



**HAL**  
open science

# Que faut-il savoir en mathématiques en fin de troisième pour "réussir sa seconde" ?

Elise Josse

► **To cite this version:**

Elise Josse. Que faut-il savoir en mathématiques en fin de troisième pour "réussir sa seconde" ?. IREM de Paris. IREM de Paris, Spécial n° 2., 1994, Cahier de DIDIREM, René Cori, 2-86612-119-8. hal-02150997

**HAL Id: hal-02150997**

**<https://hal.science/hal-02150997>**

Submitted on 7 Jun 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - ShareAlike 4.0 International License



INSTITUT  
DE RECHERCHE  
POUR L'ENSEIGNEMENT  
DES MATHÉMATIQUES

NUMÉRO SPECIAL 2  
JUN 1994

C A H I E R D E D I D I R E M

QUE FAUT-IL SAVOIR EN MATHÉMATIQUES EN  
FIN DE TROISIÈME POUR "RÉUSSIR SA SECONDE" ?

Elise JOSSE

DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

UNIVERSITÉ PARIS VII



NUMERO SPECIAL 2  
JUN 1994

QUE FAUT-IL SAVOIR EN MATHEMATIQUES EN  
FIN DE TROISIEME POUR "RÉUSSIR SA SECONDE" ?

Elise JOSSE



Ce texte posthume nous permet de profiter du dernier travail qu'Elise a réalisé.

Qu'on me permette ici d'exprimer mon admiration et mon respect à notre collègue qui est restée jusqu'au bout si rigoureuse, s'attachant à nous livrer des analyses extrêmement fines, tout en gardant ses objectifs plus généraux de compréhension du fonctionnement des élèves de seconde.

Qu'on me permette aussi de remercier en son nom tous ceux qui m'ont aidée à publier ce cahier, et notamment :

Odette Dieraert, Martine Lamy, Nadine Locufier, Jacqueline Robinet.

A. Robert



## QUE FAUT-IL SAVOIR EN MATHÉMATIQUES EN FIN DE TROISIÈME POUR "REUSSIR SA SECONDE" ?

E. Josse

Dans ce travail, nous essayons de mettre en rapport les connaissances mathématiques des élèves à l'entrée en seconde et leur "réussite" ultérieure.

Un travail analogue a déjà été fait pour le passage terminale scientifique/Deug scientifique. En s'inspirant des notions introduites par R. Douady et de ses hypothèses (Douady (1986)), A. Robert, H. Authier, J.L. Dorier et al (Boschet et Robert (1985), Robert (1985), Authier (1986), (1987), (1991), Dorier (1990), (1992)) ont pu vérifier "l'hypothèse des blocs" suivante : dans une perspective de réussite en Deug A première année, il est préférable pour un élève de terminale C ou D d'avoir des connaissances variées dans des cadres divers plutôt qu'une connaissance plus approfondie mais dans un seul cadre. Ceci a été vérifié en analyse, puis retrouvé en algèbre linéaire et pour des élèves issus de F.

Nous avons donc conservé cette idée de caractériser les connaissances mathématiques des élèves à l'arrivée au lycée et à la fin de la seconde en terme de mises en fonctionnement dans divers cadres, tout en profitant de l'existence de tests nationaux bien adaptés aux connaissances des élèves en fin de troisième et fin de seconde : nous avons ainsi utilisé les tests de l'APMEP (EVAPM) comme tests de connaissances, mais nous avons dépouillé les réponses en repérant les connaissances des élèves par cadres (ou blocs). Cependant, nous avons aussi dû réfléchir à des "mesures" de la réussite des élèves : nous avons travaillé sur plusieurs indicateurs possibles, le passage en première (compte tenu de la section), une note (globale), un profil en termes de blocs ...

Finalement nous avons dressé un état des lieux à l'arrivée en seconde de plus de 1000 élèves de notre ville, une ville moyenne proche de Paris (tous les élèves concernés ont passé le test). Les résultats de ce prétest sont résumés dans la première partie de ce travail. Outre les résultats en termes de cadres, qui nous serviront pour la suite, nous avons comparé les résultats de ces élèves avec les résultats nationaux, et montré certaines distorsions.

Nous avons fait passer un post-test à 186 de ces élèves à la fin de la même année. Les résultats à ce post-test sont analysés dans la deuxième partie de ce travail. Ce sont des circonstances indépendantes de notre volonté qui ont ainsi restreint ce nombre d'élèves.

Nous avons tout de même étudié sur les 7 classes concernées l'évolution entre les deux tests, et essayé de caractériser de diverses manières le rapport entre les connaissances initiales dans les différents cadres repérés (prétest) et le bilan de l'année (suivant les trois indicateurs retenus) : c'est l'objet des parties III et IV de ce travail.

Malgré les faibles effectifs, qui nous empêchent de confirmer comme nous l'aurions voulu certaines hypothèses, nous suggérons que c'est une hypothèse un peu plus grossière que l'hypothèse des blocs qui se vérifie : le nombre de blocs "vides", correspondant à des connaissances nulles chez les élèves (ou leurs complémentaires, que nous avons appelés "point d'appui") apparaît comme un très bon indicateur de l'évolution probable des élèves.



## I LE PRETEST (Cf. JOSSE (1992))

Comme nous l'avons indiqué précédemment, il s'agit donc, pour améliorer notre connaissance de l'apprentissage des élèves, de voir si l'hypothèse implicite de Régine Douady, reprise explicitement par Aline Robert est encore valable pour des élèves de Seconde : rappelons que cette hypothèse consiste à penser qu'il est préférable pour un élève d'avoir des connaissances variées dans des champs divers, plutôt qu'une connaissance plus approfondie dans un seul champ. En même temps il s'agit d'étudier dans quelle mesure on pourrait mieux prévoir les évolutions des élèves, afin d'affiner les stratégies d'enseignement, et les choix d'exercices notamment.

Il s'agit donc de faire un "état des lieux" à la rentrée, qui permette de mieux connaître la situation dans laquelle sont les élèves, pour éviter de se référer sans cesse à l'élève théorique qui a assimilé parfaitement tout ce qui a fait l'objet d'un enseignement les années précédentes.

- 1 - Le prétest et les conditions de passation
- 2 - Première lecture :
- 3 - Deuxième lecture : comparaison avec EVAPM3
- 4 - Troisième lecture : les blocs
- 5 - Dernière lecture : une note globale

### 1 - Le prétest et les conditions de passation

Comment choisir le prétest, et comment s'assurer qu'il serait possible de le faire passer à un nombre suffisant d'élèves?

Pour ce second impératif, les conditions s'avèrent facilitantes : à la rentrée considérée (1990) arrivaient en Seconde les premiers élèves ayant suivi les "nouveaux programmes" pendant tout le premier cycle ; les professeurs de Seconde étaient donc intéressés par un pré-test qui leur permettrait de repérer les ressemblances et différences d'acquis des élèves avec leurs prédécesseurs, et plusieurs furent d'accord pour participer avec leurs élèves à l'opération.

L'effectif de la population considérée fut donc de 1035. Ces élèves étaient inscrits dans 32 classes, appartenant à 4 établissements différents. Notons que les résultats complets ne portent que sur 1028 copies, car il y a eu quelques élèves qui n'ont pas eu entre les mains le texte complet du test, mais seulement 3 feuilles sur les 4 qu'il comportait ; par ailleurs un élève ne pouvant écrire a fait le test oralement, ce qui a sans doute renseigné son professeur sur son état d'entrée, mais certaines réponses n'ont pu être codées.

En ce qui concerne le contenu du test, pour éviter le choix à l'aveugle par des professeurs connaissant mal le programme, et ne l'ayant pas pratiqué, il fut décidé de constituer le texte à l'aide de différents exercices puisés dans les épreuves de EVAPM3, qui avaient lieu à la fin de l'année scolaire de Troisième, au printemps 90.

Le questionnaire est ainsi constitué de 13 questions : les 12 premières sont extraites de l'évaluation APMEP 3 de Juin 1990 ; la treizième avait été publiée dans un bulletin de l'APM, et paraissait intéressante parce que sa résolution imposait un changement de point de vue ; comme elle était de surcroît placée en fin de questionnaire, seuls quelques rares élèves ont tenté d'y répondre mais sans succès, elle n'a donc finalement pas été prise en compte.

Ce questionnaire a été donné aux élèves dès la semaine de la rentrée, et dans certaines classes, dès la première séance suivant la prise de contact. Il est vraisemblable que ces conditions "à froid", associées pour certains élèves à un manque d'enjeu, sont peut-être source de résultats qui eussent été différents quelques jours plus tard ou dans un

contexte différent. Mais c'est toujours le cas, une épreuve ne donne qu'une image à un moment donné, dans le contexte de sa passation.

Nous considérons donc le questionnaire constitué par les 12 premiers exercices, qui comporte 33 questions repérées. Le texte complet du test figure dans les pages suivantes.

Nous avons réalisé pour chaque question une analyse de la tâche, accompagnée du barème adapté pour la notation (sur 20) et précisée par le cadre dans lequel l'élève travaille pour résoudre l'exercice.

Les cadres retenus sont

- Le cadre graphique, noté Gr
- Le cadre algébrique, noté A
- Le cadre numérique, noté N
- Le cadre géométrique, noté G

Nous n'avons pas distingué les domaines de géométrie plane ou de l'espace, contrairement aux auteurs d'EVAPM. Nous n'avons pas non plus isolé le cadre vectoriel, qui à ce niveau ne nous semble pas exister : selon le domaine d'intervention, nous avons intégré la tâche dans les cadres G ou A ou N.

Ces analyses figurent dans l'annexe 2.

Nous présentons maintenant le questionnaire.

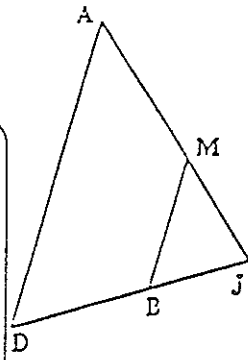


Nom de l'élève : \_\_\_\_\_ Prénom : \_\_\_\_\_  
 CLASSE : \_\_\_\_\_ Etablissement : \_\_\_\_\_

*Cette épreuve est composée de nombreuses questions dont la plupart sont assez faciles.  
 Ne t'attarde pas sur une question particulière. Commence par faire celles qui te conviennent le mieux.  
 Reprends ensuite depuis le début et essaie de faire toutes les questions.  
 Utilise une feuille de brouillon pour préparer certaines de tes réponses.  
 Si tu as fini avant la fin de l'heure, relis soigneusement tes réponses.*

①

- La figure ci-contre étant donnée.  
 a) Les droites (AD) et (MB) sont parallèles.  
 b) En cm, les mesures réelles sont:  $JD = 3$  ;  $JB = 1,8$  ;  $AD = 4$ .  
 Calculer MB.



Ecrire le détail des calculs et les propriétés utilisées.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Réponse: MB = .....

②

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne la droite (d) d'équation:  $y = -\frac{2}{3}x + 1$

- a) Ecrire l'équation de la parallèle à (d) passant par l'origine du repère.  
 $y = \dots\dots\dots R_a$
- b) Ecrire l'équation de la perpendiculaire à (d) passant par l'origine du repère.  
 $y = \dots\dots\dots R_b$
- c) Ecrire l'équation de la perpendiculaire à (d) passant par le point:  $A(4 ; 4)$   
 $y = \dots\dots\dots R_c$

③

Chacune des représentations graphiques du cadre de droite est la représentation graphique de l'ensemble des solutions de l'une des inéquations du cadre de gauche.

Les solutions sont représentées par un trait gris large : \_\_\_\_\_  
 RELIE chaque inéquation à la représentation qui convient.

$x - 1 < 1$ <input type="radio"/>	
$2x \geq x + 2$ <input type="radio"/>	
$x > -x - 1$ <input type="radio"/>	
$2x - 1 \leq 2$ <input type="radio"/>	

Calculs

.....  
 .....

4

Résous l'équation:  $(2x - 3)(x - 4) = 0$

Calculs

Réponses: .....

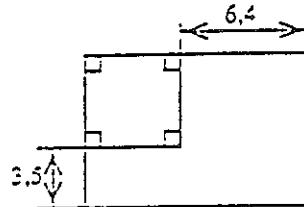
5

Ecris une équation qui traduise le problème suivant:

On augmente un côté d'un carré de 6,40 cm et un autre côté de 3,50 cm.

On obtient un rectangle dont l'aire dépasse de 52,595 cm<sup>2</sup> celle du carré.

Trouve la longueur du côté du carré.



Equation traduisant le problème:

.....

Calculs

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Résultat: .....

6

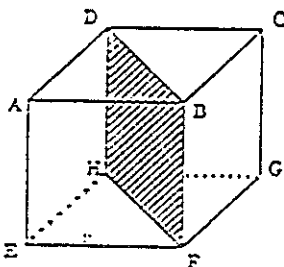
Un produit coûtant x Francs augmente de 8%.

Quel est, en fonction de x, le nouveau prix y de ce produit?

Calculs si nécessaire

Réponse: .....

7

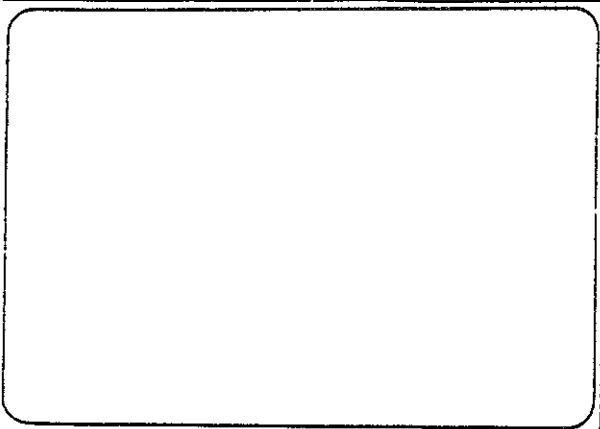


Voici un cube dessiné en perspective.

En réalité, ce cube a une arête de 4 cm.

On le découpe en deux prismes droits en le coupant selon le plan DBFH.

Dans le cadre de droite, **DESSINE**, seulement, avec ses dimensions réelles, la face DBFH commune à ces deux prismes.

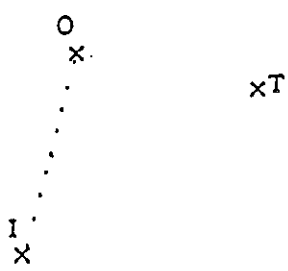


9

1°) CONSTRUIS le point C tel que:  
 $\vec{TC} = \vec{TO} + \vec{TI}$

2°) CONSTRUIS le point R tel que:  
 $\vec{IO} + \vec{IR} = \vec{IT}$

Ne pas effacer les traits de construction.



9

Un calcul effectué par ordinateur a donné:  $(102\ 201)^2 = 10\ 445\ 044\ 401$   
 Utilise ce résultat pour compléter les égalités suivantes:

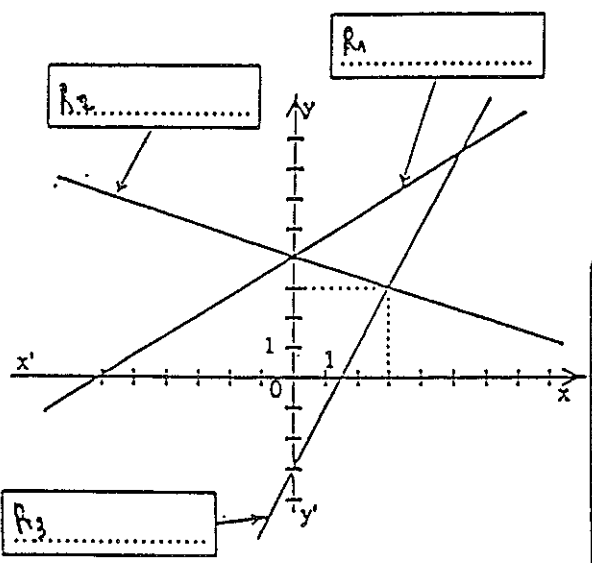
(Attention: les nombres ont été choisis de façon à ce qu'il ne soit pas possible d'utiliser la calculatrice)

$(102,201)^2 = \dots\dots\dots R_1$	$(1\ 022\ 010)^2 = \dots\dots\dots R_2$
$\sqrt{10\ 445\ 044\ 401} = \dots\dots\dots R_3$	$\sqrt{1\ 044\ 504,440\ 1} = \dots\dots\dots R_4$

Par quel nombre faut-il multiplier  $\sqrt{10\ 445\ 044\ 401}$  pour obtenir  $\sqrt{104\ 450\ 444\ 010}$  ?

Réponse:  $\dots\dots\dots R_5$

10



Retrouve, parmi les équations ci-dessous, celles qui correspondent aux droites du graphique.

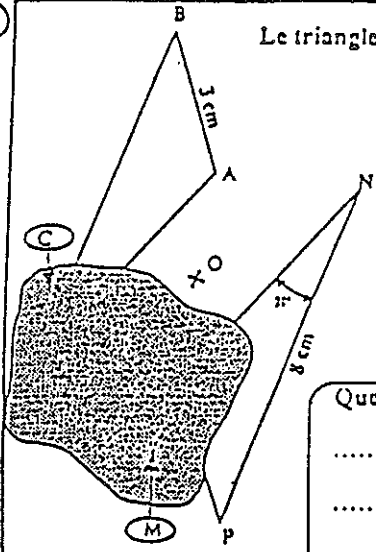
$y = 2x - 3$  ;  $y = 3x - 4$  ;  $y = \frac{2}{3}x + 4$

$y = \frac{1}{2}x + 4$  ;  $y = -\frac{1}{3}x + 4$

Ecris ces équations dans les cadres correspondants.

Calculs si nécessaires

11



Le triangle MNP est l'image du triangle ABC dans la symétrie de centre O  
 Une tache a malencontreusement caché une partie du dessin.

On sait que:  $AB = 3 \text{ cm}$ ,  $NP = 3 \text{ cm}$ ,  $\widehat{MNP} = 20^\circ$

Utilise ces informations pour donner:

La longueur du segment [BC] :

La longueur du segment [MP] :

La mesure de l'angle  $\widehat{BCA}$  :

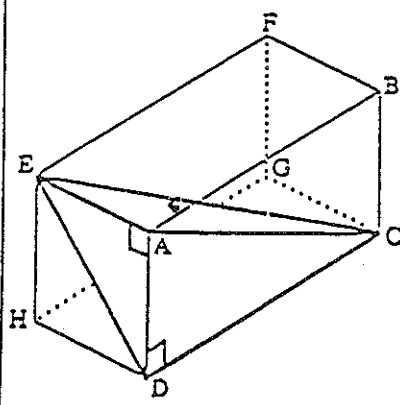
Quelles propriétés as-tu utilisées?

.....  
 .....  
 .....

12

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle dont les dimensions en cm sont:  
 $FB = 3$  ;  $BC = 4$  ;  $HG = 6$

Calcule le volume de la pyramide CEAD.

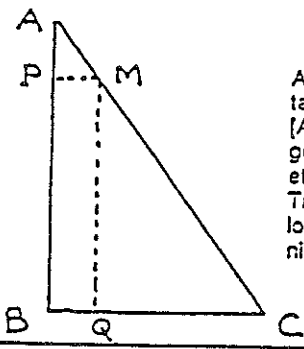


*Explication et détail des calculs*

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Réponse:   $\text{cm}^3$

13



ABC est un triangle rectangle M est un point de [AC] qui se projette orthogonalement en P sur [AB] et en Q sur [BC].  
 Trouver le point P tel que la longueur de [PQ] soit minimum.

## 2 - Première lecture

Le premier travail a consisté à coder les réponses, exercice par exercice. Précisons quelques détails.

Dans le premier exercice, on a divisé la question en 3 parties : l'énoncé du nom "Thalès", la reconnaissance de la configuration de Thalès par l'écriture de rapports égaux (même si le nom n'était pas donné), et enfin le calcul de la longueur demandée. Dans les exercices suivants, depuis l'exercice 2 jusqu'à l'exercice 10, les réponses prises en compte correspondent exactement aux questions posées. Pour l'exercice 11, les trois premières réponses concernent les mesures, et on a distingué les deux réponses "conservation des longueurs" et "conservation des angles". Pour l'exercice 12 enfin, on a d'abord noté la formule de calcul du volume d'une pyramide, ensuite la démarche pour déterminer une base et la hauteur associée, enfin lorsqu'il y avait lieu, le calcul numérique exact.

Les 33 réponses ainsi recensées ont alors été notées  
+ si elles étaient réussies  
0 s'il n'y avait pas de réponse (question non abordée)  
- si la réponse était erronée

### a) solde positif ou négatif

En comptant le nombre total  $T+$  des items notés +, et  $T-$  le nombre total des items notés -, on peut associer à chaque copie, dans un repère, le point de coordonnées  $(T+, T-)$ . Les points obtenus sont nécessairement des points à coordonnées entières du triangle défini par

$$(T+) \geq 0, (T-) > 0, \text{ et } (T+) + (T-) \leq 33$$

En considérant de plus le solde  $S = (T+) - (T-)$ , on peut caractériser dans le triangle précédent trois zones définies par

$$S < 0 \text{ pour l'une}$$

$$S \geq 0 \text{ et } (T+) \leq 16 \text{ pour la deuxième}$$

$$(T+) \geq 17 \text{ pour la dernière}$$

Chacun des paquets de copies (pour une classe) peut alors être représenté par un nuage de points, dont nous donnons ici deux exemples très différents ; ou par un triplet, dont les trois coordonnées successives sont, dans l'ordre, le nombre de points dans chacune des zones citées ci-dessus (cf. figures 1 et 2). Ainsi par exemple (1,4,28) signifie que dans la classe considérée, une seule copie a un solde négatif, c'est à dire plus de réponses inexacts que de bonnes réponses ; quatre copies, bien qu'ayant un solde positif, ont cependant moins de la moitié de bonnes réponses ; que vingt-huit, enfin, ont plus de la moitié de bonnes réponses. Il est très clair que le profil de cette classe est très différent de l'autre, qui correspond au triplet (12,17,5).



