



**HAL**  
open science

## Contrôle actif des modes axisymétriques d'un tom : Système Hamiltonien à Ports et perspectives

Marc Wijnand, Brigitte d'Andréa-Novel, Benoît Fabre, Thomas Hélie, Lionel  
Rosier, David Roze

### ► To cite this version:

Marc Wijnand, Brigitte d'Andréa-Novel, Benoît Fabre, Thomas Hélie, Lionel Rosier, et al.. Contrôle actif des modes axisymétriques d'un tom : Système Hamiltonien à Ports et perspectives. Journées Jeunes Chercheurs en Audition, Acoustique musicale et Signal audio (JJCAAS), Jun 2019, Le Mans, France. hal-02169147

**HAL Id: hal-02169147**

**<https://hal.science/hal-02169147v1>**

Submitted on 3 Jul 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# Contrôle actif des modes axisymétriques d'un tom : Système Hamiltonien à Ports et perspectives



Marc Wijnand<sup>1</sup>, Brigitte d'Andréa-Novel<sup>1</sup>, Benoît Fabre<sup>2</sup>,  
Thomas Hélie<sup>1</sup>, Lionel Rosier<sup>3</sup>, David Roze<sup>1</sup>  
marc.wijnand@ircam.fr – <sup>1</sup>Équipe S3AM, IRCAM–CNRS–Sorbonne Université, Paris  
<sup>2</sup>LAM, d'Alembert–Sorbonne Université–CNRS, Paris  
<sup>3</sup>Centre Automatique et Systèmes & Centre de Robotique, Mines ParisTech, Paris



