



**HAL**  
open science

## Contrôle des échanges radiatifs entre l'homme et son environnement

Guillaume Leduc, Françoise Monchoux, Françoise Thellier

► **To cite this version:**

Guillaume Leduc, Françoise Monchoux, Françoise Thellier. Contrôle des échanges radiatifs entre l'homme et son environnement. Congrès français de thermique SFT, 2004, Presqu'île de Giens, France. hal-02155246

**HAL Id: hal-02155246**

**<https://hal.science/hal-02155246>**

Submitted on 13 Jun 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Contrôle des échanges radiatifs entre l'homme et son environnement

Guillaume LEDUC, Françoise MONCHOUX, Françoise THELLIER

Laboratoire d'Energétique  
Université Paul Sabatier, 118, route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 4 - France

**Résumé** – Le contrôle des échanges radiatifs peut représenter une voie privilégiée pour atteindre des conditions thermiques optimales sur l'individu. Dans une enceinte complexe, on cherche à déterminer les températures de l'environnement capables de satisfaire les flux et les températures désirés sur le corps humain. Il s'agit là d'un problème inverse de conception (Inverse Design) basé sur la résolution d'un système linéaire mal posé où des solutions peuvent exister ou non en fonction des contraintes choisies. Un exemple sera présenté concernant un conducteur de voiture.

## Nomenclature

$A$	matrice	$T$	température, $K$
$B$	facteur d'absorption	<i>Symboles grecs</i>	
$b$	vecteur d'entrée	$\delta$	facteur de dispersion, $^{\circ}C$
$I$	matrice identité	$\varepsilon$	émissivité
$L$	opérateur dérivatif	$\varphi_{net}$	densité de flux radiatif, $W/m^2$
$M^p$	émittance noire = $\sigma T^4$ , $W/m^2$	$\eta$	précision, $W/m^2$
$M$	vecteur solution	$\lambda$	paramètre de régularisation
		$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann, $W.m^{-2}.K^{-4}$

## 1. Introduction

Les problèmes inverses radiatifs appliqués à la conception de systèmes thermiques ont fait l'objet de récentes études et ne cessent de s'enrichir [1]. Nous nous proposons ici d'appliquer ces méthodes aux échanges thermiques humains.

L'objectif est de déterminer les conditions aux limites (températures) de l'environnement capable de produire des « effets radiatifs » désirés sur l'individu, donnés par la connaissance des flux échangés et de ses températures. Pour cela, nous avons choisi d'assimiler ce problème à un problème inverse de conception (Inverse Design) où des solutions sont obtenues directement, sans passer par l'approche classique dite « essai-erreur ». Le modèle inverse est basé sur l'écriture des flux radiatifs en terme d'échanges, à partir du calcul des facteurs d'absorption [2].

Le problème inverse aboutit à l'élaboration d'un système linéaire discret mal posé dont la résolution passe par l'emploi de méthodes mathématiques spécifiques telles que les méthodes de régularisation. Nous avons choisi d'utiliser la méthode de Tikhonov [3] qui permet, par un choix judicieux des paramètres d'inversion, de générer des solutions adaptées à nos contraintes.

## 2. Le modèle radiatif inverse

### 2.1. Stratégie de construction

Le modèle inverse repose sur l'écriture des flux nets radiatifs au sein d'une enceinte grise diffuse par la méthode des facteurs d'absorption [2, 4]. Le milieu ambiant est considéré comme transparent. Lorsque la géométrie (facteurs de forme) et les propriétés radiatives des surfaces (émissivités) sont connues, les facteurs d'absorption sont obtenus par simple inversion matricielle. La densité de flux net  $\varphi_{i,net}$  s'exprime ensuite comme la somme des puissances nettes échangées  $\varphi_{ij,net}$  avec chacune des surfaces selon :

$$\varphi_{i,net} = \sum_{j=1}^N \varphi_{ij,net} = \sum_{j=1}^N \varepsilon_i B_{ij} (M_i^o - M_j^o) \quad (1)$$

Dans l'approche directe, une seule condition aux limites (flux ou température) est fixée sur chaque surface [5]. Le problème inverse fait intervenir un nombre variable de conditions aux limites en fonction du type de surface. Celles-ci peuvent être classées en 4 catégories [6] :

- Les surfaces  $TF$  où la température et le flux sont connus (au nombre de  $n_{TF}$ )
- Les surfaces  $T$  où seule la température est connue ( $n_T$ )
- Les surfaces  $F$  où seul le flux est connu ( $n_F$ )
- Les surfaces  $R$  sans conditions aux limites ( $n_R$ )

