

# L'ANALYSE DE MANUELS EN FORMATION : POUR QUOI FAIRE ?

**Christine MANGIANTE-ORSOLA**

MCF, ESPE LNF, UNIVERSITE D'ARTOIS  
Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML)

COPIRELEM

christine.mangiante@espe-lnf.fr

**Edith PETITFOUR**

PESPE, ESPE de BAR-LE-DUC, UNIVERSITE DE LORRAINE  
LDAR, Paris 7

COPIRELEM

edith.petitfour@univ-lorraine.fr

## Résumé

Comme le soulignent différents travaux (Durpaire, 2006 ; Leroyer, 2012), le manuel scolaire reste l'outil de base de l'élève et du maître même si le choix de ce manuel est peu discuté dans les équipes d'enseignants. Par conséquent, il nous semble important de former les étudiants et les enseignants à exercer un regard critique sur le choix et l'utilisation des manuels.

Cet atelier s'inscrit dans la continuité de situations de formation conçues par des membres de la COPIRELEM et menées lors de colloques ou de séminaires destinés aux nouveaux formateurs (Le Poche & Taveau, 2005 ; Le Poche, Masselot & Winder, 2005). Il propose d'explorer et de questionner les potentialités d'une analyse de manuels, en identifiant différents objectifs de formation. Ce travail devrait permettre de définir des indicateurs en vue de construire un modèle d'analyse de situations de formation et d'enrichir la réflexion sur l'utilisation de manuels, en lien avec différentes situations ou stratégies de formation (Houdement, 1995 ; Kuzniak, 1994).

Parmi les différentes ressources utilisées par les enseignants, les manuels scolaires constituent un outil de base, utilisé au quotidien, et l'on peut remarquer que leur choix est peu discuté dans les équipes d'enseignants (Durpaire, 2006 ; Leroyer, 2012). C'est pourquoi, il nous semble important de former les étudiants et les enseignants à exercer un regard critique sur le choix et sur l'utilisation de ces manuels.

A l'origine de cet atelier, il y a aussi des constats et des questions de formateurs : comment utiliser l'analyse de manuels en formation ? Il est certes facile de mettre entre les mains de futurs enseignants des manuels à analyser, mais il n'est pas toujours aisé de savoir ce qu'il convient d'institutionnaliser à l'issue de ces séances.

Cet atelier est complémentaire à l'atelier A15 (Analyser une ressource de formation : exemple de la « situation des annuaires ») dans la mesure où il vise lui aussi à interroger les potentialités d'une situation de formation. L'objectif commun est de construire un modèle d'analyse de situations de formation. Cela permettra d'enrichir la réflexion sur l'utilisation de manuels. Pour plus de cohérence, nous avons choisi un même domaine d'étude : grandeur et mesure, avec l'introduction de la notion d'aire en CM1.

Dans ce texte, nous commencerons par exposer l'organisation générale de l'atelier et les choix qui ont présidé à sa conception. Nous présenterons ensuite une première analyse succincte de quatre situations d'introduction de la notion d'aire en CM1 issues de différentes collections de manuels. Nous rendrons alors compte de la discussion menée avec les participants sur l'exploitation d'une analyse de manuels en formation et terminerons par la présentation d'un modèle d'analyse de situations de formation en termes de niveaux d'exploitation.

## I - PRESENTATION GENERALE DE L'ATELIER

### 1 Organisation du travail

Avant le début de l'atelier, nous organisons la salle de façon à constituer des groupes de 4 personnes (voire 5 si le nombre de participants n'est pas un multiple de 4). Sur chaque îlot de tables nous disposons des dossiers contenant des extraits de manuels, de leur sommaire et guide du maître, ainsi que des grilles d'analyse de manuels à compléter. Au fond de la salle, quelques exemplaires de manuels et de livres du maître sont laissés à la disposition des participants qui souhaiteraient les consulter.

Après une introduction rapide de nos objectifs, nous présentons les documents et donnons la consigne de travail.

Nous expliquons tout d'abord que les dossiers disposés sur les tables concernent quatre collections différentes pour le CM1 :

- *Cap Maths, HATIER 2010* (cf. annexe 1)
- *Euro Maths, HATIER 2009* (cf. annexe 2)
- *Outils pour les Maths, MAGNARD 2011* (cf. annexe 3)
- *La Tribu des maths, MAGNARD 2009* (cf. annexe 4)

Sur chaque îlot, sont disposés deux dossiers : deux groupes travailleront avec *Outils pour les Maths* et *Euro Maths*, deux groupes avec *La Tribu des maths* et *Cap Maths* et le dernier groupe avec *Outils pour les Maths* et *La Tribu des maths*.

Nous présentons ensuite le déroulement du travail.

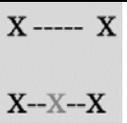
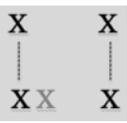
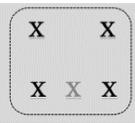
Dans une première étape, les participants devront par binôme (ou trinôme), analyser la partie recherche ou découverte de la séance introductive de la notion d'aire en CM1 d'une collection, en complétant la grille d'analyse fournie (cf. annexe 5).

Nous précisons qu'il s'agit de compléter le tableau, « en tant qu'étudiant » mais qu'il ne faut pas pour autant chercher à faire des hypothèses sur tout ce que les étudiants pourraient écrire. Il s'agit de répondre au mieux aux questions posées.

Dans une deuxième étape, au sein de chaque groupe, chaque membre d'un binôme fera part de son travail à un membre de l'autre binôme de sorte qu'ensemble, les deux nouveaux binômes puissent faire chacun une analyse comparée de l'introduction du concept d'aire des deux collections à disposition.

Enfin, dans une troisième et dernière phase, chaque groupe devra lister (sur les feuilles mises à disposition) les éléments de synthèse à dégager de ce travail d'analyse, c'est-à-dire, noter, en tant que formateurs, ce qu'il souhaiterait que les étudiants retiennent de la séance. Nous précisons que ces éléments de synthèse peuvent dépendre du public concerné et qu'il appartiendra à chacun des groupes d'indiquer dans quel contexte de formation il se situe.

Pour plus de clarté, nous projetons les schémas suivants, résumant l'organisation du travail et son déroulement.

PHASE 1 (posture étudiant) Compléter la grille d'analyse par binôme (ou trinôme).	
PHASE 2 (posture étudiant) Constituer d'autres binômes (ou trinôme) pour mettre en commun les grilles d'analyse afin de comparer l'introduction du concept d'aire dans les deux collections.	
PHASE 3 (posture formateur) Par groupe rédiger les éléments de synthèse à dégager avec les étudiants M1, M2 ou FC.	

## 2 Remarques à propos de l'organisation choisie

Pour préparer cet atelier, nous avons pris appui sur les comptes rendus de précédents ateliers d'analyse de manuels conçus par des membres de la COPIRELEM et menés lors de colloques ou de séminaires destinés aux nouveaux formateurs (Le Poche & Taveau, 2005 ; Le Poche, Masselot & Winder, 2005). Ces ateliers portaient sur des contenus différents (division euclidienne, fractions et décimaux, ...), néanmoins, nous avons identifié une organisation du travail commune qui nous semble intéressante à étudier plus avant de manière à pouvoir l'étendre à d'autres situations d'analyse de manuels. L'atelier est généralement conçu selon un déroulement assez classique (présentation de la grille d'analyse, analyse des manuels, synthèse commune), mais ce qui retient plus particulièrement notre attention est l'organisation du travail des participants en trois phases définies par une structure pédagogique, des objectifs, des tâches différentes et une fonction précise des écrits produits que nous présentons ci-dessous sous forme de tableau.

Phase	Structure pédagogique	Objectif	Tâche	Fonction de l'écrit produit
Première phase	Par binôme	Débuter une analyse fouillée de plusieurs collections de manuels d'un niveau ou d'une collection de manuels sur plusieurs niveaux pour se les approprier et découvrir les situations proposées.	Compléter une grille d'analyse (les rubriques de cette grille correspondent aux entrées sélectionnées par les formateurs et dépendent de leurs objectifs)	Chaque personne doit compléter sa propre grille de façon à pouvoir au cours de la deuxième phase rendre compte à son nouveau binôme de l'analyse menée au cours de la première phase.
Deuxième phase	Les binômes se séparent pour former deux autres binômes	Croiser les analyses menées par les deux binômes.	Produire un écrit de communication portant sur l'objectif principal de l'analyse (comparer des manuels, repérer une progression sur plusieurs niveaux, ...)	Cet écrit va alimenter la troisième phase de travail puisque les deux nouveaux binômes vont croiser leur analyse afin d'en faire ressortir les points saillants.
Troisième phase	Synthèse par groupe de quatre	Identifier les points saillants de l'analyse menée dans les deux phases précédentes (par exemple, points essentiels à retenir de la comparaison ou principaux choix des auteurs ou encore étapes essentielles de la progression).	Rédiger les conclusions de l'analyse croisée.	Présenter à tous les conclusions issues du travail d'analyse du groupe (à l'aide de transparents, d'affiches, ...).

Cette organisation « croisée » permet d'abord un gain de temps puisque chaque personne analyse un seul niveau sur plusieurs collections de manuels ou une seule collection de manuels sur plusieurs niveaux. Elle induit aussi des échanges plus riches lors de la mise en commun (par des analyses

complémentaires des deux groupes). En outre, elle permet d'impliquer de façon individuelle chaque participant dans le processus de travail d'analyse commun du groupe.

Dans la préparation du travail des groupes, chaque détail compte. Il est par exemple important de penser à donner une fonction précise à chacun des écrits demandés sous peine de voir les participants se contenter de répondre oralement aux questions posées et négliger la phase de rédaction (voir la dernière colonne du tableau). La disposition spatiale des personnes est aussi à prendre en compte. Ainsi, au moment du lancement de la deuxième phase, nous avons rapidement constaté que l'installation face à face des nouveaux binômes constituait un frein (il est difficile de consulter ensemble le manuel et la grille d'analyse lorsqu'on est assis l'un en face de l'autre, ...) et encourageait des échanges à 4 plutôt que par binôme.

## II - UNE PREMIERE ANALYSE SUCCINCTE DES MANUELS

Nous avons choisi quatre manuels nous permettant de présenter aux participants une grande variété d'approches de la notion d'aire. Les objectifs, les définitions données, les procédures attendues, les types de tâches, ..., diffèrent d'un manuel à l'autre. Notre intention dans cette partie est de présenter brièvement la stratégie choisie pour introduire la notion d'aire dans chacun de ces quatre manuels pour ensuite mettre en évidence en quoi il peut être intéressant de les comparer deux à deux.