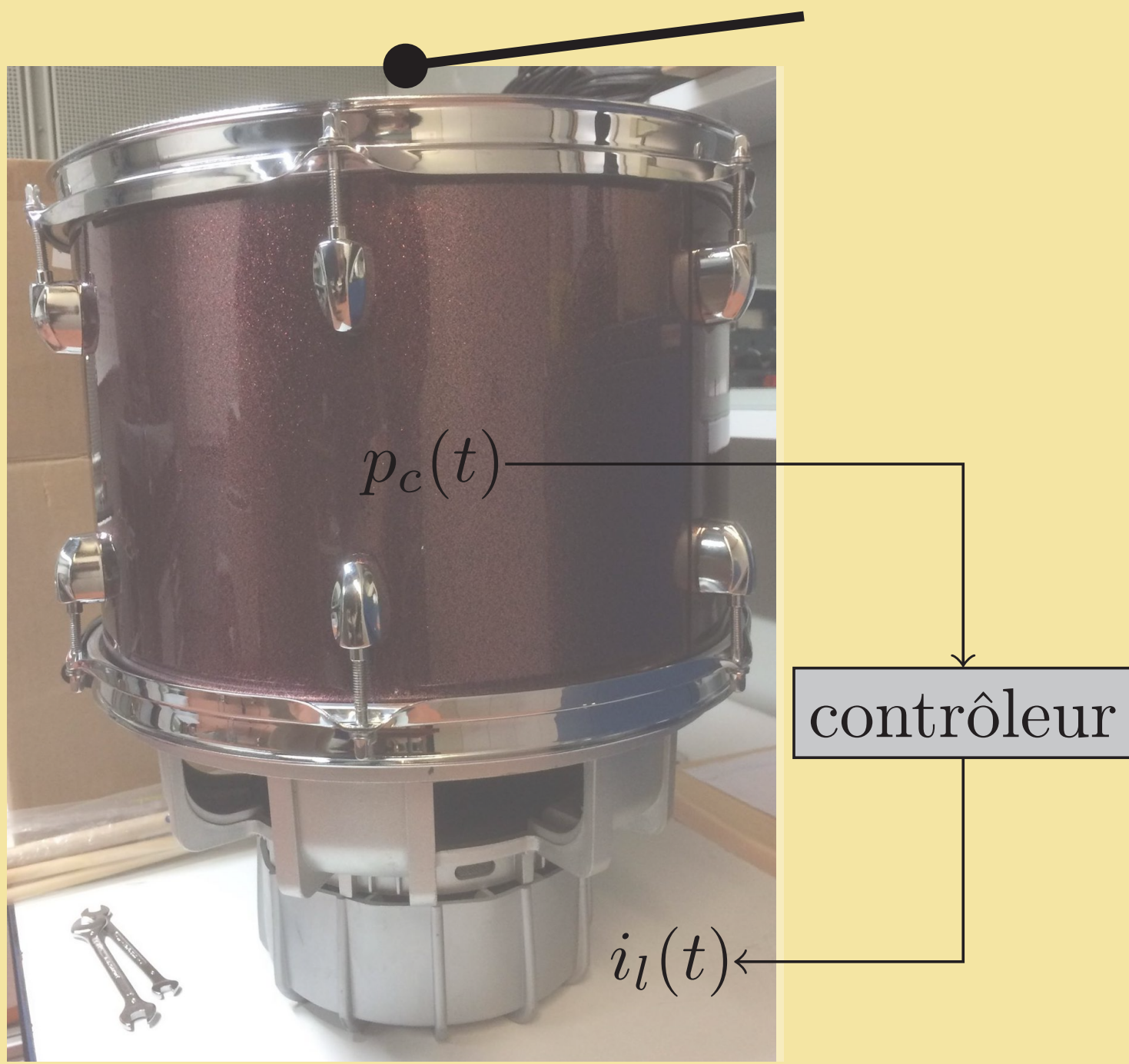
## Introduction

### Contexte

Contrôle actif d'un instrument de musique : rajouter une boucle de contrôle à un instrument de musique acoustique afin de modifier ses sonorités en préservant son ergonomie