Pour une enceinte composée de  $N$  surfaces, on a alors :  $n_{TF} + n_T + n_F + n_R = N$

Dans tout ce qui suit, les surfaces aux conditions aux limites surabondantes ( $TF$ ) concernent la géométrie du corps humain (tête, tronc, bras, etc.). Les autres surfaces appartiennent à l'environnement, les  $R$  surfaces étant appelées « surfaces pilotes » et sont choisies suivant leur forte influence « optico-géométrique » vis à vis de l'ensemble du corps humain. Les  $T$  et  $F$  surfaces peuvent exister ou non en fonction du problème posé.

Si l'on écrit l'équation (1) pour les  $TF$  et  $F$  surfaces, il est possible de construire un système linéaire de la forme  $AM = b$  dont les inconnues sont les émittances noires des  $R$  et  $F$  surfaces. Contrairement à la méthode des radiosités initialement développée par Harutunian [6], l'utilisation des facteurs d'absorption permet d'éviter le calcul de toutes les radiosités des surfaces et génère ainsi un système linéaire en émittances noires de plus faible dimension.

### 2.2. Résolution du système linéaire mal posé

Il est bien établi que le système  $AM = b$  obtenu est un système mal posé [1] dont la résolution nécessite de faire appel à des techniques de régularisation. Parmi les différentes méthodes de régularisation adaptées à ce type de problème [7], nous avons choisi d'utiliser la méthode de Tikhonov [3]. Le principe consiste à introduire un terme de stabilisation dans l'expression du problème des moindres carrés classique ( $\min \|AM - b\|_2$ ) de sorte à résoudre le nouveau problème de minimisation :  $\min \left\{ \|AM - b\|_2^2 + \lambda^2 \|L_i(M - M_o)\|_2^2 \right\}$  où :

- $\|AM - b\|_2^2$  caractérise la précision de la solution (résidu)
- $\lambda^2 \|L_i(M - M_o)\|_2^2$  est un terme de stabilisation qui constitue l'essence même de la méthode. En effet, cette quantité introduit une contrainte sur la solution en agissant sur sa

norme  $\|M\|_2$  ou semi-norme  $\|L_i M\|_2$ , c'est à dire sur son niveau de stabilité.  $M_o$  est une solution a priori, considérée comme nulle dans cette étude.

Le paramètre de régularisation  $\lambda$  permet de contrôler l'influence du terme de stabilisation sur la précision. Une valeur faible de  $\lambda$  génère une solution précise mais très sensible à des perturbations sur les grandeurs d'entrée, donc peu stable. D'un autre côté, une valeur trop élevée de  $\lambda$  engendre une solution très stable (ou fortement lissée) au détriment de la précision. Le point essentiel de la méthode est donc de choisir une valeur de  $\lambda$  qui permet d'obtenir une solution physiquement acceptable, à la fois stable et précise.

$L_i$  est souvent choisi comme un opérateur dérivatif d'ordre  $i$  dont le rôle est de lisser la solution en ajustant la valeur de chaque composante par rapport aux autres. Son choix est délicat et dépend du type de solution que l'on souhaite obtenir. Dans tout ce qui suit, nous avons choisi d'utiliser un opérateur dérivatif d'ordre 1 qui permet de favoriser des températures isothermes lorsque la valeur de  $\lambda$  est élevée. Il s'écrit comme un opérateur de dérivation en différences finies d'ordre 1 [7].

### 3. Application aux échanges radiatifs du conducteur de voiture

Nous considérons une enceinte fermée représentative d'un habitacle automobile au sein duquel est assis le conducteur, ces deux entités formant une enceinte fermée constituée de 22 surfaces [5] : 7 surfaces décrivent la géométrie du corps humain (tête, tronc, etc.) et 15 surfaces constituent l'habitable (vitres, pare-brise, etc.).

L'objectif consiste à déterminer les températures de certaines surfaces de l'habitable (type  $R$ ) afin d'obtenir les flux désirés sur les 7 segments corporels ( $TF$  surfaces) (Figure 1) qui correspondent à une situation engendrant la neutralité thermique.

Dans tout ce qui suit, le nombre de  $R$  surfaces est supposé égal au nombre de surfaces  $TF$ , soit  $n_R = n_{TF} = 7$ . Cette condition permet ainsi de créer un système inverse contenant autant d'équations que d'inconnues. Il est important de souligner qu'il s'agit là d'un choix arbitraire, les méthodes de régularisation étant parfaitement adaptées à la résolution de systèmes sur ou sous-déterminés [7].

