

Phase gazeuse : équations Q.S.

$$\frac{dM}{dt} = -\dot{M}$$



$$M = \frac{4}{3} \pi r_s^3 \rho_L$$

$$\dot{M} = 4\pi \frac{k}{c_p} r_s \ln(1+B_T) = 4\pi \rho D r_s \ln(1+B_M)$$

$$p_C X_{FS} = p_L(T_S)$$

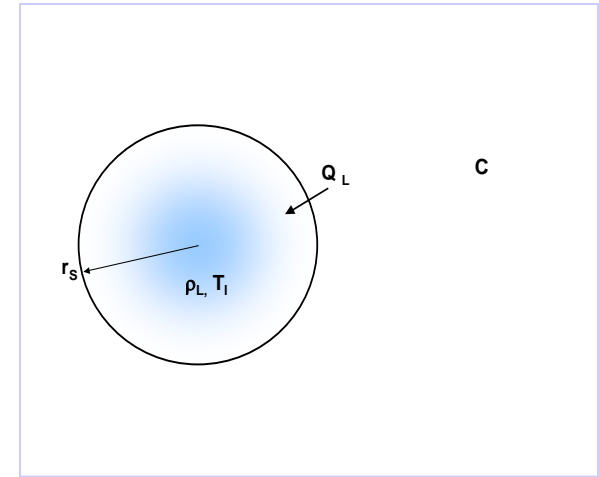


$$B_M = \frac{Y_{FS} - Y_{FC}}{1 - Y_{FS}}$$

$$B_T = \frac{c_p (T_C - T_S)}{\ell + Q_L / \dot{M}}$$

Phase liquide : modélisation continue

$$\rho_L c_L \frac{\partial T_l}{\partial t} - \frac{k_L}{r} \frac{\partial^2 (rT_l)}{\partial r^2} = 0, \quad 4\pi r_s^2 k_L \frac{\partial T_l}{\partial r} \Big|_{r_s} = Q_L, \quad T_l(r_s, t) = T_s, \quad \frac{\partial T_l}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0$$

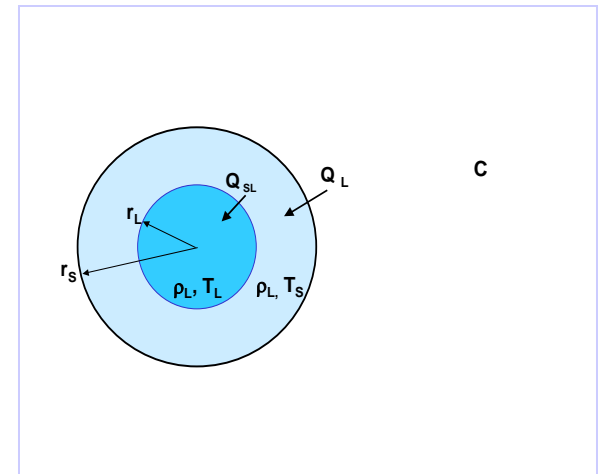


Phase liquide : modélisation discrète bi-couche

*goutte stratifiée en deux couches concentriques
de températures uniformes*

$$M_L c_L \frac{dT_L}{dt} = Q_{SL}, \quad M_S c_L \frac{dT_S}{dt} = -Q_{SL} + Q_L$$

$$\begin{cases} Q_{SL} = 2\pi k_{LL} r_{LL} Nu_{LL} (T_S - T_L) \\ M_L = \frac{4}{3}\pi r_L^3 \rho_L, \quad M_S = \frac{4}{3}\pi (r_s^3 - r_L^3) \rho_L \end{cases}$$



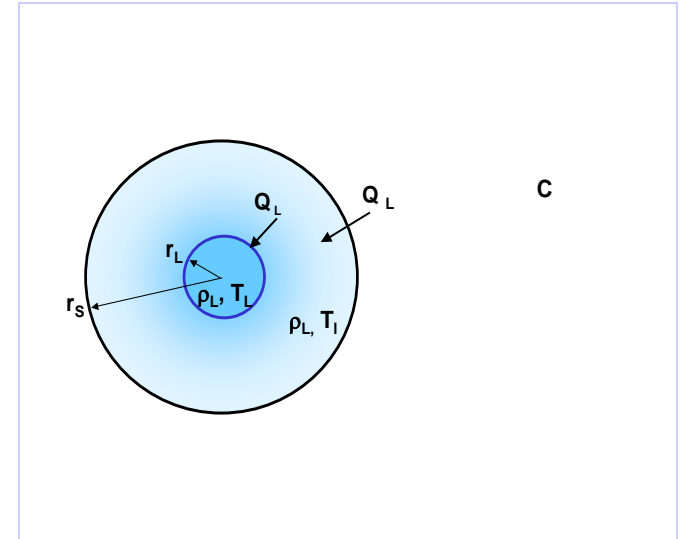
Phase liquide : modélisation semi-continue

