



**HAL**  
open science

## 中性流体およびプラズマにおける亜臨界不安定性について

Maxime Lesur, Makoto Sasaki, Akihiro Shimizu

### ► To cite this version:

Maxime Lesur, Makoto Sasaki, Akihiro Shimizu. 中性流体およびプラズマにおける亜臨界不安定性について. *Journal of Plasma and Fusion Research / Purazuma Kaku Yugo Gakkaishi*, 2016, 92 (9), pp.665-671. <hal-02265842>

**HAL Id: hal-02265842**

**<https://hal.science/hal-02265842>**

Submitted on 12 Aug 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## 解説

# 中性流体およびプラズマにおける亜臨界不安定性について

## Subcritical Instabilities in Neutral Fluids and Plasmas

LESUR Maxime, 佐々木真<sup>1)</sup>, 清水昭博<sup>2)</sup>

LESUR Maxime, SASAKI Makoto<sup>1)</sup> and SHIMIZU Akihiro<sup>2)</sup>

ロレーヌ大学ジャンラムール研究所, <sup>1)</sup>九州大学応用力学研究所, <sup>2)</sup>核融合科学研究所

(原稿受付: 2016年6月17日)

亜臨界不安定性は、非線形不安定性の一種である。亜臨界不安定な系は、線形安定であっても非線形的に不安定となる。特徴として、不安定性が生じるための初期摂動の大きさに閾値が存在し、閾値以下の摂動は減衰し安定化する。亜臨界不安定性は、流体やプラズマにおいて広くみられる現象である。亜臨界不安定性は、乱流や構造形成、異常抵抗性や乱流輸送に本質的なインパクトを与えるため重要な問題である。この解説では、亜臨界不安定性の概念について解説し、様々な物理的的局面における研究について紹介する。

### Keywords:

subcritical instability, nonlinear instability, fluid, magnetohydrodynamics, kinetics

### 1. 亜臨界不安定性の概念

亜臨界不安定性は、非線形不安定性の一種である。亜臨界不安定な系は、線形安定であっても非線形的に不安定となる。特徴として、不安定性が生じるための初期摂動の大きさに閾値が存在し、閾値以下の摂動は減衰し安定化する。亜臨界不安定性は、線形安定性理論では議論できないため、準線形解析では扱えない。このような不安定性は、流体やプラズマにおいて広くみられる。教育的でわかりやすい教科書として[1]を挙げることができる。DauchotとMannevilleらは、ナビエ・ストークス乱流の単純化モデルに基づき、不安定性の局所的解析に対しての大局的解析の視点から、亜臨界不安定性の概念を説明している[2]。亜臨界不安定性の判定には、局所的な線形安定性解析では不十分であり、考える全てのアトラクターを考慮した大局的解析が必要である。ここでは、亜臨界不安定性の概念について説明するために、以下のような簡単なモデルを考える。

重力場において、曲面上を運動する質点の運動を考える。位置  $r$  での曲面の高さを  $\phi(r)$  で与える。この問題は、電位  $\phi(r)$  における正電荷の運動と同等である。 $\phi(r)$  は、

$$\phi(r) = -ar^2 - r^4 + cr^6, \quad (1)$$

で与える。ここで、 $a, c$  はポテンシャルの形を決めるパラメータである。初期に質点は、 $r=0$  に存在するとする。 $c > 0$  の場合を考え、質点の運動は有限な領域に限定されるとする。図1は、 $c=0.1, a=-2$  の時のポテンシャル  $\phi$  を示している。 $r > 0$  方向の外力を受けたときの質点の位置を丸で表す。もし、外力が充分小さければ、質点は、 $r=0$  の近傍で振動するであろう。もし、なんらかの散逸があれば

ばこの振動振幅は時間と共に減少し、やがて初期位置に落ち着く。しかしながら、初期に与えられる外力が充分大きければ、質点は、ポテンシャルの障壁を乗り越えて、別のポテンシャル井戸に達するであろう。そうなれば、ポテンシャルの障壁を越えなければ得られなかった自由エネルギーを得ることになる。この描像は、亜臨界不安定性の基本的な概念を定性的に描いている。次に、定量的な解析を行う。

図2は、 $a$  を変化させた時のポテンシャル  $\phi$  の様子を示している ( $c=0.1$  に固定している)。ポテンシャルは  $r=0$  の近傍で、 $a < 0$  の時下に凸であり、 $a > 0$  では、逆に上に凸となることに注意する。質点の運動方程式は、次のように表される。