### 1 Cap Maths

Dans le manuel *Cap Maths* de CM1 (2010), la notion d'aire est abordée en période 2, dans une leçon intitulée « Comparaison d'aires ». Cette notion est introduite dans le domaine des grandeurs par la relation « avoir la même aire » : deux surfaces ont même aire si elles peuvent se superposer ou, si après certaines transformations (découpage et réorganisation d'une des surfaces ou des deux), elles peuvent se superposer. L'aire est étudiée dans le domaine numérique, avec la mesure dans deux autres leçons ultérieures. Les objectifs d'apprentissage annoncés par les auteurs dans le guide de l'enseignant sont :

- Comprendre ce qu'est l'aire d'une surface et que des surfaces de formes différentes peuvent avoir une même aire.
- Comparer des surfaces suivant leurs aires par recouvrement ou transformation (découpage/recollement) et recouvrement.

Les auteurs précisent qu'ils emploient le terme surface pour indiquer une portion de plan et que, dans l'activité de recherche « Les papiers à motifs » de la rubrique « Chercher » du manuel, une surface correspond à une portion de feuille de papier.

Les élèves travaillent par équipe. Ils doivent, dans un premier temps, trouver dans un lot de six surfaces celles qui, après transformation (découpage, déplacement de morceaux), permettent de recouvrir une surface A rectangulaire (voir figure n°1 ci-contre, extrait du matériel photocopiable de Cap Maths). Dans un deuxième temps, ils doivent ranger les surfaces dans l'ordre croissant de leur aire. Les types de tâches proposés consistent donc à comparer des aires. Chacune des six surfaces peut être comparée à la surface A par une comparaison directe : les surfaces sont déplaçables. Une superposition directe permet de conclure pour les surfaces 2, 3 et 6, un découpage et recollement est nécessaire pour les trois autres. Les surfaces choisies permettent de différencier l'aire de la longueur d'une dimension ou de l'encombrement, à savoir la place globale prise par la surface sur le support.

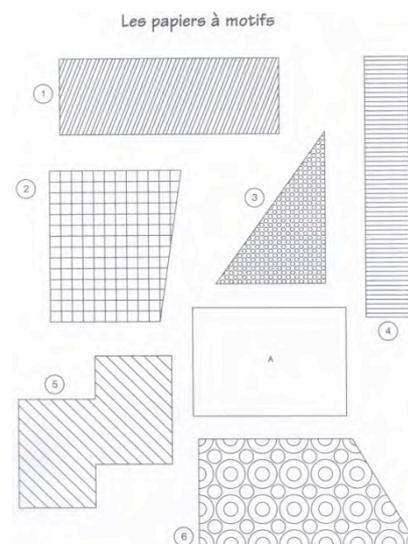


Fig. 1 : Réduction du matériel photocopiable  
« les papiers à motifs » de format A4

## 2 Euro Maths

Dans le manuel *Euro Maths* de CM1 (2009), la notion d'aire est abordée en période 3, dans une leçon intitulée « Formes et aires ». Les objectifs d'apprentissage annoncés par les auteurs dans le livre du professeur sont :

- Se familiariser avec la notion d'aire d'une surface plane.
- Comprendre que des surfaces de formes différentes peuvent avoir la même aire.

Comme dans *Cap Maths*, la notion d'aire est d'abord introduite dans le domaine des grandeurs, avant de l'être dans le domaine numérique avec la mesure dans la séance suivante. Dans le livre du professeur, les auteurs définissent une surface comme un « objet géométrique », ensemble de points du plan. Ils précisent que l'aire est une grandeur attachée à une surface, et qu'elle évoque l'espace occupé par la surface. Dans le manuel, la surface est représentée sur un rectangle par une « zone coloriée ». L'aire n'est pas définie directement, mais par la relation « avoir la même aire », avec la distinction de deux cas : deux figures planes ont la même aire si elles sont superposables, ou si on peut reconstituer avec chacune d'elles une même surface, sans trou ni chevauchement.

Une activité préparatoire de découverte, réalisée par groupes, consiste à partager des feuilles de format A4 en deux parties exactement superposables, sans faire de collage, ni perdre de papier. Les élèves doivent trouver le plus de partages possibles (cf. « situation des annuaires » de l'atelier A15). Le type de tâches proposé consiste en produire des surfaces de même aire : des paires de surfaces de même aire et de même forme, à partir d'une feuille rectangulaire ; un lot de surfaces issues de partages différents, de même aire et formes différentes. Dans *Euro Maths*, il s'agit donc pour les élèves de créer des surfaces de même aire, à la différence de *Cap Maths* où les élèves sont amenés à identifier une surface de même aire qu'une surface donnée. Dans les deux manuels, les surfaces sont réalisées sur des feuilles déplaçables et les procédures de recherche sont basées sur le tâtonnement avec découpage et superposition.

## 3 Outils pour les Maths

Dans le manuel *Outils pour les Maths* de CM1 (2011), la notion d'aire est abordée en période 3, dans une unique leçon intitulée « Mesurer et comparer des aires ». Contrairement à *Euro Maths* et à *Cap Maths*, cette notion n'est introduite et étudiée que dans le domaine numérique, avec la mesure. Les objectifs d'apprentissage annoncés par les auteurs dans le Guide du maître sont :

- Exprimer ou estimer l'aire d'une surface à l'aide d'une unité d'aire.
- Comparer des surfaces à l'aide d'une unité d'aire.

Une phase de découverte collective précédant la situation de recherche du manuel est exposée dans le guide du maître. Elle doit permettre de différencier les notions de surface et d'aire, que les auteurs définissent ainsi : une surface est une forme plane délimitée, l'aire est « la mesure de sa grandeur ». Les élèves devront donner des exemples de surfaces trouvées dans la classe, le problème d'en mesurer l'aire leur sera posé et aboutira au besoin d'une unité d'aire pour faire cette mesure. Le guide du maître ne donne pas d'indication sur la façon de résoudre ce problème, qui semble être laissé en suspens pour faire place à un travail individuel de recherche.

L'énoncé du problème, issu d'une situation concrète de la vie courante, est présenté dans la rubrique « Cherchons » du manuel. Le mur carrelé d'une salle de bain y est représenté, avec trois surfaces polygonales A, B et C de carreaux manquants (voir figure n°2 ci-contre). Les contours des surfaces A et B suivent des lignes de carreaux : ces surfaces contenaient des nombres entiers de carreaux (6 et 8). Le contour de la surface C ne suit pas de lignes de carreaux : seul un encadrement du nombre de carreaux contenus dans cette surface est possible.

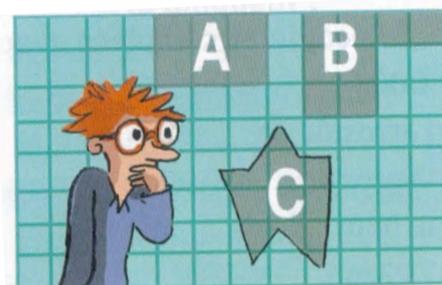


Fig. 2 : extrait du manuel élève *Outils pour les maths* CM1.

Les trois surfaces sont représentées sur la fiche « Cherchons » du CDROM sur un quadrillage régulier, ce qui n'est pas le cas sur le manuel où les carreaux n'ont pas tous la même aire. Cela pose un problème pour le mesurage puisque le carreau ne peut pas être utilisé comme unité d'aire.

Le problème est ainsi exposé dans le manuel : « M. Gilet doit réparer le mur de sa salle de bain. Il cherche à savoir combien de carreaux il doit commander ». Le premier type de tâches consiste donc à mesurer une aire à partir d'une unité, cette unité de mesure étant donnée (il s'agit de l'aire d'un carreau). Pour cela, les élèves sont invités à dénombrer les carreaux manquants dans chacune des surfaces A et B, et à trouver le nombre de carreaux nécessaires « à commander pour réparer entièrement la surface C ». Les auteurs identifient ce dernier nombre de carreaux (14) à l'aire de la surface C. Le deuxième type de tâches consiste à comparer des aires, de même que dans *Cap Maths* : les surfaces doivent être « classées » selon leur aire, de la plus petite à la plus grande. Cependant dans *Outils pour les Maths*, la comparaison directe n'est pas possible car les surfaces ne sont pas manipulables.

#### 4 La tribu des maths

Dans le manuel *La tribu des maths* de CM1 (2009), la notion d'aire est abordée en période 3, dans une leçon intitulée « Comparer des surfaces ». L'objectif d'apprentissage annoncé par les auteurs dans le guide du maître est de mesurer des surfaces avec une unité ou en en changeant, et éventuellement de les comparer. Comme dans *Outils pour les Maths*, la notion d'aire est introduite dans le domaine numérique. Les auteurs définissent l'aire comme « la mesure de la surface » en caractérisant ainsi la surface : la surface est un morceau d'espace délimité par des lignes et des points. On peut la colorier. On peut la comparer à d'autres surfaces, la mesurer avec une unité.

Une activité « Avant de commencer » consiste à paver un carré avec différentes unités. Dans cette activité, les surfaces sont présentées sur un support pointé et ne sont pas déplaçables. Le même support est utilisé pour les cinq surfaces de l'exercice de recherche (voir figure n°3 ci-contre) où il s'agit de « classer les surfaces de la plus petite à la plus grande ».

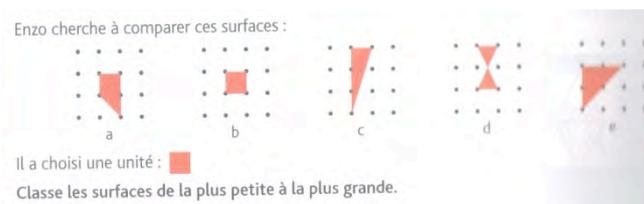


Fig.3 : exercice de recherche, *La tribu des maths* CM1

Le type de tâches revient donc à comparer des aires, comme dans *Cap Maths* et *Outils pour les Maths*. La recherche est individuelle. Un carré unité est donné, ce qui induit une procédure de comparaison par la mesure, comme dans *Outils pour les Maths*. Les auteurs précisent que l'exercice doit être effectué visuellement, sans aucune manipulation à faire. Hormis la surface b qui correspond au carré unité, les surfaces choisies ne peuvent être pavées par un nombre entier d'unités : deux peuvent l'être après une recombinaison de la surface et les deux autres ont une mesure non entière et nécessitent donc de fractionner l'unité.

### III - QUELQUES THEMES ABORDES LORS DE LA DISCUSSION AVEC LES PARTICIPANTS

#### 1 Souligner la nécessité d'un regard critique sur les manuels et guides du maître

*Cap Maths* et *Euro Maths* abordent le concept d'aire dans son aspect « grandeur » en l'introduisant avec la relation « avoir la même aire », tandis qu'*Outils pour les Maths* et *La tribu des maths* ne font pas de distinction entre les notions de grandeur et de mesure : « l'aire est la mesure de la surface », « l'aire est la mesure de la grandeur de la surface ». Dans *Outils pour les Maths*, la notion d'aire risque d'être assimilée à un comptage de carreaux. Dans *La tribu des maths*, le terme « surface » est également utilisé dans son sens du langage courant comme synonyme du terme « aire ». Cet amalgame entre la surface (objet géométrique), l'aire (grandeur) et la mesure (nombre) peut conduire les élèves à des erreurs : ils peuvent par exemple confondre l'aire et le périmètre d'une surface, ainsi que cela peut apparaître dans des analyses de travaux d'élèves.