### Configuration

Un tom avec une membrane supérieure et un haut-parleur à la face inférieure



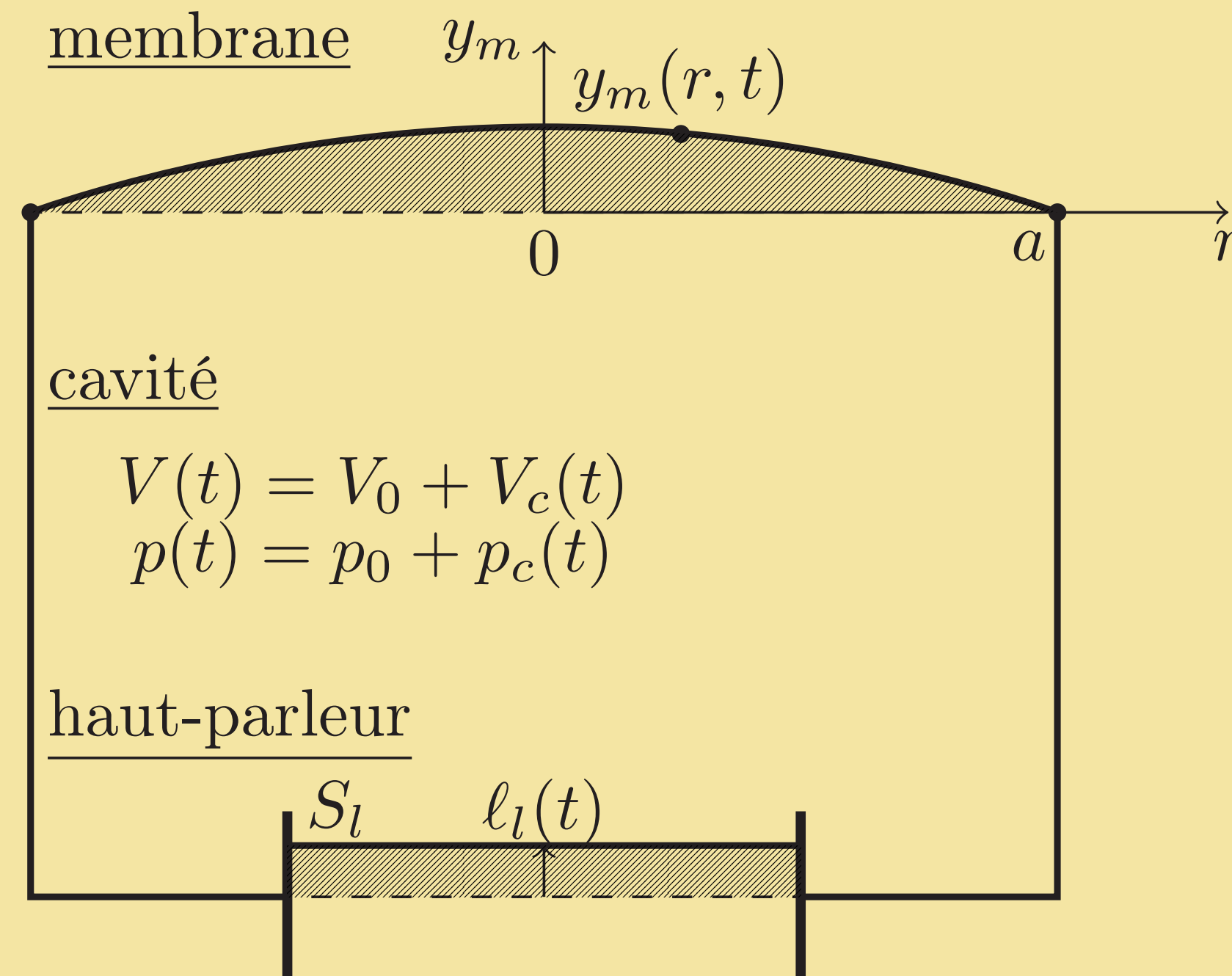
### But

Changer la fréquence du premier mode axisymétrique de la membrane en utilisant une boucle de contrôle entre la pression  $p_c(t)$  dans la cavité et le courant  $i_l(t)$  appliqué au haut-parleur

## 1. Modèle EDP–EDO hybride

Sous un nombre d'hypothèses, dont

- mouvement axisymétrique de la membrane
- modèle de piston plan pour le haut-parleur (HP)



$$T \Delta y_m(r, t) + p_c(t) = \sigma_m \frac{\partial^2 y_m}{\partial t^2}(r, t)$$

$$p_c(t) = -\gamma \frac{p_0}{V_0} \left[ \int_S y_m(r, t) dS(r) - S_l l_l(t) \right]$$

$$m_l \ddot{l}_l(t) + c_l \dot{l}_l(t) + k_l l_l(t) = S_l p_c(t) + B l_l(t)$$

## 2. Formalisme des Systèmes Hamiltoniens à Ports (SHP)

Modèle SHP de dimension infinie [1, 2, 3]

Des composants d'un système peuvent

- (1) stocker de l'énergie
- (2) dissiper de l'énergie
- (3) échanger de l'énergie

### Notations

- l'état  $\mathbf{x} \in \mathbb{X}$
- le produit scalaire  $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathbb{X}}$  et la norme  $\|\cdot\|_{\mathbb{X}}$  sont définis
- la fonction hamiltonienne  $\mathcal{H}(\mathbf{x}) \triangleq \frac{1}{2} \|\mathbf{x}\|_{\mathbb{X}}^2$
- l'opérateur  $\delta_{\mathbf{x}}$  est la dérivée variationnelle
- l'opérateur d'interconnexion  $\mathcal{J}$  est formellement anti-autoadjoint et l'opérateur de dissipation  $\mathcal{R}$  est symétrique non négatif, par rapport au produit scalaire
- l'entrée  $\mathbf{u}$  et la sortie  $\mathbf{y}$  associée
- l'opérateur  $\mathcal{G}$  et son opérateur adjoint  $\mathcal{G}^*$

$$\text{SHP} \begin{cases} \partial_t \mathbf{x} = (\mathcal{J} - \mathcal{R}) \delta_{\mathbf{x}} \mathcal{H}(\mathbf{x}) + \mathcal{G} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathcal{G}^* \delta_{\mathbf{x}} \mathcal{H}(\mathbf{x}) \end{cases}$$

Un SHP satisfait le bilan de puissance.

Dans ce formalisme, des méthodes de *contrôle* (stables et robustes) et des méthodes de *simulation* (préservant le bilan de puissance et donc stables) ont été développées.