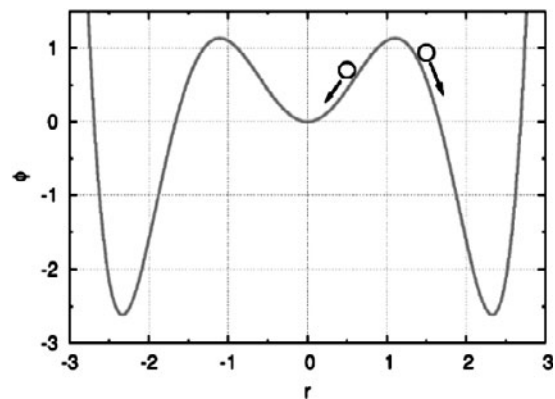


図1 亜臨界不安定性を表す概念図を示す。実線の曲線はポテンシャルを表す。 $r=0$  における平衡は小さな摂動に関しては安定である ( $r=0.5$  における丸と矢印) が、ある閾値を越えた摂動に関しては不安定となる ( $r=1.5$  における丸と矢印)。

corresponding author's e-mail: maxime.lesur@polytechnique.org

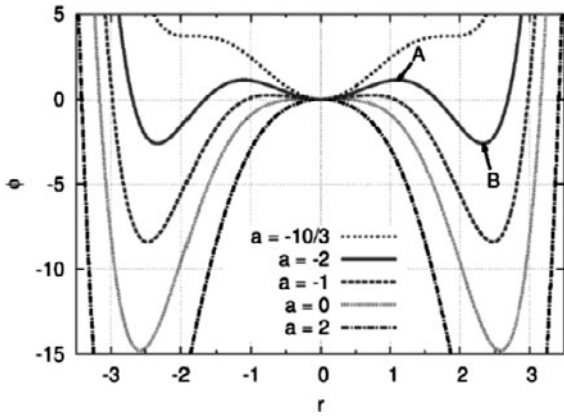


図2 パラメータ  $a$  を変更した時のポテンシャル  $\phi(r)$ .  $a$  は線形成長率の2乗に比例することに注意. 矢印によって示された点について, 点Aは  $r=r_{\min}$  におけるポテンシャル障壁を表し, 点Bは亜臨界不安定性の飽和値  $r=r_{\max}$  を表す.

$$\ddot{r} \equiv \frac{d^2r}{dt^2} = -K \frac{d\phi}{dr}, \quad (2)$$

ここで,  $K$  は正の定数である. 線形化すれば, この運動方程式は,  $\ddot{r} = 2aKr$  と表される. この式から,  $r=0$  における平衡は  $a < 0$  ならば安定で,  $a > 0$  ならば不安定,  $a=0$  が安定境界となることがわかる. 言い換えれば, 線形不安定性の閾値は  $a=0$  であると言える.  $a > 0$  の時, 線形成長率は  $\sqrt{a}$  に比例する.

非線形解析を行うと, 上記の線形解析では不十分であることがわかる. ポテンシャル勾配は,

$$\frac{d\phi}{dr} = -r(2a + 4r^2 - 6cr^4), \quad (3)$$

と表され,  $d\phi/dr = 0$  を満たす  $r$  は,  $r=0$  と,  $1+3ac$  値に応じた他の解が存在する.  $1+3ac \leq 0$  ならば,  $r=0$  以外の実数解はないが,  $0 < 1+3ac < 1$  ならば,  $r=0$  以外に4つの実数解が存在する. それらの解を  $\pm r_{\min}$  と  $\pm r_{\max}$  と置くと,

$$r_{\min} = \left( \frac{1 - \sqrt{1 + 3ac}}{3c} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

$$r_{\max} = \left( \frac{1 + \sqrt{1 + 3ac}}{3c} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

と書ける. もし,  $1+3ac \geq 1$  ならば,  $r=0$  以外に2つの実数解  $\pm r_{\max}$  が存在する. これらの位置におけるポテンシャルの二次微分は,

$$\phi''_{\min} \equiv \frac{d^2\phi}{dr^2}(r_{\min}) = 8a + 24 \frac{1 - \sqrt{1 + 3ac}}{9c}, \quad (6)$$

$$\phi''_{\max} \equiv \frac{d^2\phi}{dr^2}(r_{\max}) = 8a + 24 \frac{1 + \sqrt{1 + 3ac}}{9c}, \quad (7)$$

である. これらの式から,  $a > -1/(3c)$  の時, 図2の  $\phi$  から推測されるように  $\phi''_{\min} < 0$ ,  $\phi''_{\max} > 0$  となる.

上記の解析を, 安定性という観点から次のように説明できる. もし  $a \geq 0$  ならば,  $\phi$  は,  $r=0$  で上に凸であるため,

質点は  $r = -r_{\max}$  及び,  $r = r_{\max}$  の2つの平衡位置 (アトラクター) に容易に近づく. ここで,  $r$  を一般的な揺動の振幅として考えれば, この場合は, 従来の線形不安定な場合に相当し, 最終的に非線形的に飽和すると捉えることができる. もし,  $-1/(3c) < a < 0$  ならば, 3つの平衡位置 (アトラクター)  $r = -r_{\max}$ ,  $r = 0$ ,  $r = r_{\max}$  が存在する.  $r=0$  に質量を置くと, もし  $\phi(\pm r_{\min})$  におけるポテンシャルバリアを越えることができれば, 質点は他の2つの平衡位置に到達することができる. これが, 亜臨界不安定性に相当する. 最後に, パラメータ  $a$  が時間と共にゆっくりと正から負へ時間発展する場合を考える. 質点はまず, 従来の線形不安定性とそれに続く非線形飽和により急激に  $\pm r_{\max}(t)$  に達する. それから,  $a$  が負になると,  $r=0$  が線形安定であるにもかかわらず,  $|r|=r_{\max}(t)$  の平衡位置近傍に捕捉されたままである. これは, 準安定状態や自己持続乱流に相当する.