Le guide du maître d'*Outils pour les Maths* propose de commencer la leçon en définissant les termes « aire » et « surface ». Dans *La tribu des maths*, l'activité de recherche s'achève par la question de débat « Qu'est-ce qu'une surface ? » et aboutit à une définition. Ces manuels semblent donc accorder une attention particulière au vocabulaire, même si par ailleurs ils utilisent le terme « classer » dans son sens du langage courant, à la place du terme « ranger ». Dans *Euro Maths*, le terme « surface » est explicité pour l'enseignant dans le livre du professeur, mais il n'est pas formellement défini pour l'élève, il se réfère à une zone qui est coloriée. Il en est de même dans *Cap Maths* où la surface est identifiée à une partie de feuille de papier.

La comparaison des manuels permet de mettre en évidence ces différentes façons d'introduire et de définir la notion d'aire, elle donne ainsi l'occasion de se questionner sur leur validité scientifique. A ce propos, les participants estiment que les enseignants ne doivent pas se sentir obligés de définir formellement des termes comme « aire » ou « surface ». Pour introduire la notion d'aire, ils peuvent s'appuyer sur la relation d'équivalence. Ensuite, le formateur peut conseiller aux étudiants ou enseignants d'écarter les manuels qui ne font pas la distinction objet/mesure/grandeur ou qui peuvent entretenir une confusion. Il peut les rendre vigilants sur les notions et la manière dont elles sont définies, en sollicitant un regard critique sur ce qui est écrit dans les manuels.

Il peut également attirer leur attention sur certaines imprécisions. Dans le livre pour l'élève d'*Outils pour les Maths*, les carreaux ne sont pas tous identiques : l'aire d'un carreau ne peut donc pas être choisie comme unité d'aire. Ainsi, le support choisi peut faire obstacle à la construction même de la notion visée (il est important de faire comprendre aux élèves que l'égalité des aires est une condition dont on ne peut se passer dès lors que l'on cherche à mesurer).

Cependant, reste à savoir comment les enseignants pourront s'assurer qu'un manuel, même provenant d'un éditeur connu, propose des contenus scientifiquement corrects.

Faire vivre la situation aux étudiants est une autre entrée possible suggérée par les participants. L'argument avancé est que non seulement réaliser soi-même le travail attendu des élèves constitue un geste professionnel essentiel au moment de la préparation des séances mais de plus, cela peut amener l'enseignant à interroger la validité scientifique du manuel ou plus largement les choix didactiques de leurs auteurs.

Mais, là encore, chacun s'accorde à dire qu'il est difficile pour un enseignant débutant de porter un regard critique sur un manuel surtout lorsque son livre du maître ne présente pas clairement les intentions des auteurs (c'est le cas des ouvrages de la collection *Outils pour les maths*). D'autres collections présentent plus explicitement les choix didactiques et apportent de précieuses indications quant à la mise en œuvre des séances présentées : le guide du maître de la collection *Euro Maths* permet de préciser le scénario de la situation qui n'apparaît pas clairement dans le manuel (présentation en deux lignes seulement) ; celui de la collection *Cap Maths* répertorie les procédures des élèves et précise comment réagir à leurs propositions, indique les points importants à souligner, les synthèses à faire, ...). Ainsi, la lecture comparée de ces extraits de collections permet de mettre en évidence des différences au niveau de l'articulation manuel/livre du maître et une prise en charge différente du travail de préparation de l'enseignant.

Une autre question que les formateurs souhaiteraient voir émerger est celle de l'adéquation entre la vision de l'apprentissage du manuel et celle que l'enseignant souhaite développer. Par exemple, les manuels *Outils pour les Maths* et *La tribu des maths* proposent des approches transmissives alors qu'*Euro Maths* et *Cap Maths* proposent une vision plus constructiviste. Il y a donc là des partis pris des auteurs de manuels dont les étudiants/enseignants doivent avoir conscience. Dans cette perspective, les participants proposent d'ajouter une rubrique dans la grille d'analyse concernant la place donnée dans le manuel à l'activité des élèves (explicite ou implicite) dans la construction des concepts et des savoirs. Etudier le rôle joué (ou pas) par les propositions des élèves dans l'avancée du travail autour de la notion pourrait en effet être une entrée pertinente pour interroger la vision des auteurs.

On pourra notamment faire remarquer aux étudiants que dans les manuels *Outils pour les Maths* et *La tribu des maths* les définitions sont données aux élèves alors que dans les manuels *Euro Maths* et *Cap Maths*, la notion d'aire n'est pas définie de manière explicite mais que les situations proposées visent à la construire de manière progressive. Ainsi, les définitions d'aire et surface sont données dans une activité préliminaire

en début de séance (*Outils pour les Maths et La tribu des maths*) alors que l'introduction des termes a lieu lors de la synthèse en fin de séance (*Euro Maths et Cap Maths*).

Ces différences en termes de visions de l'apprentissage sont aussi révélées par les caractéristiques des situations choisies. Les manuels *Outils pour les Maths et La tribu des maths* proposent des problèmes non consistants (ramenés à une comparaison de nombres) alors que les auteurs d'*Euro Maths* et *Cap Maths* font le choix de problèmes riches (dont la réponse est non évidente). Dans le premier cas, la validation est à la charge de l'enseignant et dans le second, elle est à la charge des élèves (l'erreur jouant alors un rôle essentiel dans le processus d'apprentissage).

Enfin, ces différences apparaissent aussi via l'analyse de la tâche de l'élève (s'agit-il d'enseigner une technique ou de définir une relation ?). Dans les manuels *Outils pour les Maths et La tribu des maths*, la tâche des élèves consiste à mesurer en dénombrant. Dans les *Euro Maths* et *Cap Maths* il s'agit de produire des surfaces et cette tâche vise à définir la relation « avoir la même aire ». Le formateur pourra saisir cette occasion pour insister sur la nécessité de construire le sens de la notion d'aire et d'éviter les recettes. Il pourra aussi préciser aux étudiants les caractéristiques d'une situation-problème en reprenant celles indiquées par Douady (2003).

« Le problème doit mettre en jeu la connaissance (la notion, la technique) dont l'apprentissage est visé.

- Le problème doit être « consistant », c'est-à-dire que la réponse ne doit pas être évidente sinon ce serait simplement un exercice d'entraînement.
- L'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution avec ses connaissances antérieures, mais il doit aussi avoir à chercher pour les adapter et les faire évoluer
- La validation doit être le plus possible à la charge de l'élève (on parle d'auto validation).
- Le problème doit pouvoir servir de référence pour la notion et pour la classe. »

## 2 Dégager des éléments de synthèse argumentés

Ces premiers échanges nous conduisent, en tant que formateurs, à réaffirmer la nécessité d'amener les étudiants/enseignants à questionner le manuel sur différents points (validité scientifique, choix didactiques, aides à la mise en œuvre, choix par rapport aux théories de l'apprentissage, ...). Mais, au-delà de ce nécessaire questionnement, nous constatons qu'il n'est pas toujours facile pour le formateur d'avoir un discours prescriptif. L'une des questions qui émerge tout naturellement de la mise en parallèle de ces séances introductives de la notion d'aire est celle de la pertinence des deux entrées identifiées (par la notion de grandeur/directement par la mesure). A la question « ces deux entrées se valent-elles ? » que peut-on répondre ? Les participants proposent plusieurs types d'arguments.

- Des arguments institutionnels

Se référer aux textes institutionnels permet d'avancer un argument d'autorité, par exemple, citer le texte récent du Conseil Supérieur des Programmes. Dans les « Recommandations pour la mise en œuvre des programmes de l'école élémentaire » (BO 19 juin 2014), il est écrit : Ce domaine d'apprentissage étant très souvent à l'origine de difficultés chez certains élèves, on peut prendre appui sur toutes les phases de manipulation (dont les comparaisons directes et indirectes) qui permettent de faire comprendre la notion de grandeur avant de faire appel à la mesure.

- Des arguments en lien avec les difficultés et erreurs des élèves

Le formateur peut aussi prendre appui sur des résultats issus de travaux de didactique, sur sa propre connaissance des difficultés des élèves, voire sur l'expérience des enseignants qui participent à sa formation. Dans les documents d'accompagnement des programmes de 2002, il était écrit : « Le fait d'annoncer la bonne unité de mesure à la suite du nombre n'est pas suffisant pour que les élèves se représentent correctement une grandeur [...] Il est nécessaire qu'ils aient préalablement travaillé sur les propriétés de chacune de ces grandeurs. ».

Il pourra notamment souligner le fait qu'introduire la notion d'aire par la mesure peut induire des blocages chez les élèves au moment de l'introduction du système d'unités, ou aussi pourra conduire à des confusions entre aire et périmètre. S'appuyer sur ce type d'argument (à partir d'études de cas en vidéo, de retranscriptions d'entretien avec élèves, de photos de brouillon, de traces d'activités, ...) est

nécessaire pour convaincre les étudiants/enseignants de faire un effort d'une distinction grandeur/mesure qui n'est pas faite dans la vie courante.

- Des arguments par rapport au savoir mathématique

Le formateur pourra aussi amener les étudiants/enseignants à identifier phase par phase les mathématiques en jeu ce qui permet de mesurer la consistance d'une activité, donne des éléments de comparaison de manuels, justifie le choix de construire la grandeur avant la mesure.

Nous aurions pu aussi pour conclure sur ce point, citer une phrase de Rouche (1992) : « Les grandeurs absolues n'existent pas, [Supposons] qu'au cours de la nuit prochaine, pendant mon sommeil, les dimensions de toutes choses et celles de l'univers lui-même soient diminuées de moitié, comment ferai-je à mon réveil pour vérifier l'événement ? ». Il en découle ensuite assez naturellement le fait que la mesure dépend de l'unité choisie et qu'il est nécessaire de construire un ordre de grandeur et des équivalences de base pour les unités conventionnelles d'aire.

### 3 Des éléments de synthèses qui tiennent compte des priorités des enseignants

Parmi les éléments de synthèse proposés, nous avons déjà évoqué la nécessité de souligner auprès des étudiants l'importance du choix du livre du maître. Mais, ce point a fait émerger de nouvelles questions.

Certains participants soulignent le fait que pour certains enseignants, notamment ceux responsables de classes multi niveaux, l'usage d'un livre du maître détaillé peut alourdir leur charge de travail ou que plus généralement ils peuvent avoir d'autres critères de choix que ceux souvent privilégiés par les formateurs : il sera par exemple important pour certains enseignants que le manuel soit suffisamment attrayant pour maintenir autant que possible l'attention des élèves et favoriser ainsi leur autonomie.

D'autres participants estiment qu'un livre du maître détaillé contribue à simplifier le travail du maître, l'aide à anticiper les procédures et les erreurs pour mieux prévoir comment réagir.

