



HAL
open science

Imagerie semi-quantitative dans un écoulement diphase à forts gradients d'indice

Loic Mees, Cyril Mauger

► **To cite this version:**

Loic Mees, Cyril Mauger. Imagerie semi-quantitative dans un écoulement diphase à forts gradients d'indice. 14ème congrès francophone de techniques laser (CFTL2014), 2014, Marseille, France. hal-02151300

HAL Id: hal-02151300

<https://hal.science/hal-02151300>

Submitted on 7 Jun 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



IMAGERIE SEMI-QUANTITATIVE DANS UN ÉCOULEMENT DIPHASIQUE A FORTS GRADIENTS D'INDICE

Loïc Mées, Cyril Mauger

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, LMFA UMR5509, Ecole Centrale de Lyon, 69134, Ecully, France

Correspondant: loic.mees@ec-lyon.fr

Résumé : La sensibilité de techniques d'imagerie courantes aux variations de densité du fluide est illustrée au travers d'un exemple. Dans un écoulement de canal, un rétrécissement brusque de section induit une forte accélération et de fortes chutes de pression, qui peuvent conduire à la cavitation du liquide. Un tel écoulement présente de fortes variations de densité et des gradients d'indice de réfraction qui affectent la formation des images et rends leur interprétation difficile. En contre-parti, ces modifications peuvent être exploitées pour quantifier les gradients de densité et identifier les mécanismes du déclenchement de la cavitation. Elles permettent également d'obtenir des informations sur les champs de vitesses sans ajout de traceurs.

1 Introduction

Le terme d'imagerie désigne un ensemble de technique optique (et parfois non-optique) utilisées dans les domaines les plus variés. Pour obtenir une image il suffit d'un éclairage, d'une lentille et d'un capteur. La plupart du temps, les propriétés de l'image sont confondues avec les propriétés de l'objet, à l'exception des aspects de résolution et de projection qui sont généralement faciles à appréhender. Pourtant, l'interprétation d'une image n'est pas toujours triviale. Dans l'exemple présenté ici, la présence de gradients d'indice modifie l'aspect des images d'un écoulement diphasique et rend leur interprétation délicate. Trois montages optiques classiques sont mis en œuvre et les images obtenues sont confrontés pour en faciliter l'interprétation et en extraire des informations qualitatives et quantitatives sur les variations de densité qui « perturbent » la visualisation de l'écoulement.

2 Contexte applicatif

La cavitation joue un rôle important dans les procédés d'injection directe. Ce phénomène reste cependant mal compris et mal contrôlé. Dans les moteurs à combustion interne de nos automobiles, des véhicules de transport terrestre et de certains bateaux, le carburant est injecté directement dans les chambres de combustion sous forme d'un spray de fines gouttelettes favorisant son évaporation et son mélange avec l'air. Les caractéristiques de ce spray sont ainsi essentielles pour l'optimisation de la combustion. Le carburant est porté à de très haute pression et délivré au travers d'orifices de très petite taille. La recherche d'efficacité en termes de consommation et de pollution et les normes (européennes notamment) de plus en plus contraignantes poussent les constructeurs à

augmenter les pressions d'injection et à diminuer le diamètre des orifices. Aujourd'hui ces pressions dépassent couramment les 2000 bars dans les injecteurs diesel et les diamètres d'orifices sont typiquement de l'ordre de 100 μm . La forte accélération du carburant dans les orifices favorise son atomisation en sortie. Elle est aussi associée à une importante chute de pression qui conduit le plus souvent à la cavitation du liquide.

