



HAL
open science

Approche hybride pour le consensus pour les réseaux dirigés et asynchrones d'agents non-holonomes

Tommaso Borzone, Irinel-Constantin Morarescu, Marc Jungers, Michael Boc,
Christophe Janneteau

► **To cite this version:**

Tommaso Borzone, Irinel-Constantin Morarescu, Marc Jungers, Michael Boc, Christophe Janneteau.
Approche hybride pour le consensus pour les réseaux dirigés et asynchrones d'agents non-holonomes.
8e Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, JD-JN-MACS 2019, Jun 2019, Bordeaux, France.
hal-02169645

HAL Id: hal-02169645

<https://hal.science/hal-02169645v1>

Submitted on 11 Jul 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Approche hybride pour le consensus pour les réseaux dirigés et asynchrones d'agents non-holonomes

T. Borzone, I.-C. Morarescu, M. Jungers, M. Boc, C. Janneteau

I. Introduction

La stabilisation et le contrôle de robots non-holonomes sont au cœur de la recherche en automatique depuis plusieurs années [KM95], notamment à cause du fait que les conditions nécessaires de Brockett [B83] pour la stabilisation régulière ne sont pas vérifiées pour cette classe de robots et qu'ainsi il n'existe pas de retour d'état régulier invariant dans le temps qui les stabilise. Plusieurs solutions ont été mises en avant, en particulier les lois de commande discontinues [A99] ou variantes dans le temps [P92] pour contourner cette difficulté et pour stabiliser le centre de rotation et l'orientation d'un unique robot. La poursuite de trajectoire lisse est un problème qui a été aussi étudié par différentes techniques du type linéarisation du modèle d'erreur ou linéarisation par bouclage. On peut aussi citer la poursuite exponentielle de trajectoires lisses [PLL98] pour un unique robot.

Nous proposons ici d'étudier un ensemble de robots avec une stratégie de contrôle décentralisée dans le but d'obtenir une formation de manière coopérative. Pour des raisons d'implémentation réelle nous faisons l'hypothèse que les interactions entre différents robots sont sporadiques. Lors des interactions les robots récupèrent des informations de positions relatives par rapport aux robots proches permettant d'actualiser leurs consignes. Une fois que les consignes sont calculées, le mouvement de chaque robot est totalement découplé de celui des autres robots (Figure 1). Par conséquent, cette stratégie de contrôle mène à une boucle fermée de type *hybride* à cause des sauts ou discontinuités des consignes que doivent suivre les différents robots.

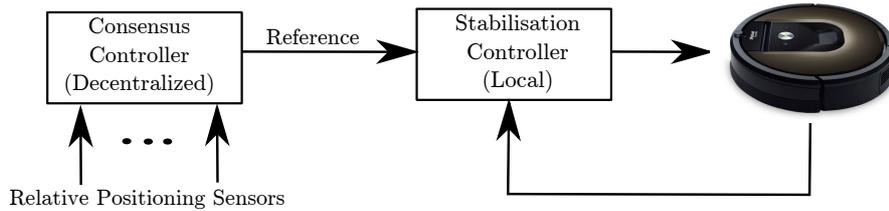


Figure 1 : architecture de la loi de contrôle.

La principale contribution de cette recherche porte sur l'analyse de la stabilité de la loi de commande en consensus prenant en considération les contraintes de communication.