Les préoccupations des enseignants se situent probablement entre ces deux positions : on peut en effet raisonnablement faire l'hypothèse que leur priorité est de trouver la ressource qui va leur permettre au minimum de survivre, et au maximum d'enseigner de manière efficace, de proposer des situations suffisamment riches. Si le formateur restreint son argumentation à des critères de qualité, il s'expose à une fin de non-recevoir (« Ce n'est pas vous qui êtes sur le terrain, on n'a pas le temps de tout faire »). L'argument de l'utilité du livre du maître détaillé n'est donc pas nécessairement convaincant ou du moins, il semble important de privilégier une démarche en deux temps : amener l'enseignant à s'interroger pour ensuite apporter des éléments de réponses argumentés. Rendre transparents certains impacts des choix des auteurs des manuels sur l'apprentissage ne pourra être entendu que par des enseignants qui se questionnent. C'est à cette condition seulement, que le formateur pourra par exemple convaincre lorsqu'il affirme qu'un manuel très guidé pour l'élève constitue un leurre : on peut viser une réussite à court terme, mais les apprentissages réalisés sont peu durables.

De manière plus générale, pour qu'un enseignant évolue dans sa pratique, il faut qu'il puisse trouver un gain supérieur aux désagréments qu'induit ce changement de pratique. Mettre en avant l'avantage de disposer d'une liste de procédures n'est sans doute pas suffisant pour certains. Il appartient donc aux formateurs de trouver les arguments qui correspondent aux besoins des enseignants et à leur échelle de priorités.

---

## IV - POUR ALLER PLUS LOIN DANS L'ANALYSE DES POTENTIALITES DE LA SITUATION DE FORMATION

---

### 1 L'analyse de manuels peut-elle constituer une entrée pertinente ?

L'analyse comparative des manuels choisis permet de faire émerger des éléments d'une très grande richesse autour du concept d'aire, du point de vue des connaissances tout autant que du point de vue de l'analyse didactique. Et même si des étudiants ou enseignants en formation continue ne sont pas en mesure d'identifier les erreurs dans les manuels, ils peuvent mettre en évidence des contradictions dans les définitions, pointer des choix différents d'objectifs poursuivis, de types de tâches, de variables didactiques, etc. Cette activité d'analyse de manuels située en début d'un module de formation permettrait donc de déclencher un premier questionnement. Un participant souligne toutefois la

difficulté en formation à vouloir faire émerger les concepts en même temps que d'effectuer l'analyse didactique. Une autre met en avant l'importance de la mise en situation, absente de l'analyse de manuels, et de sa complémentarité avec cette même analyse. Vivre les différentes phases de la « situation des annuaires » (dévolution, action, formulation, validation) permettrait aux étudiants de mieux se rendre compte de leur intérêt que s'ils n'en lisent seulement la description dans le livre du professeur de *Euro Maths*.

Quelques limites à une activité de comparaison de manuels sont mentionnées par les participants. Pour un formateur, l'expérience montre que, suite à une analyse comparative aussi tranchée que celle des manuels *La tribu des maths* et *Cap Maths*, les conclusions qui semblent évidentes pour les formateurs sont loin d'être majoritaires à la fin des séances pour les étudiants. Ceux-ci opteront pour le manuel qui leur semble le plus clair et le moins compliqué alors que les formateurs ont des critères de choix relatif à la qualité scientifique et didactique. Quelqu'un évoque la proximité géographique des auteurs qui pourrait aussi avoir des conséquences sur les préconisations de formateurs. Enfin, un autre participant fait remarquer que l'activité de comparaison de manuels peut ne pas satisfaire des besoins en formation d'enseignants qui doivent travailler avec un manuel imposé. On pourrait par exemple s'attendre à ce type de remarque de M2 stagiaire : « C'est bien gentil de comparer des manuels, mais moi, c'est celui-là que j'ai, comment je fais avec celui-là ? ».

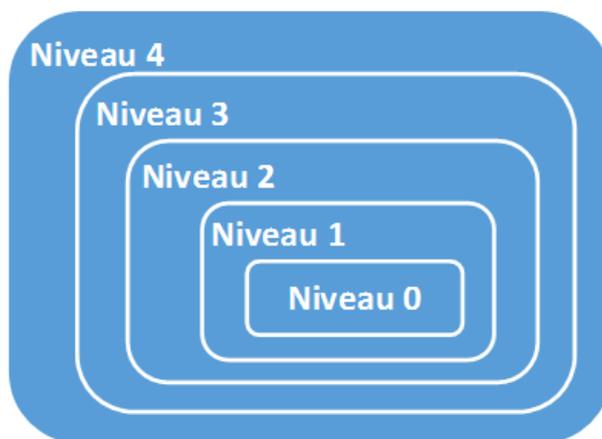
La comparaison de manuels n'est qu'une forme possible d'activité d'analyse de manuels. Plus généralement, on peut se demander si l'impact de ce type de situation de formation est dépendant du public visé. Il est probable qu'une analyse de manuels soit plus proche des préoccupations d'enseignants en formation continue que d'étudiants de M1, mais ce point de vue peut être discutable et l'on peut considérer que tout dépend du niveau d'analyse visé par le formateur. Nous faisons en effet l'hypothèse qu'une même situation de départ (et notamment l'analyse de manuel) possède différents niveaux d'exploitation possibles.

## 2 Analyser les potentialités d'une situation de formation

### 2.1 Présentation de notre modèle d'analyse

Dans la perspective de ce colloque, la COPIRELEM a souhaité initier une réflexion portant sur les ressources que notre commission a elle-même produites afin de pouvoir à terme les reconsidérer à la lumière des nouvelles contraintes de travail dans les ESPE pour les adapter et les enrichir. Pour atteindre ce but, il était important de nous donner des outils d'analyse. Comment, en effet, réussir à interroger l'adaptabilité d'une situation de formation au public choisi et aux contraintes imposées par le contexte de formation ? Comment aider les formateurs à percevoir les potentialités de ces situations et à les adapter en fonction de leurs propres objectifs ?

Ces questions nous ont conduits à l'élaboration d'un modèle d'analyse que nous avons présenté aux participants. Nous avons ensuite essayé de le faire fonctionner à partir d'exemples issus de la situation d'analyse de manuels servant de base à notre atelier.



Notre modèle d'analyse se présente sous la forme de quatre niveaux imbriqués. Chaque niveau correspond à un niveau d'exploitation différent d'une situation de formation donnée (ici, l'analyse de manuel). Chaque niveau englobant le précédent, nous faisons l'hypothèse qu'il n'est pas possible d'exploiter la situation à un niveau  $n$  si les étudiants/enseignants ne possèdent pas les acquis correspondants à un niveau  $n-1$ .

Sur notre modèle, le *niveau 0* désigne un type d'activité au cours de laquelle le formateur soumet au formé des tâches qu'il doit résoudre au même titre qu'un élève le ferait et son objectif est de faire agir le formé (réaliser une activité mathématique : jouer à des jeux, reproduire une figure géométrique, résoudre des problèmes, ...).

Une activité de *niveau 1* suppose une analyse réflexive portant sur l'activité de niveau 0. C'est par exemple, le cas lorsque le formateur demande aux formés de lister les procédures pouvant être mises en œuvre, d'envisager les difficultés des élèves, d'analyser des productions d'élèves, de faire des hypothèses sur l'origine des erreurs, d'identifier les objectifs visés, etc. L'objectif du formateur est alors d'amener le formé à une prise de recul sur l'activité de niveau 0 pour réaliser l'analyse de certains aspects mathématiques et didactiques. Par voie de conséquence, une activité de *niveau 1* englobe une activité de *niveau 0*.

Le *niveau 2* est atteint lorsque le formateur s'adresse au formé en tant qu'enseignant c'est-à-dire lorsqu'il lui demande de produire des actions ou un discours en lien direct avec une pratique de classe. Ainsi, lorsqu'il propose une activité de *niveau 2*, l'objectif du formateur est d'amener le formé à développer des pratiques enseignantes, à envisager/analyser/simuler des gestes professionnels nécessaires à la mise en œuvre de l'activité de *niveau 0*.

Une activité de *niveau 3*, demande au formé de prendre un peu plus de recul encore. Elle suppose de mettre en relation l'activité de *niveau 0* avec d'autres types d'activités, de la situer par rapport à des enjeux plus larges et de réinvestir ce que le formé a acquis pour d'autres activités ; ce dernier est alors amené à interroger ses pratiques au-delà de l'activité de *niveau 0* et par voie de conséquence, à les enrichir. Il s'agit donc d'amener le formé à enrichir ses pratiques (au-delà de la simple mise en œuvre de l'activité de *niveau 0*).

Enfin, on pourrait envisager un *niveau 4* correspondant à une initiation à la démarche de recherche.

## 2.2 Un premier exemple

Prenons appui sur la situation d'analyse de manuels déjà présentée pour illustrer notre modèle d'analyse.

Si au moment de la phase de synthèse, le formateur attire l'attention de ses étudiants/enseignants sur des choix différents faits par les manuels à propos de l'introduction de la notion d'aire, par exemple, sur l'existence d'approches différentes (entrée par la mesure ou en tant que grandeur), alors il se situe au *niveau 1*. En effet, son objectif consiste ici à amener le formé à une prise de recul sur l'activité mathématique elle-même afin de dégager certains aspects didactiques.

Mais, ce faisant, le formateur pourra être amené à effectuer des rappels ou des apports de connaissances, c'est-à-dire, à revenir sur des acquis en lien direct avec une activité de *niveau 0*.

Si le formateur choisit d'aller au-delà du simple constat de choix différents faits par les auteurs de manuels et invite les étudiants/enseignants à interroger la pertinence de chacune de ces deux approches, il exploite alors l'analyse de manuel à un *niveau 2* voire 3. En effet, les arguments avancés conduisent le formé à produire des actions ou un discours en lien direct avec une pratique de classe en s'interrogeant notamment sur les difficultés des élèves voire à prendre un peu plus de recul encore en questionnant le choix de ces activités par rapport à des enjeux plus larges.

Enfin, dans le cadre par exemple de séminaires de recherche, le formateur pourrait exploiter cette analyse de manuels dans le but d'étudier les conceptions des auteurs sur l'enseignement de la notion d'aire et plus généralement sur l'enseignement des mathématiques.

### 2.3 Un deuxième exemple

Dans la situation d'analyse de manuels, nous avons travaillé avec quatre collections. Nous avons proposé à chaque groupe une comparaison de deux manuels parmi ces quatre en faisant différents choix d'association. Si un fort contraste apparaît au niveau de l'approche de la notion d'aire dans la comparaison de *La Tribu des maths* et *Cap Maths*, il est moindre avec *Outils pour les Maths* et *La Tribu des maths*, toutefois, ces associations de manuels permettent toutes deux de faire émerger la notion de variable didactique. Un même type de tâches de rangement de surfaces selon leur aire est en effet proposé dans les trois manuels. Dans *La Tribu des maths* et dans *Outils pour les Maths*, les surfaces sont non déplaçables et la comparaison doit se faire visuellement et sans manipulation alors que dans *Cap Maths* la comparaison peut se faire par découpage et recollement avec une manipulation effective. L'association *La Tribu des maths/Cap Maths* permet donc de faire émerger la différence de nature de la situation, statique versus dynamique, alors que l'association *La Tribu des maths/Outils pour les Maths* ne le permet pas. Par contre cette dernière association permet de mettre en évidence la différence entre les mesures choisies pour les surfaces (entières ou non).