Le phénomène de cavitation est surtout connu pour les problèmes qu'il cause : perte d'efficacité, bruit, endommagement des parois. Dans le contexte particulier de l'injection directe, il présente cependant un intérêt. Les violentes explosions associées à l'effondrement des bulles formées par la cavitation limitent l'encrassement des injecteurs. Cette problématique est de plus en plus présente, en conséquence de la diminution des diamètres d'orifice et de la part croissante des carburants d'origine végétale. Il convient donc de ne pas totalement supprimer la cavitation mais bien de pouvoir la contrôler et l'intégrer dans les modèles prédictifs. De plus, la cavitation semble jouer un rôle important dans les processus d'atomisation, selon des mécanismes qui reste à identifier.

La nature diphasique et compressible des écoulements et les aspects thermodynamiques associés aux changements de phase font de ce problème à enjeu industriel, un véritable défi pour les chercheurs.

3 Imagerie en transmission dans des buses modèles transparentes

Sur le plan expérimental, en plus des contraintes habituelles qu'impose l'étude des sprays d'injection directe (grandes vitesses, petites dimensions, densité du spray), l'étude de la cavitation implique de travailler sur des injecteurs modèles transparents. Dans l'essentiel de ces travaux, des plus anciens aux

plus récents, les techniques d'imagerie, et plus spécifiquement d'imagerie en transmission sont privilégiées ([1-11]).

La figure 1 montre de telles images, obtenues dans et à la sortie d'un injecteur équipé d'une buse mono-trou transparente. L'écoulement est dirigé vers le bas, l'orifice est cylindrique, il est légèrement décentré par rapport au volume qui le surplombe. L'éclairage est assuré par l'arrière à l'aide d'une source pulsée incohérente. Les différentes images correspondent à différents instants clés de l'injection (délai entre la commande d'injection et la prise d'image en μs), de la levée d'aiguille à la fin de l'injection. Les images de l'écoulement interne (en haut) sont associées par un montage à des images de l'écoulement externe (spray, en bas) enregistrées simultanément à l'aide d'une seconde caméra. Les interfaces liquide-gaz sont clairement visibles sur ces images. A l'intérieur de la buse, le liquide apparaît en clair (un accord d'indice entre le matériau et le liquide permet cette visualisation dans des conduites cylindrique). La phase gazeuse apparaît en noir en conséquence de la déviation des rayons lumineux par les interfaces. A l'extérieur (en bas) c'est le contraire, la phase gazeuse apparaît en clair alors que la phase liquide apparaît en noir.

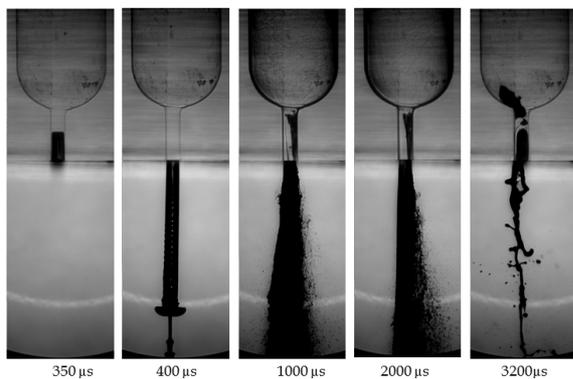


Figure 1 Images en transmission de l'écoulement diphasique dans et à la sortie d'une buse d'injection transparente.

Le principe de l'imagerie en transmission est donc simple. Les interfaces dévient les rayons lumineux qui n'entre plus dans l'optique de réception et génèrent une zone sombre sur l'image. Faut-il pour autant interpréter toutes les zones sombres comme des zones bordées d'interface? Dans ces conditions d'expérience ou des fortes variations d'indice la réponse est négative. La configuration d'imagerie en transmission est en effet très proche de celle de l'ombroscopie qui permet justement d'imager les gradients d'indice dans un milieu liquide ou gazeux.

4 Effets ombroscopiques dans les images en transmission

Une seconde expérience dédiée à l'étude de la cavitation dans les injecteurs permet d'illustrer les effets de gradients d'indice sur les images en transmission. Il s'agit d'un écoulement de canal 2D avec rétrécissement et élargissement brusques en entrée et en sortie (figure 2).