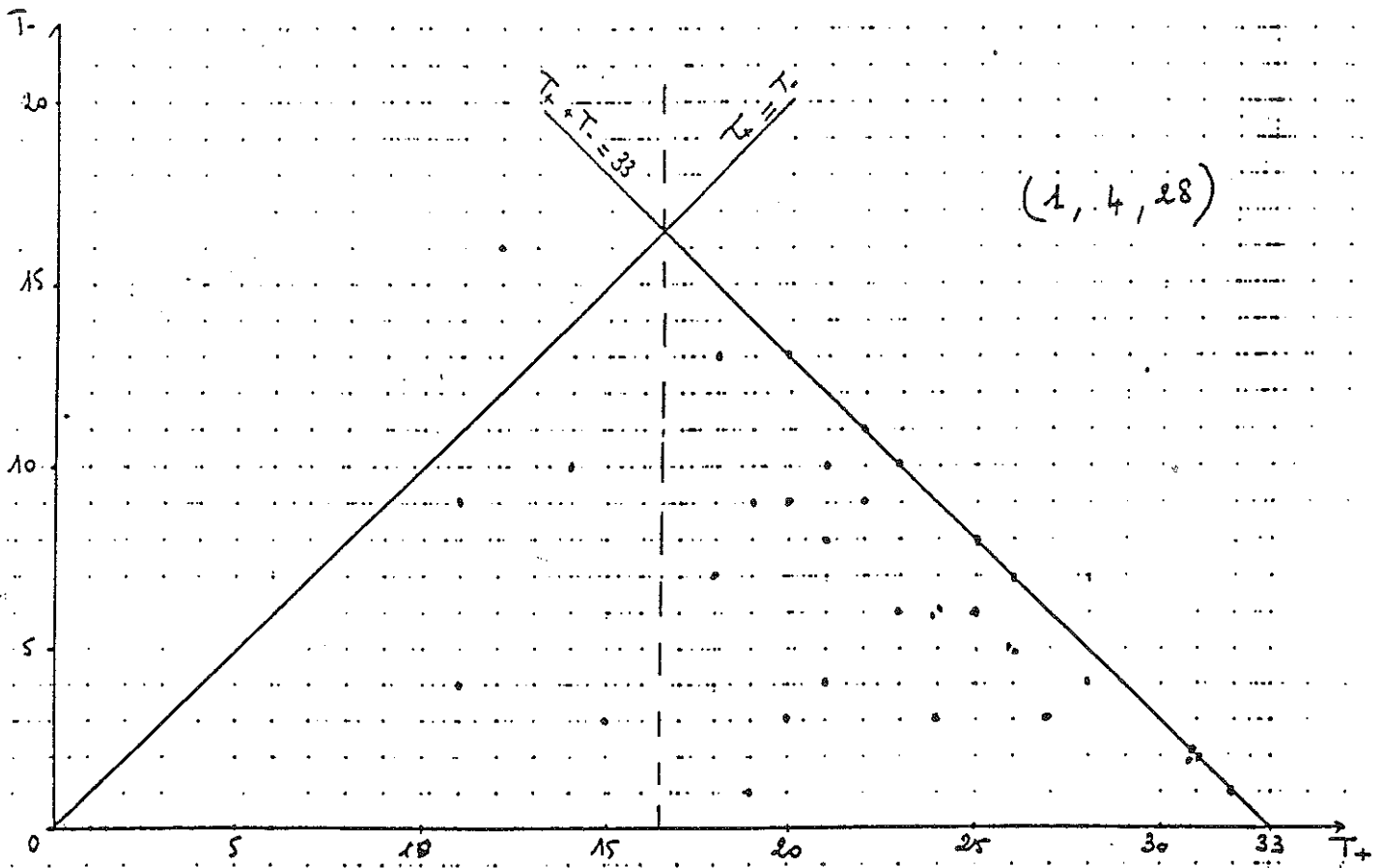


figure 1.

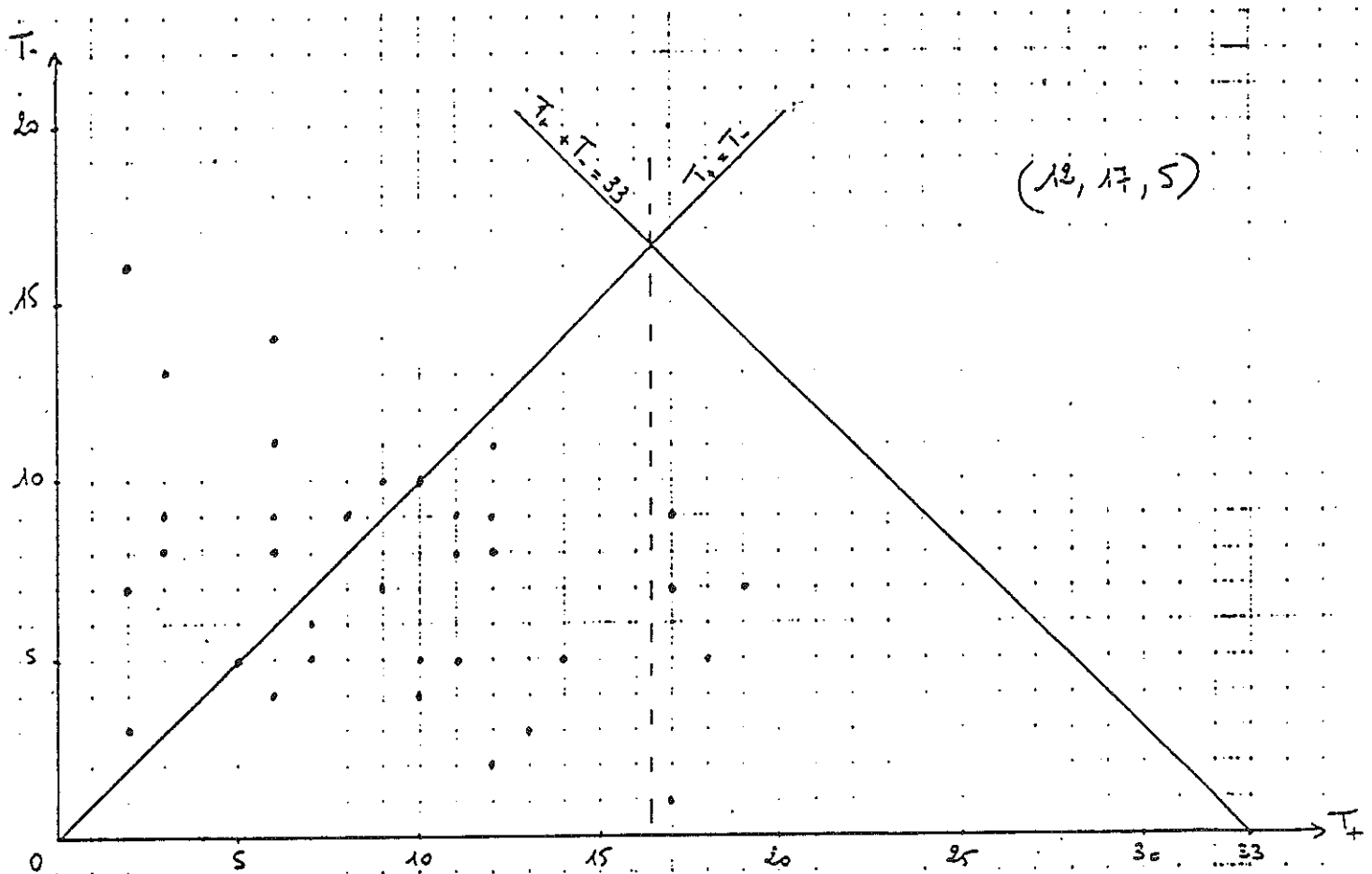


figure 2

b) Les résultats par classe

On peut pour chaque classe obtenir un graphique analogue à ceux des figures 1 et 2. On voit apparaître une piste de travail pour les professeurs d'un établissement, qui serait une réflexion sur les différents modes d'approche possibles des thèmes du programme de seconde en fonction des disparités entre les classes, qui apparaissent à travers leurs profils.

On trouvera ci-joint les résultats de toutes les classes qui ont passé le test (tableau 1).

Tableau 1 : les résultats au pré-test par lycée

	Classe	$S < 0$	$S \geq 0, T_0 < 17$	$T_0 \geq 17$	$N$
I	2 <sup>o</sup> .1	5	7	13	29
	2 <sup>o</sup> .2	0	1	28	29
	2 <sup>o</sup> .3	3	3	23	29
	2 <sup>o</sup> .4	14	7	3	24
	2 <sup>o</sup> .5	2	0	29	31
	2 <sup>o</sup> .6	8	6	16	30
	2 <sup>o</sup> .7	7	6	14	27
	2 <sup>o</sup> .8	1	7	23	31
	Total	44	37	149	230
		19%	16%	65%	
II	2 <sup>o</sup> .1	0	6	25	31
	2 <sup>o</sup> .2	15	9	8	32
	2 <sup>o</sup> .3	16	9	7	32
	2 <sup>o</sup> .4	9	14	13	36
	2 <sup>o</sup> .5	10	9	13	32
	2 <sup>o</sup> .6	13	20	1	34
	2 <sup>o</sup> .7	10	17	9	36
	2 <sup>o</sup> .8	7	7	20	34
	2 <sup>o</sup> .9	0	15	18	33
	2 <sup>o</sup> .10	11	12	10	33
	2 <sup>o</sup> .11	0	15	22	37
	2 <sup>o</sup> .12	14	10	8	32
	2 <sup>o</sup> .13	16	15	4	35
	Total	121	158	157	436
		28%	36%	36%	
III	2 <sup>o</sup> .1	10	14	10	34
	2 <sup>o</sup> .2	7	12	11	30
	2 <sup>o</sup> .3	7	10	17	34
	2 <sup>o</sup> .4	6	8	20	34
	2 <sup>o</sup> .5	3	3	26	32
	2 <sup>o</sup> .6	1	4	23	33
	2 <sup>o</sup> .7	12	17	5	34
	2 <sup>o</sup> .8	13	11	11	35
	Total	59	79	128	266
		22%	30%	48%	
IV	2 <sup>o</sup> .1	8	14	11	33
	2 <sup>o</sup> .2	7	8	16	31
	2 <sup>o</sup> .3	16	17	1	34
Total	31	39	28	98	
		32%	40%	28%	
Total	Effectif	254	310	464	1030
	Pourcentage	25%	30%	45%	

### c) Les résultats par lycée

Ils sont donnés dans le tableau 1 en fonction de ces trois caractéristiques que sont les trois nombres S, T+, et T-, on a aussi indiqué le résultat global concernant toute la population étudiée.

Le lycée I, dont les huit classes de seconde ont passé le test, comportait, outre six secondes indifférenciées, une seconde "sciences médico-sociales", et une seconde dite "préparatoire" d'élèves qui, bien qu'issus de troisième, referaient une seconde l'année suivante. Dans le lycée II, une seule des 14 secondes indifférenciées n'a pas passé le test, à cause de difficultés matérielles de dernière minute ; les élèves de cet établissement n'avaient repris aucune activité mathématique avant le test, qui a eu lieu dès la rentrée. Huit seulement des dix classes du lycée III ont passé le test, les professeurs n'ayant vraisemblablement pas souhaité y faire participer les deux autres classes. Quant au lycée IV, un manque de communication a fait que trois classes seulement ont passé le test.

Même si on laisse à part le lycée IV, puisque le faible nombre de classes participantes en fait un cas particulier, on voit apparaître d'assez grandes disparités entre lycées. Différentes pistes interprétatives peuvent être envisagées, et faire l'objet d'un travail entre établissements : la remarque concernant les conditions de passation est peut-être l'une de ces pistes ; l'enjeu était peut-être ressenti comme plus important dans tel établissement, ou telle classe ayant passé le test quelques jours plus tard était-elle mieux remise en route.

### 3 - Deuxième lecture : comparaison avec EVAPM3

Le mode d'approche est ici complètement différent, puisqu'on s'intéresse maintenant à chaque réponse. Pour chacune d'elles, on calcule, dans notre population de 1028 individus, le pourcentage de bonnes réponses, et aussi le pourcentage de non-réponses. On peut comparer ces résultats avec ceux d'EVAPM3, calculés, eux, sur la population totale qui a passé l'évaluation. C'est ce que nous précisons, pour chaque question du test, en détaillant aussi, lorsque ce n'est pas évident, le contenu de la question.

#### a) Résultats par question (ou sous-question)

##### Exercice 1

On a distingué, pour cette comparaison, deux éléments seulement : la reconnaissance de la situation de Thalès, et le calcul correct de la longueur demandée. On a obtenu :

Tableau 1 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 1

(Bonnes réponses)	Thalès	Calcul	Non-réponse
Notre population	69 %	58 %	14 %
EVAPM3	69 %	63 %	16 %

Quant à la reconnaissance de la situation de Thalès, ces résultats sont très analogues à ceux d'EVAPM3, un peu plus faibles quant au calcul effectif de la longueur. Il reste que la reconnaissance et l'exploitation de cette configuration dans un triangle apparaît comme acquise par les élèves, et qu'il suffira sans doute d'entretenir globalement cet acquis.

## Exercice 2

Tableau 2 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 2

	Equation de D1	Equation de D2	Equation de D3	Réussite Conjointe	Non-Réponse
Notre population	35 %	19 %	9 %	8 %	37 %
EVAPM3	50 %	29 %	17 %		

Les résultats sont pour notre population très inférieurs à ceux d'EVAPM3, 15 points d'écart dans les pourcentages pour la première réponse. Mais il s'agit là d'une connaissance d'acquisition très récente, abordée ici sous son aspect algébrique (qui n'est pas le plus simple pour les élèves), et qui est sans doute encore très labile.

## Exercice 3

Tableau 3 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 3

	Ineq1	Ineq2	Ineq3	Ineq4	Conjointe	N.R
Population	70 %	77 %	72 %	67 %	58 %	4 %
EVAPM3	64 %	72 %	74 %	66 %	58 %	11 %

Pour cette connaissance introduite dès la quatrième, les résultats sont très analogues à ceux d'EVAPM3 ; même si les deux premières inéquations sont un peu plus souvent résolues, la réussite conjointe (la seule vraiment significative) a le même taux : 58%, qui ne semble pas trop catastrophique pour un exercice à double compétence : calculs algébriques et représentation graphique.

## Exercice 4

Tableau 4 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 4

	Résolution réussie	non-réponse
Population	64 %	5 %
EVAPM3	50 %	15 %

Une surprise, le taux de réussite est très supérieur à celui d'EVAPM3, la différence des pourcentages étant de l'ordre de 15 ! Et ceci semble dû au fait que plus d'élèves répondent à cette question. On peut penser que cette connaissance a été renforcée en fin de troisième, après la passation du test EVAPM.

#### Exercice 5

Tableau 5 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 5

	Mise en équation	Résolution	Non-réponse
Population	28 %	18 %	31 %
EVAPM3	27 %	18 %	32 %

A nouveau des résultats très analogues à ceux d'EVAPM3, même pour le taux de non-réponse : le tiers des élèves n'a pas même tenté de répondre à cette question, qui nécessitait une réflexion sur une figure pour la mise en équation du problème. Remarquons que le tiers de ceux qui ont réussi la mise en équation n'ont pas achevé la résolution, ce qui là peut paraître surprenant, car il n'y avait pas de difficulté particulière, si ce n'est le calcul avec des "nombres à virgule".

#### Exercice 6

Tableau 6 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 6

	Calcul du prix réussi	Non-réponse
Population	28 %	24 %
EVAPM3	28 %	22 %

Résultats ici encore quasiment identiques à ceux d'EVAPM3 : remarquons que ce n'est pas la nature de la question (pourcentage) qui a le plus gêné les élèves, mais la formulation demandée (certains ont pris un exemple, et ont réalisé un calcul correct !)

### Exercice 7

Tableau 7 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 7

	Dessin de la face commune réussi	Non-réponse
Population	34 %	16 %
EVAPM3	40 %	13 %

Les résultats sont inférieurs à ceux d'EVAPM3, ce qui paraît insuffisant pour une question reprise des questionnaires 5° et 4° ! Pourtant, le taux de non-réponse n'est pas très élevé, c'est donc que les élèves pensent savoir.

### Exercice 8

Tableau 8 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 8

	Construction du Point C	Non-réponse	Construction du Point R	Non-réponse
Population	56 %	16 %	40 %	28 %
EVAPM3	53 %	13 %	41 %	20 %

Résultats comparables à ceux d'EVAPM3, légèrement supérieurs pour la construction du point associé à la somme de deux vecteurs, légèrement inférieurs pour celui associé à la différence.

### Exercice 9

Tableau 9 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 9

	1er calcul	2ème calcul	3ème calcul	4ème calcul	5ème calcul
Population	72 % NR 6 %	46 % NR 11 %	62 % NR 20 %	39 % NR 26 %	20 % NR 22 %

EVAPM3	65 % NR 10 %	47 % NR 18 %	58 % NR 27 %	38 % NR 36 %	19 % NR 31 %
--------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

Question portant sur les carrés et les racines carrées : les résultats sont légèrement supérieurs à ceux d'EVAPM3 en général, et de manière significative pour les carrés, qui semblent, pour notre population, mieux assimilés que les racines carrées. Le temps a peut-être commencé son oeuvre bénéfique !

#### Exercice 10

Tableau 10 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 10

	Equation de D1	Equation de D2	Equation de D3	Réussite Conjointe	Non-Réponse
Population	40 %	46 %	64 %	28 %	13 %
EVAPM3	54 %	56 %	70 %	39 %	11 %

Une question où, à nouveau, les résultats sont très inférieurs à ceux d'EVAPM3, et ici aussi, il s'agit d'équations de droites, comme dans la question 2 ! Le problème est toutefois différent, puisqu'il fallait ici associer une équation, à choisir dans un lot, à une droite tracée dans le plan muni d'un repère.

Au sein de la question, la meilleure réussite, aussi bien pour EVAPM3 que pour notre population, est associée à la droite d'ordonnée à l'origine -3, "la plus simple" dit le commentaire d'EVAPM3, formulation que je conteste, ou plutôt dont je conteste l'interprétation : c'est là qu'il y a le moins d'erreurs, parce que dans le lot d'équations possibles, il n'y en avait qu'une seule d'ordonnée à l'origine -3. Or l'examen des copies fait apparaître que la principale cause d'erreur réside dans la vérification d'un seul paramètre, et c'est la plupart du temps l'ordonnée à l'origine ! Ce n'est pas le coefficient directeur auquel les élèves font appel : s'il en était ainsi, le taux de réussite à la question R2 aurait été bien supérieur, puisque dans le lot d'équations possibles, il n'y en avait qu'une seule à coefficient directeur négatif. Remarquons que la réponse exacte conjointe, la seule qui possède une réelle signification, n'est donnée que par un quart de la population.

#### Exercice 11

Tableau 11 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 11

	Mesures de longueurs et d'angles	Non-Réponse	Enoncés justificatifs	Non-Réponse
Population	70 %	17 %	35 %	35 %
EVAPM3	60 %	31 %	39 %	40 %



Pour cette comparaison, on a utilisé deux résultats seulement : d'une part la réussite conjointe aux trois questions numériques, d'autre part l'énoncé des propriétés utilisées. On observe alors que les élèves savent utiliser la conservation des distances et des angles, (plus encore dans notre population que pour EVAPM3), mais l'énoncé de la justification est encore moins précis qu'en fin de troisième.

## Exercice 12

Tableau 12 : comparaison des bonnes réponses à l'exercice 12

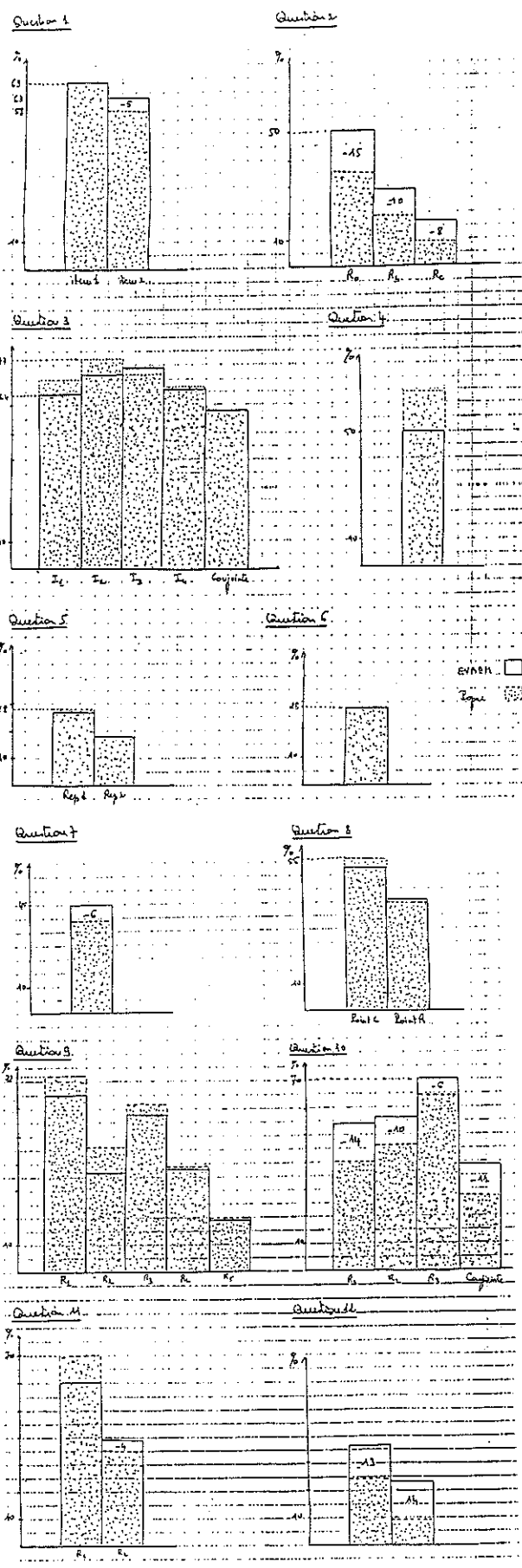
	Démarche : formule choisie	Calcul	Non-réponse
Population	24 %	9 %	46 %
EVAPM3	37 %	23 %	24 %

Les résultats sont à nouveau très inférieurs à ceux d'EVAPM3, avec un très important taux de non-réponse. Mais ce dernier peut s'expliquer et par la situation de la question en fin de questionnaire, et par l'aspect "espace".