以上の解析から, 図3に示すような安定性に関するダイアグラムを描くことができる. これまで見てきたように, 流体及びプラズマにおいて, この曲線の形が亜臨界不安定性に典型的な性質となる. また, 線形安定性は, 1次元パラメータ ( $a$ ) の条件によって決まるが, 亜臨界不安定性は2次元パラメータ空間上 ( $a, r$ ) で与えられる.

## 2. 中性流体における亜臨界不安定性

中性流体における亜臨界不安定性は, 理論及び実験研究の例が多く報告されている. この章では, 亜臨界不安定性の概念を分かりやすく説明するために, いくつかの例について述べる. ケルビン・ヘルムホルツ (Kelvin / Helmholtz) 不安定性, クエット流れ (Couette flow), ポアズイユ流れ (Poiseuille flow) や, 平面層流は, 亜臨界分岐の明確な実例である. 有限振幅摂動の成長の物理機構に関する研究がなされているのでそれらについて紹介する. 最後に, クエット流れにおけるゾンマーフェルト (Sommerfeld) パラドックスについて言及する.

### 2.1 実験計測における亜臨界分岐

Meignin らは, ケルビン・ヘルムホルツ不安定性の実験において, 明確に亜臨界不安定性を観測している [3].

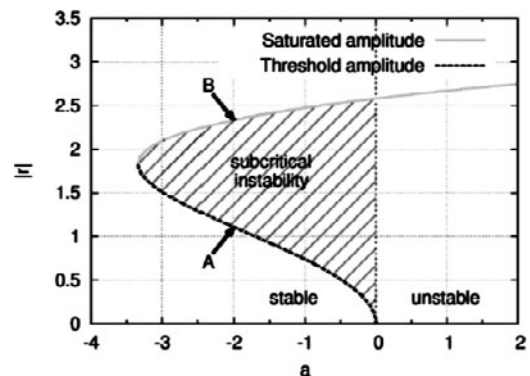


図3 非線形不安定性のダイアグラム. ダッシュ曲線は閾振幅  $|r|=r_{\min}$  を表す. 実曲線は, 飽和振幅  $|r|=r_{\max}$  を表す. 亜臨界不安定性の領域はハッシュで示してある. 図2の点A, Bに相当する点は, この図に矢印で示してある.

図4に、実験装置を示す。2種の流体（ここでは、ガスとオイル）が、同じ圧力で、2枚の平行平板間の隙間に左側から入射され、右側から大気圧にて流れ出ている。ここで、ガスとオイルの密度比は  $10^3$  のオーダーである。ガスの速度  $U_g$  は、制御パラメータとして用いられ、これが不安定性の駆動力となっている。擾乱は、オイルの入射圧力を周期的に変調することによって与えられる（両流体の平均圧力は一定に保ったままである）。この擾乱は、入口において垂直方向の振幅  $A_0$ （強制振幅）の正弦波で与える。図5は、実験結果におけるオイル槽の3つの典型的な様相を示しており、それぞれ安定、安定境界、不安定な状態に対応している。

ガスの速度が充分大きければ、摂動振幅に臨界値が存在する。即ち、摂動振幅 ( $A_0$ ) が、臨界値より小さければオイルの擾乱は減衰し、臨界値より大きければ、擾乱は成長し、より大きな振幅となって飽和する。図6に摂動振幅  $A_0$  とガス速度に対する安定性のダイアグラムを示す。不安定領域は上向きの矢印 ( $\uparrow$ )、安定領域は下向きの矢印 ( $\downarrow$ ) で表されている。摂動振幅における臨界値は白丸で、飽和値は黒丸で表されている。この図から、線形不安定性は、単純に  $U_g > U_{c,L}$  と表される。ここで、 $U_{c,L} \approx 4.63$  m/s である。一方で、非線形不安定性はより広い領域に存在し、その領域は  $U_g > U_{c,NL}$ （ここで、 $U_{c,NL} \approx 4.2$  m/s）かつ  $A_0 > A_{c,NL}(U_g)$  で表される。 $U_g < U_{c,L}$  の不安定領域が、亜臨界不安定な領域となる。この図は、図3と形が良く似ていることがわかるだろう。 $U_g$  の大きさで見ると、線形安定境界値に対し、9%ほど小さな値から亜臨界不安定領域が