Entre $r=r_L$ et $r=r_S$: conduction pure, température $T_l(x,t)$

$$-\frac{k_L}{r} \frac{\partial^2 (rT_l)}{\partial r^2} = 0, \quad 4\pi r_s^2 k_L \frac{\partial T_l}{\partial r} \Big|_{r_s} = 4\pi r_s^2 k_L \frac{\partial T_l}{\partial r} \Big|_{r_L} = Q_L, \quad T_l(r_s, t) = T_s, \quad T_l(r_L, t) = T_L(t)$$

Entre $r=0$ et $r=r_L$: accumulation thermique, température $T_L(t)$

$$M_L c_L \frac{dT_L}{dt} = Q_L$$



Equations en \hat{f}

Phase vapeur :

$$\hat{M} = \alpha \frac{i u}{1 + i u} (\bar{b} \hat{T}_s - \hat{p}_c)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = 3 \omega \bar{\tau}_v \quad \bar{\tau}_v = \bar{M} / \dot{\bar{M}} \quad \bar{b} = \frac{T_s}{(T_s - c)^2} b \\ \alpha = \frac{B}{(1 + B_M)^M} \frac{Y_{AC} Y_{FS}}{Y_{AS} (Y_{FS} - Y_{FC})} \frac{M_A}{M_F X_{FS} + M_A X_{AS}} \end{array} \right.$$

$$\Delta \hat{Q}_L = \bar{M} \bar{\ell} (\bar{a} \hat{p}_c - \mu \hat{T}_s)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{a} = \frac{T_c}{T_c - T_s} \frac{\gamma - 1}{\gamma} + \varphi \quad \mu = \frac{T_s}{T_c - T_s} - \frac{2c}{T_s - c} + b \varphi \\ \varphi = \left(\frac{Y_{AC} Y_{FS}}{Y_{AS} (Y_{FS} - Y_{FC})} + \frac{(M_A - M_F) Y_{FS}}{M_F \bar{Y}_{AS} + M_A Y_{FS}} \right) \frac{M_A}{M_F X_{FS} + M_A X_{AS}} \end{array} \right.$$

Phase liquide : modèle continu

$$E=1-(1+i)\sqrt{\frac{3u}{2\theta}} \operatorname{cth}\left((1+i)\sqrt{\frac{3u}{2\theta}}\right), \theta=\frac{9k_L \bar{\tau}_v}{\rho_L c_L \bar{r}_S^2}=\frac{\bar{\tau}_v}{\bar{\tau}_\tau} \quad \hat{M}=\alpha Z \hat{p}_C$$

$$\Delta \hat{Q}_L = -4\pi \bar{r}_S k_L \bar{T}_S E \hat{T}_S$$

fonction de transfert du modèle continu :

$$Z_2 = \frac{1}{\alpha} \frac{\hat{M}}{\hat{p}_C} = \frac{i u}{1+i u} \frac{A+\theta E(u)}{B-\theta E(u)}$$

$$A=3(\bar{a}\bar{b}-\mu)/\lambda, B=3\mu/\lambda, \lambda=c_L \bar{T}_S / \ell$$

Phase liquide : modélisation discrète bi-couche

$$\beta_L = \frac{3k_L Nu_L}{2\rho_L c_L r_L^2}, \varepsilon = \left(\frac{r_L}{r_S}\right)^3 \quad \Lambda = 3\beta_L \bar{\tau}_v$$

$$i\omega \hat{T}_L = \beta_L (\hat{T}_S - \hat{T}_L), \quad \Delta \hat{Q}_L = i\omega \bar{M} c_L \bar{T}_S [\varepsilon \hat{T}_L + (1-\varepsilon) \hat{T}_S]$$

fonction de transfert du modèle discret :

$$Z = \frac{1}{\alpha} \frac{\hat{M}}{\hat{p}_C} = \frac{i u}{1+i u} \frac{(\Lambda+i u)(A-i u) - \varepsilon u^2}{(\Lambda+i u)(B+i u) + \varepsilon u^2}$$