### b) Synthèse des constats

Finalement, nous constatons que les résultats de notre population sont relativement satisfaisants par rapport à ceux d'EVAPM3 en ce qui concerne les questions 3, 4, 5, 6, 8, 9 ; mitigés pour les questions 1 et 11, puisqu'alors les résultats sont en partie meilleurs, en partie moins bons ; décevants enfin pour les questions 2, 7, 10 et 12, où ils sont tous inférieurs. Les schémas des pages suivantes permettent de mieux visualiser ces différences, dont nous allons maintenant essayer de donner une interprétation.

# Résultats comparés au pré-test entre population locale et EVAPM



Pour les questions 1 et 11, les contenus géométriques semblent reconnus sans trop de difficulté par les élèves, qui globalement commencent la résolution : le taux de non-réponse est faible. Pour le théorème de Thalès, les erreurs, ensuite, sont dues au calcul et, comme l'indique le rapport d'EVAPM, une autre cause est l'introduction des segments "différences", dans un troisième rapport inexact. Pour la symétrie, la difficulté pour les élèves consiste à énoncer clairement les raisons pour lesquelles ils ont affirmé les résultats sur les longueurs et la mesure de l'angle : peut-être retrouve-t-on ici la question "pourquoi et comment faire une démonstration ?". En d'autres termes, il semble qu'il y ait une certaine perception globale correcte, mais des difficultés à aller plus dans le détail, pour préciser l'acquisition.

Les questions 2 et 10 sont celles qui concernent les équations de droites : il s'agit ici d'une acquisition récente, qui n'est manifestement pas encore maîtrisée. Insistons encore sur la remarque faite à propos des résultats de la question 10, à savoir que les taux de réussite de 70% pour EVAPM et 64% pour notre population, pour l'une des équations de droite, sont vraisemblablement surévalués par un artefact. Rappelons aussi que le seul taux de réussite réellement significatif pour une question de ce genre est celui de la réussite conjointe, qui tombe à 39% pour EVAPM et 28% pour notre population. Quant aux questions 7 et 12, elles concernent la géométrie de l'espace : on peut se demander, devant le faible niveau des performances, si l'espace n'a pas été chaque année reporté aux derniers jours ! Et en plus, la question 12 est en fin de questionnaire !

Pour les questions dont les résultats sont au moins aussi bons que ceux d'EVAPM, et où n'apparaît pas la perte de performance des mois de vacances précédemment évoquée, on peut attribuer cette différence au fait que la population des élèves entrant en classe de seconde indifférenciée n'est pas exactement la même que celle des élèves de troisième.

### c) Résultats par lycée

Les résultats, récapitulés dans le tableau 13, montrent eux aussi des différences entre les établissements, comme nous l'avions déjà signalé, lors de la première lecture des résultats à ce test.

Le lycée I présente des résultats quasiment tous supérieurs à ceux d'EVAPM et les meilleurs de la population considérée. Il s'agit d'un petit lycée, de centre-ville et dans lequel s'est installée, depuis quelques années, une tradition de forte prise en charge initiale des élèves afin de les amener à une responsabilisation plus grande.

Le lycée II est un gros établissement qui, après avoir perdu son premier cycle, a subi de plein fouet, quelques années après, l'élargissement de son public, en perdant partiellement ses spécificités. Il représente ici 42% de la population et ses résultats sont inférieurs à ceux de la population totale.

Le lycée III est un établissement récent, qui n'a pas encore fait "le plein" et profite donc de ses dimensions encore réduites. Ses résultats sont les plus proches de ceux de la population totale.

Inutile de préciser les spécificités du lycée IV, puisque nous avons dit que les résultats des 3 classes qui faisaient partie de notre population n'étaient a priori pas caractéristiques.

Nous ne nous étions pas donné les moyens d'avancer une interprétation des différences qui apparaissent ici, nous donnons donc seulement les résultats bruts, sans autre commentaire.

Tableau 13 : résultats au pré-test par lycée

	Population	EVARM3	Lycée I	Lycée II	Lycée III	Lycée IV	
① Thalès Calcul	69 58 (14)	69 63 (16)	69 63 (9)	69 55 (15)	72 53 (15)	58 58 (15)	
② Eq linéaires	R <sub>1</sub> R <sub>2</sub> R <sub>3</sub>	35 (40) 19 (52) 9 (62)	50 (23) 29 (40) 17 (53)	56 (20) 31 (29) 14 (40)	27 (47) 14 (63) 7 (72)	35 (42) 18 (53) 7 (65)	24 (63) 16 (53) 10 (66)
Réussite conjointe	8 (37)		13 (16)	6 (47)	6 (38)	9 (43)	
③ Inéquations	R <sub>1</sub> R <sub>2</sub> R <sub>3</sub> R <sub>4</sub>	70 (6) 77 (6) 72 (7) 67 (7)	64 72 74 66	69 (4) 82 (3) 77 (3) 74 (4)	75 (7) 75 (7) 69 (8) 66 (9)	65 (3) 77 (5) 76 (5) 68 (5)	61 (11) 71 (12) 64 (12) 54 (12)
Réussite conjointe	58 (4)	58 (11)	63 (2)	53 (5)	57 (3)	48 (9)	
④ Equation	64 (5)	50 (15)	76 (2)	58 (7)	65 (5)	60 (6)	
⑤ Mise en équation Résolution	28 18 (31)	27 18 (22)	36 22 (21)	24 14 (35)	32 22 (26)	15 10 (51)	
⑥ Pourcentage	28 (24)	28 (22)	29 (14)	25 (30)	34 (20)	23 (31)	
⑦ Cube	34 (16)	40 (13)	38 (9)	33 (17)	34 (14)	25 (32)	
⑧ Vecteurs	R <sub>1</sub> R <sub>2</sub>	56 (16) 40 (28)	53 (13) 41 (20)	74 (7) 53 (14)	51 (17) 36 (29)	56 (14) 44 (26)	38 (34) 15 (56)
⑨ Racines carrées	R <sub>1</sub> R <sub>2</sub> R <sub>3</sub> R <sub>4</sub> R <sub>5</sub>	72 (6) 46 (11) 62 (20) 39 (26) 20 (22)	65 (10) 37 (18) 58 (27) 38 (36) 19 (21)	76 (1) 47 (3) 73 (12) 47 (18) 16 (13)	69 (7) 25 (14) 55 (23) 34 (28) 17 (26)	77 (5) 48 (10) 68 (20) 46 (26) 26 (19)	63 (12) 41 (18) 51 (34) 22 (43) 26 (29)
⑩ Ep de droite	R <sub>1</sub> R <sub>2</sub> R <sub>3</sub>	40 (24) 46 (23) 64 (13)	54 56 70	57 (11) 56 (11) 75 (7)	31 (28) 41 (28) 60 (24)	40 (22) 46 (22) 64 (15)	44 37 38 34 56 32
Réussite conjointe	28 (13)	39 (11)	36 (5)	23 (18)	28 (13)	26 24	
⑪ Symétrie	R <sub>1</sub> R <sub>2</sub>	70 (17) 35 (35)	60 (31) 39 (40)	79 (7) 45 (15)	65 (21) 35 (42)	74 (16) 34 (44)	63 (22) 20 (29)
⑫ Pyramide de Demarche	R	24 9 (46)	27 23 (24)	36 12 (28)	19 7 (53)	27 12 (47)	11 6 (59)

Les nombres entre parenthèses représentent les pourcentages de non-réponse

#### 4- Troisième lecture : les blocs

Il s'agit maintenant de regrouper les compétences manifestées par les élèves dans ce test dans chacun des cadres de fonctionnement que nous avons retenus. Rappelons que nous avons distingué les cadres suivants qui vont permettre de définir les blocs :

Cadre graphique : bloc **Gr**  
Cadre algébrique : bloc **A**  
Cadre numérique : bloc **N**  
Cadre géométrique : bloc **G**.

##### a) Le nouveau codage

Dans chacun des cadres, auquel plusieurs exercices ou questions peuvent contribuer, les connaissances des élèves sont repérées par l'un des nombres 0, 1 ou 2 : 2 lorsque l'ensemble des questions relevant de ce cadre sont réussies, 1 s'il y a réussite partielle mais suffisamment variée, et 0 sinon.

Précisons donc le codage adopté :

##### i) bloc graphique **Gr**

Les exercices 3 et 10 font travailler dans le cadre graphique, même si la résolution du premier était plutôt algébrique, comme le montre l'examen des copies. On mettra donc 2 si ces deux exercices sont réussis ; 1 si deux résultats au moins de chaque sont réussis, ou si le 10 qui lui, est complètement graphique est entièrement réussi ; 0 sinon.

##### ii) bloc algébrique **A**

Les exercices 2, 4, 5, 6 relèvent du cadre algébrique. On mettra donc 2 s'ils sont tous quatre réussis ; 1 si sont réussis au moins 2a et 4, ou 4 et 6, ou 5 et 6 ; enfin 0 sinon.

##### iii) bloc numérique **N**

Le cadre numérique concerne les exercices 1c, 9 et 12c. Ce dernier exercice ayant été peu traité, on mettra 2 si sont au moins réussis 1c et 9; 1 si sont réussis 1c et deux résultats de 9 au moins, ou 9 en entier ; 0 sinon.

##### iv) bloc géométrique **G**

Dernier cadre considéré, le cadre géométrique, dans lequel on a inclus le vectoriel (puisque'il faisait uniquement intervenir la construction géométrique d'un point défini vectoriellement), avec les exercices 1-a ou b, 7, 8, 11 et 12b. Comme pour les autres cadres, on mettra 2 si tous les exercices sont réussis, sauf peut-être le 12, pour la même raison que dans le cadre numérique ; 1 si (1-a ou b ou 11abc) et (7 ou 8) sont réussis ; 0 sinon.

On est ainsi conduit à affecter chaque copie d'un quadruplet constitué des nombres 0, 1 ou 2 : le 0 caractérise des connaissances faibles ou très parcellaires dans le cadre considéré ; le 1 montre une connaissance assez variée dans le cadre considéré ; le 2 est un indice de bons acquis du premier cycle dans le cadre considéré (ce qu'inconsciemment tout professeur de Seconde attend de tous ses élèves !)

##### b) Résultats globaux

On peut alors obtenir un premier tableau de résultats, qui indique les performances de chaque classe, ou de chaque établissement, ou de la population selon le critère ainsi précisé.

Tableau 14 : résultats au pré-test par blocs et par classes

	C			A			N			G			
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
2°1	14	13	4	16	13	0	17	11	3	12	16	2	L Y C E E  I
2°2	3	10	16	5	23	1	4	19	6	2	19	8	
2°3	12	6	11	9	15	5	7	16	6	6	13	10	
2°4	13	8	3	17	7	0	17	7	0	14	10	0	
2°5	9	14	9	5	18	8	4	21	7	4	18	9	
2°6	10	17	3	15	12	3	15	11	4	10	14	6	
2°7	15	7	6	12	12	3	13	12	3	7	16	4	
2°8	10	9	12	11	18	2	14	14	3	5	19	7	
Total	86	83	65	90	118	22	91	111	32	60	125	46	
%	37	36	27	39	51	10	39	47	14	26	54	20	
2°1	12	8	11	6	19	6	5	13	8	8	13	10	L Y C E E  II
2°2	25	3	4	25	7	0	19	12	1	16	11	5	
2°3	27	2	3	24	7	1	22	9	1	19	12	1	
2°4	21	8	7	25	10	1	26	8	2	16	18	2	
2°5	18	7	7	19	10	3	19	8	5	13	14	5	
2°6	30	3	1	26	8	0	26	7	1	25	9	0	
2°7	19	10	7	28	8	0	23	11	2	23	13	0	
2°8	16	12	6	20	9	5	13	17	4	14	12	8	
2°9	16	7	10	20	13	0	9	18	6	5	20	8	
2°10	23	7	3	25	8	0	19	11	3	13	20	0	
2°11	11	13	12	18	14	4	12	21	3	10	17	9	
2°12	17	6	0	28	5	0	25	6	2	17	15	1	
2°13	25	5	4	32	2	0	18	5	1	22	9	3	
Total	270	91	75	296	120	20	246	151	39	201	183	52	
%	62	21	17	68	27	5	56	35	9	46	42	12	
2°1	20	11	3	24	9	1	20	11	3	14	15	5	L Y C E E  III
2°2	22	2	6	24	5	1	14	13	3	13	15	2	
2°3	17	8	9	15	16	3	16	10	8	11	14	9	
2°4	14	10	10	17	17	0	10	18	6	8	21	5	
2°5	10	15	7	10	19	3	7	17	8	5	21	6	
2°6	9	10	14	7	24	2	3	22	8	6	15	12	
2°7	29	5	0	25	8	0	26	6	2	23	11	0	
2°8	18	9	8	27	8	0	23	11	1	20	10	5	
Total	139	70	57	150	106	10	113	108	39	100	112	44	
%	52	26	22	56	40	4	45	40	15	38	46	16	
2°1	14	11	8	21	10	2	17	9	7	17	13	3	L Y C E E  IV
2°2	13	8	10	18	13	1	12	14	5	17	12	2	
2°3	29	5	0	28	5	0	29	5	0	25	8	1	
Total	56	24	18	66	28	3	58	28	12	59	33	6	
%	57	25	18	69	28	3	59	29	12	60	34	6	

Le tableau 14 montre bien évidemment des résultats comparables à ceux obtenus avec un point de vue différent : par exemple, dans le lycée II, c'est la classe 1 qui a le plus fort effectif de 2, et ceci dans chacun des quatre cadres Gr,A,N,G et c'est aussi elle qui a le plus faible effectif de 0 dans chacun des cadres ; c'était déjà elle qui, dans la classification S, T avait le triplet (0,6,25), c'est à dire 25 élèves ayant une réponse exacte à plus de la moitié des items. Les élèves de cette classe sont sans doute davantage prêts à aborder la Seconde que ceux de la 2<sup>o</sup>6 du même lycée, par exemple, qui a le plus faible effectif de 2 et quasiment le plus fort de 0 ; c'était aussi celle qui était représentée par le triplet (13,20,1). En d'autres termes, une classe pour laquelle le bilan obtenu avec la détermination de T+ et T- est bon, aura aussi un bilan Gr,A,N,G correct. La différence, c'est que la connaissance du bilan Gr,A,N,G permet sans doute de mieux préciser les forces et les faiblesses de chaque élève.

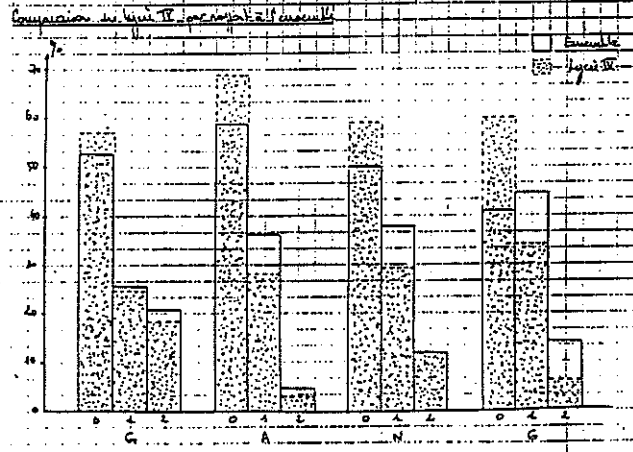
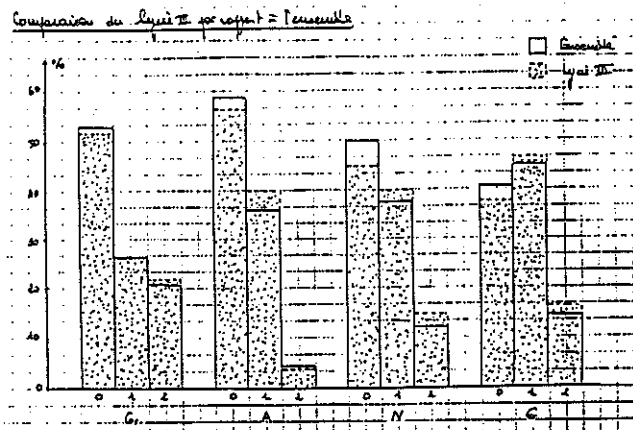
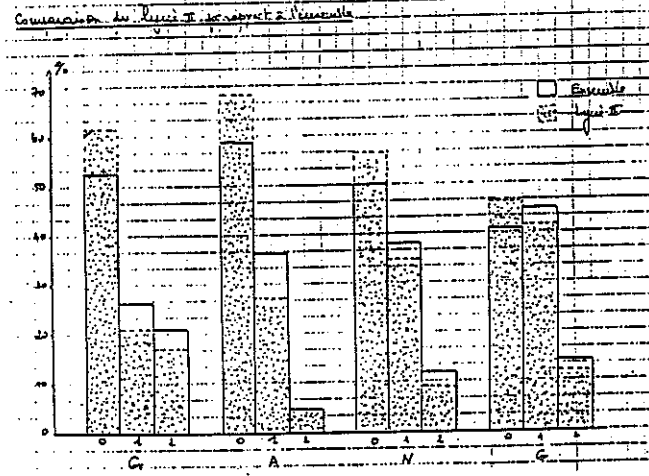
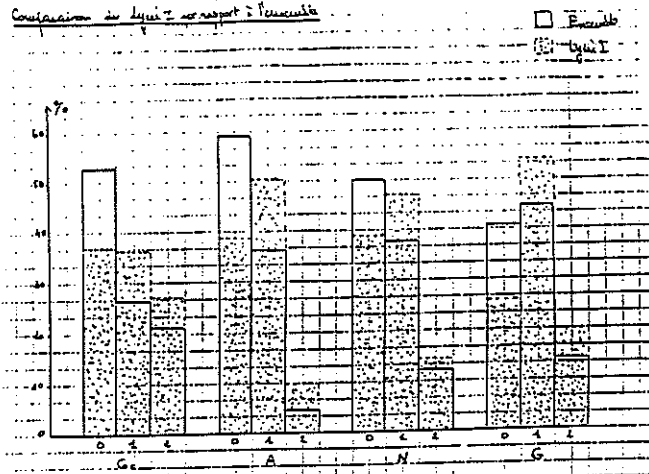
On peut aussi dans ce cas faire des comparaisons par lycées, et étudier par exemple le tableau simplifié des résultats en pourcentages :

Tableau 15 : résultats au pré-test par lycées et par blocs

	Gr			A			N			G		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2
Lycée I	37	36	27	39	51	10	39	47	14	26	54	20
Lycée II	62	21	17	68	27	5	56	35	9	46	42	12
Lycée III	52	26	22	56	40	4	45	40	15	38	46	16
Lycée IV	57	25	18	69	28	3	59	19	12	60	34	6
Ensemble	53	26	31	59	36	5	50	38	12	41	45	14

Les schémas des pages suivantes permettent de visualiser cette comparaison de chacun des quatre lycées à l'ensemble, et nous pouvons dire, comme nous l'avons déjà fait, que c'est le lycée III qui est le plus représentatif de la population complète (alors que l'effectif de sa population est à peu près le quart de l'effectif total), que les élèves du lycée II sont moins efficaces, alors que ceux du lycée I ont de bien meilleurs résultats, si on considère l'indicateur "pourcentage de 0". Remarquons au passage que c'est dans le cadre A que ce taux est le plus fort, et dans le cadre G qu'il est le plus faible. Ceci va se retrouver plus loin.

# Comparaison des résultats au pré-test par blocs et par lycées





c) Autre clef : les points d'appui

On peut considérer comme points d'appui - étymologiquement, fondations des constructions futures - pour les apprentissages à venir tous les cadres qui ne sont pas vides, c'est à dire ceux qui sont codés 1 ou 2. Chaque copie peut donc comporter 0,1,2,3 ou 4 points d'appui. On peut bien sûr les dénombrer, on trouvera le détail dans le tableau 16.

Bien entendu apparaissent encore des différences entre classes et entre établissements. Mais contentons-nous pour l'instant de constater que, par exemple, presque tous les élèves de la 2<sup>o</sup>2 du lycée I ont au moins 3 points d'appui, alors que tous les élèves de la 2<sup>o</sup>3 du lycée IV, ou presque, n'en ont qu'un au maximum ! Ces différences n'ont rien de surprenant, après les comparaisons que nous avons déjà faites. Elles permettent seulement un repérage plus précis.