II. Formulation du problème.

Nous considérons un ensemble de n robots non-holonomes qui doivent atteindre un consensus en position sans contrainte sur leur orientation. La dépendance en temps n'est pas explicitée pour rendre les équations plus lisibles. Soit $r_i = (r_{x_i}, r_{y_i})$ la consigne en deux dimensions du robot i en imposant $r_{\theta_i} = 0$ pour son orientation de référence. Les coordonnées cartésiennes du centre de masse du robot i sont notées $X_i = (x_i, y_i)$ et on note $e_i = (e_{x_i}, e_{y_i}, e_{\theta_i})^T$ et $\epsilon_i = (e_{x_i}, e_{y_i})^T$ les erreurs de position et d'orientation du robot par rapport à sa consigne. On obtient alors la dynamique suivante pour le robot i : $\dot{e}_i = g(e_i)u_i$, avec $g(e_i) = \begin{bmatrix} \cos e_{\theta_i} & \sin e_{\theta_i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ et $u_i = \begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix}$ où v_i et ω_i respectivement les vitesses linéaire et angulaire du robot i . On considère la classe de commande de chaque robot inspirée de [CS92] : à partir d'une application $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} \times (-\pi, \pi]; e_i \rightarrow z_i = (a_i, \mu_i)^T \in \mathbb{R} \times (-\pi, \pi]$. Pour deux constantes positives K, γ , la loi de contrôle du robot du type $u_i = \kappa(e_i) = (-\gamma b_1(e_i)a_i, -b_2(e_i)v_i - K a_i)^T$, avec b_1 et b_2 définis dans [CS92], stabilise exponentiellement l'erreur de positionnement $\epsilon_i = 0$.

Remarque : C'est-à-dire que vis-à-vis de la dynamique considérée il est toujours possible de prouver qu'il existe les constantes positives c_ϵ et λ_ϵ telles que $\forall t \in [t_k, t_{k+1}), \|\epsilon(t)\|_\infty \leq \sqrt{n}c_\epsilon \|\epsilon(t_k)\|_\infty e^{-\lambda_\epsilon(t-t_k)}$.

Pour représenter les contraintes de communication, on définit un digraphe $\mathcal{G}(t) = (\mathcal{V}, \mathcal{E}(t))$, où les sommets \mathcal{V} représentent les robots et les transitions $\mathcal{E}(t) \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ représentent les interactions entre deux robots à l'instant t . Un chemin de longueur p dans un digraphe invariant dans le temps $\tilde{\mathcal{G}} = (\mathcal{V}, \tilde{\mathcal{E}})$ est une union de transitions $\bigcup_{k=1}^{k=p} (i_k, j_k) \in \tilde{\mathcal{E}}^p$ tel que $i_{k+1} = j_k, k = 1, \dots, p-1$. Un digraphe est dit *fortement connecté* si pour tout paire de sommets différents, il existe un chemin reliant ces deux sommets. Définissons désormais la suite des instants d'actualisation des consignes par $\mathcal{T} = \{t_k \geq 0, t_{k+1} > t_k, k \in$

$\mathbb{N}, \lim_{k \rightarrow \infty} t_k = +\infty$. Afin de définir plus précisément un algorithme d'actualisation des références des robots, on considère une matrice stochastique en ligne dépendante des instants d'actualisation, $P: \mathcal{T} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ associée au digraphe $\mathcal{G}(t)$, vérifiant les propriétés suivantes avec $\alpha \in (0,1), \beta \in (\frac{1}{2}, 1)$:

$$P_{i,i}(t) > \beta; P_{i,j}(t) = 0 \text{ si } (i,j) \notin \mathcal{E}(t); P_{i,j}(t) > \alpha \text{ si } (i,j) \in \mathcal{E}(t); \sum_s P_{i,s}(t) = 1, \forall (i,j,t) \in \{1, \dots, n\}^2 \times \mathcal{T}, i \neq j.$$

Il est alors possible de poser les hypothèses suivantes [BHOT20]:

Hypothèse 1 (connectivité) : le digraphe $\mathcal{G}^\infty = \bigcup_{k \geq k_0} \mathcal{G}(t_k)$ est fortement connecté pour tout $k_0 \in \mathbb{N}$.

Hypothèse 2 (intervalle d'intercommunication borné) : si les robots i et j communiquent infiniment souvent, c'est-à-dire que $(i,j) \in \mathcal{E}(t_k)$ pour un nombre infini d'indices $k \in \mathbb{N}$, alors il existe $l \in \mathbb{N}$, tel que pour tout $k \in \mathbb{N}$, $(i,j) \in \mathcal{E}(t_k) \cup \mathcal{E}(t_{k+1}) \cup \dots \cup \mathcal{E}(t_{k+l-1})$.