Phase liquide : modèle semi-continu

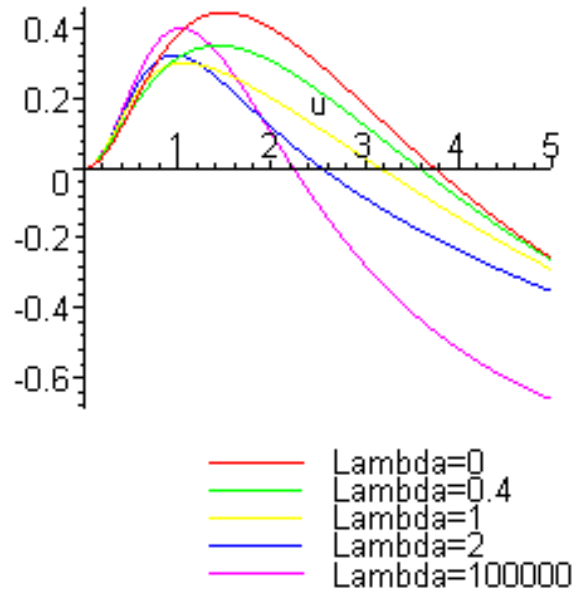
fonction de transfert du modèle semi-continu :

$$Z_3 = \frac{1}{\alpha} \frac{\hat{M}}{\hat{p}_C} = \frac{i u}{1+i u} \frac{A - (1-A/\Lambda) i u}{B + (1+B/\Lambda) i u}$$

Recherche de la valeur de ε donnant la modélisation bi-couche la plus proche de la modélisation continue

$$\theta = 9k_L \bar{\tau}_v / \rho_L c_L \bar{r}_S^2 \quad \Lambda = 0,5 Nu_L \varepsilon^{-2/3} \theta$$

Pour $Nu_L=2$, $\Lambda = \varepsilon^{-2/3} \theta$



$$Z_2(\theta, u) = \frac{i u}{1 + i u} \frac{A + \theta E(\theta, u)}{B - \theta E(\theta, u)}$$

$$E = 1 - v c t h v, \quad v = (1 + i) \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{u}{\theta}\right)^{1/2}$$

$$\theta \Rightarrow R(Z_2(\theta, u_c)) = 0 \Rightarrow u_c$$

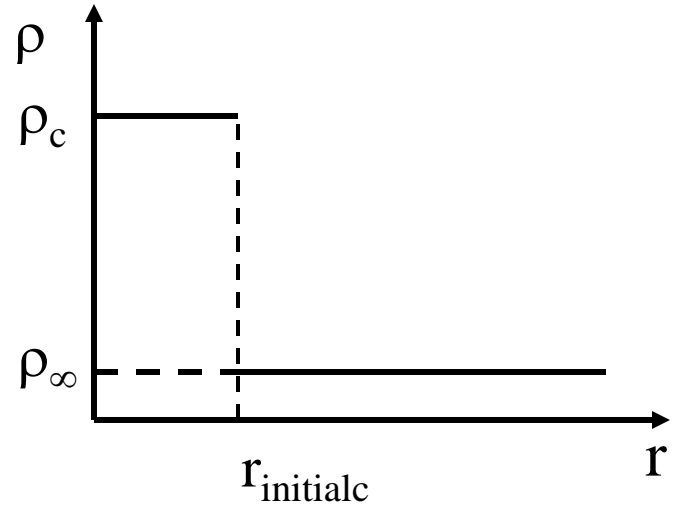
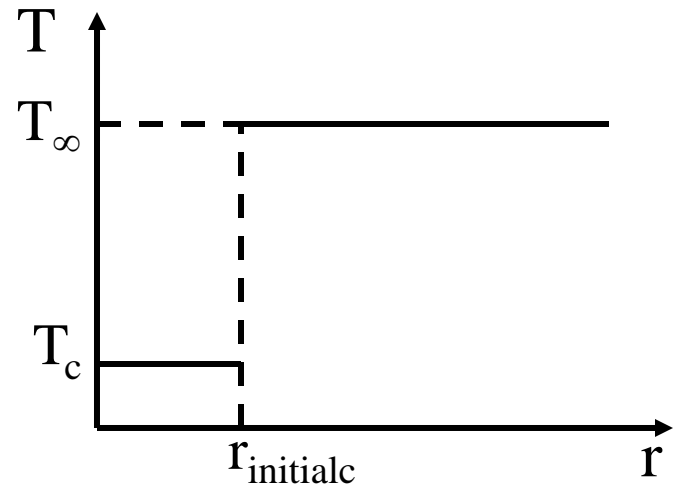
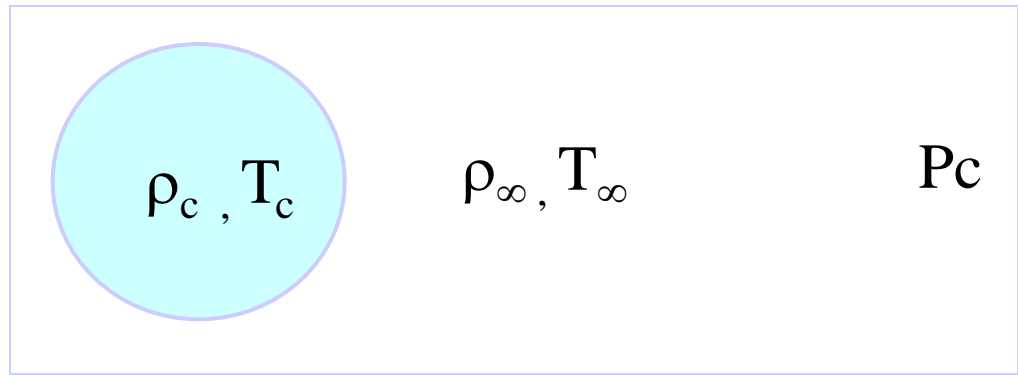
$$Z(\theta, u, \varepsilon) = \frac{i u}{1 + i u} \frac{(A - i u) \left(\theta \varepsilon^{-2/3} + i u \right) - \varepsilon u^2}{(B + i u) \left(\theta \varepsilon^{-2/3} + i u \right) + \varepsilon u^2}$$