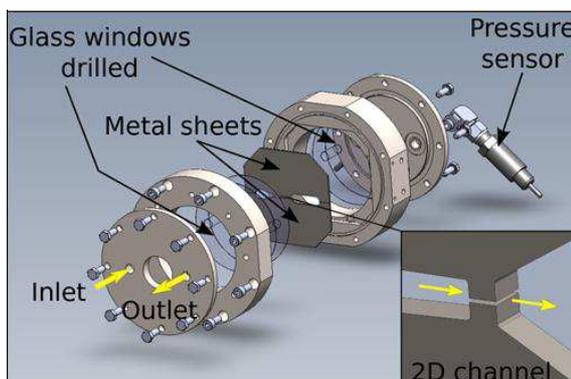


Figure 2 Dispositif expérimental. Ecoulement de canal 2D

Le canal est utilisé comme injecteur modèle dans la thèse de Cyril Mauger [12]. La hauteur du canal est de $400 \mu\text{m}$ l'injection de liquide se fait dans le liquide et le paramètre principale de l'étude est la différence de pression ΔP entre l'amont et l'aval (la pression amont restant fixe et égale à 50 bar, c'est la pression aval qui varie). Comme dans l'expérience précédente, l'éclairage est réalisé par l'arrière à l'aide d'une source pulsée incohérente (durée 12 ns). Les images en transmission du canal présentées figure 3 ont été réalisées pour des différences de pression ΔP variant de 4.5 à 40.2 bar. Les phénomènes de cavitation ne sont visibles que pour des différences de pression supérieures à 25 bars. Des poches de cavitation apparaissent alors (en noir) et se développent de part et d'autre du canal à mesure que la pression aval diminue (ΔP augmente). Cependant, dès la première image (a) des variations de niveau de gris puis des zones sombres sont visibles. Elles sont la marque de gradient d'indice de réfraction dans le liquide selon le principe de l'Ombroscopie. En effet, en présence d'un gradient d'indice (lui-même dû à une variation de densité associée à une variation de pression ou de température), Les rayons lumineux sont déviés et leur répartition dans l'image est modifiée de telle sorte que des zones sombres et en sur-brillance apparaissent. L'ombroscopie est un principe de mesure qui exploite cet effet pour visualiser les gradients d'indice. La technique est très populaire pour visualiser des ondes de chocs dans les gaz. Elle est moins connue dans les liquides. En respectant certaines hypothèses on peut établir une relation quantitative entre les variations d'indice et la répartition d'intensité dans un plan image [10-12]. De manière approchée, la variation de l'intensité varie ainsi comme la dérivée seconde de l'indice dans le

milieu perturbé avec L l'épaisseur de milieu et l le défaut de mise au point (distance entre le plan de la perturbation et le plan imagé).

$$\frac{\Delta I(x, y)}{I(x, y)} \approx -l L \left(\frac{\partial}{\partial^2 x} + \frac{\partial}{\partial^2 y} \right) (\ln n(x, y)) \quad (1)$$

Cette relation s'applique pour un milieu où la variation d'indice est 2D. Elle n'est valable pour de faibles variations d'indice ou des épaisseurs de milieu tels que le déplacement du rayon dans le milieu est négligeable. Seule la déviation angulaire des rayons est prise en compte et l'image est réalisée dans un plan en défaut de mise au point par rapport au milieu perturbé. En principe, et si ces hypothèses sont bien respectées, la technique d'ombroscopie permet une mesure quantitative de l'indice de réfraction. Cependant une telle mesure doit reposer sur une double intégration ce qui la rend inopérante car beaucoup trop sensible au bruit. Dans le cas présent (figure 3) il faut donc se contenter d'informations qualitatives sur la présence de gradients d'indice et surtout se prémunir contre une interprétation trop hâtive des images.