Dans la comparaison des deux approches de la notion d'aire, une activité de *niveau 1* revient à identifier différentes procédures de résolution liées aux variables didactiques. Une activité de *niveau 2* consiste à s'interroger tout d'abord sur la nécessité de manipulations effectives avant de proposer des « manipulations mentales », et de s'interroger ensuite sur les moyens d'amener les élèves à une activité de comparaison mentale.

Réfléchir plus généralement au rôle de la manipulation en phase d'apprentissage et aux étapes intermédiaires permettant de se construire des images mentales (décrire l'action en acte, l'évoquer) correspond à une exploitation de *niveau 3*. Comme le souligne Peltier (2003) :

*« Ces expériences ne pourront être mobilisées que si elles ont été décrites au moment de l'action et surtout évoquées après avoir été menées, de manière différée et sans retour à la manipulation. »*

Ainsi, selon les manuels qu'il choisit, la façon dont il les associe et selon les éléments de synthèse qu'il choisit/privilégie/met en valeur, le formateur va exploiter cette « activité avec manuels » à un *niveau 1*, *niveau 2*, *niveau 3* ou *niveau 4*.

---

## V – EN CONCLUSION

---

L'analyse de manuels constitue une situation de formation très séduisante qui permet d'amener les (futurs) enseignants à adopter un regard critique sur leurs (futurs) outils de travail. Néanmoins, au-delà des échanges suscités, il n'est pas toujours facile pour le formateur de savoir ce qu'il convient d'institutionnaliser. Faire compléter une grille d'analyse, c'est certes intéressant mais il faut ensuite savoir ce qu'il convient d'en dégager.

Les débats qui ont eu lieu dans le cadre de cet atelier montrent que l'explicitation d'éléments de synthèse, ne va pas de soi : inévitablement, émergent des questions en lien avec la légitimité de l'analyse attendue de la part du formateur et par voie de conséquence, avec la nature des arguments à avancer pour convaincre les enseignants (que ce soit en formation initiale ou continue).

Du choix des manuels à la mise en commun en passant par la conception de la grille d'analyse, le travail du formateur doit être guidé par ses objectifs. A travers cet atelier, nous voulons souligner combien il est important de savoir « jusqu'où exploiter la situation de formation choisie » et dans quel but. C'est pourquoi nous proposons un modèle d'analyse qui se présente comme une aide pour identifier différents niveaux d'exploitation possible d'une situation de formation.

Ainsi, la situation d'analyse de manuels proposée aux participants peut être exploitée à différents niveaux. Tout dépend de la place qu'on lui donne dans le dispositif de formation. Le formateur peut choisir de se positionner à différents niveaux au cours d'une même séance de formation. Il peut se contenter de comparer les approches choisies par les auteurs de manuels et se limiter à des constats (*niveau 1*) ou amener les enseignants à prendre appui sur cette activité pour envisager/analyser/simuler

des gestes professionnels (*niveau 2*). Descendre vers le *niveau 0* permet de sécuriser. Etirer la situation vers des *niveaux 2, 3 ou 4* permet d'amener les futurs enseignants à prendre de plus en plus de recul. Par exemple, dans le cadre de la formation continue, il est fréquent de vouloir atteindre les *niveaux 3 ou 4*, mais des retours au *niveau 0* sont parfois nécessaires.

Nous avons choisi l'exemple de l'introduction d'une notion mais il existe bien d'autres exploitations possibles des manuels en formation. Nous aurions pu choisir de demander aux participants de reconstituer une progression à partir de différents extraits donnés dans le désordre, d'analyser le choix des exercices proposés par un manuel afin d'en dégager une éventuelle progression, de choisir des exercices issus des pages de plusieurs manuels sur une même notion, d'étudier les traces écrites proposées dans un ou plusieurs manuels, de rédiger une fiche de préparation à partir d'extraits de manuels, de construire une progression, ...

Là encore, nous aurions pu rechercher différents niveaux d'exploitation possibles de la situation choisie afin de mettre à l'épreuve notre modèle d'analyse mais, c'est un travail qui est à poursuivre.

---

## VI - BIBLIOGRAPHIE

---

DOUADY, R. (2003). Enseignement de la dialectique outil-objet et des jeux de cadres en formation mathématique des professeurs d'école, in *Carnets de route de la COPIRELEM. CONCERTUM. Tome 3* (p.189-200). ARPEME

DURPAIRE, J.L. (2006). L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire. Rapport IGEN.

HOUEMENT, C. (1995). Autour des stratégies de formation des maîtres du premier degré en mathématiques. In *Actes du XXIIème Colloque interIREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres* (p. 79-86). Douai. IREM de Lille.

KUZNIAK, A. (1994). Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. In *Actes du XXIème Colloque interIREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres* (p.37-62). Chantilly. IREM de Picardie

LE POCHE, G. & TAVEAU C. (2005). Analyse de manuels scolaires sur la division euclidienne. In *Les cahiers du formateur. Tome 7* (p.79-88). IREM Paris 7.

LE POCHE G., MASSELOT P. & WINDER C. (2005). Fractions et décimaux : analyse de manuels. In *Les cahiers du formateur. Tome 7* (89-120). IREM Paris 7.

LEROYER L. (2013). Le rapport au support d'enseignement : pour une meilleure connaissance du travail de préparation en mathématiques des enseignants. In *Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève, Acte du 39ème colloque COPIRELEM*. Quimper.

PELTIER M-L. (2003). « Le napperon » : un problème pour travailler sur la symétrie axiale. In *Carnets de route de la COPIRELEM. CONCERTUM. Tome 2* (p.161-172). ARPEME.

ROUCHE, N. (1992). *Le sens de la mesure. Des grandeurs aux nombres rationnels*. Bruxelles : Didier Hatier.

VII – ANNEXES

Annexe 1 : Collection Cap Maths

Extrait du manuel Cap Maths CM1, p.44, HATIER 2010

UNITÉ  
**4**

**Comparaison d'aires**

Guide ► Séance 6  
CALCUL MENTAL :  
Ajout, retrait de 9 et 11

**RÉVISER**

**Moule à calculs**

Tu dois compléter ce moule avec les 3 nombres et les 2 signes.

A

2

3

6

-

x

a. Écris tous les calculs possibles et trouve les résultats.

b. Range les nombres obtenus du plus petit au plus grand.

B

Recommence avec ces trois nombres et ces deux signes :

4

10

25

-

x

**CHERCHER**

**Les papiers à motifs**

1 Avec ton voisin, décore la surface A en la recouvrant avec du papier à motifs. Découpe les surfaces de ta fiche et choisis celles avec lesquelles tu peux recouvrir entièrement la surface A.

► Fiche 11

2 Range les surfaces de ta fiche, dans l'ordre croissant, de la plus petite aire à la plus grande aire.

**EXERCICE**

3 Quelle est la surface de ta fiche qui a la même aire que la surface B ? Explique.

B

44 • quarante-quatre

## APPRENDRE

## Comparaison d'aires ► Les papiers à motifs

- Comprendre ce qu'est l'aire d'une surface et que des surfaces de formes différentes peuvent avoir une même aire.
- Comparer des surfaces suivant leurs aires par recouvrement ou transformation (découpage/recollement) et recouvrement.

## CHERCHER Manuel p. 44 questions 1 et 2

1 Avec ton voisin, décore la surface A en la recouvrant avec du papier à motifs. Découpe les surfaces de ta fiche et choisis celles avec lesquelles tu peux recouvrir entièrement la surface A.



2 Range les surfaces de ta fiche, dans l'ordre croissant de la plus petite aire à la plus grande aire.



Dans cette activité, les élèves vont devoir trouver dans un lot de surfaces celles qui, après transformation, recouvrent une surface donnée A. De ces surfaces, on pourra dire qu'elles ont une aire égale ou plus grande que celle de A. Puis les élèves vont avoir à ranger ces surfaces suivant leurs aires.

## 1 Préparation du matériel

- Distribuer à chaque équipe deux exemplaires de la fiche 11 et demander de découper les surfaces des deux fiches.
- Faire mettre de côté un exemplaire des surfaces à motifs (les surfaces sont attachées avec un trombone ou placées dans une enveloppe) qui servira de référence lors de cette première phase de l'activité et de support pour la suite.
- Fixer au tableau, avec la patafix, la surface A et les six surfaces à motifs agrandies découpées à partir de la première fiche 11. Elles serviront de référence pour toute l'activité.

Le terme « surface » est employé pour indiquer une portion de plan (ici une portion de feuille de papier). L'activité est réalisée sur des surfaces découpées afin de permettre la superposition et engager vers un processus de transformation des surfaces par découpage et recollement des morceaux. Matériellement, il est nécessaire de pouvoir distinguer les surfaces même après découpage, c'est la raison pour laquelle les six surfaces ont des motifs différents. Il est également important de garder une trace des surfaces initiales, c'est pourquoi un exemplaire des surfaces à motifs est conservé.

## 2 Recouvrement de la surface A

## Question 1

- Reformuler la consigne sans induire de procédure de résolution :

⇒ La surface A est blanche. Les autres surfaces ont des motifs. Pour décorer la surface A, on utilise le papier d'une surface à motifs. Attention, la surface A doit être entièrement décorée avec un seul motif. Vous devez trouver quelles surfaces à motifs il est possible d'utiliser sachant que ces surfaces peuvent être transformées, c'est-à-dire que vous pouvez les plier, les découper, en déplacer des morceaux. Il y a plusieurs possibilités. Vous noterez les numéros de ces surfaces sur votre feuille.

- Lors d'une première mise en commun, recenser les solutions déjà trouvées. Mettre en évidence que :

- les surfaces 2 et 6 permettent un recouvrement évident de la surface A : il y a même du papier en trop ;
- la surface 3 ne permet pas, également de façon évidente, un recouvrement : il manque du papier ;
- pour les surfaces 1, 5 et 4, demander aux équipes qui proposent ces solutions de montrer au tableau leurs propositions de transformation par découpage sur les surfaces agrandies ; faire réaliser le recouvrement de la surface A avec de la patafix. Si le cas de ces surfaces ne semble pas tranché par la plupart des équipes, engager une nouvelle recherche, en précisant bien que les surfaces à motifs peuvent être découpées.

- Conclure que :
  - les surfaces 1 et 5 permettent le recouvrement de la surface A : il n'y a pas de papier en trop ;
  - la surface 4 ne permet pas un recouvrement de la surface A : il manque du papier.