Parmi les 15 parois de l'habitable, les 7 surfaces pilotes sont déterminées à partir de leur influence « optico-géométrique » sur l'ensemble du corps humain ( $H$ ), donnée par la surface

totale d'échange  $S_i \varepsilon_i B_{iH} = \sum_{j=1}^{n_{TF}=7} S_j \varepsilon_j B_{ij}$  ( $i=8, N$ ). La stabilité de la solution augmente (et le

nombre de conditionnement de  $A$  diminue) avec la surface totale d'échange. Les 8 autres surfaces ont leur température fixée, soit  $n_T = 8$ . Il s'ensuit que  $n_F = 0$ . Les caractéristiques du problème sont résumées dans le tableau 1.

L'émissivité de toutes les surfaces est fixée à 0.9.

Type	Nombre	Numéro, désignation	Température
$TF$	$n_{TF} = 7$	1 à 7	Connue
$R$	$n_R = n_{TF} = 7$	9, 10, 11, 14, 15, 20, 21	A déterminer
$T$	$n_T = 8$	Autres surfaces (sièges, montants, tapis, volant, etc.)	Connue

R	Nom
9	Plancher
10	Tablette
11	Pavillon AR
14	Vitres
15	Pare-brise
20	Portes
21	Pavillon AV

Tableau 1 : Configuration étudiée

### 3.1. Objectifs et contraintes

#### 3.1.1. Effets radiatifs désirés sur le corps humain

Les flux et les températures des 7 segments corporels (Tableau 2) proviennent d'un modèle de thermorégulation développé au laboratoire depuis plusieurs années [8]. On cherche à produire une situation où les sensations thermiques globales et locales sont neutres.

Les températures des surfaces de type  $T$  sont supposées égales à la température d'air mesurée dans l'habitacle, soit 29°C.

Segment	1 (tête)	2 (tronc)	3 (bras G)	4 (bras D)	5 (mains)	6 (jambes)	7 (pieds)
$T$ (°C)	36.1	27.9	27.4	27.8	35.9	29.3	30.6
$\varphi$ (W/m <sup>2</sup> )	103.7	36.7	28.1	30	96.1	37.8	49.9

Tableau 2 : Ambiance radiative du corps humain

#### 3.1.2. Précision et dispersion des solutions

Les degrés de précision et de stabilité de la solution doivent être adaptés aux spécificités du problème. Pour cela, on introduit les deux grandeurs suivantes :

- la précision  $\eta_i$  définie par l'écart entre le flux désiré et le flux calculé à l'aide de la solution inverse, pour chaque segment corporel  $i$ . Elle s'écrit :

$$\eta_i = \left| \varphi_{i,désiré} - \varphi_{i,inverse} \right|$$

Pour cette étude, on suppose que la solution est valide si la condition  $\eta_i < \eta_o$  est respectée où  $\eta_o$  est une limite de référence dans ce domaine fixée à 20 W/m<sup>2</sup> [9].

- le facteur de dispersion  $\delta$  donné par l'écart type entre toutes les températures de parois, c'est à dire les surfaces de type  $R$  et  $T$ .

Ainsi, parmi la multiplicité de solutions candidates au problème, un critère de choix est élaboré en fonction des contraintes de précision ( $\eta < \eta_o$ ) mais aussi en fonction de la dispersion de la solution (écart toléré entre les températures de parois). Un choix judicieux du paramètre de régularisation combiné à un opérateur dérivatif approprié peut (ou non !) générer une solution adaptée aux contraintes.

### 3.2. Résultats

#### 3.2.1. Espace de solutions

Les variations de la précision et de la dispersion en fonction de  $\lambda$  sont représentées sur la figure 2. Afin de faciliter la lecture des résultats, seule la valeur maximale de  $\eta$  donnée par  $\eta = \max(\eta)_{=1,7}$  (ou  $\eta = \left\| \vec{\eta} \right\|_{\infty}$ ) est analysée. Ainsi, si la condition  $\eta < \eta_o$  n'est pas respectée sur un des 7 segments, la solution sera systématiquement éliminée. D'après la figure 2a, on constate qu'une solution valide est obtenue pour toutes les valeurs de  $\lambda$  supérieures à  $10^{-1}$ . En effet, les solutions correspondantes aux valeurs de  $\lambda$  comprises entre  $10^{-2}$  et  $10^{-1}$  sont trop

dispersées ou non physiques. Par ailleurs, on peut vérifier sur la figure 2b que la dispersion en température diminue pour des valeurs élevées de  $\lambda$ .

