



**HAL**  
open science

# Analyse inverse des déformations inhérentes à l'aide d'un modèle réduit paramétrique. Application au procédé SLM

Asmaâ Agouzoul, F Poulhaon, P. Joyot

► **To cite this version:**

Asmaâ Agouzoul, F Poulhaon, P. Joyot. Analyse inverse des déformations inhérentes à l'aide d'un modèle réduit paramétrique. Application au procédé SLM. 14ème Colloque National en Calcul des Structures, May 2019, Presqu'île de Giens, France. hal-02190632

**HAL Id: hal-02190632**

**<https://hal.science/hal-02190632>**

Submitted on 22 Jul 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Analyse inverse des déformations inhérentes à l'aide d'un modèle réduit paramétrique. Application au procédé SLM.

A. Agouzoul<sup>1</sup>, F. Poulhaon<sup>2</sup>, P. Joyot<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Univ. Bordeaux, ESTIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY, I2M, UMR 5295, F-64210 Bidart, {a.agouzoul,p.joyot}@estia.fr

<sup>2</sup> ESTIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY, F-64210 Bidart, f.poulhaon@estia.fr

---

## Résumé —

Le procédé SLM offre de nouvelles perspectives en termes de conception de pièces. Cependant, les phénomènes thermo-mécaniques liés au procédé sont responsables des contraintes résiduelles et de la distorsion de la pièce fabriquée. La méthode de déformation inhérente fait partie des modèles légers et s'avère intéressante pour l'estimation de la distorsion au niveau macroscopique. Une méthode d'identification rapide inverse de la contrainte inhérente permet de construire hors ligne des abaques numériques. Nous proposons ici une approche basée sur la Proper Generalised Decomposition (PGD) décrivant la construction de cet abaque.

**Mots clés** — Modèle réduit paramétrique, PGD, fabrication additive, SLM, modèle inverse.

---

## 1 Introduction

Le procédé SLM est un des procédés les plus répandus en fabrication additive métallique, en particulier pour la réalisation de pièces et d'assemblages complexes. Ce procédé consiste à faire fondre localement, à l'aide d'une source laser focalisée, un lit de poudre selon une trajectoire prédéfinie. Des couches d'une épaisseur de l'ordre de  $50\mu\text{m}$  sont ainsi superposées et l'adhésion entre ces couches est garantie par la re-fusion partielle de la couche inférieure lors du lasage d'une nouvelle couche.

L'intérêt de la simulation numérique d'un tel procédé est primordial, étant donné les coûts de production élevés et le besoin d'une fabrication "bonne au premier coup". La simulation numérique permet en effet d'appréhender l'impact des paramètres du procédé de fabrication (puissance du laser, vitesse de lasage, recouvrement...) sur l'apparition des contraintes résiduelles (et la déformation des pièces) et de prédire également la formation de défauts (porosités) et leurs influences sur le comportement mécanique de la pièce.

Dans le cadre de cet article, nous introduisons le concept de déformation inhérente et son application à l'estimation de distorsion dans le cadre du procédé SLM. Un aperçu plus approfondi de la stratégie expérimentale mise en œuvre pour calibrer le modèle en déformation inhérente est notamment présenté. Dans la section suivante, une nouvelle approche pour l'analyse inverse de la déformation inhérente basée sur la réduction de modèle est détaillée. Un modèle élastique paramétrique permettant une évaluation instantanée de la déformation inhérente est exposé. Enfin, des premiers résultats obtenus par cette approche réduite sont présentés et validés.

## 2 Modélisation du procédé

La modélisation du procédé de fusion laser sélective sur lit de poudres métalliques, requiert la prise en compte de plusieurs physiques (thermique, mécanique, métallurgie). Des couplages forts existent entre chacune de ces physiques. Néanmoins, des hypothèses concernant ces interactions sont généralement formulées, aboutissant finalement à des couplages faibles et permettant malgré tout de prédire de manière réaliste la géométrie et les caractéristiques attendues des pièces fabriquées. L'échelle de modélisation est aussi particulièrement importante : bain de fusion, cordon, couche, pièce. Les travaux présentés dans cet article visent à estimer la distorsion dans l'ensemble de la pièce fabriquée et se place à ce titre à une échelle dite macroscopique.