## 3 Introduction de la notion d'aire

- À l'issue de cette première phase, introduire le mot « aire » en formulant la réponse à la question 1 :

- ⇒ Les surfaces 1 et 5 peuvent, moyennant découpage et réorganisation, recouvrir exactement la surface A. Elles ont la même étendue de papier que la surface A : on dit qu'elles ont la même aire que la surface A.
- ⇒ Les surfaces 2 et 6 ont une aire plus grande que celle de la surface A.
- ⇒ Les surfaces 3 et 4 ont chacune une aire plus petite que celle de la surface A.

Les élèves abordent ici le concept d'aire. L'acquisition de ce concept est assez délicate, l'aire devant être distinguée d'autres propriétés des surfaces considérées : encombrement, longueur de certaines dimensions.

C'est l'aspect « grandeur » du concept qui est ici étudié, avant toute introduction de l'aspect numérique des mesures. Deux surfaces ont même aire si elles peuvent se superposer ou, si après certaines transformations licites (découpage et réorganisation d'une des surfaces ou des deux), elles peuvent se superposer.

#### 4 Comparaison des surfaces suivant leurs aires

##### Question 2

• Inviter les équipes à utiliser maintenant le deuxième exemplaire des surfaces à motifs pour répondre à la question 2 :

« Vous allez maintenant ranger les surfaces à motifs, de celle qui a la plus petite aire à celle qui a la plus grande aire, de celle qui comporte le moins de papier à celle qui comporte le plus de papier. Vous pouvez faire des découpages. Puis vous noterez le rangement trouvé sur votre feuille.

• Observer les démarches :

– quelques équipes utilisent ce qui a été trouvé précédemment en se référant à la surface A ;

– d'autres effectuent d'abord un rangement perceptif, puis comparent les aires des surfaces deux à deux en utilisant le recouvrement, le découpage et la réorganisation ; certaines équipes ont des difficultés de méthodes pour organiser les comparaisons successives afin d'en déduire le rangement final. Les engager à utiliser les résultats de la question 1. En procédant ainsi, du fait que les surfaces 1 et 5 ont une aire égale à A, leur recherche se réduira à comparer les aires des surfaces 3 et 4 ainsi que celles des surfaces 2 et 6.

– certains se bloquent sur un aspect perceptif : « ça dépasse », ou sur une des dimensions de la surface. Les arguments montrant des représentations erronées de la notion d'aire peuvent varier suivant les surfaces à comparer et être de types différents :

– les surfaces 1 et 5 n'ont pas la même aire car elles n'ont pas la même forme ;

– la surface 5 a une aire plus grande que la surface 2 car elle a un encombrement plus grand (une plus grande distance séparant 2 points de la surface 5 : 10 cm, contre 9,2 cm sur la surface 2) ;

– la surface 4 a une aire plus grande que la surface 1 parce qu'elle est plus longue.

• Lors de la mise en commun, donner d'abord la parole aux équipes qui visiblement ont confondu l'aire avec l'encombrement et la longueur d'une dimension : elles viennent expliquer leur classement. Demander aux autres élèves ce qu'ils pensent de ces arguments, faire débattre de leur validité. À la fin, conclure que, pour comparer les aires de deux surfaces A et B, il n'y a que deux possibilités :

– soit ces surfaces peuvent être comparées directement par superposition : on peut recouvrir la surface A avec la surface B et l'aire de A est plus petite ou égale à celle de B ;

– soit une des deux surfaces doit subir une transformation, par découpage et déplacement des parties découpées, pour que la surface transformée puisse être comparée par superposition à l'autre.

• Si besoin, aider certaines équipes à terminer les comparaisons nécessaires.

• Conclure que le rangement des surfaces de la plus petite à la plus grande aire est : 3, 4, 1 et 5, 2, 6.

Cette deuxième question doit permettre d'approfondir la compréhension du concept d'aire. Les productions des élèves peuvent être assez diverses, mettant en évidence les représentations erronées qu'ils se font de cette nouvelle notion. On s'attachera donc ici à lever les ambiguïtés qui existent pour les élèves au niveau de la signification du concept d'aire : aire/encombrement, aire/dimension, aire/forme.

Certains groupes peuvent également éprouver une difficulté de méthode pour effectuer la comparaison des six surfaces en effectuant des comparaisons deux à deux. Les engager à utiliser les résultats de la première question.

#### 5 Le concept d'aire

• Faire une synthèse qui définit la notion d'aire :

On dit que deux surfaces ont la même aire :

– si l'une peut se superposer exactement à l'autre ;

– si, après transformation d'une des surfaces (par découpage), on peut recouvrir l'autre avec les morceaux de la première exactement.

C'est le cas des surfaces A, 1 et 5. Ces trois surfaces ont la même aire ; pourtant elles n'ont ni la même forme, ni le même encombrement, ni les mêmes dimensions.

• Engager les élèves à consulter le dico-maths.

#### EXERCICES Manuel p. 44 exercice 3

Quelle est la surface de la fiche qui a la même aire que la surface B ? Explique.



##### Exercice 3

Donner aux élèves une autre fiche si nécessaire et préciser qu'ils peuvent découper les surfaces de la fiche s'ils le souhaitent. Les élèves peuvent faire plusieurs essais. La consigne signifie qu'il n'y a a priori qu'une seule solution.

Réponse : surface 4.

Annexe 2 : Collection *Euro Maths*

Extrait du manuel *Euro Maths* CM1, p.114, HATIER 2009

43

**CALCUL MENTAL**

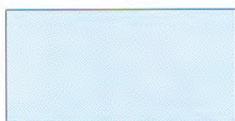
À la recherche du quotient : le professeur donne le dividende et le diviseur, les élèves doivent trouver mentalement le quotient. Ex. : le dividende est 46, le diviseur 7. Quel est le quotient ?

**Formes et aires**

**Objectifs** : se familiariser avec la notion d'aire d'une surface plane. Comprendre que des surfaces de formes différentes peuvent avoir la même aire.

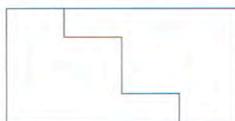
**ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE DE DÉCOUVERTE** : partage de feuilles de format A4 en deux parties exactement superposables. Analyse de la production des élèves.

**7 DÉCOUVERTE**



1 Théo, Leïla et Alice disposent de plusieurs rectangles identiques au rectangle bleu. Ils doivent partager chaque rectangle en deux parties exactement superposables.

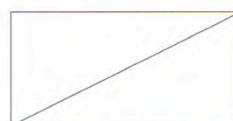
Voici les partages qu'ils proposent :



Théo



Leïla



Alice

Pour chacun d'eux, dis s'il te paraît répondre à la consigne. Puis décalque-le et découpe-le pour vérifier.



Toutes ces parties n'ont pas la même forme, mais elles ont la même aire qui est la moitié de l'aire du rectangle.

2 À ton tour, cherche d'autres surfaces dont l'aire est la moitié de celle du rectangle bleu en trouvant d'autres partages de ce rectangle en deux parties superposables.

3 Utilise les parties qui te semblent convenir pour obtenir, en les assemblant, une surface ayant la même aire que le rectangle bleu mais de forme différente.

Cherche différentes solutions et colle-les dans ton cahier.

**7 EXERCICES**

1 Découpe dans une feuille de papier quatre carrés de côté 8 cm. Utilise trois d'entre eux pour construire, par découpage et recollement, un rectangle de même aire que le carré, un triangle de même aire que le carré, un losange de même aire que le carré.

grandeurs et mesures  
18  
19  
28  
29  
30  
41  
43  
44  
58  
71  
84

Extrait du livre du professeur *Euro Maths CM1*, p.144-145, HATIER 2010

## ÉTAPE 43

### Formes et aires

MANUEL P. 114-115

#### Objectifs

- Se familiariser avec la notion d'aire d'une surface plane.
- Comprendre que des surfaces de formes différentes peuvent avoir la même aire.

#### Pourquoi cette étape ?

• Nous définissons la notion d'aire d'une figure plane dans une situation de partage d'un rectangle en deux parties exactement superposables. Le terme « aire » n'est pas défini directement ; c'est la relation « avoir la même aire » qui est définie.

Nous distinguons deux cas (figures ci-contre) :

- deux figures planes sont dites avoir la même aire si elles sont superposables ;
- deux figures planes sont dites avoir la même aire si, avec deux exemplaires de chacune d'elles, on peut reconstituer une même surface, sans trou ni chevauchement.

Les deux parties grises ont la même aire.

La construction de différentes surfaces à partir de deux surfaces de même aire mais de formes différentes renforce la distinction fondamentale entre forme et aire.



Théo

Leïla

• Nous insistons sur cette approche de l'aire qui permet de ne pas lier immédiatement l'aire d'une surface et le nombre qui la mesure. Il est en effet très important de laisser les élèves faire de nombreuses expériences de partages, de pavages, de découpages et de recollements pour leur permettre de construire de manière précise et efficace le concept d'aire.

• Un second point de vue sur l'aire est abordé dans l'exercice 3 : deux surfaces ont même aire si on peut les paver avec les mêmes autotriangles.

3 SÉANCES : + SEANCE 1 ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE + SEANCE 2 DÉCOUVERTE ET EXERCICE 1 + SEANCE 3 EXERCICES 2 À 5

MATÉRIEL : • Par élève : une paire de ciseaux ; le matériel personnel de géométrie ; une feuille de papier calque.

• Pour la classe :

- de nombreuses feuilles de format A4 mises à la disposition des élèves ;
- de grandes feuilles (type affiche) pour coller les surfaces obtenues.

On peut utiliser des feuilles de récupération (par exemple, des feuilles d'annuaires téléphoniques), l'important est que toutes les feuilles pour l'activité soient exactement superposables et assez grandes (approchant le format 21 × 29,7).

#### Calcul mental

À la recherche du quotient. Le professeur donne le dividende et le diviseur d'une division, les élèves doivent trouver mentalement le quotient. Ex. : le dividende est 46, le diviseur 7. Quel est le quotient ?

Il s'agit de permettre aux élèves de bien identifier le rôle de chacun des nombres dans une division euclidienne. C'est la raison pour laquelle nous proposons des nombres dans un champ numérique familier de manière à ne pas entraver la réflexion par des difficultés de calcul.

#### Activité préparatoire

Nous suggérons un travail par groupes de 2 ou de 4 pour favoriser des échanges.

##### ■ Présentation de l'activité

La consigne peut être formulée de la façon suivante : « Vous avez à votre disposition des feuilles de même format, toutes superposables. Chacun d'entre vous prend une feuille et doit la partager en deux parties exacte-

ment superposables, sans faire de collage ni perdre du papier ; c'est-à-dire qu'avec les deux morceaux vous devez pouvoir reconstituer la feuille entière. »

Pour bien expliciter les contraintes, le professeur peut joindre le geste à la parole en montrant un exemple de partage en deux suivant une médiane du rectangle. Il insiste sur le fait que le partage ne doit pas aboutir forcément à deux rectangles mais qu'on peut obtenir toute sorte de formes, la seule contrainte étant que les deux parties soient exactement superposables.