$$(\theta, u_c) \Rightarrow R(Z(\theta, u_c, \varepsilon)) = 0 \Rightarrow \varepsilon$$

Influence du coefficient d'échange thermique réduit Λ entre les deux couches sur le facteur de réponse $N = \alpha Re(Z)$ pour un rapport de volume $\varepsilon = (r_L/r_S)^3 = 0.5$ pour $A=1, B=2$.

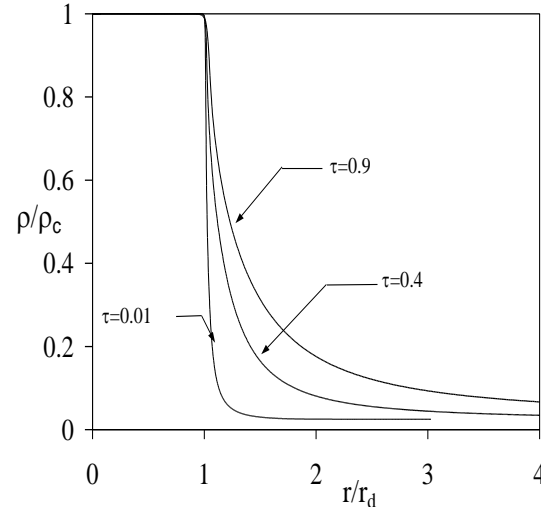
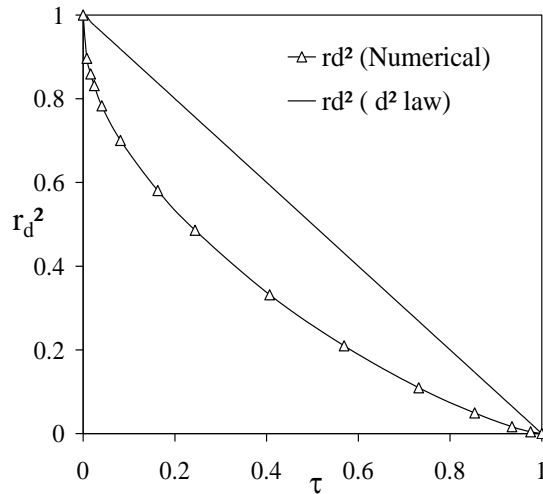
Recherche de la valeur de ε_3 donnant la modélisation semi-continue la plus proche de la modélisation continue : **même méthode**