Dans ce contexte, une approche séquentielle est généralement mise en œuvre, et consiste à évaluer dans un premier temps le champ de température dans la pièce et son évolution au cours du temps. L'histoire thermique calculée sert alors de donnée d'entrée au modèle métallurgique, visant entre autres à la prédiction des phases créées, au calcul d'un taux de porosité... Le champ de température est aussi intégré dans le modèle thermo-mécanique, dont la finalité est le calcul du champ de déplacements, des déformations plastiques et élastiques et du champ de contraintes dans la pièce.

Les modèles thermo-mécaniques transitoires fins sont limités dans leur utilisation à des domaines de petites dimensions et à des géométries simples. Ils présentent un intérêt réel pour la compréhension du procédé et peuvent être calibrés grâce notamment à des relevés de température et de déplacements réalisés lors de la fabrication d'éprouvettes dédiés. Cependant, le coût de calcul associé rend de tels modèles non adaptés à l'estimation de distorsion à l'échelle d'une pièce complète.

Des modèles plus légers ont récemment été mis en place afin de contourner l'obstacle lié au coût de calcul. Ils sont inspirés par les stratégies mises en œuvre en simulation numérique du soudage. Les méthodes les plus populaires sont les méthodes dites de "retrait thermique" [1] et de "déformation inhérente" introduite par Ueda et al. [2]. Les deux méthodes sont basées sur un découpage de la pièce en macro-couches, regroupant plusieurs micro-couches réelles.

## **2.1 Méthode de déformation inhérente pour l'estimation de distorsion**

### **2.1.1 Méthodologie**

La déformation inhérente peut résulter d'une déformation plastique locale, d'une transformation de phase... Toute contrainte présente dans le corps en l'absence de chargement extérieur, dite résiduelle, peut être vue comme le résultat d'un état de déformation inhérente, [3], aussi qualifiée de déformation "incompatible".

Ploshikhin et al. [4] ont suggéré d'utiliser la théorie des déformations inhérentes, jusqu'alors utilisée en soudage, pour estimer la distorsion dans le cadre de procédés de FA. En effet, la FA et le soudage possèdent des caractéristiques physiques communes et du fait de ces analogies, certaines méthodes de simulation du procédé de soudage s'étendent également aux applications impliquant des procédés de FA métallique.

Dans ces travaux, nous nous intéressons à la simulation du SLM par une méthode de déformation inhérente. Au cours de ce procédé, la densité d'énergie locale élevée et la vitesse de la source de chaleur entraînent des cinétiques de refroidissement semblables à de la trempe et des gradients de température localement élevés. Lorsque le laser fond la couche de poudre en surface, le matériau se dilate subissant l'influence de son voisinage, ce qui provoque une contrainte de compression. Si la limite élastique du matériau est atteinte, une déformation plastique va se produire. Au refroidissement, la contraction de la zone fondue, entraîne une contrainte résiduelle de traction à la surface de la couche. Ceci conduit à l'apparition de contraintes thermiques localisées et finalement de contraintes résiduelles de forte amplitude dans la pièce fabriquée. En conséquence, un traitement thermique de la pièce après fabrication à des fins de réduction de ces contraintes reste en général obligatoire.

Les contraintes résiduelles peuvent conduire à une distorsion importante post-fabrication, après découpe des supports et séparation de la pièce du substrat. En fonction de la structure de la pièce, une distorsion non négligeable peut aussi survenir au cours du procédé et entraîner un dysfonctionnement grave ou un arrêt prématuré de la fabrication. La maîtrise de cette distorsion présente à ce titre un intérêt majeur pour assurer la conformité géométrique du composant fabriqué et aboutir à un procédé robuste.