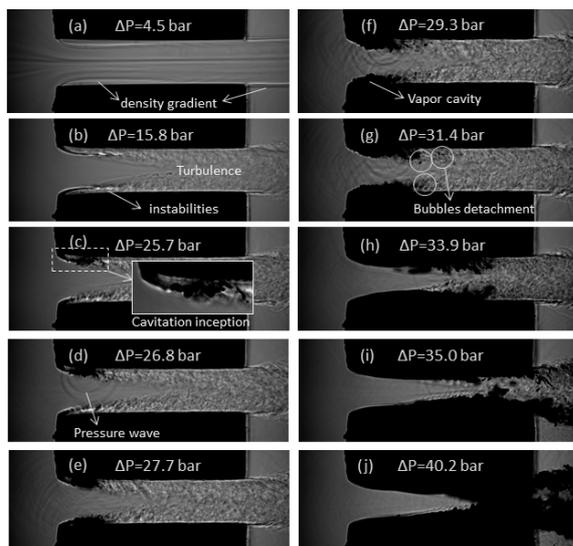


Figure 3 Image en transmission d'un écoulement diphasique de canal avec cavitation et effets ombroscopiques. L'écoulement va de gauche à droite. La cavitation (en noir) n'apparaît en fait que pour des différences de pression supérieures à 25 bars.

Ainsi, les zones sombres en forme de virgule à l'entrée du canal et visibles sur la figure 3(b) et les suivantes ne sont pas la marque d'une interface liquide-vapeur mais la marque d'un fort gradient de densité entre l'écoulement principal au centre du canal où la pression est relativement élevée et la zone de recirculation en proche paroi où elle est beaucoup plus faible. Ces virgules constituent ainsi une « image » de la couche de cisaillement. Ces effets de gradients sont également visibles dans les sillages des

zones de recirculation et des poches de cavitation à partir de la figure 3(b). Ici les variations niveaux de gris sont attribuées à la nature turbulente de l'écoulement qui s'accompagne de variations locales de densité (qui ne sont vraisemblablement pas 2D) mais qui permettent de réaliser des mesures de vitesse ([11]) selon le principe de la PIV (Vélocimétrie par Imagerie de Particule) sans ensemercer l'écoulement. On évite ainsi de modifier les mécanismes de cavitation par l'ajout de particules. Les gradients d'indice sont également visibles à la sortie du canal pour les plus faibles différences de pression. Ici, les gradients de densité sont d'avantage associés à des variations de température qu'à des variations de pression. Enfin, les ondes de pression générées par l'effondrement des bulles de vapeur (quand celles-ci se déplacent dans une zone de pression plus élevée) est clairement visible sur les images (d) à (g). Au cours de sa thèse C Mauger a mesuré la vitesse de propagation de ces ondes à partir de couples d'images rapprochées dans le temps comme ceux utilisés pour la mesure de vitesse.

Dans le cas présent, les seules informations disponibles sur les variations d'indice sont qualitatives. Même quand ces variations sont bien 2D, les hypothèses servant à établir la relation (1) ne sont pas respectées. D'ailleurs les images de la figure 3 sont au plus près de la mise au point ($l \approx 0$), les effets de gradient ne devraient donc pas être visible. Pour extraire des informations quantitatives sur la densité du fluide, d'autres techniques peuvent cependant être envisagées.

5 Imagerie au couteau ou méthode Schlieren.

Une alternative bien connue à l'ombroscopie pour la visualisation de gradients d'indice est la méthode Schlieren. Contrairement à l'ombroscopie elle est sensible à la dérivée première de l'indice de réfraction et non pas à la dérivée seconde. De plus elle n'est pas par principe incompatible avec une mise au point sur le milieu des images ce qui dans notre cas est un avantage, pour une bonne visualisation des interfaces liquide-vapeur. Le principe de la technique est illustré figure 4. A la traversée du milieu présentant des gradients d'indice (D), les rayons lumineux sont déviés. Un plan de Fourier est matérialisé grâce à une première lentille (Schlieren head). Dans ce plan, chaque rayon est associé à un disque dont le rayon est fonction de la divergence du faisceau incident (ou une image de la source selon le montage utilisé). En absence de perturbation, ce disque est centré sur l'axe optique. Un couteau est placé sur l'axe dans le plan de Fourier, de sorte qu'il coupe ce disque non dévié en deux. Dans l'image du milieu, formée à l'aide d'une seconde lentille (camera lens), la contribution du rayon non perturbé est ainsi de moitié en intensité.