Conditions initiales

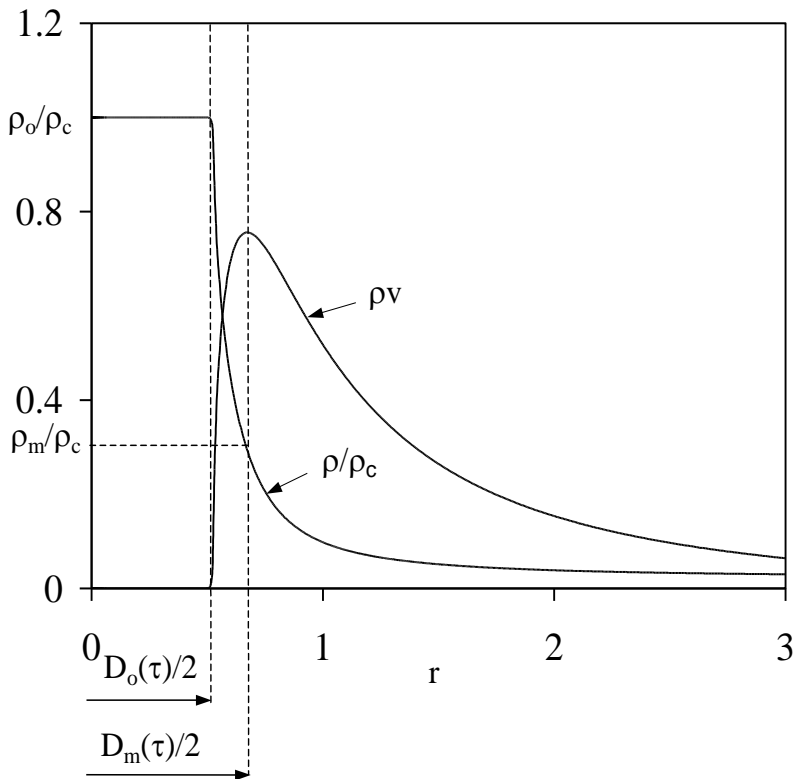


RESULTATS DE L'ANALYSE Q.S.

- Appliquée à une goutte au voisinage du point critique, l'analyse Q.S. conduit à la loi en d^2 (Arias-Zugasti, M., *et al*, Phys. Rev. E., 60, 2930, 1999)
- Mais la comparaison avec les résultats numériques montre que la loi en d^2 n'est pas vérifiée



3. Cette observation nous a conduits à mettre au point un nouveau type d'analyse Q.S.



Profils numériques spatiaux en densité et en débit surfacique
À un instant donné. Les deux isochores de référence,
délimitant l' «interface» épaisse, sont représentées.

$$x = r - r_d$$

$$\tau = \frac{t}{t_{\text{life time}}}$$

$$\varepsilon = \frac{\rho_{\infty}}{\rho_{\text{crit.}}}$$

$$\gamma_{\infty} = \frac{t_{\text{gas diffusion}}}{t_{\text{life time}}}$$

$$m(\theta) = \int_{\theta}^{\theta_{\infty}} \frac{\lambda}{\int_{\theta_c}^{\theta} C_p d\theta''} d\theta'$$

★ ρ_m , qui limite un domaine
de rayon $r_m(\tau)$, est tel que:

$$\frac{t_{\text{diff}}(\rho_m)}{t_{\text{vie}}} = O(1)$$

RESULTATS DE LA NOUVELLE ANALYSE

★ On étudie la zone de fort gradient : $r_d(\tau) < r < r_m(\tau)$

($r_m(\tau)$: rayon du domaine limité par l'isochore ρ_m où le débit unitaire est maximum)

⇒ Evolution Q.S. dans le référentiel (X, τ)

$$X = \frac{r - r_d(\tau)}{\delta(\tau)}, \quad \delta(\tau) = r_m(\tau) - r_d(\tau)$$

$$\Rightarrow \dot{r}_d (r_m - r_d) = - \frac{\varepsilon}{\gamma_\infty} (m(\theta_c) - m(\theta_m))$$

⇒ On trouve une loi en d_m^2 pour le diamètre de débit unitaire maximum

$$r_m = \sqrt{1 - \tau}$$

⇒ Relation approchée entre r_m and r_g (on retrouve la loi en d^2 pour $\beta \rightarrow \infty$) :

$$r_d^\beta - \beta r_d = (1 - \beta) \sqrt{1 - \tau} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{\gamma_\infty}{2\varepsilon(m(\theta_c) - m(\theta_m))}$$