La déformation inhérente générée par le procédé SLM dans la pièce fabriquée peut être obtenue de deux manières : par le calcul ou par la mesure. D'une part, le calcul de la déformation inhérente est basé sur une simulation thermo-mécanique transitoire réalisée sur un volume élémentaire [5]. D'autre part, la déformation inhérente peut être évaluée en mesurant le retour élastique généré lorsque la pièce est séparée du substrat. Une analyse inverse est ensuite effectuée pour identifier les déformations inhérentes responsables d'un tel retour élastique.

Ces travaux se focalisent sur la seconde approche, dans laquelle des éprouvettes spécifiques sont fabriquées, découpées, et permettent une calibration de la déformation inhérente.

## 2.2 Calibration expérimentale

### 2.2.1 Fabrication et contrôle des éprouvettes

Mesurer expérimentalement les contraintes résiduelles présentes dans les pièces obtenues par fabrication additive repose généralement sur une approche indirecte consistant à fabriquer une éprouvette dédiée puis à la découper et à quantifier la distorsion.

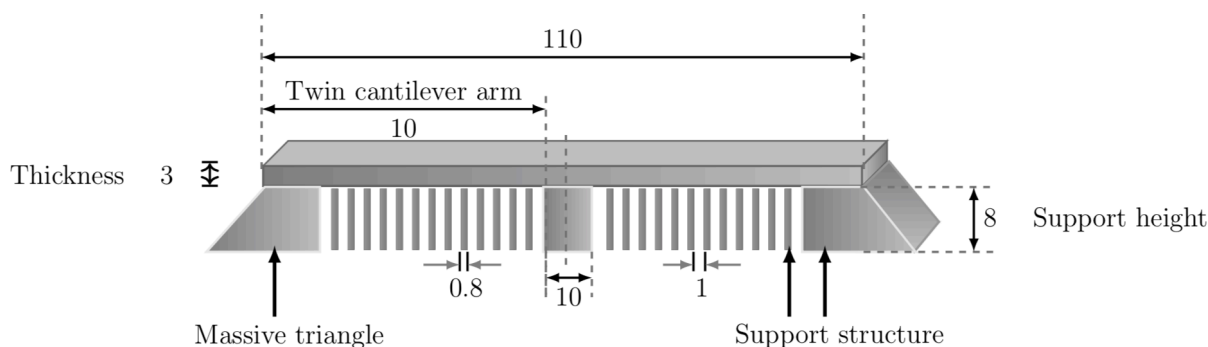


FIGURE 1 – Géométrie utilisée pour la réalisation du "Twin Cantilever"[6]

L'éprouvette de référence en SLM est l'éprouvette peigne dont les caractéristiques géométriques sont données sur la figure 1. En règle générale, plusieurs éprouvettes sont construites avec différentes épaisseurs de poutre (figure 2) et, dans certains cas, des orientations différentes de dépôt. En procédant ainsi, l'analyse inverse repose sur une information plus riche et est plus susceptible de produire une "solution unique".

Après la fabrication, les pièces sont partiellement séparées du support par électroérosion (EDM). Ce procédé a pour principal avantage de ne pas introduire de déformation plastique supplémentaire dans la partie coupée.

La découpe des supports se traduit par une flexion de l'éprouvette (voir la figure 3). Ce retour élastique est dû à la relaxation de contrainte générée dans la pièce lors de sa fabrication. La contrainte résiduelle est elle-même une conséquence de la déformation inhérente générée dans le matériau. Donc, finalement, le retour élastique peut être directement relié à la déformation inhérente.