Considérons à présent un rayon lumineux dévié verticalement par un gradient d'indice. Sa déviation angulaire se traduit par un déplacement du disque associé dans le plan de Fourier. Sa contribution en intensité à l'image sera ainsi plus faible ou plus importante selon le sens de la déviation (signe du gradient) du gradient.

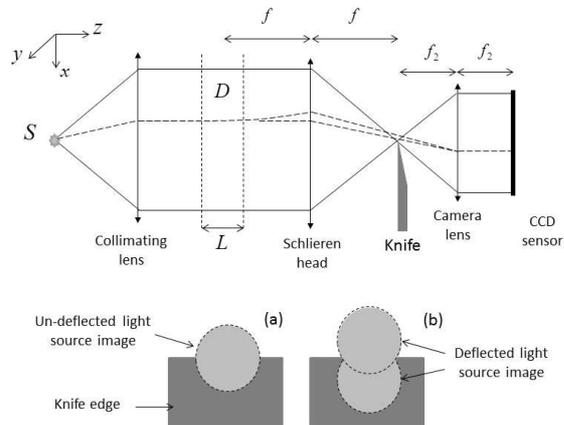


Figure 4 Principe de la méthode Schlieren.

Comme pour l'ombroscopie on peut établir une relation entre la répartition d'intensité dans l'image est les variations d'indice dans le milieu, sur la base d'hypothèses similaires mais moins restrictives. La variation de l'intensité est alors proportionnelle à la dérivée première de l'indice de réfraction selon la direction perpendiculaire au bord du couteau :

$$\frac{\Delta I(x, y)}{I(x, y)} \approx \frac{fL}{a} \frac{1}{n(x, y)} \frac{\partial n(x, y)}{\partial x_i} \quad (2)$$

En appliquant au canal 2D précédent ce principe d'imagerie et la normalisation adéquate (Soustraction en division par l'intensité enregistrée en absence de perturbation) on obtient les images des figures 5 et 6.

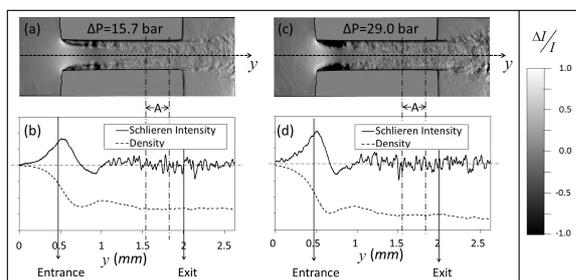


Figure 5 Imagerie Schlieren avec un couteau au bord vertical.

Figure 5 le bord du couteau est vertical les gradients visualisés sont orientés horizontalement. En sélectionnant une ligne au centre du canal on obtient un profil d'intensité (en continu) qui convenablement intégrée (en particulier il est nécessaire de déterminer avec précision le niveau zéro d'intensité [10]) produit un profil de d'indice de réfraction directement traduit en profil de densité (en

pointillé). En interprétant les variations de densité comme des variations de pression (hypothèse justifiée au centre du canal) on constate une diminution de la pression à l'entrée suivie d'une légère augmentation au niveau du recollement et d'une décroissance plus lente jusqu'à la sortie.