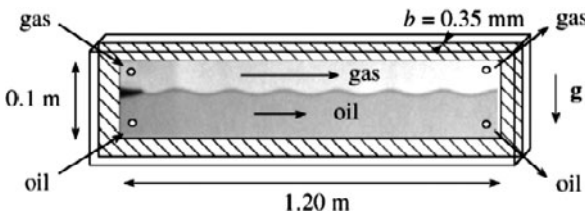


図4 文献[3]より。亜臨界ケルビンヘルムホルツ不安定性の研究のための流体実験装置を示す。窒素ガスとシリコンオイルが2枚の平行平板ガラス板の間の薄い隙間に左側から入射される。重力は  $g$  と記された矢印で示されている。初期のサイン波摂動は、ガスとオイルが出会う左のスプリッタータングの先で与えられ、下流の様子が観測された。

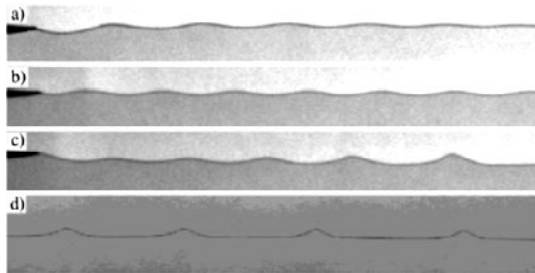


図5 文献[3]より。流体実験結果を示す。波が伝搬するにつれて、振幅は、(a)減衰する、(b)一定のまま保たれる、(c)増幅される、のどれかとなり、どれになるかは初期摂動の振幅と、ガスの入射速度に依存する。波が増幅される時、下流で得られた(d)の写真のように、クノイダルライクの波となって飽和する。

広がっている。高温プラズマの場合、この広がりが、より顕著に大きくなりうる。

上記の実験の理想極限である非粘性・非圧縮の二層の流れにおける亜臨界不安定性は、Weissman が流れの非線形解を基に定性的に予言していた[4]。更に、非線形不安定性は初期摂動の形状に敏感であることが示されている。

2.2 亜臨界成長の物理機構

有限振幅摂動の亜臨界成長の物理機構は、対象とする系によって様々あるが、ここでは、2つの古典的な流れ、すなわち平面クエット流れと平面ポアズイユ流れに焦点を当てる。平面クエット流れの様子を図7に示す。平面クエット流れは、二枚の平行平板の間を流れる粘性流体の薄い層流であり、一つの平板は他方の平板に対して動いている。一方、平面ポアズイユ流れは固定された平板間の流れであり、平面クエット流れにおいて平板の速度がゼロの場合であるとみなすことができる。どちらの流れも平板間の流れは、流入口と放出口の間の圧力勾配によって駆動される。

平面ポアズイユ流れに対して Henningson と Alfredsson は、Gad-el-Hak らによる研究を一般化し、「歪みによる成長」と呼ばれる物理機構を提案した[5,6]。この物理機構は以下のように説明できる。有限振幅摂動は速度場を歪

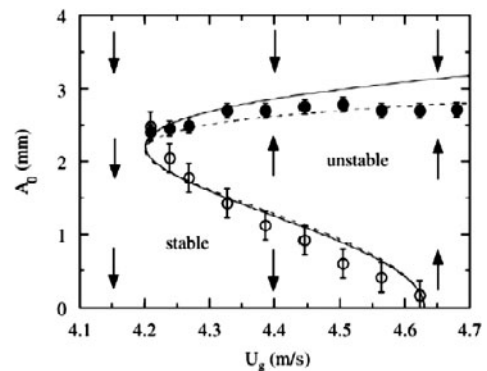


図6 文献[3]より。強制振幅  $A_0$  とガス速度  $U_g$ （不安定性の駆動力）空間における非線形不安定性のダイアグラムを示す。白丸は亜臨界不安定性の閾振幅を示す。黒丸は、飽和振幅を示す。曲線は、簡約理論モデルを実験データにフィットして得られたものである。詳細は文献[3]を参照のこと。

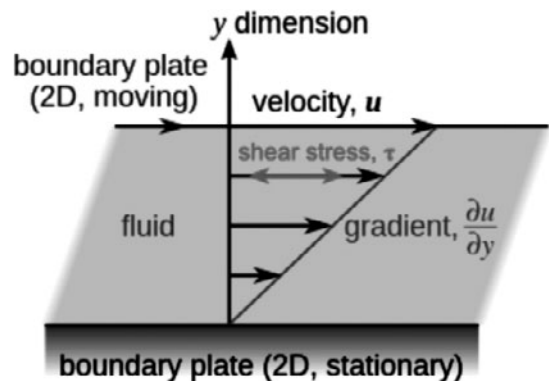


図7 クエット流れの概念図を示す。英語版 Wikipedia から参照 (Duk らによる) <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4168566>.