La figure 3 nous montre l'espace de solutions obtenues pour les 100 valeurs retenues de  $\lambda$  par la méthode de Tikhonov d'ordre 1. Il apparaît clairement une forte dispersion des solutions pour de faibles valeurs de  $\lambda$  mais qui deviennent quasi isothermes lorsque  $\lambda$  augmente.

### 3.2.2. Choix d'une solution optimale

Les résultats précédents permettent de trouver des solutions acceptables suivant le degré de dispersion toléré (des températures trop dispersées pourraient par exemple générer des mouvements de convection naturelle indésirables).

Cependant, il est intéressant de déterminer une solution optimale correspondant au meilleur compromis entre précision et stabilité. La figure 4 représente la variation de la dispersion  $\delta$  en fonction de la précision  $\eta$  pour les différentes valeurs du paramètre régularisateur  $\lambda$ . Ce graphe est une adaptation à notre problème de la méthode L-curve développée par Hansen [7]. La forme en « L » nous permet en effet de déterminer la valeur de  $\lambda$  offrant le meilleur équilibre entre précision et dispersion. Une solution optimale peut ainsi être obtenue (Figure 5).

Toutefois, il est important de noter que le choix optimal de  $\lambda$  à l'aide de la méthode L-curve ne satisfait pas toujours les contraintes du problème. Dans certains cas, des solutions trop instables ou non « physiques » (émittances noires négatives !) peuvent être calculées. L'aboutissement de l'étude dépend essentiellement du choix de  $\lambda$ .

## 4. Conclusion

Cette étude constitue une application des méthodes inverses aux échanges radiatifs entre l'homme et son environnement. A partir d'une description des échanges en terme de facteurs d'absorption, un modèle inverse est élaboré dans le but de déterminer les conditions aux limites de l'environnement capables de reproduire les flux et les températures désirés sur le corps humain. Ce modèle présente l'avantage d'avoir comme inconnues les émittances noires des surfaces et d'éviter ainsi le calcul des radiosités. Sa résolution par la méthode de Tikhonov a permis de calculer des solutions physiquement acceptables, et suffisamment stables et précises pour satisfaire les contraintes exigées.

### Références

- [1] F.R. França, J.R. Howell, O.A. Ezekoye, J.C. Morales, Inverse Design of Thermal Systems, *Advances in Heat Transfer*, 36, Academic Press, J.P. Harnett, T.F. Irvine Eds (2002).
- [2] B. Gebhart, *Heat Transfer*, Mc Graw-Hill, New York (1961).
- [3] A.N. Tikhonov, V.Y. Arsenin, *Solution of Ill-posed Problems*, V.H. Winston & Sons, Washington D.C. (1977).
- [4] R. Siegel & J.R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*, Ed. Taylor & Francis (1992).
- [5] G. Leduc, F. Monchoux, C. Milvaque, Analyse des flux nets échangés dans une enceinte radiative complexe, *Congrès SFT*, Lyon (2000).

- [6] V. Harutunian, J.C. Morales, J.R. Howell, Radiation exchange within an enclosure of diffuse-gray surfaces : the inverse problem, *Proc. 30th National Heat Transfer Conf.*, ASME HTD-Vol.312, Vol.10 (1995), 133-140.
- [7] P.C. Hansen, *Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems, Numerical Aspects of Linear Inversion*, SIAM Philadelphia (1998).
- [8] F. Thellier, A. Cordier, F. Monchoux, The analysis of thermal comfort requirements through the simulation of an occupied building, *Ergonomics*, 37-5 (1994), 817-825.
- [9] [www.espace-elec.com/promodul](http://www.espace-elec.com/promodul)