##### ■ Première phase

Après un premier temps de recherche, les élèves trouvent les partages en deux rectangles (figures A et D, page suivante), dont l'un est l'exemple du professeur, et parfois le partage suivant une diagonale.

Le professeur montre les premiers partages réalisés, vérifie la superposition des deux parties et la possibilité de reconstituer la feuille initiale, puis il propose aux élèves de trouver le plus de partages possibles qui répondent à la consigne.

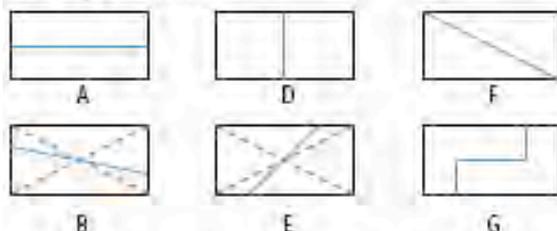
Rappelons pour le professeur qu'il existe une infinité de

solutions obtenues par une ligne de partage symétrique par rapport au centre du rectangle. Bien sûr, cette généralisation ne sera pas évoquée avec les élèves.

### ■ Deuxième phase

Prévoir un temps de recherche assez long (environ une demi-heure). Rappeler éventuellement que tous les instruments sont autorisés dans la mesure où la consigne est respectée.

Les partages par une droite (qui passe par le centre du rectangle, exemples figures B et E ci-dessous) sont trouvés relativement vite parce qu'ils correspondent à un seul pliage de la feuille.



La ligne brisée (ex. figure G) n'apparaît que plus tardivement, souvent à la suite de pliages réguliers en 8, puis en 16, ou par construction de segments de même longueur partant de deux sommets diagonalement opposés, ou encore par constat du rôle particulier que peuvent jouer les diagonales et les médianes.

De nombreux essais n'aboutissent pas mais permettent à leurs auteurs d'affiner leurs hypothèses sur les propriétés de la ligne de partage.

Il est important que certains partages apparaissent dans la classe. Il faut donc laisser aux élèves un temps de recherche important. Si toutefois aucun élève ne propose de solutions autres que le partage suivant une médiane ou une diagonale, le professeur peut en montrer un, tel que le partage G, pour que les élèves, comprenant que d'autres partages sont possibles, se remettent à chercher.

### ■ Synthèse

Quand le professeur considère que le nombre de formes de surfaces différentes est conséquent (ou que le temps de recherche a dépassé une demi-heure), il organise la synthèse en recueillant des surfaces (chacune des deux parties) dans chaque groupe et les affiche au tableau.

Les élèves ont un temps d'observation ; ils peuvent demander une vérification de visu que le groupe responsable vient faire au tableau en montrant la superposition des deux parties et en reconstituant la feuille de format A4.

La mise en commun porte sur les méthodes que les élèves ont trouvées pour réussir le découpage et sur celles qui n'ont pas abouti.

La synthèse permet d'introduire des termes mathématiques de référence : deux partages différents qui répondent à la consigne donnent des parties de feuilles, toutes ces parties de feuilles obtenues sont des surfaces, qui ne sont pas toutes superposables mais qui ont

toutes la même étendue, qui contiennent aussi la même « quantité » de papier ; elles correspondent toutes à la moitié d'une feuille. En mathématiques, on dit que ces surfaces ont « la même aire ».

Coller sur une affiche plusieurs surfaces de même aire et demander aux élèves de conserver les surfaces qu'ils ont obtenues au cours de leur recherche.

## Découverte

Il s'agit, pour les élèves, de se réappropriier individuellement le travail mené en groupe lors de l'activité préparatoire.



La lecture de l'ensemble de la découverte et du texte du premier furet permet de faire le lien avec l'activité préparatoire.

Travail individuel, correction individuelle pour les deux premières questions, mise en commun pour la troisième.

### ■ Question 1

Les élèves prévoient si les partages réalisés par les enfants du livre répondent bien à la consigne, puis vérifient leur prévision à l'aide d'un calque.

### ■ Question 2

Les élèves peuvent reproduire autant de petits rectangles de 2 cm sur 4 cm qu'ils veulent pour tracer les lignes de partage. La vérification peut se faire par découpage ou au moyen d'un calque.

### ■ Question 3

Elle est très importante : il s'agit pour les élèves de comprendre qu'avec deux des parties obtenues à la question précédente, ils peuvent construire une surface qui a même aire que le rectangle bleu sans en avoir la forme. Il peut être nécessaire pour certains élèves de dupliquer la surface construite et d'essayer de retrouver par découpage et recollement le rectangle bleu avec l'un des deux exemplaires.

## Conclusion avec les élèves



S'inspirer de ce que dit le deuxième furet pour conclure.

Commenter le paragraphe « Mesure d'aires » de l'Aide-mémoire, page 21.

Proposer aux élèves de coller dans leur cahier plusieurs surfaces de même aire obtenues à la question 2 en précisant qu'elles ont toutes la même aire qui est la moitié de l'aire du rectangle bleu, ainsi que plusieurs surfaces obtenues à la question 3 ayant même aire que le rectangle bleu.

## Exercices

Nous proposons, ici, le déroulement suivant :

– Lecture des consignes et reformulation étayée par l'enseignant.

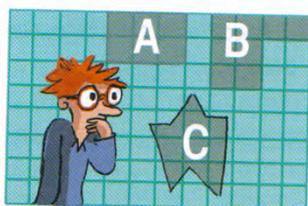
Annexe 3 : Collection *Outils pour les Maths*

Extrait du manuel *Outils pour les Maths* CM1, p.138, MAGNARD 2011

## Mesurer et comparer des aires

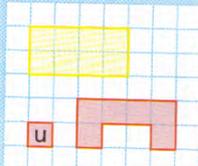


M. Gilet doit réparer le mur de sa salle de bains. Il cherche à savoir combien de carreaux il doit commander.



- Combien de carreaux manque-t-il dans la surface A ? dans la surface B ?
- Combien de carreaux doit-il commander pour réparer entièrement la surface C ?
- Cherche comment classer ces surfaces selon leur aire.

### Déterminer l'aire d'une figure, c'est mesurer sa surface.



Pour **exprimer une aire**, on utilise une **unité d'aire**.

Dans cet exemple, l'unité d'aire est le carreau : **u**  
 La surface jaune a une aire de 8 carreaux.  
 La surface rouge a une aire de 6 carreaux.

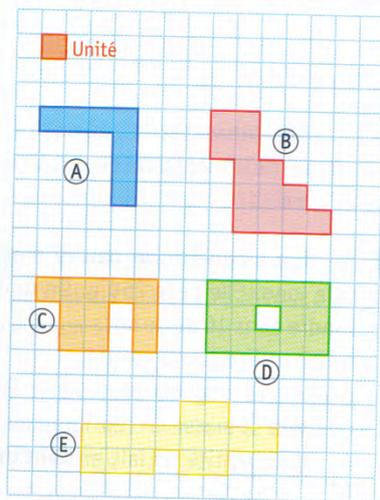


Pour **estimer une aire**, on fait un **encadrement**.

L'aire de la figure rouge est comprise :  
 – entre l'aire du rectangle vert et l'aire du rectangle bleu ;  
 – entre 8 unités d'aire et 24 unités d'aire.

### Exprimer l'aire d'une surface à l'aide d'une unité d'aire

**1** \* Exprime l'aire de chaque surface avec l'unité choisie.



**2** \* Exprime l'aire de ce carrelage.



**3** \*\* Exprime l'aire de la surface remplie de miel, puis celle de la surface vide.



Extrait du guide du maître *Outils pour les Maths* CM1, p.124, MAGNARD 2011Grandeurs  
et mesures

# Mesurer et comparer des aires

p. 138-139  
du manuel

## PROGRAMMES 2008

- Mesurer ou estimer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé.
- Classer et ranger des surfaces selon leur aire.

## OBJECTIFS DE LA LEÇON

- Exprimer ou estimer l'aire d'une surface à l'aide d'une unité d'aire.
- Comparer des surfaces à l'aide d'une unité d'aire.

En CM1, les élèves découvrent qu'on peut estimer ou calculer la grandeur d'une surface soit en comptant des unités d'aire définies (carreau, demi-carreau...), soit en manipulant des formes (cf. **Exercices complémentaires** ☺). La différence entre l'aire et le périmètre sera abordée en CM2, de même que le calcul des aires à l'aide de formules et d'unités usuelles (cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>...).

## ► Découverte collective de la notion



- Commencer par lire le titre du chapitre et demander ce qui va être mesuré. → *Des aires, des surfaces.*

Questionner : *Qu'est-ce qu'une aire ?* Insister sur la différence entre « aire » et « surface » : *Une surface est une forme plane délimitée, l'aire est la mesure de sa grandeur.*

Proposer aux élèves de chercher des surfaces dans la classe (→ *le tableau, les tables, une feuille de papier...*)

Questionner : *Comment mesurer leur aire ?* La problématique est posée : *Nous n'avons pas ici d'unité d'aire pour le faire.*

- Laisser les élèves découvrir la situation de recherche. Distribuer la fiche **Cherchons** ☺. Demander de chercher le nombre de carreaux manquants dans la surface A et dans la surface B (cf. 1<sup>re</sup> question). Pour répondre, les élèves colorient ces surfaces sur la fiche. → *On compte 6 carreaux pour la surface A et 8 carreaux pour la surface B.*

On a donc défini une unité d'aire : ici, c'est le carreau. Écrire au tableau et compléter la fiche **Cherchons** ☺ : *aire de la surface A = 6 carreaux* *aire de la surface B = 8 carreaux.*

Demander de répondre à la 2<sup>e</sup> question. Pour la surface C, le problème se pose : *Combien de carreaux sont à changer ?* Proposer de colorier de deux couleurs différentes les carreaux entiers manquants et ceux qui sont cassés. Écrire au tableau

l'encadrement de l'aire correspondante : *L'aire de la surface C est comprise entre 1 et 14 carreaux.* Faire remarquer que dans cette situation, le personnage devra changer tous les carreaux abîmés, même ceux qui ne sont cassés que partiellement. La réponse sera 14 carreaux, la plus grande surface. Répondre à la 3<sup>e</sup> question collectivement : pour classer ces surfaces selon leur aire, il suffit de les ranger selon leur nombre de carreaux. Dans cette situation, la surface C sera présentée comme la plus grande.

- Prolonger la séance avec l'exercice 2 de la fiche **Cherchons** ☺ et conclure que deux figures peuvent avoir la même aire, mais pas la même forme.

- Faire lire la leçon et montrer que les unités d'aires ne sont pas forcément des carreaux (cf. **Exercices complémentaires** ☺ et 4 du manuel, p. 138-139).