Tableau 16 : Nombre de points d'appui par classes

		0	1 au max	3 ou plus	4	Resid (0.2)
L Y C E E  I	2'1	6	11	13	6	5
	2'2	1	2	27	18	0
	2'3	1	5	13	11	5
	2'4	7	16	6	4	2
	2'5	1	2	27	17	2
	2'6	3	8	15	6	7
	2'7	7	8	17	6	2
	2'8	1	4	20	7	7
	Total(230)	27	56	144	75	30
	%	12	24	62	33	
L Y C E E  II	2'1	1	3	24	11	4
	2'2	10	20	6	3	6
	2'3	13	21	5	1	5
	2'4	10	18	10	2	8
	2'5	7	14	10	6	8
	2'6	17	25	2	1	7
	2'7	2	19	8	0	5
	2'8	6	13	15	9	6
	2'9	2	3	15	6	15
	2'10	7	17	8	2	8
	2'11	4	6	19	12	11
	2'12	12	23	2	2	8
	2'13	17	25	2	1	7
Total(435)	115	207	126	54	103	
%	26	47	29	12		
L Y C E E  III	2'1	6	18	10	4	6
	2'2	9	14	8	2	8
	2'3	3	12	16	8	6
	2'4	3	8	13	12	8
	2'5	2	3	24	13	5
	2'6	0	3	27	17	3
	2'7	13	27	3	1	4
	2'8	12	21	10	5	4
Total(260)	48	106	116	62	44	
%	18	40	44	23		
L Y C E E  IV	2'1	8	15	14	6	4
	2'2	4	13	11	9	7
	2'3	19	28	3	0	3
	Total(58)	31	56	28	15	14
%	32	57	29	15		

Tableau 16

Si nous étudions le tableau simplifié concernant les points d'appui, nous constatons aussi qu'il y a des différences par lycée, mais aussi que, finalement, sur la population entière, les 5 groupes ainsi constitués sont de même importance, et ce n'est peut-être pas le moins surprenant.

Tableau 17 : résultats simplifiés : nombre de points d'appui par lycée

Nombre	0	1	2	3	4
Lycée I	12 %	12 %	14 %	29 %	33 %
Lycée II	26 %	21 %	24 %	17 %	12 %
Lycée III	18 %	22 %	16 %	21 %	23 %
Lycée IV	31 %	25 %	14 %	13 %	15 %
Ensemble	21 %	20 %	19 %	20 %	20 %

#### 5 - Dernière lecture : une note globale

Certains professeurs, dans leurs classes, avaient affecté en plus le test d'une note globale : il leur semblait qu'ainsi, les élèves pourraient mieux prendre conscience de la situation dans laquelle ils étaient, puisque ce moyen d'évaluation leur était plus familier. Cet indicateur, plus globalisant que les autres, pourrait aussi être utile au moment d'une comparaison.

Décidant donc d'un barème pour les 12 questions de ce test, nous avons noté chacune des copies d'élèves (c'est le barème que nous avons indiqué lors de l'analyse de la tâche). La moyenne générale, obtenue pour la population complète de 1030 élèves, était de 9,55 ; 11,4 pour le lycée I ; 8,5 pour le lycée II ; 10,3 pour le lycée III et 7,8 pour le lycée IV.

## II - LE POST-TEST

Nous disposons ainsi, après ces dépouillements divers du test, d'un certain nombre de renseignements sur les élèves à l'entrée en Seconde. Nous procédons ensuite, comme déjà indiqué, à un post-test, que nous dépouillons de manière analogue.

Nous allons successivement développer les parties suivantes.

- 1 - Le post-test et les conditions de la passation
- 2 - Sous-population concernée par le post test
- 3 - Dépouillement par blocs
- 4 - Dépouillement global : note

### 1 - Le post-test et les conditions de passation

Comme nous l'avons vu précédemment, pour étudier l'évolution des performances des élèves en fonction des acquis reconnus à l'entrée en Seconde, il avait été décidé de faire passer à l'ensemble des élèves de la population ayant fait le prétest un test en fin d'année (on avait écarté l'utilisation du seul indicateur passage pour juger des résultats). Mais des difficultés tout au long du dernier trimestre de l'année scolaire nous empêchèrent d'assumer le suivi de l'opération : fin de la rédaction du test, et organisation de la passation. Pour ne pas perdre totalement les informations obtenues lors du pré-test, je pensai à utiliser les épreuves d'EVAPM2, qui avaient lieu dans plusieurs classes entre le 15 Mai et le 15 Juin. Mais mon absence du terrain entraîna d'autres péripéties : certaines classes d'un des établissements, qui pourtant avaient été inscrites pour EVAPM2, ne participèrent pas, leurs professeurs arguant des résultats par trop désastreux que leurs élèves risquaient d'obtenir. Dans un autre établissement, tous les élèves de Seconde passèrent une épreuve commune, issue du questionnaire EVAPM2, ceci afin d'harmoniser les passages en Première, et je ne pus accéder aux résultats. Enfin, le lycée privé n'était pas inscrit à l'opération EVAPM2 (je crois que ça ne lui était pas possible). Finalement, je dispose des résultats obtenus dans 7 classes, réparties dans 2 établissements. Remarquons tout de suite que ces classes ne sont pas, en général, au complet : les conseils de classe avaient déjà eu lieu lorsque les épreuves sont arrivées dans les établissements, et même si "le programme n'était pas terminé", certains élèves avaient, eux, quitté les lieux. Dans ces 7 classes, 192 élèves ont rendu le test, et 186 conduisent à des résultats "utiles" parce qu'ils avaient fait le prétest (les autres étaient manquants à la rentrée, pour des raisons diverses). Signalons que, plus encore que pour le pré-test, l'enjeu a pu ne pas apparaître très clairement à certains élèves, qui, dans d'autres conditions (si "ça compte pour la moyenne", par exemple) auraient pu rendre un produit différent.

Les épreuves proposées aux élèves n'étaient pas toutes identiques. Il y avait 6 questionnaires, appelés A, B, C, D, E, et F par les auteurs, et chaque classe était partagée en deux groupes qui passaient des épreuves différentes. Ces questionnaires portaient, en principe au moins, sur l'ensemble du programme : ce dernier n'était peut-être pas entièrement couvert par le choix des questions, mais celles-ci étaient suffisamment variées pour porter sur plusieurs aspects (contrairement aux questionnaires complémentaires qui portaient, eux, sur un thème unique, par exemple "espace" ou "fonctions").

Signalons ici un renseignement nouveau fourni par l'observatoire EVAPM, qui définit "l'indice de facilité" de chacun de ces questionnaires. Les auteurs précisent qu'un indice de valeur N signifie qu'au niveau concerné, en fin d'année, le taux de réussite moyen de l'épreuve est N%.

Questionnaire	A	B	C	D	E	F
indice de facilité	53	52	40	44	43	40

Voici, la répartition des différents questionnaires selon les classes, et les effectifs correspondants (nous appelons H, I, J, K, L les 5 classes qui proviennent du lycée II, et X, Y celles qui proviennent du lycée IV) :

Tableau 1 : répartition des épreuves du post-test

Epreuves	A		B			C			D	E		F		
	I	K	J	K	L	J	L	X		X	H	Y	H	I
Effectifs	15	9	13	12	15	7	13	16	12	11	14	9	15	15
Total	34		40			36			12	25		39		

Le texte intégral des différentes épreuves figure dans les pages suivantes et en annexe.

Nous accompagnons le texte des épreuves du même travail que pour le questionnaire du pré-test : analyse de la tâche, blocs et barème pour une notation. (Annexes 3 à 13).

Pour la définition des blocs considérés, nous avons conservé les mêmes que lors du pré-test : Gr graphique, A algébrique, N numérique et G géométrique. Comme précédemment, nous n'avons pas distingué la géométrie de l'espace, ce que font a contrario, les auteurs d'EVAPM. Nous n'avons pas non plus séparé le vectoriel, qui ne nous paraît pas encore un cadre de fonctionnement suffisant pour les élèves : les commentaires des auteurs d'EVAPM2 abondent dans ce sens lorsqu'ils font remarquer que la "caractérisation vectorielle du centre de gravité ne correspond pas à l'image mentale" que les élèves ont de ce point, et que beaucoup essaient de revenir à la caractérisation relative au point de concours des médianes. Aussi les exercices qui relèvent de ce champ seront-ils, selon la tâche, considérés comme relevant du cadre géométrique, ou graphique, ou même algébrique.

**Evaluation en fin de seconde - 1991**  
**Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité A**

Calculatrices autorisées  
Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_  
 Etablissement : \_\_\_\_\_  
 CLASSE : \_\_\_\_\_  
 Avez-vous passé des épreuves APMIEP en fin de troisième ?  
 OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
 Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.  
 Dans tous les cas, ne vous attendez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
 Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
 Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

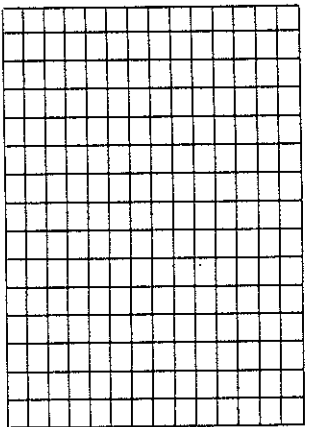
Un magasin solde des chemises et des pantalons.  
 Toutes les chemises sont vendues au même prix unitaire.  
 Tous les pantalons sont vendus au même prix unitaire.

Jean a payé 570 F pour 7 chemises et 3 pantalons.  
 Sophie a payé 730 F pour 3 chemises et 7 pantalons.  
**CALCULER le prix d'une chemise et le prix d'un pantalon**

Calculs

01  
02  
03

Réponses	Prix d'une chemise:	F	Prix d'un pantalon:	F			
Le tableau ci-contre donne la répartition des 2 500 élèves d'un lycée selon la dimension de leur famille (nombre de personnes vivant sous le même toit).	Nombre de personnes par famille	2	3	4	5	6	7
	Fréquence en pourcentage	10%	25%	45%	15%	5%	2%
	Effectifs						

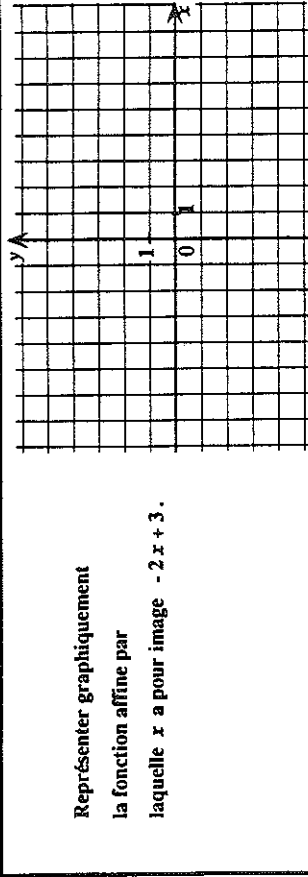


a) Compléter la dernière ligne du tableau

b) Représenter les effectifs par un diagramme en bâtons.

Utiliser le quadrillage donné

04  
05  
06  
07



Représenter graphiquement

la fonction affine par

laquelle  $x$  a pour image  $-2x + 3$ .

08

Calculer. Ecrire les résultats sous forme de fractions

$$\frac{4}{7} + \frac{5}{2} + \frac{1}{3} =$$

09

Développer et réduire l'expression :  $A = (5a + \frac{1}{2})^2$

A =

10

Ecrire sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré, les expressions suivantes :

$$B = (x+1)(x-2) - 5(x-2)$$

B =

$$C = (4x-3)^2 + (4x-3)(x+3)$$

C =

11

Compléter le tableau suivant conformément à l'exemple de la première ligne :

Exemple	$x < 1$	$] -\infty ; 1 [$	
		$] 2 ; +\infty [$	
	$-2 \leq x \leq 3$		

13

14

15

16

17

18

Pour le calcul de :  $B = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3} + 1}$

Indiquer le résultat affiché sur la calculatrice.

Donner avec trois décimales une valeur approchée à  $10^{-3}$  près par excès :

Résoudre l'équation suivante :  $(x - 2)^2 = (4x + 1)^2$

Calculs

Résoudre l'équation suivante :  $\frac{2x + 4}{5x - 2} = 3$

Calculs

Réponse:

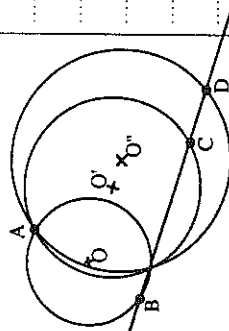
- On a tracé un angle de  $20^\circ$ .  
 Trouver des valeurs approchées de  $\cos 20^\circ$  et de  $\sin 20^\circ$ ,  
 - sans utiliser les touches sin et cos de la calculatrice  
 - et en effectuant des mesures.



Résultats obtenus

$\cos 20^\circ =$  .....  $\sin 20^\circ =$  .....

Soient trois points B, C, D alignés et un point A non situé sur la droite (BC).  
 On appelle  $O$ ,  $O'$  et  $O''$  les centres des cercles de diamètres respectifs [AB], [AC] et [AD].  
 Démontrer que les points  $O$ ,  $O'$ ,  $O''$  sont alignés.



19 20

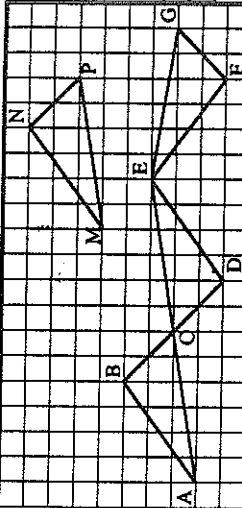
21 22 23 24

25 26 27

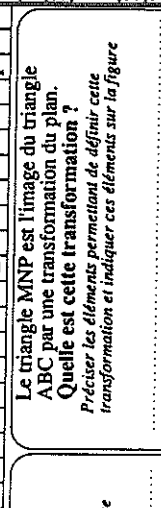
28 29

30 31 32

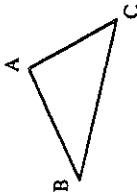
Le triangle EDC est l'image du triangle ABC par une transformation du plan.  
 Quelle est cette transformation ?  
 Préciser les éléments permettant de définir cette transformation et indiquer ces éléments sur la figure



Le triangle MNP est l'image du triangle ABC par une transformation du plan.  
 Quelle est cette transformation ?  
 Préciser les éléments permettant de définir cette transformation et indiquer ces éléments sur la figure



Construire l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre B et de rapport 2



Construire les points C, D et N tels que :

$\vec{AC} = \vec{u}$   
 $\vec{BD} = -\vec{v}$   
 $\vec{MN} = \vec{u} + \vec{v}$



Dans la base orthonormale  $(\vec{i}; \vec{j})$ , on donne les vecteurs :

$\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$   
 $\vec{v} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$   
 $\vec{w} = -3\vec{i}$

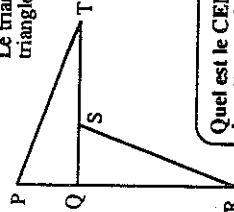
Calculer les normes de ces vecteurs :

$\|\vec{u}\| =$  .....

$\|\vec{v}\| =$  .....

$\|\vec{w}\| =$  .....

Le triangle SQR est l'image du triangle PQT par une rotation.



Quel est le CENTRE de cette rotation ?

Quel est l'ANGLE de cette rotation ?

33 34

35 36

37 38

39 40 41 42 43 44

45 46 47

48

49

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité B

Calculatrices autorisées

Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
 Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
 OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
 Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.  
 Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
 Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
 Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

Tracer un représentant d'origine A du vecteur  $\vec{u}$

Tracer un représentant d'origine B du vecteur  $\vec{u} + \vec{v}$

Tracer un représentant d'origine C du vecteur  $\vec{u} - \vec{v}$

Tracer un représentant d'origine D du vecteur  $3\vec{u} - 2\vec{v}$

Construire l'image de la droite (d) par l'homothétie de centre I qui transforme le point M en M'.

Indiquer la, ou les, propriété(s) utilisée(s)

Soit un trapèze ABCD tel que les droites (DA) et (CB) soient parallèles.  
 Soit E le point tel que :  $\vec{AE} = 1,2 \vec{AB}$ .  
 La parallèle à la droite (BC) passant par E coupe la droite (DC) en F.

Exprimer  $\vec{DF}$  en fonction de  $\vec{DC}$

Justifier la réponse

Réponse : \_\_\_\_\_

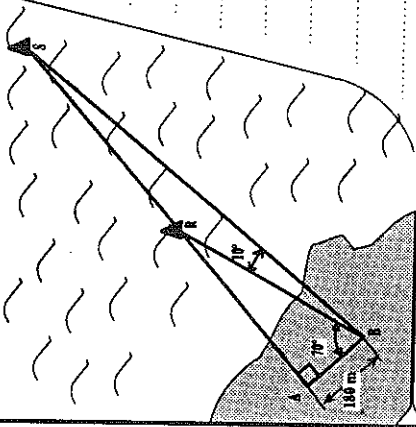
01	
02	
03	
04	

05	
06	

07	
08	

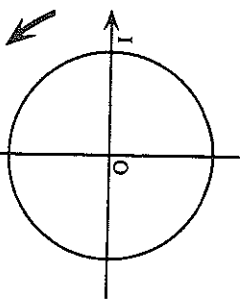
A l'aide des indications portées sur le dessin, calculer une valeur approchée de la distance entre les récifs R et S.

Explications et calculs



Réponse: RS = ..... m

Sur le cercle trigonométrique, placer les points A, B, C et D tels que :  
 une mesure de l'angle orienté  $(\vec{OI}; \vec{OA})$  soit  $120^\circ$   
 une mesure de l'angle orienté  $(\vec{OI}; \vec{OB})$  soit  $225^\circ$   
 une mesure de l'angle orienté  $(\vec{OI}; \vec{OC})$  soit  $330^\circ$   
 une mesure de l'angle orienté  $(\vec{OI}; \vec{OD})$  soit  $390^\circ$ .



Le plan est muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$   
 Une droite (D) a pour vecteur directeur  $0,5\vec{i} - 2\vec{j}$  et passe par le point  $A(1; 2)$ .  
 Déterminer une équation de cette droite.

Calculs

Réponse : \_\_\_\_\_

Dans une classe de 40 élèves, la moyenne d'un devoir était 10,6.  
 En fait, le professeur avait oublié 1 point à 2 élèves.  
 Quelle est, en réalité, la moyenne de la classe? (On demande la valeur exacte)

Calculs

Moyenne de la classe : \_\_\_\_\_

09	
10	

11	
----	--

12	
13	

14	
15	
16	
17	

18	
19	
20	



Soit ABCD une pyramide.  
On note B', C' et D' les milieux respectifs des segments [AB], [AC] et [AD].  
Démontrer que les plans (BCD) et (B'C'D') sont parallèles.

21  
22

Soit p le périmètre d'un champ rectangulaire (en m).  
Soit l sa largeur (en m).  
Sachant que :  $174,4 \leq p \leq 180$  et que :  $31,8 \leq l \leq 32,4$   
Calculer l'encadrement le plus précis possible de sa longueur L (en m<sup>2</sup>).

.....  
.....  
.....  
..... $\leq L \leq$ .....  
..... $\leq A \leq$ .....

23  
24

Dans le plan P muni du repère (O ; U ; V), on a tracé la représentation graphique d'une fonction f définie dans l'intervalle I = ]-5 ; 5].  
Utiliser les informations de ce dessin pour répondre aux questions suivantes :

**Sur l'intervalle I,**

Quel est le maximum de f ?  
Quel est le minimum de f ?  
Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) = 0 ?  
Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) = 2 ?  
Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) ≤ 2 ?  
Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) ∈ [2 ; 3] ?

25  
26  
27  
28  
29  
30

Ecrire sous la forme  $a\sqrt{b}$ ,  
b étant un nombre entier, le plus petit possible.

$\sqrt{180} - \sqrt{20} + \sqrt{125}$   
= .....

Résoudre l'équation suivante :  $4x^2 - 20x + 25 = 0$   
Calculs

Réponse: .....

Résoudre l'équation suivante :  $(2x + 3)(x - 4) = 0$   
Calculs

Réponse: .....

Soit les systèmes A et B suivants :  
A  $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases}$   
Le système A admet - n'admet pas une solution unique

Dans chaque cas, rayer les mentions fausses.

B  $\begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$   
Le système B admet - n'admet pas une solution unique

Calculer les solutions si elles existent

Justifier les réponses données

37  
38

Compléter le tableau de signes ci-dessous :

x	-∞					+∞
Signe de (2x - 5)						
Signe de (-x + 4)						
Signe de (2x - 5)(-x + 4)						

En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation :  $(2x - 5)(-x + 4) > 0$

39  
40

41  
42  
43  
44

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité C

Calculatrices autorisées

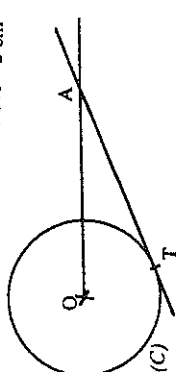
Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
 Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez-vous passé des épreuves APMIEP en fin de troisième ?  
 OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
 Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.  
 Dans tous les cas, ne vous attendez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
 Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
 Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

La droite (AT) est tangente en T au cercle (C) de centre O et de rayon 2 cm.

On donne :  $OA = 5$  cm



Calculer une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle AOT.