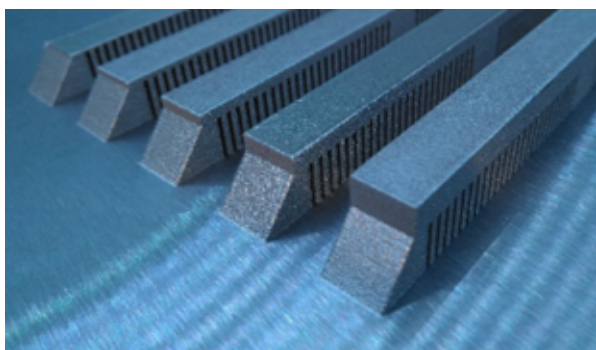


FIGURE 2 – "Twin cantilever" sur le support [6]

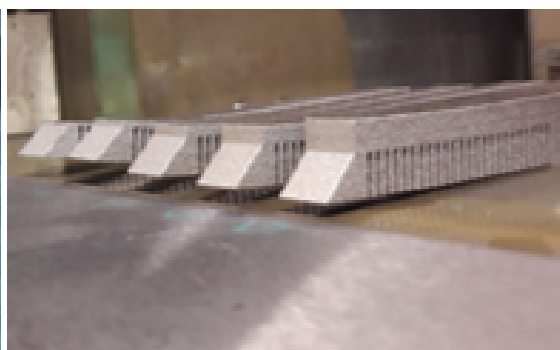


FIGURE 3 – Retour élastique résultant [7]

Le déplacement vertical de l'éprouvette après découpe est mesuré par une méthode optique (scan laser) ou sur une machine à mesurer tridimensionnelle (MMT) équipée d'un palpeur. Les données collectées servent de référence pour l'identification inverse de la déformation inhérente par simulation numérique.

### 2.2.2 Analyse inverse

L'analyse inverse de la déformation inhérente implique dans un premier temps la mise en oeuvre du modèle direct. Dans ce modèle, l'éprouvette peigne est divisée en macro-couches. Chaque macro-couche est activée avec un état initial de déformation égal à la déformation inhérente recherchée. L'activation

d'une macro-couche s'accompagne d'un calcul élastique visant à déterminer un nouvel état d'équilibre mécanique suite à la perturbation introduite au travers de la déformation incompatible considérée.

Après activation de la totalité des macro-couches, une dernière étape reproduisant la découpe partielle de l'échantillon permet de quantifier le retour élastique.

Considérons une fonction coût qui mesure l'erreur commise par le modèle direct lors de la prévision du retour élastique. En considérant une mesure de l'erreur en norme  $\mathcal{N}_2$ , cette fonction s'écrit :

$$J(\boldsymbol{\varepsilon}^I) = \left( \sum_{i=1}^N (\tilde{U}_z(x_i) - U_z(x_i, \boldsymbol{\varepsilon}^I))^2 \right)^{1/2} \quad (1)$$

où  $J$  est la fonction de coût,  $N$  le nombre de points de mesure,  $\tilde{U}_z$  et  $U_z$  sont le déplacement vertical mesuré (resp. calculé) et  $x_i$  représente la position du  $i^{\text{ème}}$  point de mesure. La déformation inhérente recherchée, notée  $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^I$ , est définie dans l'espace paramétrique  $\Omega_p$ , et minimise la fonction coût  $J$ ,

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^I = \arg \min_{\boldsymbol{\varepsilon}^I \in \Omega_p} J(\boldsymbol{\varepsilon}^I) \quad (2)$$

Certaines hypothèses peuvent être émises concernant la déformation inhérente :

- La direction de déformation principale considérée au niveau de la macro-couche coïncide avec la direction principale de construction de l'échantillon, notée  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{z}$ .
- La déformation inhérente est considérée comme identique pour toutes les macro-couches. Un historique thermo-mécanique similaire ou comparable est présent dans chaque macro-couche.