## Difficultés attendues

À ce stade de la découverte, les mesures d'aires ne posent pas de difficultés, car les élèves agissent par comptage. Cependant, lorsqu'ils doivent dessiner une surface selon une aire donnée, vérifier qu'ils ne confondent pas cette notion avec celle du périmètre.

## ► Autres pistes d'activités

- ☺ Proposer des manipulations avec des Tangrams pour comparer les surfaces (cf. **Exercices complémentaires** ☺).

- ☺ Calculer l'aire des surfaces carrelées de l'école.

- ☺ Cherchons
- ☺ Remédiation
- ☺ Exercices complémentaires
- ☺ Évaluation :  
*Les aires*

Extrait de la fiche « Cherchons » du CDROM de *Outils pour les Maths* CM1, MAGNARD 2011

**1. a. Cherche l'aire des surfaces A et B. Colorie-les.**

**b. Cherche l'aire de la surface C.**

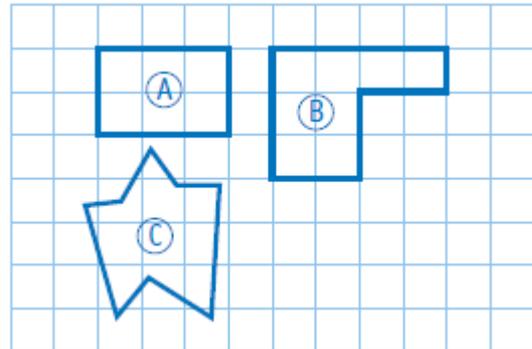
Aire de la figure A = .....

Aire de la figure B = .....

Aire de la figure C = .....

Classe-les de la plus petite à la plus grande :

.....



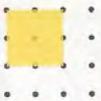
Annexe 4 : La Tribu des Maths

Extrait du manuel *La tribu des maths* CM1, p.76, MAGNARD 2009

# 30 Comparer des surfaces

Je sais choisir une unité pour comparer des surfaces

**Avant de commencer**  
 Combien le carré jaune contient-il d'unités  $a$  ? d'unités  $b$  ?  
 Peux-tu trouver une unité qui serait contenue deux fois dans le carré jaune ?





$a = \text{unité}$



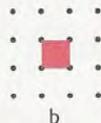
$b = \text{unité}$

**Recherche**

**À la surface !**  
 Enzo cherche à comparer ces surfaces :



a



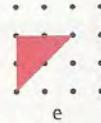
b



c



d



e

Il a choisi une unité :   
 Classe les surfaces de la plus petite à la plus grande.

Qu'est-ce qu'une surface ?

**Application**

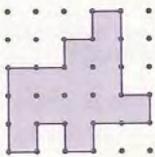
Alex veut mesurer les surfaces avec une autre unité :

a) Va-t-il obtenir le même classement ?  
 b) Combien chaque surface contient-elle d'unités dans ce cas ?

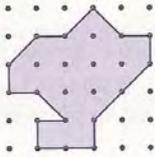
**Entraînement**

1 Compare ces trois surfaces en utilisant l'unité de ton choix.

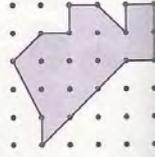
a)



b)



c)



**76** soixante-seize

Extrait du Guide du maître *La tribu des maths* CM1, p.112-114, MAGNARD 2009

30

# Comparer des surfaces

*Je sais choisir une unité pour comparer des surfaces*

*Manuel, pp. 78*

### Organisation de la séquence

**Séance 1**

Avant de commencer (10 min)

Recherche (20 min)

Application (15 min)

Entraînement 1 (10 min)

**Séance 2**

Entraînement 2 à 5 (40 min)

Labo Maths (15 min)

### Programmes

Connaissances	Compétences/Capacités
<ul style="list-style-type: none"> <li>Mesurer ou estimer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence (une unité d'aire) ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Savoir paver une surface avec une unité.</li> <li>Savoir changer d'unité.</li> <li>Savoir trouver une unité.</li> <li>Utiliser un quadrillage pour construire ou mesurer des surfaces.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Classer et ranger des surfaces selon leur aire.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comparer des surfaces en utilisant une unité.</li> </ul>

### Notre progression

Le chapitre précédent (*chapitre 29*) se rapportait déjà aux surfaces, mais pour compléter l'approche des fractions liées à la vie courante développée dans la période.

Cette fois, dans le domaine des grandeurs et mesures, il s'agit de **mesurer des surfaces avec une unité ou en en changeant, et éventuellement de les comparer**. Les chapitres 46 et 53 reprendront ces compétences en les complétant. Au chapitre 30, on ne parlera que des surfaces (avec un essai de définition à donner pour répondre à la question du débat). En revanche, aux chapitres 46 et 53 apparaîtra l'aire, qui est la mesure de la surface.

Les unités d'aire usuelles seront abordées au CM2.

### Calcul mental

● **Diviser par 4**

Demandez en collectif de rappeler comment on divise par 2 (chercher la moitié), puis sollicitez la classe pour énoncer une méthode pour diviser par 4.

Le but est d'arriver à la technique suivante : chercher la moitié de la moitié. Il est possible de faire un lien avec le calcul mental du chapitre 24 (trouver le quart) et la rubrique « Avant de commencer » des chapitres 21 et 23.

Donnez quelques exemples en collectif (« Divisez 20, 44, 68, 36, 100 par 4. ») avant de passer à des exercices similaires par le procédé La Martinière. Commencez par des nombres à deux chiffres, puis proposez des nombres à trois chiffres.

Faites mettre en évidence que, pour l'instant, on ne sait diviser par 4 que les nombres pairs.

## Séance 1

Temps : 10 minutes  
Dispositif : individuel

### Avant de commencer

#### → Prérequis évalués

Le but est de vérifier la **capacité à effectuer des pavages, puis à comprendre que l'unité est conventionnelle**, qu'elle peut donc changer et que l'on peut effectuer des conversions.

D'autre part, il faudra **évaluer rapidement la capacité au calcul rapide des mesures de surface en utilisant le quadrillage** et les possibilités qu'il offre.

#### → Mise en œuvre

- **Lecture individuelle.**
- **Recherche individuelle.**
- **Mise en commun orale.** Elle permettra de répondre à la deuxième question et d'énoncer que le carré jaune est partagé en deux triangles égaux selon la diagonale.

Donnez éventuellement un exercice supplémentaire en changeant d'unité ( $c = 2$  carrés).

## Recherche

Temps : 20 minutes  
Dispositif : individuel

#### → Objet d'apprentissage

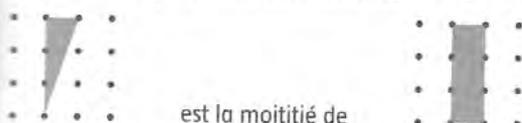
L'objectif est d'obtenir que les élèves soient **capables de paver sans erreur les cinq surfaces à l'aide de l'unité**. Il n'y a pas de manipulation à faire, l'exercice étant effectué visuellement.

#### → Mise en œuvre

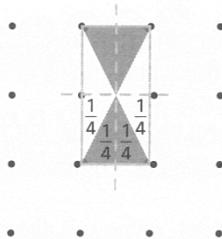
- **Lecture individuelle** de l'énoncé pendant quelques minutes. Décomposez le travail en faisant rappeler rapidement et oralement pourquoi les surfaces  $a$ ,  $b$  et  $e$  devraient être mesurées facilement (elles reprennent les exemples de la rubrique « Avant de commencer ») :

$a : 1 + \frac{1}{2}$  ;  $b : 1$  ;  $e : 2$  (la moitié de 4).

- **Recherche individuelle.** Pour les surfaces  $c$  et  $d$ , laissez tâtonner, le but étant de découvrir une technique liée aux propriétés géométriques du quadrillage :



La diagonale partage le rectangle en deux triangles égaux.  
 $c : 3$  divisé par 2, soit 1 et demi.



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ ou } \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times 2 = 1$$

- **Mise en commun.** Faites répondre à la question du débat :

 *Qu'est-ce qu'une surface ?*

La surface est un morceau d'espace délimité par des lignes et des points. On peut la colorier. On peut la comparer à d'autres surfaces, la mesurer avec une unité.

**Corrigé :**  $b$  et  $d < a$  et  $c < e$ .

## Application

Temps : 15 minutes  
Dispositif : collectif,  
puis individuel

Les élèves débattent pour répondre à la question **a)** et pour expliquer qu'un classement est indépendant de l'unité choisie. Il ne change donc pas quelle que soit l'unité.

En individuel, ils mesurent chaque surface avec la nouvelle unité. La procédure à privilégier est la suivante : l'utilisation des techniques explicitées tout au long de la Recherche pour trouver les mesures des surfaces :  $a$  ( $\frac{1}{2}$ ),  $b$  ( $\frac{1}{3}$ ),  $c$  ( $\frac{1}{2}$ ),  $d$  ( $\frac{1}{3}$ ) et  $e$  ( $\frac{2}{3}$ ). Ceci permet de confirmer le classement précédemment obtenu :  $b$  et  $d < a$  et  $c < e$ .

À noter que cet exercice fait effectuer implicitement des comparaisons de fractions ! Faites bien constater que le classement est identique.

## Entraînement (1)

Temps : 10 minutes  
Dispositif : individuel  
Niveau de difficulté : \*

**1** \* C'est une application de ce qui précède, y compris du constat que l'unité ne change pas le classement, ce qu'il ne faudra pas manquer de faire remarquer.

Si l'unité choisie est le même carré que dans la Recherche, les trois surfaces auront les mesures suivantes :  $a$  (14) ;  $b$  (14) et  $c$  ( $12 + \frac{1}{2}$ ).

En remédiation ou en prolongement, vous pouvez changer d'unité, en imposant celle de votre choix.

## Séance 2

### Entraînement (2 à 5)

Temps : 40 minutes  
Dispositif : individuel  
Niveau de difficulté :  
\* 2, 3, 5  
\*\* 4

**2** \* C'est toujours une application stricte. L'élève a toutes les possibilités pour trouver deux surfaces en assemblant des carrés et des triangles. Précisez qu'il ne faut pas se contenter de la même surface orientée différemment.

**Annexe 5 : Grille d'analyse de la partie recherche ou découverte de la séance introductive de la notion d'aire en CM1**

Manuel	
Objectifs de la séance indiqués par les auteurs	
Vocabulaire : Comment les auteurs définissent-ils les termes de surface et d'aire ?	
Types de tâches (à noter chronologiquement)	
Pour chaque type de tâches :  identifier les variables didactiques choisies : <ul style="list-style-type: none"> <li>- nature de la situation (statique, dynamique)</li> <li>- type de support (uni, quadrillé, pointé, ...)</li> <li>- matériel proposé</li> <li>- nature des surfaces</li> <li>- présence ou non de la figure</li> <li>- Type de mesure (exacte ou encadrement)</li> </ul> ainsi que les procédures pouvant être mises en œuvre	
Difficultés et erreurs prévisibles pour les élèves	
Remarques	