Réponse : \_\_\_\_\_

Dans le plan muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  on donne :

$$\vec{OA} = -1,2\vec{i} + 0,2\vec{j}$$

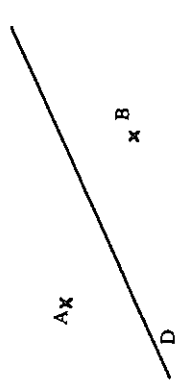
$$\vec{OB} = 1,2\vec{i} + 2,8\vec{j}$$

Soit M le milieu du segment [AB]

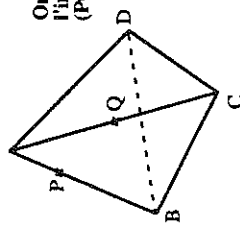
Calculer les coordonnées du point M

Justification des calculs :

Réponse : \_\_\_\_\_



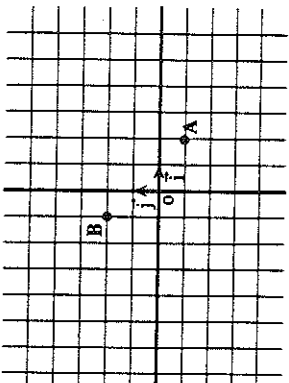
Soit une pyramide ABCD, soit P un point de l'arête [AB], et soit Q un point de l'arête [AC]. On suppose (PQ) non parallèle à (BC). (voir figure)



On demande de tracer l'intersection de la droite (PQ) avec le plan (BCD)

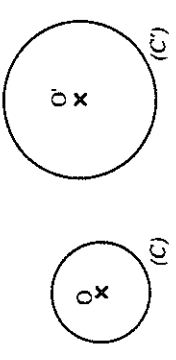
Dans le plan muni du repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , TRACER :

- La droite  $(D_1)$  passant par O et de vecteur directeur  $2\vec{i} + \vec{j}$
- la droite  $(D_2)$  passant par le point A  $(2; -1)$  et de vecteur directeur  $\vec{i} + 2\vec{j}$
- la droite  $(D_3)$  passant par le point B  $(-1; 2)$  et de vecteur directeur  $\vec{i} - 3\vec{j}$



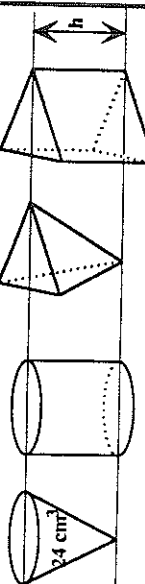
Il existe deux homothéties  $h_1$  et  $h_2$  qui transforment le cercle (C) en le cercle  $(C')$ .

Construire les centres de ces deux homothéties.



Justifier les constructions faites. Sachant que les rayons des cercles (C) et  $(C')$  sont respectivement 1 cm et 1,5 cm, donner le rapport de chaque homothétie.

La figure représente quatre solides : un cône de révolution, un cylindre de révolution, une pyramide régulière et un prisme droit.



Ces quatre solides ont même aire de base et même hauteur h.

Le cône a un volume de  $24 \text{ cm}^3$

Quel est le volume du cylindre ?

Quel est le volume de la pyramide ?

Quel est le volume du prisme ?

Etudier le signe de	$x$	$-∞$	$+∞$
$3x - 5$	Signe de $(3x - 5)$		
$2 - x$	Signe de $(2 - x)$		
Pour cela, compléter le tableau de signes ci-contre.	Signe de $\frac{3x - 5}{2 - x}$		

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$(3x + 2y)^2 =$

$3(x - 2yx) - 2x(x^2 - 3y) =$

Une personne a emprunté sans intérêt 1000 F. Elle a déjà remboursé une somme S. Il lui reste à rembourser une somme égale aux  $\frac{2}{3}$  de la somme S déjà tendue. Calculer S en laissant le détail des calculs.

Explications

Réponse : S =  F

Ce n'est pas pratique de faire un gâteau sans balance..... Il y a bien la cuiller à soupe, mais si je prends une cuillerée rase de sucre ou une "bonne cuillerée" de gourmand, j'ai entre 12 g et 16 g par cuillerée. Dans une recette, je lis :

" Mettre 16 à 19 cuillerées à soupe de sucre."

Donner l'encadrement le plus précis possible de la quantité q de sucre que je peux mettre.

Ecrire A et B sous la forme  $a + b\sqrt{5}$ , (a et b réels), en détaillant les calculs.

$A = \frac{3}{\sqrt{5} + 2}$

$B = \frac{2\sqrt{5} + 3}{\sqrt{5} - 1}$

Réponse :

Un produit coûtant x francs augmente de 8%. Quel est, en fonction de x, le nouveau prix y de ce produit ?

Réponse :

Le prix de location d'une automobile comporte un forfait fixe de 200 F et une somme proportionnelle au kilométrage parcouru. Jean a effectué 50 km de plus que Paul et a payé 45 F de plus.

Quel est le prix d'une location en fonction du nombre x de kilomètres parcourus.

Réponse :

Quel est le prix de la location de Jean sachant qu'il a parcouru 250 km ?

Réponse :

A partir des informations données dans les deux dessins ci-dessous, déterminer la fonction affine  $f : x \mapsto ax + b$ ,

dont une représentation graphique est la droite (D).

Voici un agrandissement du petit rectangle.

Calculs

Réponse :

Dans une entreprise, la répartition des salaires est la suivante :

salaires compris entre 2 000 F et 6 000 F : 51 personnes

salaires compris entre 6 000 F et 10 000 F : 5 personnes

salaires compris entre 10 000 F et 14 000 F : 5 personnes

salaires compris entre 14 000 F et 18 000 F : 40 personnes

En utilisant les centres des classes, le patron de l'entreprise a calculé une estimation du salaire moyen.

Combien a-t-il trouvé ?

Calculs

Réponse :

Les syndicats disent : " Le salaire médian n'est que de 6 000 F." (Salaire médian signifie : médiane de la série statistique des salaires)

Est-ce possible ? (Justifier)

Réponse :

37

38

39

40

41

42

43

44

45

## Evaluation en fin de seconde - 1991

### Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité D

*Durée : 1 heure.*

Calculatrices autorisées

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_

Avez-vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
OUI - NON (Entourer la mention utile)

Établissement : \_\_\_\_\_

*Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde. Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter. Dans tous les cas, ne vous attendez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions. Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses. Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.*

Le tableau ci-contre donne les effectifs, par âge, d'un club du lycée.

Âges des élèves	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans
Nombre d'élèves par âge	1	3	15	5

COMPLETEZ ce tableau de façon à obtenir le tableau des effectifs cumulés croissants.

TRACER le polygone des effectifs cumulés croissants ou une autre représentation de ces effectifs cumulés croissants.

Calculer l'écart type de la série statistique donnée

Résultat trouvé : \_\_\_\_\_

Étant donné un rectangle dont les dimensions  $L$  et  $l$  sont les suivantes :  
 $L = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$   
 $l = 2,5 \times 10^{-5} \text{ m}$

Calculer le périmètre du rectangle, et écrire le résultat sous la forme :  $a \cdot 10^k$ , avec  $a \in [1; 10[$

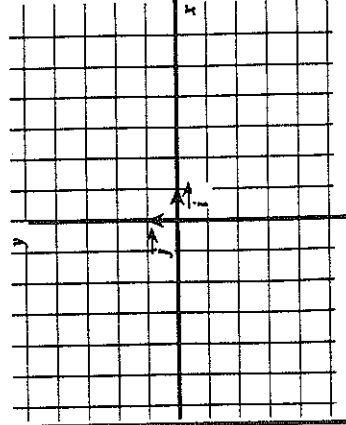
Réponse : \_\_\_\_\_

Calculer l'aire du rectangle, et écrire le résultat sous la forme :  $a \cdot 10^k$ , avec  $a \in [1; 10[$

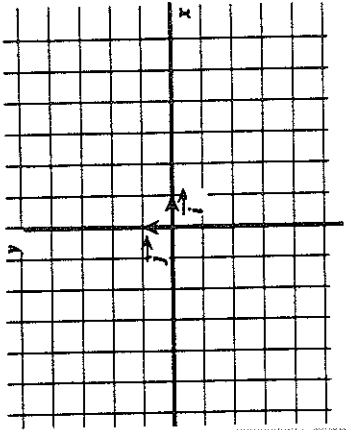
Réponse : \_\_\_\_\_

Utiliser les quadrillages ci-dessous pour représenter graphiquement les fonctions suivantes :

a) la fonction  $f$  définie dans l'ensemble des réels non nuls par :  $f(x) = \frac{1}{x}$



b) la fonction  $g$  définie dans l'ensemble des réels positifs par :  $g(x) = \sqrt{x}$



Donner le sens de variation des fonctions  $f$  et  $g$ , sur les intervalles indiqués, en complétant les phrases suivantes :

Sur  $(\frac{1}{2}; 6)$ ,  
 $f$  est une fonction .....

Sur  $(0, 5)$ ,  
 $g$  est une fonction .....

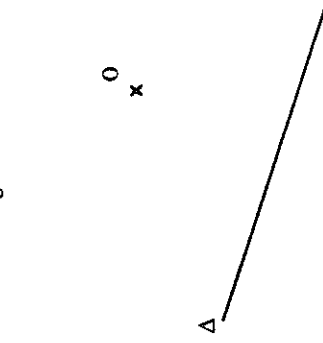
Toujours à propos des fonctions  $f$  et  $g$ , dans chacun des cas ci-dessous, entourer la réponse qui convient et barrer l'autre

Pour les petites valeurs positives de  $x$ ,  $f(x)$  prend des  
petites valeurs / grandes valeurs

Pour les grandes valeurs positives de  $x$ ,  $f(x)$  prend des  
petites valeurs / grandes valeurs

Pour les grandes valeurs positives de  $x$ ,  $g(x)$  prend des  
petites valeurs / grandes valeurs

Tracer l'image de la droite  $\Delta$  dans une rotation de centre  $O$  et d'angle  $70^\circ$ .



Le plan étant muni d'une base orthonormale  $(\vec{i}, \vec{j})$ ,

donner les coordonnées d'un vecteur  $\vec{v}$  orthogonal au vecteur  $\vec{u}(-1; \frac{1}{2})$ .

Justifications

.....

.....

.....

.....

Réponse : .....

Réponse : .....

Réponse : .....

Réponse : .....

10  
11

12  
13

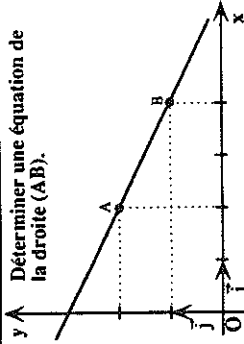
14  
15

16

17  
18

19  
20

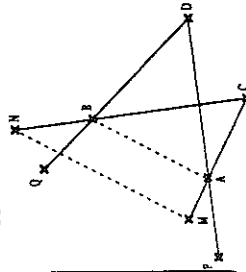
Déterminer une équation de la droite (AB).



Calculs

Réponse :

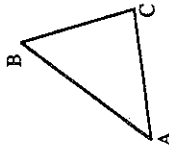
Quatre points A, B, C, D étant donnés, soient M, N, P et Q les points tels que :  
 M et N sont les images de A et B dans l'homothétie de centre C et de rapport 1,5.  
 P et Q sont les images de A et B dans l'homothétie de centre D et de rapport 1,5.  
 Démontrer que PMNQ est un parallélogramme.



Le triangle ABC étant donné,

placer les points I et J tels que :

$$\vec{AI} = \frac{1}{3} \vec{AB} ; \vec{AJ} = \frac{2}{3} \vec{AC}$$



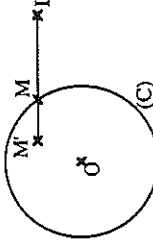
Démontrer que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles.

Soit (C) un cercle de centre O.

Soit I un point non situé sur le cercle (C).

A tout point M du cercle (C) on associe le

point M' tel que :  $\vec{IM}' = 1,5 \vec{IM}$



Quel est l'ensemble décrit par le point M' lorsque le point M décrit le cercle (C) ?

Justifier votre réponse et donner toutes les informations nécessaires pour tracer cet ensemble.

Résoudre l'équation suivante :  $(3x + 5)(x - 2) - (x + 4)(x - 2) = 0$

Calculs

Réponse :

Résoudre les inéquations suivantes :

$$x^2 > 25$$

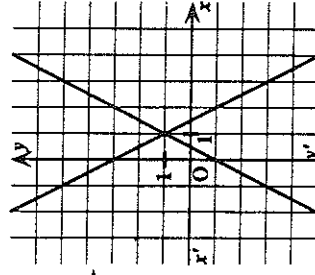
$$x^2 < 9$$

$$y^2 > -4$$

$$z^2 < -1$$

Voici une représentation graphique du système d'équations :

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

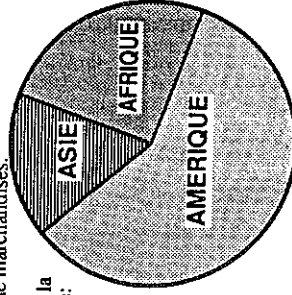


On demande de colorier en rouge l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient le système :

$$\begin{cases} y \geq -2x + 3 \\ y \leq 2x - 1 \end{cases}$$

Une entreprise exporte, hors d'Europe, pour 720 millions de francs de marchandises.

Elle le fait suivant la répartition suivante :



Pour combien de millions de francs, cette entreprise exporte-t-elle dans chacun des trois continents ?

Utiliser un rapporteur et calculer des valeurs approchées aussi précises que le diagramme le permet.

Réponses: Montants des exportations...

en AFRIQUE ?

en ASIE ?

en AMERIQUE ?

21  
22

23  
24

25  
26  
27

28  
29  
30

31  
32  
33

34  
35

36  
37

38  
39  
40

41  
41

43

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité E

Calculatrices autorisées

Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
 Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
 OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
 Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur, essayez tout de même de les traiter.  
 Dans tous les cas, ne vous attendez pas sur une question particulièrement et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
 Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
 Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

Compléter les égalités suivantes :

$2^3 \times 14^2 = 2 \square \times 7 \square$

$\left(\frac{4}{3}\right)^8 \times \left(\frac{3}{4}\right)^9 = 2 \square \times 3 \square$

$\frac{35^3}{21^2} = 3 \square \times 5 \square \times 7 \square$

Ecrire l'expression suivante sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.  $(2x + 5)^2 - (x + 3)^2$

Calculs

Réponse: \_\_\_\_\_

Résoudre l'équation suivante :  $4x^3 - x = 0$

Calculs

Réponse: \_\_\_\_\_

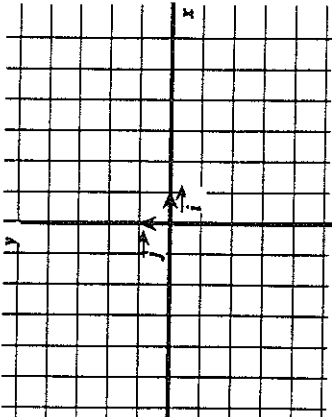
Résoudre l'inéquation suivante :  $(x + 4)(x - 2) < 0$

Calculs

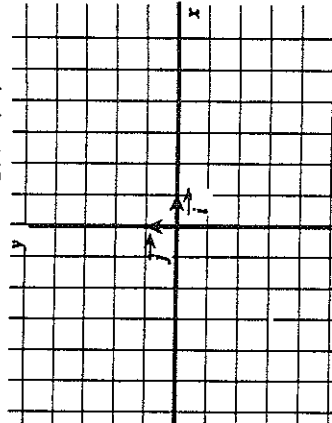
Réponse: \_\_\_\_\_

Utiliser les quadrillages ci-dessous pour représenter graphiquement les fonctions suivantes :

a) la fonction f définie dans l'ensemble des réels par :  $f(x) = x$



b) la fonction g définie dans l'ensemble des réels :  $g(x) = |x|$



Compléter les tableaux représentant les variations des fonctions f, g et h sur l'intervalle  $[-5; 7]$ .

x	-5	7
f(x)		

Variations de f

x	-5	7
g(x)		

Variations de g

h	-5	7
h(x)		

Variations de h

Dans ma ville, le prix à payer pour une course de taxi s'obtient en additionnant deux nombres :

- la prise en charge, fixe, qui ne dépend pas du nombre de kilomètres parcourus,
- le prix des kilomètres parcourus, proportionnel au nombre de kilomètres.

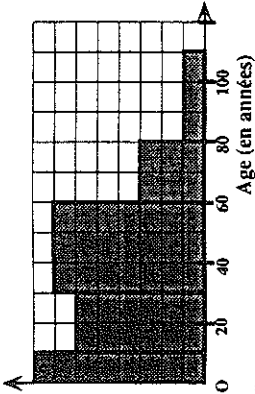
J'ai payé 32 F pour une course de 10 km et 47 F pour une course de 16 km.

Exprime le prix y (en francs) d'une course en fonction de la distance x (en kilomètres).

Ecris tes calculs dans cette case

Réponse: \_\_\_\_\_

Cet histogramme représente la répartition des âges des habitants d'un quartier



Quel est le pourcentage des habitants de ce quartier dont l'âge est compris entre 30 et 60 ans ?

Réponse: .....

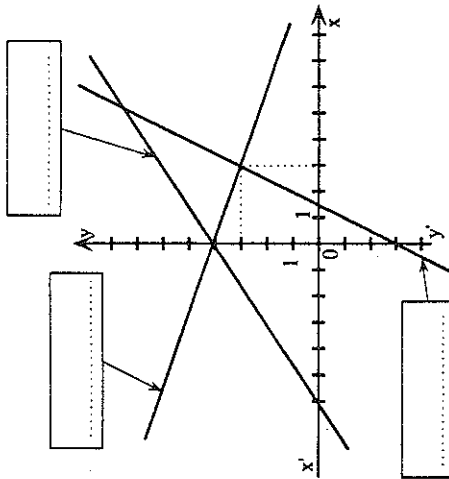
22

Retrouver, parmi les équations ci-dessous, celles qui correspondent aux droites du graphique.

$2x - y - 3 = 0$  ;  $3x - y - 4 = 0$  ;  
 $x - 2y + 8 = 0$  ;  $2x - 3y + 12 = 0$  ;  
 $x + 3y - 12 = 0$

Ecrire ces équations dans les cadres correspondants.

Calculs si nécessaires



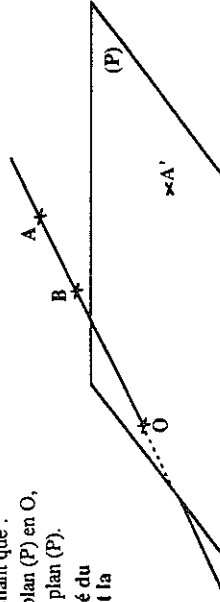
23  
24  
25

Etant donné cette figure, et sachant que :

- la droite (AB) coupe le plan (P) en O,
- le point A' appartient au plan (P).

Construire le point B', projeté du point B sur le plan (P) suivant la direction (AA').

Laisser apparentes toutes les constructions effectuées.

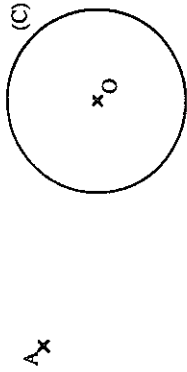


26  
27

Construire les droites passant par le point A et tangentes au cercle (C).

Laisser apparentes toutes les constructions effectuées.

Justifiez votre construction



28  
29  
30

Dans le plan muni du repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ,

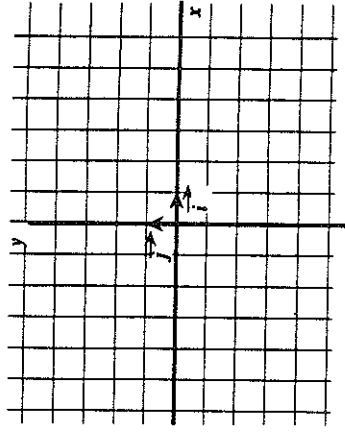
les points A et C sont repérés par leurs coordonnées :  $A(2; -3)$  ;  $C(-1; \frac{9}{2})$

le point B est défini par :  $\vec{AB} = -\vec{i} + \frac{5}{2}\vec{j}$

Placer les points A, B et C.

Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Justifiez votre réponse par un calcul.

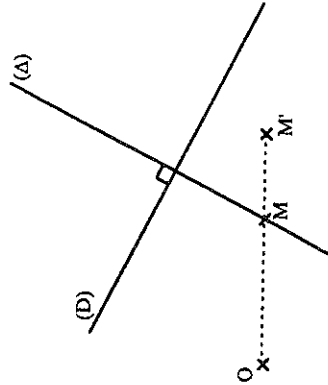


31  
32  
33

Soit  $\mathcal{H}$  l'homothétie de centre O qui transforme le point M en le point M'.

Construire l'image par  $\mathcal{H}$  de la figure formée par les droites (D) et (Δ).

Quelles propriétés avez-vous utilisées ?



36  
37

Soit A un point donné du plan.

A tout point M du plan, on associe le point M' tel que :  $\vec{MM'} = \frac{1}{3}\vec{AM}$

Le point M' est-il l'image du point M par une homothétie de centre A ?  
Si oui, préciser quel est le rapport d'homothétie.

40  
41

**Evaluation en fin de seconde - 1991**

**Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité F**

*Calculatrices autorisées* Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
 Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
 OUI - NON (Entourer la mention utile)

*Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.*

*Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.*

*Dans tous les cas, ne vous attendez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.*

*Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.*

*Si vous avez fini avant la fin de l'heure, reprenez soigneusement vos réponses.*

**Développer et réduire**

$(2\sqrt{7} + 3\sqrt{5})^2 =$  ..... 01  
 ..... 02

**Factoriser ...**

$9t^2 - 30t + 25 =$  ..... 03  
 $16x^2 - \frac{1}{4} =$  ..... 04  
 $x^2 - x + \frac{1}{4} =$  ..... 05

**Mettre sous la forme d'un produit de 3 facteurs de la forme  $(ax + b)$ .**

$x^2(x + 1) - 4(x + 1) =$  ..... 06  
 ..... 07

**Compléter le tableau suivant conformément à l'exemple de la première ligne.**  
*Dans ce tableau,  $d(x; I)$  désigne la distance de  $x$  à  $I$ .*

Exemple :	valeur absolue	distance	encadrement
→	$ x - 1  < 3$	$d(x; 1) < 3$	$-2 < x < 4$
		$d(x; 7) \leq 3$	
	$ x + 5  \leq 1$		$-2 < x < 2$

Écrivez sous la forme  $a^b$  :

$3^2 \times 3^4 =$  .....  
 $5^5 \times 5^{-2} =$  .....  
 $2^2 \times 2^3 \times 2^4 \times 2 =$  .....  
 $\frac{(5^6)}{(5^2)} =$  .....  
 $\frac{(2^2)}{(2^3)} =$  .....