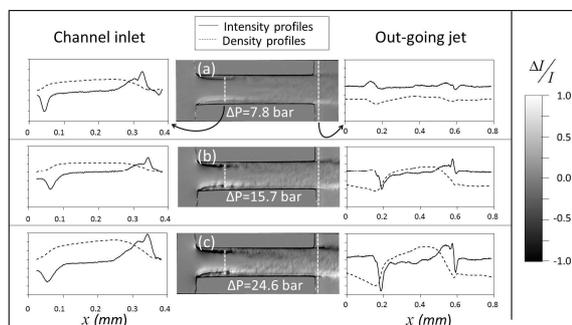


Figure 6 Imagerie Schlieren avec un couteau au bord horizontal.

Figure 6, le bord du couteau est placé horizontalement afin de visualiser les gradients verticaux. Deux profils sont sélectionnés, à l'entrée et à la sortie du canal et comme précédemment l'intégration de ces profils donne accès à des profils de densité. A l'entrée du canal (profils de gauche) l'évolution de la densité correspond à une variation de la pression, des couches de cisaillement vers le centre du canal. A la sortie, pour les faibles différences de pression on constate une chute de densité au bord du jet dont l'interprétation est une chute de température due à l'échauffement du liquide le long des parois dans le canal. Pour les différences de pression plus importantes, les variations de densité semblent être associées à des variations combinées de température et de pression. Figure 6(a), la symétrie de l'écoulement se retrouve dans l'image Schlieren. Ainsi la couche de cisaillement du haut de la figure est sombre alors que la couche de cisaillement du bas, caractérisée par un gradient de pression de signe opposé est claire. On constate que cette symétrie est perdue pour les différences de pression plus importantes. Il s'agit d'un effet de saturation de la méthode Schlieren. Figure 4, un rayon dévié vers le haut de la figure contribue d'avantage en intensité à l'image. Selon la taille du disque associé on comprend aisément que pour une déviation suffisante, le disque n'est plus du tout bloqué par le couteau. Au-delà de cette déviation critique (ou de ce gradient critique) il n'y a plus d'augmentation de l'intensité ce qui constitue un effet de saturation à proprement parlé. Si le gradient augmente encore, la déviation devient plus grande et peut atteindre une seconde valeur critique qui correspond à l'angle d'ouverture de l'optique de collection. A partir de cette valeur, toute augmentation du gradient se traduit par une obturation du disque associé au rayon par le bord de la lentille et par une diminution de l'intensité

associée. C'est cet effet qui est responsable de la perte de symétrie observée figure 6 et qui est détaillé et justifié à l'aide de mesures interférométriques dans la référence [10].

Dans le cas particulier présenté ici, la méthode Schlieren permet d'obtenir des informations plus fiables et plus précises sur l'évolution de la densité que l'imagerie en transmission avec effets ombroscopique. Les profils d'intensité ne sont intégrés qu'une fois (plus faible sensibilité au bruit), la méthode donne un accès direct (avant intégration) au signe des gradients et, par principe, ces mesures sont compatibles avec une mise au point des images qui est essentielle pour la quantification du caractère diphasique de l'écoulement. Par contre, la méthode nécessite la matérialisation d'un plan de Fourier qui dans le cas présent impose une réduction de l'ouverture de l'optique de collection et conduit à une dégradation de la résolution. Enfin, les informations sur la densité restent qualitatives, leur quantification nécessitant une procédure de calibration difficile à mettre en œuvre.

6 Imagerie interférométrique.

Une troisième méthode très courante permettant de suivre les variations de densité dans l'écoulement est l'imagerie interférométrique. On utilise un éclairage cohérent et on le fait interférer avec un faisceau de référence (figure 7). Dans le cas présent, le laser est continu, le temps d'exposition minimum est donc imposé par la caméra et est de 5 μs. Les informations obtenues sont donc moyennées dans le temps. Contrairement aux deux méthodes précédentes, la méthode n'est pas basée sur une mesure de la déviation des rayons lumineux (mesure des gradients) mais sur la mesure de l'indice via la mesure de différences de chemins optiques. La mesure donne donc directement accès à la densité, sans intégration.

