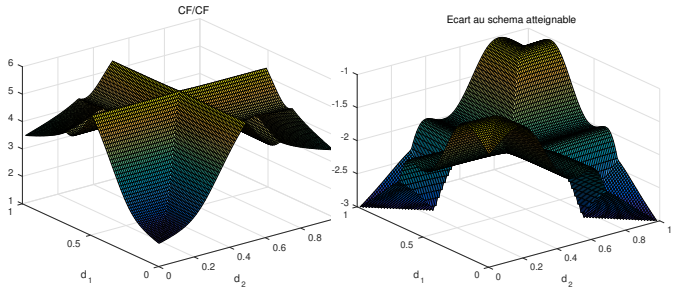

FIGURE 3 – CF/CF : Rendement somme atteignable (gauche) et écart à [7, Corollary 1] (droite)

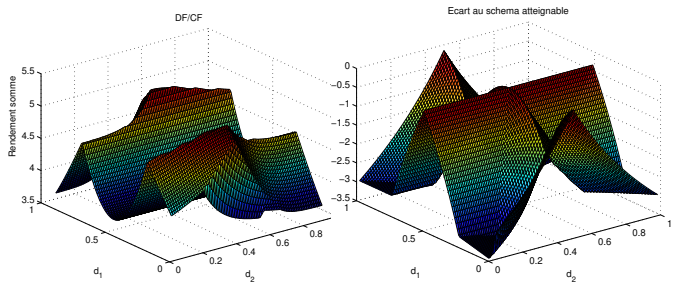

FIGURE 4 – DF/CF : Rendement somme atteignable (gauche) et écart à [7, Corollary 1] (droite)

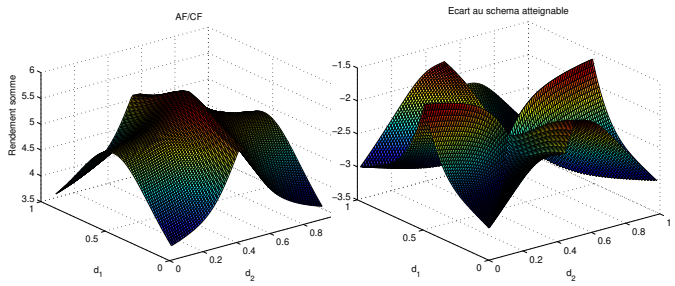

FIGURE 5 – AF/CF : Rendement somme atteignable (gauche) et écart à [7, Corollary 1] (droite)

Il est à noter qu'utiliser deux relais au lieu d'un seul comme dans [7, Corollary 1] permet dans tous les cas d'améliorer les performances. De plus, aucun des trois schémas de relayage ne donne les meilleures performances pour toutes les positions des relais. Pour le canal à relais bi-directionnel, DF donnes les meilleurs rendements lorsque le relais est proche de l'un des utilisateurs et CF lorsque le relais est environ au milieu entre les deux utilisateurs. AF ne permet jamais d'atteindre des rendements supérieurs à ceux de DF et CF simultanément, mais est néanmoins plus performant que CF lorsque le relais est proche d'un des utilisateurs et est plus performant que DF lorsque le relais est au milieu des deux utilisateurs.

Pour le canal à deux relais, nous pouvons constater qu'AF/CF et CF/CF donnent des rendements élevés lorsque les deux relais sont au milieu des utilisateurs, ce qui s'explique de part les bonnes performances de AF et de CF pour ces positions de relais. DF/CF, quant à lui, donne des bonnes performances lorsque le relais R_1 est proche d'un utilisateur et R_2 est entre les utilisateurs, ce qui s'explique par les bonnes performances de DF et CF pour ces positions de relais. Nous pouvons également constater que CF/CF est très performant lorsque le relais R_1 est proche de U_2 et le relais R_2 proche de U_1 ou l'inverse. Pour ces positions de relais, la compression du message pour l'utilisateur U_1 et U_2 s'effectue en effet avec un rendement élevé.

5 Conclusion

Nous avons étudié trois schémas de relayage sur un canal bi-directionel Gaussien à deux relais lorsqu'un des relais utilise CF. Nous avons donné les régions de rendements atteignables pour trois schémas de relayage que nous avons comparé au travers de simulations numériques. Dans des travaux futurs, il pourrait être intéressant de considérer le même canal mais en ne restreignant pas le second relais à utiliser CF.

Remerciement

Ce travail a été partiellement financé par le projet ANR-16-CE25-0001 ainsi que par l'IRCICA, CNRS USR 3380, Lille, France.

Références

[1] M. Dai, P. Wang, S. Zhang, B. Chen, H. Wang, X. Lin and C. Sun, "Survey on cooperative strategies for wireless relay channels," *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*, vol. 25, no. 9, pp. 926–942, 2014.

[2] E. C. van der Meulen, "Three-terminal communication channels," *Adv. Appl. Prob.*, vol. 3, pp. 120–154, 1971.

[3] T. M. Cover and A. E. El Gamal, "Capacity theorems for the relay channel," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 25, no. 5, pp. 572–584, Sep. 1979.

[4] B. Rankov and A. Wittneben, "Achievable rate regions for the two-way relay channel," *IEEE International Symposium Information Theory (ISIT)*, 2006.

[5] V. Prathyusha, B. Srikrishna, and T. Andrew, "The Gaussian two-way diamond channel," *IEEE Allerton*, pp. 1292–1299, 2013.

[6] P. Hu, C. Sung, and K. Shum, "Joint channel-network coding for the gaussian two-way two-relay network," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, Dec. 2010.

[7] M. Ashraphijuo, V. Aggarwal, and X. Wang, "On the capacity regions of two-way diamond channels," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 61, no. 11, pp. 6060–6090, Nov. 2015.

[8] A. Savard and L. Clavier, "On the two-way diamond relay channel with lattice-based compress-and-forward," *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, 2018.