め、摂動によって歪んだ速度場が線形不安定となり、摂動が成長するというものである。このように摂動によって歪んだ速度場は、平面ポアズイユ流れに対して Klingmann と Alfredsson らによって [7]、平面クエット流れに対しては Dauchot と Daviaud らによって実験的に確かめられている [8]。

次に亜臨界不安定性を与える物理機構として、もう一例、平板近傍の層流境界層における対流渦よる機構を紹介する。平板から一定の距離を保ち並進運動する対流渦が、平均的流れがある中で起こす不安定機構について、実験的および理論的研究がなされている [9-11]。この不安定性は、渦の上流または下流のどちらかで成長する。不安定化する領域は、平均的流れの渦度と対流渦の、相対的符号によって決まる。対流渦は、平均的流れの線形不安定性によって生成されるコヒーレントな構造であり、流れの線形安定な領域を散逸せずに運動する。そして、平均的流れからエネルギーを得て不安定性を引き起こす。この対流渦によって引き起こされる亜臨界不安定性は、プラズマ中で重要な過程である。

### 2.3 ゾンマーフェルトのパラドックス

亜臨界不安定性を議論する時、有名なゾンマーフェルトパラドックス（これは乱流のパラドックスとしても知られている）を思いつくであろう。このパラドックスはクエット流れについて、線形理論と実験観測との不一致に関するものであり、1世紀ほど昔から知られている。ゾンマーフェルトは、線形理論に基づいて、流れは全てのレイノルズ数において線形安定であることを示した [12]。その後、Romanov は、ナビエ・ストークス方程式を基に平面クエット流れの固有値問題を解き、全ての固有値はある有限な負の値よりも大きい事を厳密に証明した [13]。一方、実験的には、線形せん断流から乱流状態への変化は、充分大きなレイノルズ数である時、任意の小さな擾乱の元において観測されており、線形的な理論解析と合わない。

実は、この実験で観測されている乱流が、Meignin らによるケルビン・ヘルムホルツ不安定性の実験で観測されている亜臨界不安定性と同様のものであるという明確な証拠は得られていない。Li と Lin は、ゾンマーフェルトパラドックスが線形不安定性の組み合わせによって解決することができることを示した [14]。また、Li 等の理論とは別の説明も提案されており [15]、論争は続いている。これらの例は、線形理論が実験と不一致であるからといって、すぐに亜臨界不安定性であると結論づけられるわけではないことを示している。

## 3. プラズマにおける亜臨界不安定性

プラズマにおける亜臨界不安定性は、流体的もしくは運動論的な非線形的効果によって生じる。衝突プラズマにおける粒子分布は流体方程式で正しく記述できる。読者が期待しているように流体方程式で記述されるプラズマも亜臨界不安定性の特性を持ち、これまでの章で述べたような中性流体と多くの類似性を有している。一方、プラズマが高温になると衝突は稀になり、エネルギー（または速度）空

間における運動が重要となる。しばしば、粒子と波の間の強い共鳴を引き起こし、非線形的な粒子の捕捉や、速度分布関数における非波動的揺動の生成につながる。これらの非線形運動論的過程は、流体的描像とは全く異なる部類の亜臨界不安定性を生じる。安定性のダイアグラムにおいて、閾値は初期擾乱の形成に敏感であるとの点は流体的な亜臨界不安定性と同様であるが、実空間とエネルギー（速度）空間の結合を含んだ物理機構から生じる点が異なる。

### 3.1 流体的効果による亜臨界不安定性

ドリフト波乱流について、亜臨界不安定性と似通った非線形不安定性の議論があるのを紹介しよう。ドリフト波の線形理論は良く研究されており、磁気シアが存在する時のドリフト波は、トロイダル配位では磁場曲率のために不安定であるが、スラブ配位では線形安定となることが示されている。しかしながら、Biskamp と Walter らは、電磁ドリフト波乱流の二次元流体シミュレーションを用い、磁気シアがあるスラブ配位において、ドリフトモードの線形成長率が負であっても（シア減衰の非線形的抑制が起こるため）有限振幅の乱流が維持されうることを示した [16]。後に、Scott が衝突性ドリフト波に対して同様の結果を報告している [17]。これらの報告に対して、Drake らは 3次元流体シミュレーションに基づき、乱流の自己持続は半径方向の流れの非線形増幅によることを示した [18]。この機構は流体的な MHD モデルによって自己無撞着に記述される。この乱流が実現するためには、非線形飽和振幅に近い大きさの初期摂動振幅が必要である。それゆえ、これらは準安定状態の乱流であり、亜臨界不安定性とは異なる現象である。

プラズマにおける流体的な亜臨界不安定性は矢木らによって流体シミュレーションによって見出された [19]。矢木らは、2次元の静電的電流拡散交換型乱流のシミュレーションを行った。彼らは、イオンと電子の非線形性を考慮し、理論が予想する電流拡散による自己維持される亜臨界乱流だけでなく [20]、非線形の飽和レベルよりも一桁低い初期振幅からの亜臨界不安定性の成長を観測している。後に、伊藤らは、この亜臨界不安定性について解析的な理論づけを行い、数値シミュレーションとの良い一致が得られている [21]。彼らは図 3 と同様の亜臨界分岐特性を示している。他にも例えば、トロイダルプラズマにおける新古典ティアリングモードによる磁気島の自己形成も典型的な亜臨界不安定性を示す [22]。興味ある読者は、適切な文献を読んでみてほしい。