Dans ce cadre là, le tenseur de déformation inhérente exprimé dans la base principale, noté  $\boldsymbol{\varepsilon}^I$ , prend la forme

$$\boldsymbol{\varepsilon}^I = \begin{pmatrix} \varepsilon_x^I & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y^I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Deux composantes sont donc à priori inconnues et doivent être identifiées par analyse inverse. Cela nécessite la définition d'un plan d'expérience numérique qui permet une exploration de l'espace paramétrique dans lequel sont définies ces composantes. La fonction coût  $J$  est évaluée pour chaque couple de composantes de déformation inhérente défini dans le plan d'expérience numérique, voir FIGURE 4, et une surface de réponse est construite. Un minimum global correspondant aux composantes de déformation inhérente recherchées est finalement déterminé.

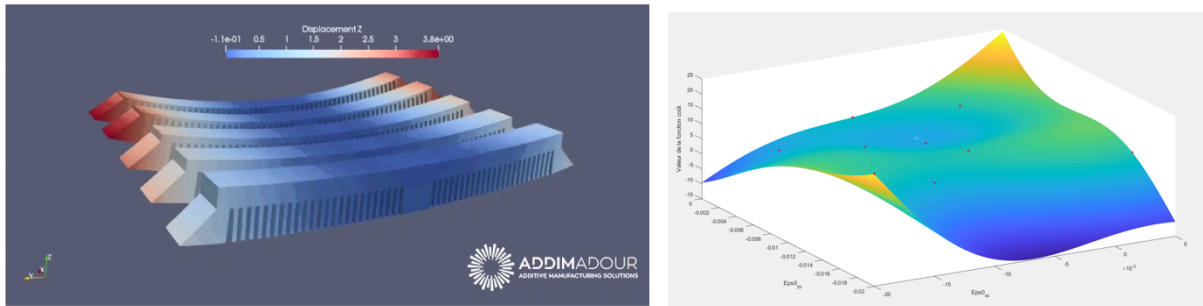


FIGURE 4 – Retour élastique prévu pour un ensemble de composantes de déformation inhérente (à gauche) et surface de réponse construite (à droite), [7]

### 3 Mise en place du modèle réduit

Considérons un domaine décomposé en  $n$  couches ( $\Omega_0 \dots \Omega_{n-1}$ ). La formulation faible du problème d'équilibre, pour une fonction test notée  $v$ , s'écrit pour la première couche

$$\int_{\Omega_0} \boldsymbol{\varepsilon}^* : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(u_{(0)}) \, d\omega = \int_{\Omega_0} \boldsymbol{\varepsilon}^* : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^I \, d\omega \quad (4)$$

et quand  $l$  couches ont été déposées

$$\sum_{i=0}^l \int_{\Omega_i} \boldsymbol{\varepsilon}^* : C : (\boldsymbol{\varepsilon}(u_{(l)}) - \boldsymbol{\varepsilon}(u_{(l-1)})) d\omega = \int_{\Omega_l} \boldsymbol{\varepsilon}^* : C : \boldsymbol{\varepsilon}^l d\omega \quad (5)$$

avec  $u_{(l)}$  le champ de déplacement,  $C$  la matrice de rigidité,  $\boldsymbol{\varepsilon}^l$  le vecteur déformation inhérente,  $\boldsymbol{\varepsilon}(u) = \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla^T u)$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}(u) = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^l$ , et  $\boldsymbol{\sigma} = C : \boldsymbol{\varepsilon}^e$ .

Dans ce qui suit, on considère les composantes de déformation inhérente recherchées comme des paramètres du problème (5). Le problème résolu est ainsi défini en dimension  $N + 2$  (où  $N$  est la dimension de l'espace physique), et sa résolution repose sur une approche PGD (Proper Generalized Decomposition), [8].