## 4. Réduction d'ordre

Le modèle SHP de dimension infinie est projeté sur un nombre fini  $N$  de modes.

La présence de la cavité change la forme et les nombres d'onde des modes axisymétriques de la membrane [4].

[Ici,  $B = 11$ .]

|       | membrane seule                               | membrane et cavité  |
|-------|--|---|
| modes | $J_0(\lambda_n r)$<br>$J_0(\lambda_n a) = 0$ | $J_0(\lambda_n r) - J_0(\lambda_n a)$<br>$\lambda_n^2 a^2 J_0(\lambda_n a) = -B J_2(\lambda_n a)$ |
| 1     | $\lambda_1 = \frac{2.40}{a}$<br>             | $\lambda_1 = \frac{3.57}{a}$<br>  |
| 2     | $\lambda_2 = \frac{5.52}{a}$<br>             | $\lambda_2 = \frac{5.70}{a}$<br>  |
| 3     | $\lambda_3 = \frac{8.65}{a}$<br>             | $\lambda_3 = \frac{8.69}{a}$<br>  |

## 3. Modèle SHP

|          | états  | énergies  |
|----------|--|---|
| membrane | quantité de mouvement surfacique<br>$\pi_m = \sigma_m \frac{dy_m}{dt}$ | énergie cinétique<br>$\frac{1}{2} \int_S \frac{\pi_m^2}{\sigma_m} dS(r)$              |
|          | déformation<br>$\varepsilon_m = \nabla y_m$                            | énergie élastique<br>$\frac{1}{2} \int_S T \varepsilon_m^2 dS(r)$                     |
| cavité   | volume incrémental<br>$V_c = V - V_0$                                  | énergie de compression<br>$\frac{\gamma p_0 V_0}{2} \left( \frac{V_c}{V_0} \right)^2$ |
| HP       | quantité de mouvement<br>$\pi_l = m_l \frac{dl_l}{dt}$                 | énergie cinétique<br>$\frac{1}{2} \frac{\pi_l^2}{m_l}$                                |
|          | position<br>$l_l$  | énergie élastique<br>$\frac{1}{2} k_l l_l^2$  |

Modèle SHP

$$\begin{bmatrix} \dot{\pi}_m \\ \dot{\varepsilon}_m \\ \dot{V}_c \\ \dot{\pi}_l \\ \dot{l}_l \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & \text{div} & \mathbb{1} & 0 & 0 \\ \text{grad} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \int_S \cdot dS & 0 & 0 & -S_l & 0 \\ 0 & 0 & S_l & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \frac{\pi_m}{\sigma_m} \\ T \varepsilon_m \\ \gamma \frac{p_0}{V_0} V_c \\ \frac{\pi_l}{m_l} \\ k_l l_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ Bl \end{bmatrix} \mathbf{i}_l$$

## 5. Contrôle

Perspectives pour la construction du contrôleur basé sur le modèle SHP de dimension finie ( $N$  modes)

- placement de pôles
- loi de contrôle en temps fini [5]

## Remerciements

BdAN et MW remercient le support du projet ANR Finite4SoS (*Finite time control and estimation for systems of systems*, ANR 15 CE23 0007).

## Références

- [1] B.M. Maschke and A.J. van der Schaft, *Port-controlled Hamiltonian systems: modelling origins and systemtheoretic properties*. IFAC Proceedings Volumes, 25(13) :359–365, 1992.
- [2] A.J. van der Schaft, *Port-Hamiltonian systems: an introductory survey*. Proceedings of the international congress of mathematicians, Citeseer, 3 :1339–1365, 2006.
- [3] R.F. Curtain and H. Zwart, *An introduction to infinite-dimensional linear systems theory*. Springer, 1995.
- [4] P.M. Morse, *Vibration and sound*. American Society of Acoustics, 1995.
- [5] T. Lebrun, M. Wijnand, T. Hélie, D. Roze, B. d'Andréa-Novel, *Electroacoustic absorbers based on finite-time control of loudspeakers: a numerical investigation*. Proceedings of the First International Nonlinear Dynamics Conference, Rome, 2019.