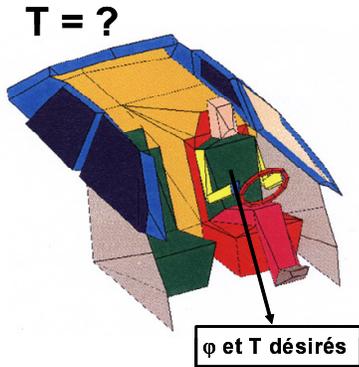


Figure 1 : Représentation simplifiée du problème inverse

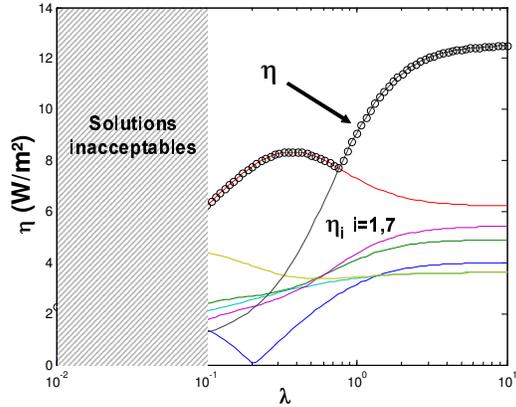


Figure 2a : Précision en fonction de  $\lambda$

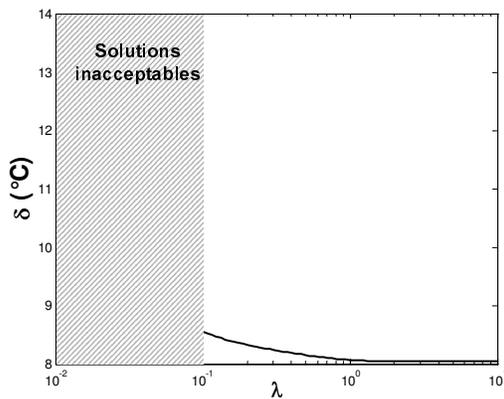


Figure 2b : Facteur de dispersion en fonction de  $\lambda$

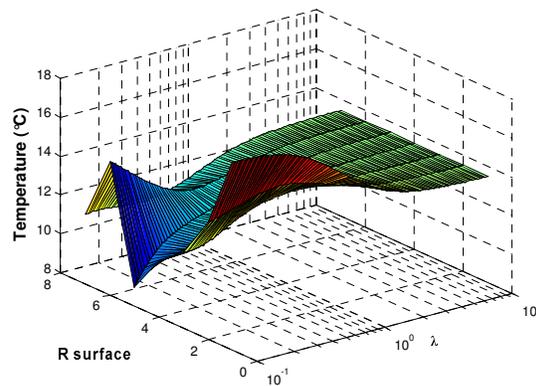


Figure 3 : Espace de solutions obtenu pour 100 valeurs de  $\lambda$  ( $L = L_1$ ;  $M_0 = 0$ )

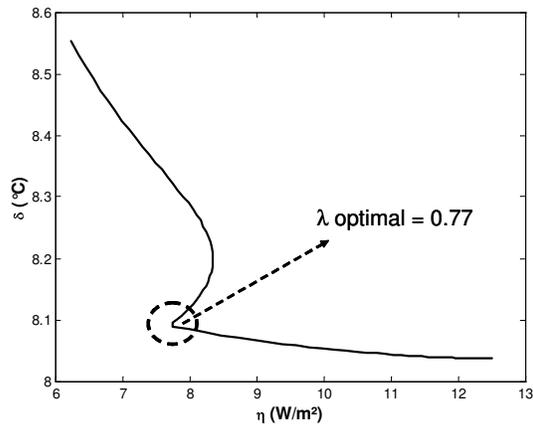


Figure 4 : Choix optimal de  $\lambda$

Surface R	T (°C)	$\lambda = 0.77$ $\eta = 7.7 \text{ W/m}^2$ $\delta = 8^\circ\text{C}$
9	15.4	
10	14.4	
11	13.5	
14	12.9	
15	12.6	
20	12.5	
21	12.2	

Figure 5 : Solution optimale

Guillaume Leduc, Françoise Monchoux, Françoise Thellier

Laboratoire d'Energétique

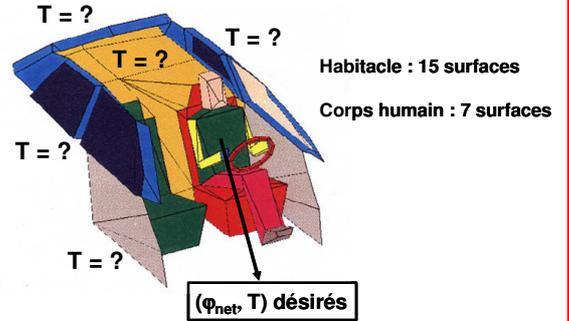
Université Paul Sabatier, 118, route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 4 - France  
contact : leduc@energetique.ups-tlse.fr, tél : 05-61-55-62-16, Fax : 05-61-55-60-21

## Objectifs

- ⇒ Déterminer une ambiance radiative (températures de parois) capable de reproduire les flux et températures désirés sur l'être humain
- ⇒ Application aux échanges radiatifs du conducteur de voiture