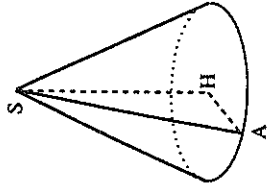
Un cercle a pour rayon 3 cm.  
 Quelle est la longueur  $L$  d'un arc intercepté par un angle au centre dont la mesure est  $\frac{\pi}{4}$  radian.  
 (On demande la valeur exacte et une valeur approchée)  
 Écrire le détail des calculs.

..... 14  
 ..... 15  
 ..... 16

Réponses : Valeur exacte :  $L =$  .....  
 Valeur décimale approchée à 0,1 cm près :  $L \approx$  .....

En faisant tourner le triangle AHS, rectangle en H, autour de (SH), on obtient le cône de révolution représenté ci-dessous.

On sait que  $AS = 10$  cm et que  $\widehat{ASH} = 20^\circ$ .  
 Calculer le rayon  $r$  du cercle de base et la hauteur  $h$  du cône.  
 (On demande la valeur exacte et une valeur approchée)  
 Écrire le détail des calculs.



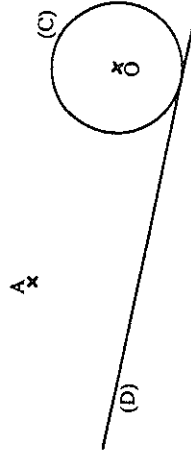
..... 20  
 ..... 21  
 ..... 22

Réponses : Valeurs exactes :  $r =$  .....  $h =$  .....  
 Valeurs décimales approchées à 0,1 cm près :  $r \approx$  .....  $h \approx$  .....

Dans le plan, on donne une droite (D), un point A hors de (D) et un cercle (C) tangent à (D)

- 1) Tracer l'ensemble des centres des cercles tangents à (D) et de même rayon que (C).
- 2) Construire les cercles de même rayon que (C), passant par A et tangents à (D).

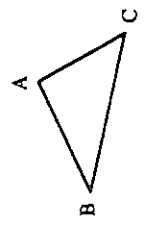
*Justifier la construction.*



..... 24  
 ..... 25  
 ..... 26  
 ..... 27  
 ..... 28



Tracer l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre B et de rapport -2



ABC est un triangle. O est un point quelconque.  
 $\vec{D}, E, F$  sont tels que :  $\vec{OD} = \vec{AB}$  ;  $\vec{OE} = \vec{BC}$  ;  $\vec{OF} = \vec{CA}$   
 Le point O est-il le centre de gravité du triangle DEF ?

Justifications

On donne les droites d et d' d'équations :

$(d) : 2x - y + 5 = 0$  ;  $(d') : 3x - 5y + 6 = 0$

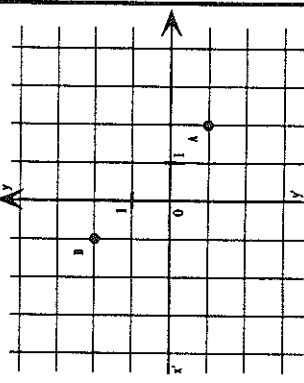
Sachant que ces droites sont sécantes, calculer les coordonnées du point I, intersection de (d) et (d')

Calculs

Réponse :

Tracer, dans le repère ci-dessous :

- la droite (d) de coefficient directeur 0,5 passant par le point O, origine du repère.
- la droite (d') de coefficient directeur 2 passant par le point A(2 ; 1).
- la droite (d'') de coefficient directeur -3 passant par le point B(-1 ; 2).



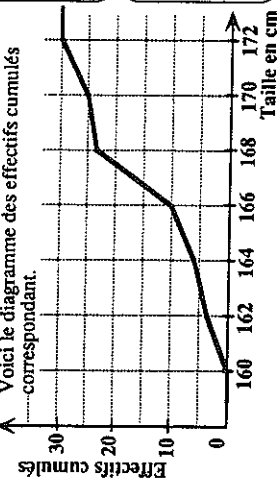
Dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$ , on donne les vecteurs :

$\vec{u}(\frac{1}{2} ; -7)$  ;  $\vec{v}(-1 ; 5)$

Calculer les coordonnées des vecteurs :

Calculs :	Réponse :
$\vec{u} + \vec{v}$	
$\vec{u} - \vec{v}$	
$-\frac{1}{4}\vec{v}$	

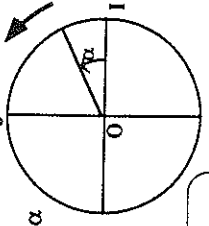
On a observé la taille des 30 élèves d'une classe.



Dans cette classe, quel est le nombre d'élèves dont la taille  $t$  vérifie :  $166 \text{ cm} < t \leq 170 \text{ cm}$  ?

Utiliser ce graphique pour donner une valeur de la médiane, estimée à 1 cm près, de la série statistique des tailles des élèves de cette classe.

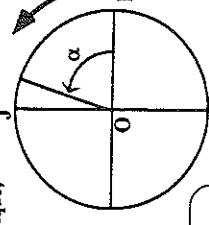
Sur le cercle trigonométrique, placer le point N correspondant à  $\pi + \alpha$ .



Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\sin(\pi + \alpha) = \dots$

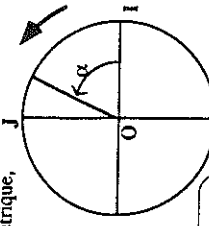
Sur le cercle trigonométrique, placer le point M correspondant à  $\pi - \alpha$ .



Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\cos(\pi - \alpha) = \dots$

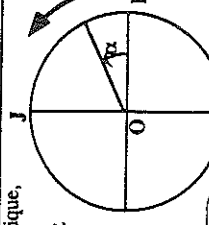
Sur le cercle trigonométrique, placer le point P correspondant à  $-\alpha$ .



Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\sin(-\alpha) = \dots$

Sur le cercle trigonométrique, placer le point Q correspondant à  $\frac{\pi}{2} - \alpha$ .



Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \dots$

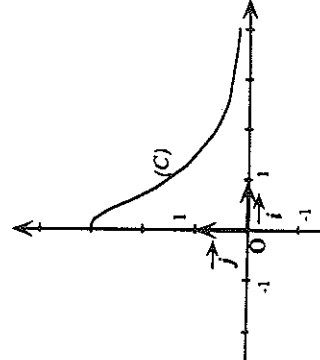
Soit f la fonction définie sur  $[-4 ; 4]$  par :  $f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$

Démontrer que f est une fonction paire.

.....  
 .....  
 .....

On a tracé une partie de la courbe (C), représentation graphique de la fonction f, relativement au repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormal.

Compléter ce tracé pour obtenir la représentation graphique de f dans l'intervalle  $[-4 ; 4]$ .



39

40

41 42

43 44

45 46

47 48

49

50

## 2 - Sous-population concernée par le post-test

Nous avons dit précédemment que certaines classes, bien qu'inscrites pour cette évaluation, n'avaient pas passé les épreuves, leurs professeurs craignant de trop mauvais résultats. Il est donc indispensable de préciser cette sous-population. Nous avons repris les résultats des prétests des 186 élèves concernés, tant pour les soldes que pour les appuis : ce qui veut dire que, pour chacune des 7 classes, nous relevons les effectifs figurant dans chacune des 3 zones du plan que nous avons définies, et aussi les effectifs ayant 0, 1, 2, 3 ou 4 appuis, et nous rappelons quels étaient les pourcentages pour la population entière.

Tableau 2 : résultats comparés aux prétests des 7 classes et de notre sous-population

Zones	Région I ( $T+ \geq A$ )	Région II ( $S \geq 0$ $T+ < 17$ )	Région III ( $S < 0$ )
Pop totale	25 %	30 %	25 %
H	25	6	0
I	17	10	7
J	15	18	0
K	7	15	11
L	21	15	0
X	11	14	8
Y	16	8	7
Les 7 classes	48 % (112)	37 % (86)	14 % (33)
La sous- population de 186 élèves	52 % (97)	33 % (61)	15 % (28)

Remarquons que, et ceci est cohérent avec les raisons de non-participation à ce post-test de certaines classes et de certains élèves dans les classes qui ont participé, il y a un décalage "vers le haut" des potentialités de cet échantillon par rapport à la population totale : 15%, et non 25%, sont en solde négatif, ou pour l'autre lecture, seulement 13%, et non 21%, n'ont aucun appui.

De même, si nous considérons la moyenne que la sous-population, ayant passé le post-test, a obtenue, elle est supérieure à celle de la population totale, puisqu'elle s'élève à 10,4 pour les 186 élèves concernés, alors qu'elle était de 9,55 pour la population totale. L'écart est encore plus important si on considère seulement les deux lycées dont sont issues les 7 classes qui ont passé le post-test : la moyenne obtenue, pour ces deux établissements, n'était que de 8,34. On peut quand même dire que l'échantillon avec lequel nous travaillons, même s'il est "meilleur" que l'ensemble de la population, ne la surpasse pas trop.

### 3 - Dépouillement par blocs.

On procède de la même manière que pour le prétest, en réunissant les différents items relevant les mêmes cadres : graphique Gr, algébrique A, numérique N et géométrique G, ce qui concerne les fonctions étant réparti, selon les questions dans les cadres algébrique ou graphique. Cette répartition étant faite, comme pour le pré-test, on attribue les valeurs 0, 1 ou 2, selon que les réponses aux questions montrent que les acquisitions dans le cadre concerné sont très parcellaires, ou assez diversifiées même incomplètes, ou solides. On trouvera en annexe, la définition des blocs pour chaque questionnaire.

**Tableau 3** : dépouillement des post-tests par blocs - comparaison avec les prétests

	GR			A			N			G		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2
H	6	2	12	3	12	5	2	10	8	5	4	11
I	9	5	16	4	14	12	4	12	14	5	15	10
J	13	4	3	4	14	2	8	9	3	4	10	6
K	19	8	4	22	8	1	15	16	0	14	16	1
L	18	8	2	5	10	13	11	16	0	10	11	7
X	23	4	1	17	8	3	17	11	3	21	4	3
Y	10	9	10	20	8	1	13	13	3	11	13	5
Total	98	40	48	75	74	37	70	87	29	0	73	43
Total %	53	21	26	40	40	20	38	47	15	38	39	23

En se rapportant à la première partie, on constate qu'«à l'arrivée» notre sous-population a de meilleurs scores dans les blocs algébrique et graphique et dans une moindre mesure numérique ...

### 4 - Dépouillement global : une note

Comme pour le prétest, on établit un barème pour chacun des questionnaires, afin d'obtenir une note globale pour chaque copie. Mais nous avons vu qu'il y avait six questionnaires différents et donc il y a un certain risque de différences dans ce qui est évalué. Toutefois, on peut éviter de trop grandes distorsions en faisant établir le barème par une seule personne, qui observe sans doute les mêmes hiérarchies pour tous les questionnaires.

La moyenne obtenue par la population considérée est alors de 8,2, la médiane étant 8. Le tiers de la population a une note inférieure à 5, le tiers suivant une note strictement supérieure à 5 et inférieure à 10, le dernier tiers ayant une note strictement supérieure à 10.

Les moyennes obtenues pour chacun des questionnaires sont effectivement différentes, et dans des proportions non négligeables :

- 8,73 pour le questionnaire A (médiane 8)
- 6,8 pour le questionnaire B (médiane 6,5)
- 7 pour le questionnaire C (médiane 7,25)
- 4,25 pour le questionnaire D (médiane 3,75)
- 10 pour le questionnaire E (médiane 10)

10,2 pour le questionnaire F (médiane 10,5).

Rappelons l'indice de facilité défini par l'observatoire d'EVAPM : pour les questionnaires A,B,C,D,E,F, ils donnent, dans l'ordre 53,52,40,44,43,40. En d'autres termes, les questionnaires les plus "faciles" sont A et B, les plus "difficiles" C et F. Il ne s'agit pas de dire abusivement que les notes devraient être meilleures pour A et B, car le critère de détermination du "taux de réussite moyen de l'épreuve" n'est pas précisé. Mais il y a cependant une distorsion apparente avec nos résultats.

Remarquons toutefois que le questionnaire D était proposé à la classe X (une des classes ayant le plus de difficultés), et le questionnaire F aux classes H, I et Y, les deux premières étant des classes "fortes", et l'autre une classe moins homogène, mais pas catastrophique ; les différences obtenues ont donc des origines diverses, et on peut les attribuer aussi bien aux élèves qu'au contenu des questions !

Comme à l'issue du prétest, on a maintenant pour la fin de l'année une somme de renseignements concernant les acquis ou les évolutions des élèves. Il s'agit de voir comment les organiser, afin d'approcher une réponse aux problèmes que nous nous étions posés.

### III CHOIX DE L'INDICATEUR DE REUSSITE

La première chose est de définir ce que nous appellerons "réussite" à la fin de la Seconde, afin de déterminer quels facteurs semblent le plus jouer en faveur de cette réussite.

Nous avons à notre disposition la réussite de l'année (c'est-à-dire la réussite institutionnelle) et la réussite au post-test qui peut être traduite de plusieurs manières. Nous allons donc présenter successivement les paragraphes suivants :

- 1 - La réussite de l'année (passage et orientation)
- 2 - La réussite au post test (traduite par une note)
- 3 - La réussite au post test (en termes de blocs)
- 4 - Conclusion

#### 1- La réussite de l'année (passage et orientation)

Nous avons déjà évoqué le manque de pertinence de l'indicateur que pourrait être la "réussite scolaire", i.e. le passage dans une première, quelle qu'elle soit : en effet interviennent alors bien d'autres éléments que les acquis en mathématiques. Signalons seulement que cette réussite est, pour notre population, de 86%, avec 160 passages dans les diverses premières pour nos 186 élèves.

En ce qui concerne la réussite de l'année en mathématiques, on pourrait prendre comme indicateur le passage en 1<sup>o</sup>S, ou le passage dans une autre 1<sup>o</sup>, avec une moyenne annuelle supérieure ou égale à 10 en mathématiques. Cette réussite atteint alors 57%, avec un effectif de 107, toujours pour notre population de 186 élèves.

#### 2 - La réussite au post-test, attestée par la note

##### a) Comparaison entre note au post test et "réussite scolaire"

Essayons d'estimer la cohérence entre les résultats au post-test et la "réussite scolaire".

Tableau 1 : note au post-test et orientation en première

Notes au post-test (n)	$n \geq 10$	$7 < n < 10$	$n \leq 7$	Total
Effectif orienté en 1e S	58	20	8	86
Effectif orienté en 1e B	9	5	19	33
Effectif orienté en 1e A	0	2	9	11
Effectif orienté en 1e G	1	1	25	27
Redoublement	1	3	14	18
Autres orientations (LP, S')	0	1	7	8
Total	69	32	82	183*

Remarque : l'effectif total n'est que de 183 ; pour trois élèves, l'orientation décidée en fin d'année ne nous a pas été communiquée.

Nous constatons qu'un peu plus des deux tiers de ceux qui sont orientés en S ont la moyenne au post-test, alors que la quasi-totalité de ceux qui iront en G ont une note inférieure à 7.

Les résultats qui apparaissent dans ce tableau ne semblent pas trop contradictoires, encore que les effectifs de ceux qui vont en S avec une mauvaise note au post-test semblent importants.

Mais n'oublions pas que la réussite en mathématiques n'intervient pas seule dans un passage de classe.

*b) Comparaison de la note au post-test avec la moyenne annuelle en mathématiques*

On note  $n$  la note au post-test, et  $m$  la moyenne annuelle.

Tableau 2 : note au post-test et moyenne de l'année en mathématiques

Classes	H	I	J	K	L	X	Y	Total
$n \geq m$	15	22	4	3	8	2	7	61
$n < m$	5	8	13	28	20	26	22	122

Nous voyons que pour les deux tiers des élèves, la note au post-test est inférieure à la moyenne annuelle. Cependant, c'est le contraire dans les deux classes H et I. Or ces deux classes sont les deux "bonnes" classes de notre échantillon. Tout se passe comme si, dans ces deux classes, les exigences en cours d'année avaient été supérieures à celles du test, dont les épreuves paraissent alors "faciles" aux élèves. Il en est apparemment de même pour quelques élèves des classes L et Y, classes plus hétérogènes, mais où certains élèves semblaient avoir de bons acquis.

On peut tenter d'expliquer que la note au post-test soit inférieure à la moyenne annuelle pour une grande majorité d'élèves dans les classes plus faibles par la conjonction de deux phénomènes :

-pour maintenir le fonctionnement dans ces classes, le professeur est conduit à avoir moins d'exigence, en donnant des devoirs moins longs par exemple, et même peut-être pour lesquels des indicateurs externes facilitent la tâche des élèves, ce qui permet de conserver des résultats chiffrés "acceptables" par toute la communauté.

-la passation du post-test avait lieu, nous l'avons dit, après que les conseils de classe se fussent réunis. Les exercices proposés apparaissaient d'autant plus sans enjeu que les élèves pour lesquels "on va à l'école pour passer dans la classe supérieure" (et pas nécessairement pour faire des apprentissages) étaient plus nombreux.

*c) Comparaison de la note au post-test et de la "réussite de l'année" en mathématiques*

Reprenons comme définition de "réussite de l'année en mathématiques" celle que nous avons envisagée ci-dessus - passage en première S, ou passage dans une autre première avec au moins 10 de moyenne annuelle en mathématiques.

Pour un certain nombre d'élèves, il y a concomitance de ces 2 résultats mais pas pour tous. Examinons donc les cas de désaccord.

### Ceux qui ne vont pas en S avec un bon résultat au post-test

Nous repérons les résultats sous la forme "11 B 8", qui signifie que l'élève a eu 11 au post-test, qu'il est orienté en 1<sup>o</sup>B avec 8 de moyenne annuelle. Nous nous intéressons donc ici aux 9 élèves orientés en B, à l'un orienté en G et à un qui doublera, et nous préciserons leur classe d'origine.

#### - Orientation B

Issu de 2<sup>o</sup>H : 11 B 8

Issus de 2<sup>o</sup>I : 11,5 B 13 ; 12 B 10 ; 10 B 7 ; 13,5 B 11 ; 14 B 11 ; 10 B 8

Issus de 2<sup>o</sup>L : 10 B 8 ; 10,5 B 7

Pour le résultat 11,5 B 13, la moyenne annuelle supérieure à celle du test aurait sans doute permis un passage en S si l'élève l'avait souhaité, on peut donc penser qu'il s'agit d'un vrai choix de l'élève pour la filière B. Pour les autres, on peut craindre, surtout dans les classes H et I, que leur moyenne annuelle, comparée à celle de certains de leurs condisciples, ne les ait incités à ne pas "oser" le voeu 1<sup>o</sup>S (même s'ils l'avaient souhaité par devers eux)

#### -Orientation G

Ce résultat 10 G 6 est celui d'un élève de la classe H, qui avait eu, au pré-test, 11 comme note globale, (19,6) comme couple (T+,T-) et (0,1,1,0) comme quadruplet Gr A N G. C'est dire encore qu'il faisait partie du petit groupe de seulement 7 élèves de cette classe qui avaient moins de 3 appuis, et qu'il avait dû éprouver des difficultés dans cette classe "forte".

#### - Redoublement

Un seul élève est concerné, dans la classe J, dont les résultats sont codés 10 R 7. Il avait obtenu 7,5 au pré-test, (13,4) au couple (T+,T), et (2,1,0,0) au quadruplet Gr A N G. Il s'agit vraisemblablement d'un élève qui n'est pas en situation désespérée, mais qui a renoncé pour cette année et qui préfère doubler pour suivre une orientation scientifique.

Finalement, il semblerait donc que, n'obtenant pas de bons résultats dans des classes "fortes", la plupart de ces élèves aient jugé plus prudent d'accepter une orientation en B ou G où de moins grandes exigences institutionnelles leur permettraient de réussir mieux.

### Ceux qui, malgré un mauvais résultat au post-test, vont en S ou B

Inversement d'après le tableau 3, il y a des élèves dont l'orientation en 1<sup>o</sup>S ou 1<sup>o</sup>B, classes où les mathématiques sont importantes, a été acceptée, et qui ont obtenu un mauvais résultat au post-test. Essayons d'en étudier les raisons.

Tableau 3 : profils d'élèves orientés en S ou B avec un mauvais résultat au post-test

Classe d'origine	Orientation en le S	Orientation en le B
I		5 B7
J	7 S 11	
K	7 S 9      6,5 S 11      2 S 8	3,5 B 10      5B10      4B10,5
L	6 S 11	5,5 B 9      6 B 8
X	4,5 S      6 S 11      3 S 9	3,5 B 7      0,5 B 7      4 B 5 2 B 7      1 B 7      5,5 B 9 5 B 6
Y		2,5 B 6      4 B 8      2 B 7 4,5 B 10      4,5 B 8      7 B 7
Total	8	19

Remarquons tout d'abord qu'il n'y a aucun cas de ce type dans la classe H, et un seul dans chacune des classes I et J. Par ailleurs, pour presque tous les élèves concernés, la note au post-test est très inférieure à la note annuelle. Les cas extrêmes 2 S 8, 3 S 9 sont ceux de deux élèves qui proviennent de classes faibles (K ou X), et qui avaient de "petites moyennes", c'est à dire une réussite qui déjà n'était que relative, dans les conditions évoquées plus haut. Il n'est pas impossible que, devant ce test, privés de l'environnement habituel (par exemple, exercices portant sur une ou deux leçons seulement, ou ressemblant à tel exercice fait récemment en classe, etc...), et soumis au stress lié à la passation, ces élèves aient alors complètement chuté. Et cette explication peut sans doute être avancée pour la majorité des élèves cités dans le tableau précédent, même si la distorsion est moindre.