### 3.2 運動論的亜臨界不安定性

1次元系のプラズマにおいて、電子によるランダウ減衰と高速イオンによる逆ランダウ減衰が競合するような系について、多くの研究がなされている（図 8）。

準線形理論に基づいて、O'Neil は複数モードの運動論的亜臨界不安定性の存在を示した [23]。この不安定性には、（イオンよりもずっと速い）電子の速度分布が平坦化することが重要であり、効果的に電子ランダウ減衰が減少することによる。成長に必要な運動エネルギーが、減衰に効く共鳴運動エネルギーよりも小さいときに亜臨界不安定性が

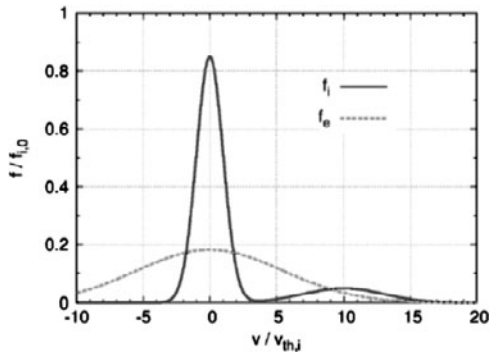


図8 イオンの速度分布(実曲線)と電子の速度分布(点線)を示す。超熱的イオン(supra-thermal)も含む。背景イオン温度と電子温度は等しいとしている。イオン/電子の質量比は、図を見やすくするために30に減らしてある。

発生する可能性があることが示された。この理論は、非線形な粒子捕捉の役割について議論しているが、後で議論されるように、これは多くの文脈において本質的である。非線形粒子捕捉は、荷電粒子が自分自身の静電ポテンシャルによって捕捉されることであり、これによってBGKのモードが発生する[24]。N'Guyenらは、同様に図8に示すような状況における単一正弦波について研究し[25]、もう1つのタイプの亜臨界不安定性を明らかにした。これは、非線形減衰の抑制によって駆動されるもので、非線形粒子捕捉によるものである。のちに、彼らはこのタイプの亜臨界不安定性は、標準的なトカマクにおいて、 $\beta$  アルヴェンモードや測地線音波等で観測されうることを示した[26]。

位相空間ホールによる亜臨界不安定性も重要であり、以下で述べるように多くの現象が報告されている。位相空間ホールは、BGK渦に似た構造を持ち、渦内で位相空間分布密度のくぼみを伴う。これは、運動論的な渦として特徴的なものである。流体的な渦は、実空間において存在するものであるが、それに対し位相空間ホールは、実空間およびエネルギー空間にわたる渦である。位相空間ホールの存在は、2ビーム不安定性の数値シミュレーションで予測され[27]、理論研究による説明[28, 29]、さらに様々な宇宙及び実験室プラズマにおける実験観測によって観測されている[30]。位相空間構造に関するより詳細な記述は、チュートリアル参考文献[31]または、レビュー文献[32, 33]を参照すると良い。Dupreeは位相空間ホールが非線形に成長し、亜臨界不安定性が駆動されることを解析的に示した[25, 29, 34, 35]。これは、Bermanらによって、1次元無衝突電子イオンプラズマにおけるイオン音波の数値シミュレーションにおいて確かめられた[36]。彼らは、正弦波の初期擾乱を与えたラグランジアン (particle-in-cell) シミュレーションを実施し、小さな振幅の閾値で、線形閾値よりもかなり小さい速度ドリフトで、亜臨界不安定性が成長することを発見した。最近、我々は、ラグランジアンとセミラグランジアンの両シミュレーションによって、これらの結果は、粒子数の不足による偽の数値ノイズによるものであることを発見した。この粒子数の不足は、80年代のコンピュータリソースでは止むを得ない状況であった[37]。最近のコンピュータによる計算では、明瞭な亜臨界不安定性

が、大振幅の初期正弦波擾乱 ( $e\phi/T \sim 1$ ) で、また、更に重要なことに、小さな振幅の初期BGK的な擾乱 ( $e\phi/T \sim 10^{-2}$ ) で得られている[38]。我々は、これらの正弦波的な擾乱やBGK的な擾乱が発生するシナリオとして以下のようなものを想定している[37]。1つ目のシナリオは、熱ゆらぎの成長によるものであるが、これは初期条件が線形安定限界近傍にある平衡の場合に限られる。2つ目のシナリオは、ホールの成長によるものである。これは、外部から駆動されるか、或いは、線形不安定の領域から対流によってもたらされることが考えられる。3つ目のシナリオは、自己維持乱流によるものである。この場合、プラズマの状態がゆっくり線形不安定性から亜臨界不安定性へと変化する時に現れるだろう。

亜臨界不安定性の理論は、Berk-Breizmanらのモデルによって理解が更に進んだ。このモデルは、衝突と背景プラズマによる散逸を含んだ単純なモデルであるが、様々な非線形振る舞いを示す[39]。この系において、亜臨界不安定性が数値シミュレーションによって観測され[40-43]、解析的理論も構築されている。初期摂動の振幅の閾値は、波の散逸による位相空間構造の成長と、衝突による減衰のバランスによって決まる[44]。