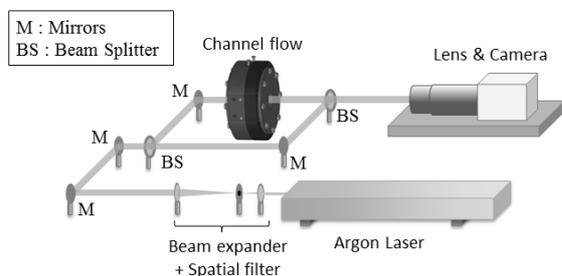


Figure 7 Imagerie interférométrique.

La figure 8 montre quelques exemples d'images interférométriques de l'écoulement pour quelques différences de pression amont-aval. Les images montrent une succession de franges sombres et brillantes.

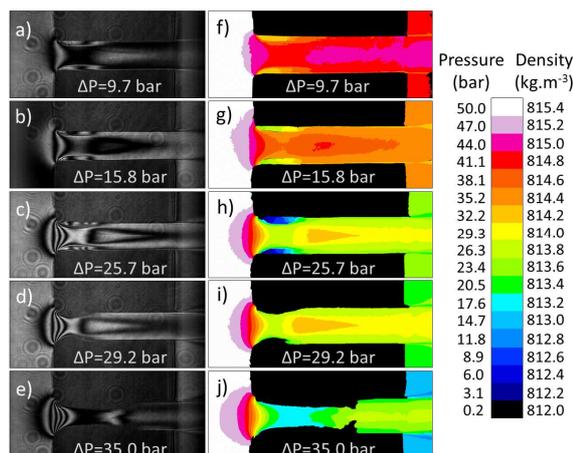


Figure 8 Images interférométriques de l'écoulement (à gauche) et champs de densité (à droite).

Entre une frange sombre et une frange brillante, la différence de chemin optique est égale à une demi longueur d'onde ce qui correspond à une variation de densité de ±0.2 Kg/m³. En faisant une hypothèse (qui n'est pas vérifiée partout) d'un écoulement isotherme, les densités peuvent être traduites directement en termes de pression (voir la double échelle sur la figure). Il est donc a priori aisé, connaissant par exemple la pression absolue en amont de l'écoulement (mesurée) de reconstruire les champs de densité (à droite de la figure). Il faut cependant faire face à deux obstacles. D'abord il y a une ambiguïté sur le signe de la variation de densité qui ne peut pas toujours être levée en faisant uniquement appel au bon sens et en absence d'information complémentaire. Ensuite, si la mesure n'est pas basée sur la déviation des rayons par les gradients d'indice, ces déviations n'en sont pas moins présentes et perturbent la mesure. Enfin, dans les zones à fort gradients, les franges se resserrent et elles ne peuvent plus être séparées (limitation liée à la résolution des images). Dans le cas présent, la reconstruction des champs de densité de la figure 8 s'appuie sur les résultats obtenus par la méthode Schlieren qui permet de lever les ambiguïtés de signe, à la sortie du canal notamment. Plus généralement, pour faire face aux difficultés d'interprétation des trois types d'image, il est préférable d'en faire une analyse combinée. Par exemple, la méthode Schlieren permet de vérifier que certaines zones sombres des images ombroscopiques sont bien associées à des gradients d'indice, quand ceux-ci apparaissent en clair sur les images Schlieren. Les images interférométriques permettent aussi de faire une calibration a posteriori des images Schlieren qui permettent alors la quantification de phénomènes particuliers, comme les chutes de densité au cœur des instabilités générés dans les couches de cisaillement ([10]) et qui semblent être à l'origine du déclenchement de la cavitation.