En résumé, la réussite au post-test, attestée par la note, concerne des élèves qui ont "réussi" leur année scolaire. Par contre, il y a un assez grand nombre d'élèves qui, relativement à l'indicateur "passage en 1<sup>o</sup>, S ou B" ont réussi leur année, et qui ont obtenu un mauvais résultat à ce post-test : l'explication que nous avançons pour cette distorsion serait plutôt liée au fonctionnement institutionnel, ou au "rapport au savoir" des élèves.

3) La réussite au post-test, attestée par les blocs

a) Aucun bloc n'est "vide"

Rappelons que nous attribuons l'étiquette "bloc vide" à un cadre dans lequel l'élève a obtenu le codage 0, les autres valeurs pouvant être 2 ("cadre plein") en cas de



réussite à quasiment toutes les questions du domaine considéré, et 1 ("cadre demi-plein") en cas de réussite partielle à ces questions mais suffisamment variée.

On pourrait considérer comme critère de réussite le fait que, lors du post-test, un élève ait des acquis suffisamment variés dans chacun des cadres étudiés, c'est à dire aucun bloc vide. Mais le calcul montre qu'on n'a alors que 23,6% de réussite, correspondant à 44 élèves sur la population de 186 élèves. Ce critère semble donc bien trop restrictif pour être pris en compte ; on peut remarquer que 85% de ceux qui réussissent (avec ce critère) étaient, au prétest, en zone I (plus de la moitié de bonnes réponses), ou que 70% d'entre eux avaient déjà au moins 3 appuis.

b) la somme des entiers du quadruplet (Gr ANG) est 4 au moins

Les réussites avec ce nouvel indicateur comprennent les précédentes, il est donc à priori moins restrictif. Voyons de plus près à quoi il correspond.

Le quadruplet associé aux blocs est composé des nombres 0, 1 ou 2, dont la somme est donc un entier compris entre 0 et 8. On pourrait convenir qu'il y a réussite dès lors que, pour le post-test, cette somme atteint 4.

Ce choix paraît plus raisonnable que le précédent, puisqu'il permet d'attribuer une réussite à quasiment 40% des élèves avec la répartition suivante selon les différentes sommes obtenues :

somme	4	5	6	7	8	
effectif	21	22	17	6	8	(Total 74)

Quels sont ceux dont la réussite est reconnue par ce critère ?

- en fonction du quadruplet initial

résultat post-test	$\Sigma Ni \geq 4$ (réussite)	$\Sigma Ni < 4$ (échec)
résultat pré-test		
0000	3	21
0001	2	28
0002	1	3
0011	10	22
0012	4	7
0022	0	1
0111	6	11
0112	9	6
1111	4	1
0122	6	3
1112	10	7
1122	7	2
1222	8	0
2222	4	0
	74	112

Nous constatons que 48 étudiants sur les 74 ayant "réussi" selon ce critère avaient déjà plus de 4 à l'entrée (65 %) alors que 20 seulement parmi ceux qui "échouent" selon ce critère avaient plus de 4 à l'entrée (17 %).

Parmi ceux qui ont "réussi" selon ce critère, 45 % avaient 4 appuis, aucun bloc vide, 73 % au moins 3 appuis, (au plus 1 bloc vide). Réciproquement parmi ceux qui ont "échoué" selon ce critère, 10 (9 %) ont 4 appuis et 30 (27 %) au moins 3 appuis.

- par rapport à l'orientation

Réussite	Orient.	1ère S	1ère B	1ères autres	Redoublement
$\Sigma Ni \geq 4$		58	11	1	1
$\Sigma Ni < 4$ (échec)		28	22	37	25

Près de 80 % de ceux qui "réussissent" selon ce critère (58/74) passent en première S. De plus, près de 70 % de ceux qui passent en S "réussissent selon ce critère.

#### 4 - Conclusion

Finalement, le choix de la note au post-test pour différencier réussite et échec paraît être raisonnable vis à vis de la situation. D'abord, il ne s'éloigne pas trop de la réussite officielle, et on pourrait même l'en rapprocher en changeant la limite à partir de laquelle on déclare qu'il y a réussite : si on convenait d'associer réussite à une note strictement supérieure à la médiane, c'est à dire à partir de 8,5 il y aurait alors réussite de 71 élèves orientés en 1°S, 10 en 1°B, 1 en 1°G, 2 qui doivent doubler (contre respectivement 16, 23, 26 et 15 pour l'échec) ; si on associait réussite à une note supérieure à 8, on obtiendrait alors réussite de 76 orientés en 1°S, 13 en 1°B, 2 en 1°G et 3 doublants.

Réussite déclarée pour  $n \geq 8,5$  (c'est-à-dire strictement supérieure à la moyenne détenue par la population)

Orientation	S	B	A	G	doublement	Autres
R	71	10	1	1	2	0
R'	15	23	10	26	16	8

Réussite déclarée par  $n \geq 8$  (c'est-à-dire supérieure à la médiane)

Orientation	S	B	A	G	doublement	Autres
R	76	13	2	2	3	0
R'	10	20	19	25	15	8

En d'autres termes, l'abaissement du seuil nécessaire pour attribuer la réussite ne fait que renforcer le nombre de ceux qui sont orientés en S, la variation pour les autres catégories étant extrêmement faible. Ce qui montre que ce choix est cohérent par rapport au fonctionnement institutionnel. Cette cohérence est liée aux résultats qui apparaissent dans le tableau. A part par ceux dont l'orientation est la première S, les effectifs correspondant à une note strictement comprise entre 7 et 10 sont faibles. Par ailleurs, si le post apparaît comme plus sélectif que le conseil de classe, c'est qu'interviennent dans les décisions de ce dernier d'autres considérations que les résultats en mathématiques

#### IV - EVOLUTION ENTRE PRE-TEST ET POST-TEST

Nous allons aborder successivement les points suivants

- 1 - Note d'entrée, note de sortie
- 2 - Zone d'entrée, zone de sortie
- 3 - Blocs à l'entrée, note à la sortie
- 4 - Blocs à l'entrée, blocs à la sortie

Etant donnés les divers dépouillements des tests que nous avons faits, il est possible de faire des comparaisons de diverses natures. On peut donc ébaucher la plupart d'entre elles, et on approfondira celle(s) qui nous paraîtra(ont) les plus riches d'enseignement.

##### 1 - Note d'entrée, note de sortie

Remarquons tout d'abord qu'on ne peut pas comparer directement, pour un même élève, ces deux notes. Nous avons dit que la moyenne du test d'entrée était d'environ 10, et celle de sortie d'environ 8, c'est à dire deux points de moins. Nous avons déjà remarqué qu'une cause de ce faible résultat pouvait être le manque apparent d'enjeu de cette passation en fin d'année, sans incidence aucune sur le cursus, alors qu'en début d'année, il y a au moins le désir, pas nécessairement avoué, de ne pas faire trop mauvaise impression. Mais nous pouvons noter aussi que les questionnaires de fin d'année avaient, modalités D et E mises à part, plus de questions que le test de début de Seconde et que les élèves ne disposaient pas de plus de temps : le questionnaire D était proposé à une classe ayant des difficultés, et cela conduit à des résultats catastrophiques ; pour le questionnaire E, qui était proposé à une très bonne classe, et à une classe moyenne, on arrive alors à une moyenne de 10. Quant au questionnaire F, qui, lui, avait plus de questions, trois groupes l'ont travaillé, deux dans les deux meilleures classes, le troisième étant l'autre moitié de la classe moyenne dont on vient de parler : le résultat est donc équilibré, moyenne 10,2.

Tentons tout de même de comparer les résultats des élèves à l'aide de leurs notes. Pour ce faire, on peut distinguer les trois tiers définis par ces notes. Au test d'entrée, le meilleur tiers a obtenu 13 ou plus, le moins bon 8 ou moins. Au test de fin d'année, nous avons déjà noté que le meilleur tiers avait obtenu 10,5 ou plus, le moins bon 5 ou moins. On peut donc regarder dans quel groupe se trouve la copie d'un élève lors de chacun des tests. On obtient le tableau suivant :

Tableau 1 : comparaison des notes d'entrée et de sortie  
(% sur le total ligne)

note entrée note sortie	groupe 1 (bon)		groupe 2 (moyen)		groupe 3 (faible)		Total
groupe 1 (bon)	(39)	66 %	(17)	28 %	(3)	5 %	59 32 %
groupe 2 (moyen)	(15)	25 %	(31)	50 %	(16)	24 %	62 33 %

groupe 3 (faible)	(5) 9 %	(13) 22 %	(47) 72 %	65 35 %
Total	59	61	66	186

On remarque donc que 117 élèves restent dans leur groupe d'origine, soit 63%, que 36 autres progressent (19%), et 33 régressent (18%)

Au lieu de considérer les tiers, on peut observer les quintiles. On obtient :

Tableau 2 : comparaison des notes d'entrées et de sortie (par quintiles)

entrée sortie	groupe 1 bon	groupe 2	3 moyen	4	5 faible
1 (bon)	25	7	4	1	
2	8	11	11	6	3
3	3	9	13	6	7
4	1	4	7	12	9
5 (faible)		5	5	12	17

On remarque alors, de manière analogue, que 78 seulement restent dans leur groupe d'origine, soit 42%, les autres se partageant pour moitié exactement (soit 29%) entre progrès et recul.

Finalement, la proportion de ceux qui restent dans leur catégorie d'origine dépend un peu du choix de ces catégories, mais pour les autres élèves, ils se partagent pour moitié entre progrès et recul ; ce qui fait que ce repérage de l'évolution des élèves ne semble pas être un critère très intéressant.

## 2 - Zone d'entrée, note de sortie

Rappelons qu'à chaque copie du test d'entrée avait été attribué un couple de nombres, (T+,T-). En considérant ensuite le point du plan admettant ce couple comme coordonnées, on avait pu distinguer trois zones. Ce sont :

zone I : l'élève a plus de la moitié de réponses exactes (17 ou plus)

zone II : l'élève a plus de réponses exactes que d'inexactes, mais il y en a moins de la moitié

zone III : l'élève a moins de réponses exactes que d'inexactes.

Considérons comme réussite, à la sortie, la moyenne au test qui est obtenue, rappelons-le, par 37,6% des élèves. On obtient les résultats suivants (en effectifs) :

Zone	Réussite	Echec
I	60	43
II	9	47
III	1	26

Il apparaît clairement qu'il y a certes, un peu plus de réussite que d'échec dans le groupe de la zone I, mais que cette situation n'assure en aucune façon la réussite (puisque'il y a plus de 40% d'échec). Il est non moins clair que la situation en zone III conduit de manière quasi assurée à l'échec en fin d'année : on retrouve un résultat bien connu, l'importance des acquis à l'entrée ; si ceux-ci sont trop faibles, un retournement de situation est très peu probable.

Ceci met donc en évidence que le fait d'avoir donné au moins la moitié de réponses exactes au test d'entrée n'est pas un critère suffisant pour prédire la réussite de l'année, mesurée par la réussite au post-test. Toutefois, ce résultat au prétest a sans doute une incidence différente : il semblerait que, pour les élèves dont le point représentatif est en zone I, le passage en 1°S, ou en 1°B soit presque assuré. Les chiffres obtenus sont les suivants :

Zone	Passage en S ou B	Refus de ce passage
I	90 (73 + 17)	12
II	22 (11 + 11)	32
III	8 (1 + 7)	19

(Ici encore, 183 passages relevés, nous avons déjà noté que pour 3 des élèves ayant fait le post-test, nous ignorions le passage)

Sur les 102 élèves dont le point représentatif est en zone I (et dont on connaît l'orientation), 90 obtiennent leur passage dans ces classes où les mathématiques jouent un rôle important, alors que seulement 60 ont la moyenne au post-test. Il semblerait donc que la situation du point représentatif en zone I soit un bon préalable pour le passage en 1°S ou B. On pourrait peut-être reconnaître ici une conséquence inattendue de l'effet Pygmalion, à moins qu'il ne s'agisse de biais introduits par les habitudes d'évaluation.

### 3 - Blocs et note au test final

#### a - Résultat global en fonction du nombre d'appuis

Rappelons que nous avons appelé point d'appui ce qui correspond à un cadre qui avait été codé 1 ou 2, c'est à dire dans lequel l'élève avait manifesté des connaissances au moins assez variées. Nous dirons ici aussi qu'il y a réussite si l'élève obtient la moyenne au post-test ; et nous avons déjà noté qu'il y a, avec ce critère, réussite à 38%. Nous évaluons la réussite en fonction du nombre de points d'appui dont disposait l'élève au vu de ses résultats au prétest (en effectifs).

Nombre d'appuis	4	3	2	1	0
Nombres de réussites	31	20	14	4	1
Nombre d'échecs	12	21	30	30	23

On peut donc dire que, pour le groupe de ceux qui ont 4 appuis, il y a réussite à 72%, et à 49% pour ceux qui ont 3 appuis, soit en les regroupant, réussite à 60% pour ceux qui ont au moins 3 appuis.

Par contre, pour le groupe de ceux qui n'ont aucun appui, la réussite tombe à 4%, et à 12% pour ceux qui ont 1 appui, soit, en les regroupant aussi, réussite à 9% à peine pour le groupe de ceux qui ont au plus un appui.

Entre ces deux groupes, ceux qui ont exactement 2 appuis ont une réussite à 32%.

En d'autres termes, il apparaît donc que plus le nombre d'appuis est grand, c'est à dire plus le spectre de connaissances est large, meilleure est la réussite du moins avec le critère utilisé ici. Ceci n'est pas contradictoire avec l'hypothèse des blocs, mais c'est moins fin.

#### b - Résultats en fonction des quadruplets d'entrée

Ces quadruplets donnent, dans l'ordre, les codes dans les 4 cadres graphique, algébrique, numérique et géométrique. Pour chacun de ceux que nous avons rencontrés, nous indiquons le nombre de réussite R et d'échecs R' correspondants ; nous noterons par exemple 3R, 2R' pour résumer 3 réussites (note post-test > 10) et 2 échecs (sur 5 individus qui ont obtenu ce quadruplet)

i) 4 appuis : population de 43 individus, 31 réussites, 12 échecs.

Les résultats sont très flagrants : 11 échecs sur 12 viennent de la dernière catégorie d'élèves, ceux qui n'ont plus que 2 blocs "pleins" sur 4 points d'appui.

Détaillons un peu, en donnant la répartition par "quadruplet" Gr ANG

(2,2,2,2) : 4R,0R'

Ceux qui n'avaient que des cadres pleins sont tous en situation de réussite.

(2,2,2,1) : 3R,0R'

(2,1,2,2) : 4R,0R'

(1,2,2,2) : 2R,0R'

Ces quadruplets ne comportent qu'un seul "1", les autres étant des "2", et ici aussi, réussite pour tous.

(1,2,1,2) : 2R,0R'

(1,1,2,2) : 1R,0R'

(2,1,1,2) : 2R,0R'

(2,1,2,1) : 3R,1R'

Avec deux "2" et deux "1", il y a réussite pour tous, avec un seul contre-exemple (dont on peut penser que c'est peut-être un accident, puisque c'est quelqu'un qui a eu 12 de moyenne dans l'année et qui passe en 1<sup>o</sup>S)

(2,1,1,1) : 7R,5R'

(1,2,1,1) : 0R,1R'

(1,1,2,1) : 1R,1R'

(1,1,1,2) : 1R,1R'  
(1,1,1,1) : 2R,3R' Total : 11R,11R'

Avec un seul "2", ou aucun, alors il n'y a plus réussite que dans un cas sur deux. C'est donc dans ce groupe d'élèves ayant 4 points d'appui que se trouvent les échecs : comme s'il fallait, en plus, pour réussir, qu'il y ait deux appuis plus solides encore !

Dans cette population, l'échec ne concerne que des élèves qui, à deux exceptions près, ont fait une année assez satisfaisante puisque leur moyenne annuelle dépasse 9, et qu'ils passent en 1°S.

Les deux exceptions sont :

- un élève qui a eu 9 de moyenne, et qui doublera, peut-être selon sa volonté ; son désintérêt conjoncturel pourrait expliquer le 4,5 obtenu au post-test.
- un élève admis en 1°B qui n'a eu que 7 de moyenne annuelle, et dont le 2 au post-test peut être inquiétant pour l'avenir.

ii) 3 appuis : population de 41 élèves, 20 réussites, 21 échecs  
Donnons d'abord le détail par quadruplet rencontré :

(1,0,2,2) : 1R,1R'  
(2,1,2,0) : 1R,1R'  
(2,0,1,2) : 1R,2R'  
(2,2,0,1) : 1R,0R'  
(1,2,0,2) : 1R,0R' Total : 5R,4R'

(0,2,1,1) : 1R,0R'  
(0,1,1,2) : 4R,0R'  
(2,1,0,1) : 2R,0R'  
(2,0,1,1) : 2R,2R'  
(2,1,1,0) : 0R,1R'  
(1,0,2,1) : 0R,1R'  
(0,1,2,1) : 0R,2R' Total : 9R,6R'

(0,1,1,1) : 4R,2R'  
(1,1,0,1) : 1R,1R'  
(1,0,1,1) : 1R,6R'  
(1,1,1,0) : 0R,2R' Total : 6R,11R'

Il semblerait que, tant qu'il reste un "2", il y a plus de réussites que d'échecs, ce qui ne serait plus vrai lorsqu'il n'y a plus que des "1".

Les échecs, pour 2/3 d'entre eux, concernent des élèves dont l'orientation prévue est autre que S (A,B,G ou redoublement). Le dernier tiers (7 élèves) correspond à des élèves dont le passage en 1°S est assuré, avec des moyennes annuelles de 9,9,11,12,12,13,13 et sauf un (quadruplet 1110 ; note et orientation 8S12), ils avaient tous un "point fort" ("2").

Une autre remarque : l'influence de la place du 0 dans le quadruplet

(0,X,X,X) : 9R,4R'  
(X,0,X,X) : 5R,12R'  
(X,X,0,X) : 5R,1R'  
(X,X,X,0) : 1R,4R'

Nous pouvons alors constater que tout se passe comme si le 0 dans le cadre algébrique était cause de plus de la moitié des échecs, alors que 0 dans le cadre numérique semble bien moins grave.

iii) 2 appuis : population de 44 individus, 14 réussites, 30 échecs

(0,0,2,2) : 0R,1R'  
(2,0,0,1) : 0R,2R'



(2,0,1,0) : 0R,1R'  
 (2,1,0,0) : 1R,2R'  
 (0,0,1,2) : 0R,2R'  
 (0,0,2,1) : 2R,1R'      Total : 3R,9R'

(0,0,1,1) : 4R,9R'  
 (0,1,0,1) : 1R,2R'  
 (0,1,1,0) : 2R,2R'  
 (1,0,0,1) : 2R,4R'  
 (1,0,1,0) : 0R,4R'  
 (1,1,0,0) : 2R,0R'      Total : 11R,21R'

La présence d'un "point fort" (un "2") dans ces appuis ne semble pas renforcer ici la réussite : elle n'est plus que d'1/4, contre 1/3 dans l'ensemble de cette sous-population. Il est vrai aussi que ces "2" ne sont jamais dans le cadre A algébrique.

Influence de la place des 0 :

(0,0,X,X) : 6R,13R'  
 (X,0,0,X) : 2R,6R'  
 (X,0,X,0) : 0R,5R'  
 (X,X,0,0) : 3R,2R'  
 (0,X,0,X) : 1R,2R'  
 (0,X,X,0) : 2R,2R'

On retrouve ici le fait que la présence d'un "0" en A algébrique est très difficile à surmonter : il fournit quasiment les 3/4 de la population ayant deux "0", et est présent pour les 4/5 des échecs. Remarquons enfin qu'il n'y a aucune réussite lorsque ce "0" en A est associé à "0" en G géométrique.

iiii) 1 seul appui : population de 34 élèves, 4 réussites, 30 échecs

(2,0,0,0) : 0R,3R'  
 (0,2,0,0) : 1R,0R'

(1,0,0,0) : 1R,8R'  
 (0,1,0,0) : 0R,3R'  
 (0,0,1,0) : 2R,7R'  
 (0,0,0,1) : 0R,9R'

Il est tentant d'avancer qu'ici le "2" en A algébrique est plus bénéfique qu'en Gr graphique, mais il est clair qu'on ne peut guère généraliser ! Remarquons que presque tous les élèves de ce groupe ont "0" en A(algébrique). Toutefois, quand il est unique, il semble quand même préférable que ce point d'appui soit un point fort.

v) Aucun appui : population de 24 élèves, 1 seule réussite

La réussite est celle d'un élève qui a eu 4,5 au test d'entrée, aucun appui, dont le point représentatif était en zone III (solde négatif, plus de réponses inexactes que de bonnes), mais qui a obtenu 10 de moyenne annuelle. On peut remarquer de plus qu'au test de fin d'année, sa copie ne présente aucun cadre vide. Remarquons enfin qu'il est orienté en 1°S, bien qu'appartenant à l'une des "bonnes" classes. Serait-ce LE contre-exemple ?

c - L'hypothèse des blocs

Pour voir de plus près si des connaissances éventuellement moins complètes mais plus larges sont plus efficaces que des connaissances plus "pointues" dans moins de domaines, nous allons essayer de comparer la réussite d'élèves ayant justement des acquis répartis très différemment lors du pré-test.