En PGD, la solution du problème est calculée par enrichissement progressif (ajout successif de modes), et exprimée en forme séparée. Ainsi, le champ de déplacement solution du problème de dimension  $N + 2$ , est défini à l'itération  $n$  comme suit

$$U^n(x, \boldsymbol{\varepsilon}_x^l, \boldsymbol{\varepsilon}_y^l) = \sum_{i=1}^n X^i(x) \mathcal{E}_x^i(\boldsymbol{\varepsilon}_x^l) \mathcal{E}_y^i(\boldsymbol{\varepsilon}_y^l) \quad (6)$$

où  $X^i$  sont les fonctions définies dans l'espace physique,  $\mathcal{E}_x^i$  (resp.  $\mathcal{E}_y^i$ ) sont les fonctions définies dans l'espace paramétrique et sont associées aux composantes  $\boldsymbol{\varepsilon}_x^l$  (resp.  $\boldsymbol{\varepsilon}_y^l$ ) du tenseur de déformation inhérente. Ce calcul est coûteux mais réalisé une seule fois. La solution (5) est ensuite utilisée en ligne pour résoudre le problème de minimisation défini par les équations (1) et (2). Cette optimisation demande l'évaluation fréquente de l'équation (5) ce qui est instantané. Ainsi notre approche permet de déterminer les contraintes inhérentes de manière très rapide une fois que nous avons mesuré les déplacements des éprouvettes.

En première approche, cette stratégie est validée sur une géométrie 2D simplifiée, à savoir un domaine rectangulaire  $[0, 50\text{mm}] \times [0, 1\text{mm}]$  composé de 4 macro-couches d'épaisseur  $0.25\text{mm}$  déposées dans la direction  $Z$ . Le matériau considéré est l'acier dont les propriétés élastiques sont :  $E = 210\text{GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ .

La FIGURE 5 illustre le retour élastique  $U_z$  calculé par une approche classique (code Virfac[5]).

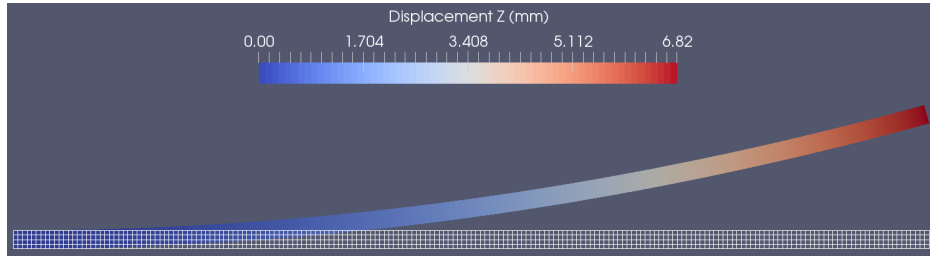


FIGURE 5 – Retour élastique  $U_z$  pour la simulation en EF, avec  $\boldsymbol{\varepsilon}_x^l = -0.0025$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_y^l = 0$ .

La Table 1 récapitule pour 3 cas d'étude distincts, le déplacement horizontal maximal  $U_x$  en cours de procédé et le retour élastique suivant  $z$  après découpe partielle, obtenus en utilisant le logiciel GeonX VirFac d'une part et l'approche paramétrique PGD d'autre part. Les valeurs sont exprimées en millimètres.

	$\boldsymbol{\varepsilon}_x^l = -0.0025$		$\boldsymbol{\varepsilon}_x^l = -0.001$		$\boldsymbol{\varepsilon}_x^l = -0.0005$	
	réf	pgd	réf	pgd	réf	pgd
max $u_0$	-0.125	-0.125	-0.050	-0.050	-0.025	-0.025
max $u_1$	-0.187	-0.187	-0.075	-0.075	-0.037	-0.037
max $u_2$	-0.229	-0.229	-0.091	-0.091	-0.046	-0.046
max $u_3$	-0.259	-0.260	-0.104	-0.104	-0.052	-0.052
max springback	6.82	6.81	2.75	2.74	1.37	1.38

TABLE 1 – Récapitulatif des valeurs clés pour différentes valeurs de  $\boldsymbol{\varepsilon}_x^l$ .  $\boldsymbol{\varepsilon}_y^l = 0$ .