トロイダルプラズマでは、近年、小菅らによって捕捉イオンモードにおいて運動論的亜臨界不安定性の存在の可能性が理論的に示された[45]。この過程では、電子散逸による不安定化が重要である。既に議論したような一次元系と同様に、位相空間におけるホール構造の非線形挙動に基づいているが[29, 46]、共鳴粒子の捕捉が乱流場によって壊され、有限な寿命を持つ位相空間構造 (グラニュレーション) が重要な役割を持つ[47-49]。

### 3.3 流体と運動論のハイブリッドモデルによる亜臨界不安定性

ここ数年、理論的な理解は進展していたが、運動論的亜臨界不安定性の実験観測は得られていなかった。最近、運動論的亜臨界不安定性と考えられる振る舞いが観測された[50]。さらに理論モデルによって、流体及び運動論的非線形性の協同によって駆動されたものであることが示された[51]。以下でその研究を簡単に紹介する。

大型ヘリカル装置 (LHD) におけるプラズマにおいて、高エネルギー粒子によって駆動された測地線音波 (EGAM) のバーストが、突発的に成長するより大振幅の別のモードのバーストを伴う様子が観測された。この現象は、従来の物理機構、例えば乱流のみの非線形結合 [52] や高エネルギー粒子の共鳴[53]では説明することができない。また、実験結果から、突発的モードの不安定化に、EGAM 振幅の閾値が存在することがわかった。我々は、流体及び運動論的非線形性を考慮した簡略化1次元モデルに基づいた理論的解釈を提案した。このモデルを用い、実験プラズマと矛盾ない入力パラメータで、時間発展及び位相関係について、実験結果を定性的に再現することに成功した。この突発的バーストは、流体と運動論のハイブリッドな非線形性による新しいクラスの亜臨界不安定性であることを明らかにした。さらに、突発的挙動が、衝突周波数に

よって2つの明確な領域に分けられることを見いだした[54]。低衝突周波数の場合、モード間の流体的な非線形結合が、擾乱の種を生成する。さらにその擾乱は、運動論的非線形性（位相空間におけるホールへの粒子捕捉）によって成長する。それに対し、わずかに衝突周波数が大きくなると、亜臨界不安定性が起こるためには、流体的非線形結合と運動論的非線形性が協同して持続することが必要であることを明らかにした。LHDでの突発的なEGAMの成長は、後者の場合に分類される。

#### 4. 結言

亜臨界不安定性は、中性流体やプラズマに広く見られる普遍的な現象であり、自由エネルギーの解放や乱流への遷移に関わる非線形現象を伴うため興味深い。亜臨界不安定性は様々な物理機構から生じているが、振幅に閾値があること、振幅の増大と共に大きくなる成長率等の共通の性質を有する。本記事では紹介できなかったが、亜臨界不安定性の観測は多岐に渡り、ナノスケールの磁気接触系におけるスピン波等にも見られる[55]。興味ある読者はこの記事で議論されなかった他の文献にも目を通すことを薦める。

#### 謝辞

第一著者は、Festival de Theorieの参加者との有益な議論に感謝する。本研究は、EURO fusion consortiumとFrench Research Federation for Fusion Studiesの枠組みで行われたものである。但し、ここで示された視点や意見は、European Commissionのそれを反映しているわけではない。