7 Conclusions et remerciements

Tout le monde s'accorde sur le fait que les images sont parfois trompeuses. C'est vrai dans la vie courante, ça l'est également pour les sciences et l'ingénierie. Une illustration en est donnée ici aux travers d'un exemple d'application de trois techniques de visualisation. Si les résultats présentés ne sont pas directement transposables à d'autres travaux, ils doivent cependant alerter les utilisateurs de méthodes optiques sur les dangers d'une interprétation trop hâtive de leurs images (ou autres formes de signaux). La meilleure façon de se prémunir de ces erreurs d'interprétation passe probablement par une bonne compréhension des mécanismes de formation de l'image et des paramètres auxquels elle est sensible. Dans certains cas, des outils de simulation peuvent être utilisés. Dans l'exemple développé plus haut un modèle de type tracé de rayon est envisagé. Il permettra de simuler des images à partir de calcul de mécanique des fluides. Il sera développé dans le cadre du programme AMOCOPS (ANR-13-BS09-0008) et devrait nous permettre de progresser dans la quantification des informations sur les gradients et dans la compréhension de certains mécanismes comme par exemple ceux intervenant dans la formation des structures en niveaux de gris associés à la turbulence. Une telle approche devrait également nous permettre de distinguer les contributions de la température et de la pression aux variations de densité.

8 References

- [1] Bergwerk W. Flow pattern in diesel nozzle spray holes, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 173:655-660 (1959).
- [2] Nurick W. H. Orifice cavitation and its effects on spray mixing, *Journal of Fluids Engineering*, 98:681-687 (1976).
- [3] Badock C., Wirth R., Fath A., Leipertz A, Investigation of cavitation in real size diesel injection nozzles, *Int. J. Heat and Fluid Flow* 20:538-544 (1999).
- [4] Soteriou, C., Andrews, R., and Smith, M., *Direct Injection Diesel Sprays and the Effect of Cavitation and Hydraulic Flip on Atomization*, SAE Technical Paper 950080. doi:10.4271/950080 (1995).
- [5] Winklhofer E., Kelz E., Morozov A., Basic flow processes in high pressure fuel injection equipment, *ICLASS 2003* July 13-17, Sorrento, Italy (2003).
- [6] Iben U., Morozov A., Winklhofer E., Wolf F., Laser pulsed interferometry applied to high-pressure fluids flow in micro channels. *Exp. Fluids* 50 : 597-611 (2011).
- [7] Sou. A., Maulana M. I., Hosokawa S., Tomiyama A., Ligament formation Induced by cavitation in a cylindrical nozzle. *J. of Fluid Sci. and Technol.*, 3-5, 633-644 (2008).
- [8] Roosen P. Investigation of the Transient Behaviour of Cavitation Effects in Liquid Injection Nozzles. In : *Transient Phenomena in Multiphase and Multicomponent Systems*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, pp 72-83 (2007).
- [9] Sou. A. Pratama R. H., Ohashi R., Sugimura R. Cavitation in a Nozzle with Asymmetric Inflow and its Effects on Liquid Jet. *ILASS – Europe 2011, 24th European Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*, Estoril, Portugal, September (2011).
- [10] Mauger C., Méès L., Michard M., Azouzi A. and Valette S, Shadowgraph, Schlieren and Interferometry in a 2D Cavitating Channel Flow. *Experiments in Fluids* 53: 1895-1913 (2012).
- [11] Mauger C., Méès L., Michard M., Lance M., Velocity measurements based on shadowgraph-like image correlations in a cavitating microchannel flow. *International Journal of Multiphase Flow* 58: 301-312 (2014).
- [12] Mauger C, Cavitation dans un micro-canal modèle d'injecteur diesel : methods de visualization et influence de l'état de surface. Thèse de l'Université de de Lyon délivrée par l'Ecole Centrale de Lyon. Soutenu le 30 mai 2012.
- [13] Merzkirch W. *Flow Visualization*, (Academic Press, New York, 1974).