Les résultats obtenus par les 2 approches sont très similaires. Le modèle paramétrique semble à même de reproduire de façon fidèle le comportement prédit par le modèle direct "standard". Néanmoins, une validation plus avancée sur la géométrie réelle de l'éprouvette peigne est indispensable et fait partie des axes de travail en cours.

## 4 Conclusions

La maîtrise de la distorsion de la pièce présente un intérêt majeur au cours du procédé SLM, la méthode de déformation inhérente permet d'estimer cette distorsion à l'échelle de la pièce. Cette méthode implique le calcul d'une séquence de problèmes purement élastiques.

Une nouvelle méthode basée sur la technique PGD est présentée dans cet article, elle permet d'inclure des paramètres comme nouvelles coordonnées. Les composantes inconnues de la déformation inhérente sont considérées comme des dimensions supplémentaires du problème résolu. L'identification de la déformation inhérente est simple et l'analyse de sensibilité devient explicite.

## Références

- [1] D.B. Go H. Peng and R. Billo. Part-scale model for fast prediction of thermal distortion in dmils additive manufacturing. part 2 : A quasi-static thermomechanical model. Solid Freeform Fabrication Symposium, pages 382–397, 2016.
- [2] K. Nakacho Y. Ueda, K. Fukuda and S. Endo. A new measuring method of residual stresses with the aid of fem. volume 4, pages 123–131, 1975.
- [3] M.R. Hill and D.V. Nelson. The inherent strain method for residual stresses determination and its application to a long welded joint. volume 318, pages 343–352, 1995.
- [4] V. Ploshikhin and N. Keller. New method for fast predictions of residual stress and distortion of am parts. Solid Freeform Fabrication Symposium, pages 1229–1237, 2014.
- [5] L. D'Alvise, E. Komi, P. Kokkonen, and A. Majumda. Numerical simulation of the selective laser melting process to support defect tolerant design. 11 2016.
- [6] G. Schilling D. Buchbinder and W. Meiners. Investigation on reducing distortion by preheating during manufacture of aluminum components using selective laser melting. volume 26, 2014.
- [7] Interreg Poctefa TRANSFRON3D project. <https://www.transfron3d.eu/fr/>, 2018.
- [8] Nicolas Bur, Pierre Joyot, Chady Ghnatios, Pierre Villon, Elías Cueto, and Francisco Chinesta. On the use of model order reduction for simulating automated fibre placement processes. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 3 :4, 2016.
- [9] Y. Ueda and K. Fukuda. New measuring method of three-dimensional residual stresses in long welded joints using inherent strains as parameters. volume 111, pages 1–8, 1989.
- [10] G. Allaire and L. Jakabcin. Taking into account thermal residual stresses in topology optimization of structures built by additive manufacturing. volume 28, pages 2313–2366, 2017.
- [11] M. Bugatti and Q. Semeraro. Limitations of the inherent strain method in simulating powder bed fusion processes. volume 23, pages 329–346, 2018.
- [12] P. Ladevèze. New algorithms : mechanical framework and development (in french). page 57, 1985.
- [13] D. Ryckelynck. An a priori model reduction method for thermomechanical problems [réduction a priori de modèles thermomécaniques]. volume 330 (7), pages 499–505, 2002.
- [14] J. Laurenceau and P. Sagaut. Building efficient response surfaces of aerodynamic functions with kriging and cokriging. pages 498–507, 2008.

- [15] M.A. Luersen and R. Le Riche. Globalisation de l'algorithme de nelder-mead : Application aux composites. page 44, 2001.
- [16] Francisco Chinesta, Amine Ammar, and Elías Cueto. Recent Advances and New Challenges in the Use of the Proper Generalized Decomposition for Solving Multidimensional Models. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(4) :327–350, December 2010.
- [17] L. Van Belle. Analyse, modélisation et simulation de l'apparition de contraintes en fusion laser métallique. page 174.
- [18] A. Longuet. Modélisation du procédé de projection laser - application au ti-6al-4v. page 232.