## Hypothèses

- géométrie = **enceinte fermée grise diffuse** composée de 22 surfaces
- Propriétés radiatives des surfaces connues



## Méthodologie

- Problème inverse de conception (Inverse Design)
- Modèle inverse : basé sur le calcul des facteurs d'absorption

$$\varphi_{i,net} = \sum_{j=1}^N \varphi_{ij,net} = \sum_{j=1}^N \varepsilon_i B_{ij} (M_i^o - M_j^o)$$

⇒ **Système linéaire discret mal posé**  $AM = b$  où :

- A : matrice composée des  $B_{ij}$  et des émissivités
- b : vecteur composé des grandeurs connues
- M : vecteur solution constitué des émittances inconnues

- Résolution : méthode de régularisation de Tikhonov

$$\min \left\{ \|AM - b\|_2^2 + \lambda^2 \|L_i(M - M_o)\|_2^2 \right\}$$

$\lambda$  : paramètre de régularisation  
 $L_i$  : opérateur dérivatif d'ordre i  
 $M_o$  : solution a priori

### Ambiance radiative désirée

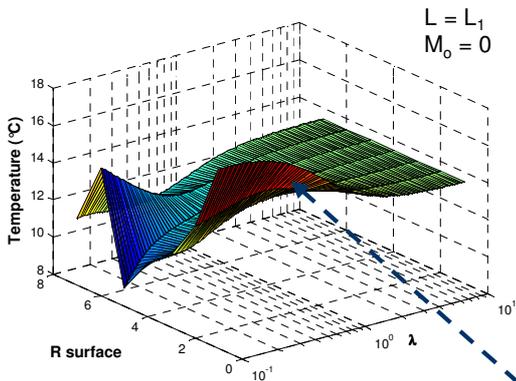
Segment	T (°C)	$\varphi$ (W/m <sup>2</sup> )
1 (tête)	36.1	103.7
2 (tronc)	27.9	36.7
3 (bras G)	27.4	28.1
4 (bras D)	27.8	30
5 (mains)	35.9	96.1
6 (jambes)	29.3	37.8
7 (pieds)	30.6	49.9

### Parois pilotées en température (R surfaces)

R	Nom
9	Plancher
10	Tablette
11	Pavillon AR
14	Vitres
15	Pare-brise
20	Portes
21	Pavillon AV

⇒ choix basé sur leur influence optico-géométrique / corps

## Espace de solutions

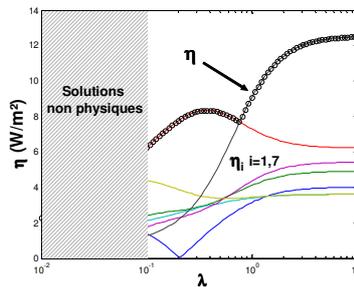


### Contraintes physiques :

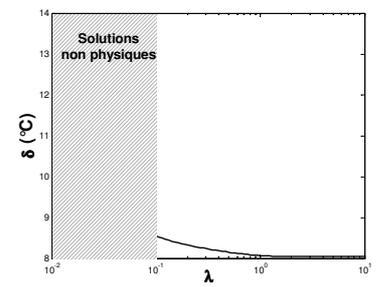
- Précision  $\eta = \max(\eta_i)_{i=1,7}$   $\eta_i = |\varphi_{i,désiré} - \varphi_{i,inverse}|$
- Degré d'uniformité  $\delta =$  écart type des T° de l'enceinte

## Choix d'une solution

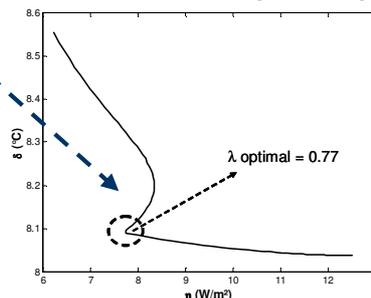
### Précision $\eta$



### Degré d'uniformité $\delta$



Solution optimale : principe de la méthode L-curve



N° surface	T (°C)	$\lambda = 0.77$	$\eta = 7.7 \text{ W/m}^2$	$\delta = 8^\circ\text{C}$
9	15.4			
10	14.4			
11	13.5			
14	12.9			
15	12.6			
20	12.5			
21	12.2			

## Conclusions

- Approche inverse ⇒ solutions non intuitives - procédure "essai-erreur" évitée
- Méthode de Tikhonov ⇒ choix d'une solution adaptée à nos contraintes (degré d'uniformité, précision...)