III. Résultat principal

L'objectif de la contribution est d'obtenir la stabilité globale asymptotique (GAS) vers l'ensemble attracteur

$$\mathcal{A} = \left\{ (\epsilon, r) \in \mathbb{R}^{4n}, \epsilon = 0, r_{x_i} = r_{x_j}, r_{y_i} = r_{y_j}, \forall (i,j) \in \{1, \dots, n\}^2 \right\}.$$

Pour ce faire, on utilise la loi d'actualisation des consignes suivante :

$$r_i(t_k) = X_i(t_k^-) + \sum_{i \neq j} P_{i,j}(t_k) (X_j(t_k^-) - X_i(t_k^-)), \forall t_k \in \mathcal{T}_i,$$

où $\mathcal{T}_i \subset \mathcal{T}$ est le sous-ensemble des instants d'actualisation de la consigne r_i du robot i . On propose ainsi la dynamique hybride suivante pour l'ensemble du système (le caractère hybride provenant des discontinuités de la loi d'actualisation):

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= g(e_i(t))\kappa(e_i(t)); \dot{r}_i(t) = 0; t \in \mathbb{R}^+ - \mathcal{T}_i \\ r_i(t_k) &= \sum_{j=1, \dots, n} P_{i,j}(t_k) (\epsilon_j(t_k^-) + r_j(t_k^-)), \quad \epsilon_i(t_k) = \epsilon_i(t_k^-) + r_i(t_k^-) - r_i(t_k), \quad e_{\theta_i}(t_k) = e_{\theta_i}(t_k^-), t \in \mathcal{T}_i \end{aligned}$$

On a ainsi le théorème suivant :

Théorème 1 : Sous les hypothèses décrites précédemment et en supposant qu'il existe deux constantes positives c_ϵ et λ_ϵ telles que $\forall t \in [t_k, t_{k+1}), \|\epsilon(t)\|_\infty \leq \sqrt{n}c_\epsilon \|\epsilon(t_k)\|_\infty e^{-\lambda_\epsilon(t-t_k)}$, alors \mathcal{A} est GAS si $t_{k+1} - t_k \geq \tau^*$, $\forall k \in \mathbb{N}$, avec

$$\tau^* > \frac{1}{\lambda_\epsilon} \max \left\{ \ln \left(\frac{2\sqrt{n}c_\epsilon(1-\alpha)}{\alpha} \right), \ln \left(\frac{4\sqrt{n}c_\epsilon(1-\beta)}{1-2(1-\beta)} \right) \right\} > 0.$$

On notera que le théorème 1 ne donne pas les instants d'actualisation mais une borne inférieure sur la différence entre deux instants d'actualisation consécutifs. Ainsi le consensus peut être atteint si les actualisations ne sont pas trop fréquentes.

Références :

- [A99] A. Astolfi. *Exponential stabilization of a wheeled mobile robot via discontinuous control*. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. Vol. 121, pp.121-125, 1999.
- [B83] R. W. Brockett. *Asymptotic stability and feedback stabilization*. In Differential Geometric Control Theory. Ed. R. W. Brockett and R. S. Millman and H. J. Sussmann, pp. 181-191, 1983.
- [BHOT20] V. D. Blondel, J. M. Hendrickx, A. Olshevsky and J. Tsitsiklis. *Convergence in multiagent coordination, consensus and flocking*. IEEE Conf. Decision and Control, pp.2996-3000, 2005.
- [CS92] C. Canudas de Wit and O. J. Sordalen. *Exponential stabilization of mobile robots with nonholonomic constraints*. IEEE Trans. On Aut. Control, vol. 37, n. 11, pp. 1791-1797, 1992.
- [KM95] I. Kolmanovsky and N. McClamroch. *Developments in nonholonomic control problems*. IEEE Ctrl. Sys. Magazine. Vol. 16, pp. 20-36, 1995.
- [P92] J.-B. Pomet. *Explicit design of time-varying stabilizing control laws for a class of controllable systems without drift*. Systems & Control Letters, Vol. 18, n.2, pp.147-158, 1992.
- [PLL98] E. Panteley, E. Lefeber, A. Loria and H. Nijmeijer. *Exponential tracking control of a mobile car using a cascaded approach*. Proceedings of IFAC Motion Control, pp. 201-206, 1998.