#### 参考文献

- [1] A. Yohizawa *et al.*, Plasma and Fluid Turbulence: Theory and Modelling. Series in Plasma Physics and Fluid Dynamics. CRC Press, (2002).
- [2] O. Dauchot and P. Manneville, J. Phys. II France **7**, 371 (1997).
- [3] L. Meignin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **90**, 234502 (2003).
- [4] M.A. Weissman, Philos. Trans. R. Soc. London A **290**, 639 (1979).
- [5] D.S. Henningson and P.H. Alfredsson, J. Fluid Mech. **178**, 405 (1987).
- [6] M. Gad-El-Hak *et al.*, J. Fluid Mech. **110**, 73 (1981).
- [7] B.G. B. Klingmann and P.H. Alfredsson, Phys. Fluids A **2**, 2183 (1990).
- [8] O. Dauchot and F. Daviaud, Phys. Fluids **7**, 335 (1995).
- [9] T. Sengupta *et al.*, Technical report, AD/2001/02, (2001).
- [10] T.K. de S. Sengupta and S. Sarkar, J. Fluid Mechanics **493**, 277 (2003).
- [11] T. Lim *et al.*, Experiments in Fluids **37**, 47 (2004).
- [12] A. Sommerfeld, Proc. 4th Int. Congress of Mathematicians III, Rome, Italy, **4**, 116 (1908).
- [13] V. Romanov, Functional Analysis and Its Applications **7**, 137 (1973).
- [14] Y.C.L. and Z. Lin, SIAM Journal on Mathematical Analysis **43**, 1923 (2011).
- [15] J. Hoffman and C. Johnson, Chalmers Finite Element Center, *preprint* (2006).
- [16] D. Biskamp and M. Walter, Phys. Lett. A **109**, 34 (1985).
- [17] B.D. Scott, Phys. Rev. Lett. **65**, 3289 (1990).
- [18] J.F. Drake *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4222 (1995).
- [19] M. Yagi *et al.*, Phys. Plasmas **2**, 4140 (1995).
- [20] K. Itoh *et al.*, Phys. Rev. Lett. **69**, 1050 (1992).
- [21] K. Itoh *et al.*, J. Physical Soc. Japan **65**, 2749 (1996).
- [22] R. Carrera *et al.*, Phys. Fluids **29**, 899 (1986).
- [23] T.M. O'Neil, Phys. Fluids **10**, 1027 (1967).
- [24] I. Bernstein *et al.*, Phys. Rev. **108**, 546 (1957).
- [25] C. Nguyen *et al.*, Phys. Rev. Lett. **105**, 205002 (2010).
- [26] C. Nguyen *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **52**, 124034 (2010).
- [27] K.V. Roberts and H.L. Berk, Phys. Rev. Lett. **19**, 297 (1967).
- [28] H. Schamel, Phys. Scr. **20**, 336 (1979).
- [29] T.H. Dupree, Phys. Fluids **25**, 277 (1982).
- [30] B. Eliasson and P. Shukla, Phys. Rep. **422**, 225 (2006).
- [31] Y. Kosuga and M. Lesur, J. Plasma Fusion Res. **90**, 289 (2014).
- [32] A. Luque and H. Schamel, Phys. Rep. **415**, 261 (2005).
- [33] H. Schamel, Phys. Plasmas **19**, 020501 (2012).
- [34] T.H. Dupree, Bull. Am. Phys. Soc. **26**, 1060 (1981).
- [35] T.H. Dupree, Phys. Fluids **26**, 2460 (1983).
- [36] R.H. Berman *et al.*, Phys. Rev. Lett. **48**, 1249 (1982).
- [37] M. Lesur *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **56**, 075005 (2014).
- [38] M. Lesur, Comput. Phys. Commun. **200**, 182 (2016).
- [39] H.L. Berk and B.N. Breizman, Phys. Fluids B **2**, 2226 (1990).
- [40] H.L. Berk *et al.*, Phys. Plasmas **6**, 3102 (1999).
- [41] M. Lesur *et al.*, Phys. Plasmas **16**, 092305 (2009).
- [42] M. Lesur *et al.*, Phys. Plasmas **17**, 122311 (2010).
- [43] M. Lesur and Y. Idomura, Nucl. Fusion **52**, 094004 (2012).
- [44] M. Lesur and P.H. Diamond, Phys. Rev. E **87**, 031101 (2013).
- [45] Y. Kosuga *et al.*, *in preparation*, (2016).
- [46] P.W. Terry *et al.*, Phys. Fluids B **2**, 2048 (1990).
- [47] H. Biglari *et al.*, Phys. Fluids **31**, 2644 (1988).
- [48] Y. Kosuga *et al.*, Phys. Plasmas **21**, 102303 (2014).
- [49] T.H. Dupree, Phys. Fluids **15**, 334 (1972).
- [50] T. Ido *et al.*, Phys. Rev. Lett. **116**, 015002 (2016).
- [51] M. Lesur *et al.*, the LHD Experiment Group. Phys. Rev. Lett. **116**, 015003 (2016).
- [52] P.H. Diamond *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **47**, R35 (2005).
- [53] G.Y. Fu, Phys. Rev. Lett. **101**, 185002 (2008).
- [54] M. Lesur *et al.*, Nucl. Fusion **56**, 056009 (2016).
- [55] G. Consolo *et al.*, IEEE Transactions on Magnetics **45**, 5220 (2009).



LESUR Maxime

Maitre-de-Conferences (准教授).  
 In Institut Jean Lamour, Lorraine University, Nancy, France. Theoretical research (analytical and numerical) on fundamental nonlinear processes in hot plasmas, in the contexts of energetic particles and drift-waves in fusion devices and space plasmas. Currently focusing on merging vortices and staircase temperature profile formation in the core of tokamaks.  
 Married (to a Japanese housewife), 3 years old son.



さ さ き まこと  
 佐々木 真

九州大学応用力学研究所助教。2009年3月  
 東京大学大学院理学系研究科物理学専攻博士課程修了，博士（理学）。プラズマ輸送，  
 帯状流等を含む流れの形成，高エネルギー  
 粒子の物理に関心を持ち，理論・シミュレーションを使って  
 研究を行っています。家族構成は妻と8歳と6歳の娘2人。  
 趣味はテニス。



し み ず あ き ひろ  
 清水 昭博

核融合科学研究所助教。大型ヘリカル装置  
 LHDの重イオンプローブの開発研究と，こ  
 の計測器を用いた電場形成の物理研究を  
 行っている。最近は，更なるS/N比改善と  
 二次元揺動の取得に向けて頑張っています。また，プラズ  
 マ・核融合学会誌の編集委員として，学会誌の発展向上にも  
 取り組んでいます。