Bien sûr, il est assez clair que la réussite est facilitée par des acquis dans tous les cadres, et que des acquis quasiment inexistantes lors de l'entrée en Seconde peuvent faire craindre l'échec. Nous avons déjà donné le tableau :

Nombre d'appuis	4	3	2	1	0
Réussite	72%	48%	31%	11%	4%

Mais peut-être n'est-ce pas assez précis, puisqu'ici nous n'avons pas distingué le degré de connaissance. Voyons alors des quadruplets qui donnent la même somme, et la répartition réussite-échec (on notera 3R, 2R' le fait qu'il y ait 3 réussites et 2 échecs) : Pour une somme des 4 nombres du quadruplet supérieure ou égale à 6, il y a réussite pour tous sauf un (déjà repéré dans la rubrique précédente) qui lui, avait le quadruplet (2,1,2,1) et a été orienté en 1°S avec une moyenne annuelle de 12 (effectif total 22).

Pour la somme égale à 5, sont représentés des quadruplets du type (1,1,1,2), avec 9R,8R' et des quadruplets du type (2,2,1,0) avec 5R,4R', ce qui, dans chaque cas montre qu'il y a légèrement plus de réussites que d'échecs.

Pour la somme égale à 4, on a ou bien (1,1,1,1) avec 2R,3R', ou bien les quadruplets analogues à (2,1,1,0) avec 9R,6R' ou enfin ceux du type (2,2,0,0) avec 0R,1R'.

Pour la somme égale à 3, on trouve ou bien des quadruplets ayant un seul 0, tels que (1,1,1,0) avec 6R,11R' ou bien des quadruplets avec deux 0 tels que (2,1,0,0) avec 3R,8R'.

Enfin, pour une somme égale à 2, on a des quadruplets soit du type (1,1,0,0) avec 11R,21R', soit du type (2,0,0,0) avec 1R,3R'.

Les effectifs sont bien faibles pour assurer une confirmation de l'hypothèse. Les résultats ici obtenus ne sont cependant pas contradictoires, surtout pour un faible total : alors, l'augmentation de performance dans l'un des cadres fait augmenter dangereusement le nombre de cadres "vides" (c'est à dire pour lesquels on a mis 0), et donc le risque d'échec ; à partir de deux cadres vides, la réussite est plus difficile.

#### 4- Blocs à l'entrée, Blocs à la sortie

L'Évolution est exprimée à l'aide de cadres pleins, demi-pleins ou vides

##### i) Tous cadres confondus

Pour chaque copie, on a, à chaque test, 4 nombres qui sont des 0, 1, ou 2. On a rassemblé tous ces résultats en ne distinguant qu "0" et A, ce dernier remplaçant 1 ou 2, et relevé l'évolution entre les deux tests, pour 4x186, soit une population de 744 individus. On obtient (les pourcentages sont des pourcentages sur le total) :

	0 au pré-test	A au pré-test	Total
O au post-test	180 / 24 %	133 / 18 %	313
A au post-test	147 / 20 %	284 / 38 %	431
Total	327	417	744

Parmi les "0" au pré-test, une petite moitié (45%) parvient à progresser. Mais, pour ceux qui n'avaient pas "0" au pré-test, il y en a quand même près d'un tiers (32%) qui régressent, c'est à dire font montre de connaissances très insuffisantes à la fin de la Seconde.

Regardons de plus près, selon le cadre, comment les choses se passent.

ii) Par cadre : Gr, A, N.G.

On relève, dans chaque cadre, les évolutions et on obtient le tableau suivant.

Tableau 3

Cadre	Prétest		Post test		Evolution
	Valeur	Effectif	Valeur	Effectif	
Graphique	0	85	0	52	61 % stagnent 39 % progressent (dont 58 % au bloc plein)
	1	51	0	27	53 % régressent 25 % stagnent 21 % progressent
	2	50	0	19	64 % régressent dont 59 % au bloc vide
Algébrique	0	103	0	55	53 % stagnent 47 % progressent dont 12,5 % au bloc plein
	1	68	0	20	29 % régressent 43 % stagnent 28 % progressent
	2	15	0	-	20 % régressent au bloc semi-plein 80 % stagnent
Numérique	0	71	0	35	49 % stagnent 51 % progressent dont 17 % au bloc plein

Géométrique	1	85	0	29	34 % régressent 52 % stagnent
			1	44	
			2	12	
	2	30	0	6	63 % régressent dont 31 % au bloc vide
			1	13	37 % stagnent
		2	11		
	0	68	0	38	56 % stagnent 44 % progressent dont 23 % au bloc plein
			1	23	
			2	7	
	1	88	0	28	32 % régressent 23 % progressent 45 % stagnent
			1	40	
			2	20	
	2	30	0	4	43 % régressent dont 28 % au bloc vide
			1	10	53 % stagnent
			2	16	

On peut remarquer que, parmi ceux qui avaient "0" au test d'entrée, une petite moitié parvient à progresser (au sens strict ici) : 39% dans le cadre graphique, 47% dans le cadre algébrique, 51% dans le cadre numérique et 44% dans le cadre géométrique. Il est clair que c'est dans les cadres graphique et géométrique que les exigences nouvelles sont le plus importantes par rapport à la classe de Troisième, ce qui explique sans doute que les progrès sont moins nombreux dans ces deux cadres. Mais, contrairement à ce qui se passe dans les autres cadres, le progrès en cadre graphique est plus souvent de "0" à "2" que de "0" à "1", comme si le "déclat" engendrait plus vite que dans les autres cadres une connaissance solide.

Pour ceux qui avaient "1", c'est à dire des connaissances qui, bien qu'incomplètes, étaient cependant suffisamment variées, certains régressent : 53% dans le cadre graphique, 29% dans le cadre algébrique, 34% dans le cadre numérique, et 32% dans le cadre géométrique. Ce pourcentage tourne autour de 30%, sauf pour le cadre graphique où il dépasse 50% : l'aspect mis en évidence dans la catégorie précédente vaut sans doute encore ici, mais peut-être intervient aussi le fait que dans le test d'entrée, le choix des questions classées en graphique n'était pas le meilleur possible, puisqu'un "1" ne semble pas assurer les apprentissages ultérieurs.

Pour ceux qui avaient "2", c'est à dire des connaissances jugées solides dans le cadre considéré, il y a cependant des régressions à "0" : 38% dans le cadre graphique, 20% dans le cadre numérique, et 13% dans le cadre géométrique. Le cadre algébrique n'est pas cité, non par oubli, mais parce qu'aucun élève ayant eu "2" au pré-test n'a eu "0" au post-test, et sur les 15 qui sont dans cette situation initiale, 3 seulement ne conservent pas le "2". Il semblerait donc ici qu'avoir obtenu "2" au pré-test dans le cadre algébrique permet à tout le moins d'assurer en Seconde, dans ce domaine, des acquisitions qui sont loin d'être négligeables. Ceci apparaît aussi, même si c'est moins net, dans le cadre géométrique, puisque 13% seulement régressent à "0", et dans une moindre mesure encore, dans le cadre numérique avec 20% qui régressent à "0". On ne peut plus en dire autant pour le cadre graphique, puisque près de 40% régressent à "0".

### iii) Synthèse

Si nous résumons ces constats, il semblerait d'abord que les acquis du cadre algébrique sont plus solides ou plus nécessaires que ceux des autres cadres : on pourrait presque dire "quand c'est acquis, ça l'est pour de bon". Par ailleurs, devant les constats contradictoires faits sur le cadre graphique, on peut envisager deux éventualités : ou bien se demander si les questions étaient bien choisies, et permettaient un codage fiable entre connaissances très insuffisantes, connaissances assez variées et connaissances solides dans le cadre considéré ; ou bien même se demander si le contenu potentiel de ce cadre à l'entrée en Seconde ne serait pas trop léger pour être considéré comme un fondement légitime illusoire des apprentissages ultérieurs, et si, alors, il ne serait pas de le prendre en compte dans un test d'entrée. Peut-être aurait-il été préférable, comme nous l'avons fait pour le vectoriel, de ne pas considérer le graphique comme un cadre séparé, et l'intégrer à l'un des trois autres, selon les exercices.

## CONCLUSION

Les effectifs sont trop faibles pour permettre une confirmation massive de notre hypothèse initiale : les catégories d'élèves concernées finissent par être trop peu remplies... .

Cependant ce travail nous a permis de vérifier un certain nombre de choses.

D'abord les analyses nationales de l'EVAPM peuvent être affinées, même si dans une région donnée certaines distorsions peuvent se produire. Cependant les tests représentent un matériel très intéressant, disponible immédiatement, et on peut même en améliorer le dépouillement en introduisant un regard sur les travaux des élèves en termes de cadres.

Cela étant, et c'est une autre ouverture apportée par ce travail, cette notion de cadres est à réfléchir aussi en fonction du niveau analysé : ainsi nous avons vu que les mises en fonctionnement dans le cadre graphique sont peu significatives en début de seconde, compte tenu de l'enseignement ordinaire. En revanche les performances dans le cadre algébrique semblent être beaucoup plus révélatrices.

En tous cas, les résultats obtenus par ce type de tests permettent aux enseignants de se faire rapidement une idée des connaissances "en acte" de leurs nouveaux élèves.

D'autre part, l'hypothèse des blocs ne semble pas tout à fait adaptée aux connaissances des élèves de seconde - peut-être ne fallait-il retenir que les blocs algébrique, numérique et géométrique. Cependant le nombre de points d'appui (ou de blocs vides, leurs complémentaires) reste tout à fait significatif. Ainsi 31/43 (72 %) de ceux qui ont 4 appuis au prétest (pas de bloc vide) "réussissent" (ont plus de 10 au post-test) et c'est le cas de 51/84 (61 %) des élèves qui ont 3 appuis (1 bloc vide). En revanche, sur les étudiants qui ont un seul bloc non-vidé au pré-test, 4/34 (12 %) ont plus de 10 au post-test et pour 2 blocs non vides, 14/44 (32 %) ont plus de 10 au post-test.

Un résultat plus fin est à souligner : l'importance du cadre algébrique, comme indicateur de performances ultérieures.

Quand le cadre algébrique n'est pas vide dans le prétest, dans 96 % des cas, il y a au moins un autre bloc non vide, et dans 50 % des cas, les quatre blocs sont pleins ou demi-pleins (212).

Ceci signifie-t-il que le fait que A soit un bloc plein (ou demi plein) ne peut se réaliser que si l'"environnement" est suffisant ?

Un autre aspect, c'est aussi que, dans le cadre algébrique, il semblerait que les acquisitions soient plus stables que dans les autres.

Enfin, réciproquement, c'est le manque de point d'appui dans le cadre algébrique (bloc valant 0) qui semble le plus difficile à surmonter, en terme de réussite (traduite par la note au post-test par exemple).

Tout ceci pourrait s'interpréter de la manière suivante : un apprentissage "réussi" en algèbre est lié à un apprentissage "réussi" dans un autre cadre en moins. Donc s'il a lieu, on est assuré d'une certaine base initiale avec des points d'appuis dans au moins 2 cadres. D'où stabilité et meilleure prévision pour la suite, compte tenu des programmes de la seconde et des modes d'évaluation.

On peut, en effet, remarquer pour conclure que ce type de recherches contribue à éclairer du même coup les connaissances initiales des élèves, leurs évolutions et les "vrais" critères de sélection - ce qui peut donner une idée des "meilleures" connaissances initiales à développer.

Cependant, il n'est pas déraisonnable de penser que des connaissances algébriques qui semblent déterminantes ici ne puissent s'acquérir "toutes seules", et l'association Algèbre/autre cadre n'est, pour le moins, pas contradictoire avec l'hypothèse de l'importance des changements de cadres dans les acquisitions ....

## BIBLIOGRAPHIE

Authier (1986) Etude comparative de diverses productions d'étudiants de première année de Deug scientifique selon les séries d'origine du baccalauréat Cahier de didactique des mathématiques n° 31, Paris.

Authier (1987) Connaissances en mathématiques des étudiants issus des bacs F Cahier de didactique des mathématiques n° 46, Paris.

Authier (1991) Cadres de fonctionnement des connaissances mathématiques chez les différents bacheliers inscrits en Deug Sciences Recherche en didactique des mathématiques Vol 10, 2-3 pp 171-204

Boschet et Robert (1985) L'acquisition des débuts de l'analyse sur  $\mathbb{R}$  dans une section ordinaire de Deug 1ère année, Cahier de didactique des mathématiques n° 7, Paris

Dorier (1990) Analyse dans le suivi de productions d'étudiants de DEUG A en algèbre linéaire, Cahier de didactique des mathématiques n° 6 Paris

Dorier (1992) Sur l'enseignement des concepts élémentaires d'algèbre linéaire à l'université. Recherche en didactique des mathématiques Vol 11, 2-3 pp 325-364

Douady (1986) Jeux de cadres et dialectique outil/objet, Recherche en didactique des mathématiques Vol 7.2

Josse (1992) Test à l'entrée en seconde : quel(s) enseignement(s) à en tirer ? IREM de Picardie

Robert (1985) Rapport enseignement/apprentissage/débuts de l'analyse sur  $\mathbb{R}$  Cahier de didactique des mathématiques n° 18/0, 18/1 Paris

## ANNEXES





# ANNEXE 1

## LE PRETEST

Nom de l'élève : \_\_\_\_\_ Prénom : \_\_\_\_\_  
 CLASSE : \_\_\_\_\_ Etablissement : \_\_\_\_\_

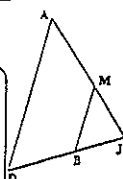
Cette épreuve est composée de nombreuses questions dans le plan et sans calcul.  
 Elle nécessite par son caractère particulier, certaines précautions qui se trouvent à la suite.  
 L'élève devra être très attentif et soigné dans la façon de faire toutes les questions.  
 Utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
 Si vous ne pouvez pas résoudre une question, laissez-la en blanc.

1) La figure ci-dessous est un triangle.

a) Les droites (AD) et (MB) sont parallèles.  
 b) En cm, les mesures réelles sont:  $JD = 3$ ;  $JB = 1,5$ ;  $AD = 4$ .

Calculer MD.

Ecrivez le détail des calculs et les propriétés utilisées.



Réponse: MD = \_\_\_\_\_

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne la droite (d) d'équation:  $y = -\frac{2}{3}x + 1$

a) Ecrire l'équation de la parallèle à (d) passant par l'origine du repère.  
 $y = \dots\dots\dots R_1$

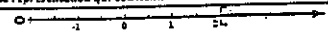
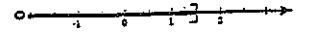
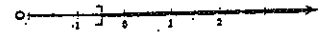
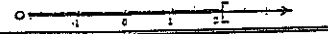
b) Ecrire l'équation de la perpendiculaire à (d) passant par l'origine du repère.  
 $y = \dots\dots\dots R_2$

c) Ecrire l'équation de la perpendiculaire à (d) passant par le point:  $A(4; 6)$   
 $y = \dots\dots\dots R_3$

3) Chacune des représentations graphiques du cadre de droite est la représentation graphique de l'ensemble des solutions de l'une des inéquations du cadre de gauche.

Les solutions sont représentées par un trait gris large :

RELIE chaque inéquation à la représentation qui convient.

$x - 1 < 1$ <input type="radio"/>	
$2x \geq x + 3$ <input type="radio"/>	
$x > -x - 1$ <input type="radio"/>	
$2x - 1 < 2$ <input type="radio"/>	

Calculs: \_\_\_\_\_

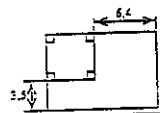
4) Résolvez l'équation:  $(2x - 3)(x + 4) = 0$

Calculs: \_\_\_\_\_

Réponses: \_\_\_\_\_

5) Ecrivez une équation qui traduise le problème suivant:

On augmente un côté d'un carré de 6,40 cm et un autre côté de 3,50 cm.  
 On obtient un rectangle dont l'aire dépasse de 52,563 cm<sup>2</sup> celle du carré.  
 Trouvez la longueur du côté du carré.



Equation traduisant le problème: \_\_\_\_\_

Calculs: \_\_\_\_\_

Réponse: \_\_\_\_\_

6) Un produit coûtant x Francs augmente de 5%.  
 Quel est, en fonction de x, le nouveau prix y de ce produit?

Calculs et réponses: \_\_\_\_\_

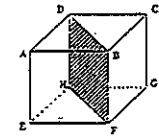
Réponse: \_\_\_\_\_

7) Voici un cube dessiné en perspective.

En réalité, ce cube a une arête de 4 cm.


On le découpe en deux prismes droits en le coupant selon le plan DDPH.

Dans le cadre de droite, DESSINE, seulement, avec ses dimensions réelles, la face DDPH commune à ces deux prismes.



8) 1°) CONSTRUIS le point C tel que:  $\vec{TC} = \vec{TO} + \vec{TI}$

2°) CONSTRUIS le point R tel que:  $\vec{TO} + \vec{IR} = \vec{IT}$



Ne pas effacer les traits de construction.

9) Un calcul effectué par ordinateur a donné:  $(102\ 201)^2 = 10\ 445\ 044\ 401$

Utilise ce résultat pour compléter les égalités suivantes:  
 (Attention: les nombres sont écrits de façon à ce qu'il ne soit pas possible d'utiliser la calculatrice)

$(102\ 201)^2 = \dots\dots\dots R_1$	$(1\ 022\ 010)^2 = \dots\dots\dots R_2$
$\sqrt{10\ 445\ 044\ 401} = \dots\dots\dots R_3$	$\sqrt{1\ 044\ 504\ 440\ 1} = \dots\dots\dots R_4$

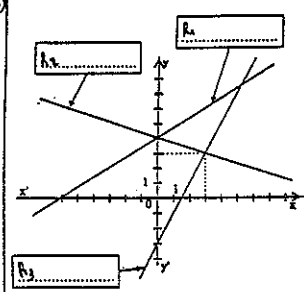
Par quel nombre faut-il multiplier  $\sqrt{10\ 445\ 044\ 401}$  pour obtenir  $\sqrt{104\ 450\ 444\ 010}$  ?  
 Réponse:  $\dots\dots\dots R_5$

10) Retrouve, parmi les équations ci-dessous, celles qui correspondent aux droites du graphique.

$y = 2x - 3$ ;  $y = 3x - 4$ ;  $y = \frac{2}{3}x + 4$   
 $y = \frac{1}{2}x + 4$ ;  $y = -\frac{1}{3}x + 4$

Ecris ces équations dans les cadres correspondants.

Calculs si nécessaires: \_\_\_\_\_



11) Le triangle MNP est l'image du triangle ABC dans la symétrie de centre O.

Une tache a malencontreusement caché une partie du dessin.

On sait que:  $AD = 3$  cm,  $NP = 5$  cm,  $MNP = 20^\circ$

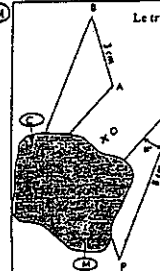
Utilise ces informations pour donner:

La longueur du segment (BC): \_\_\_\_\_

La longueur du segment (MP): \_\_\_\_\_

La mesure de l'angle (BCA): \_\_\_\_\_

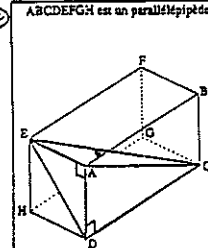
Quelles propriétés as-tu utilisées? \_\_\_\_\_



12) ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle dont les dimensions en cm sont:  $FE = 3$ ;  $BC = 4$ ;  $HG = 6$

Calcule le volume de la pyramide CEAD.

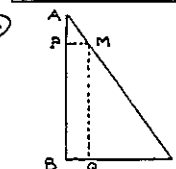
Calculs et détail des calculs: \_\_\_\_\_



Réponse:  $\dots\dots\dots$  cm<sup>3</sup>

13) ABC est un triangle rectangle tel que le point de (AC) qui se projette orthogonalement en P sur (AB) et en Q sur (BC).

Trouver le point P tel que la longueur de (PC) soit minimum.



## ANNEXE 2

### ANALYSE DE LA TACHE, BLOCS, BAREMES POUR LE PRE-TEST

#### Exercice 1

##### **Tâche**

a) L'élève doit reconnaître, y compris à l'aide de la figure, la situation de Thalès, et le manifester : seront acceptés soit le nom, soit l'énoncé, soit directement une égalité entre rapports de longueurs (égalité de toutes façons attendue pour le calcul d'une longueur inconnue)

b) Il doit ensuite faire le calcul de cette longueur inconnue.

##### **Blocs**

a) est considéré comme relevant du cadre G géométrique.

b) est considéré comme relevant du cadre N numérique.

##### **Barème**

La réussite vaut 1 pour a) et 1 pour b).

#### Exercice 2

##### **Tâche**

Il s'agit pour les élèves, à partir d'une droite D définie par son équation, de donner les équations d'autres droites données par des propriétés géométriques, et ceci sans aucun support graphique suggéré.

a) Équation de la parallèle à D passant par l'origine du repère.

b) Équation de la perpendiculaire à D passant aussi par l'origine du repère.

c) Équation de la perpendiculaire à D passant par le point A (4,4)

##### **Blocs**

Cet exercice est considéré comme relevant du cadre A algébrique.

##### **Barème**

La réussite vaut 1 pour a), 1/2 pour b) et 1/2 pour c) (Les tâches sont analogues, mais la première montre que l'élève a reconnu la situation).

#### Exercice 3

##### **Tâche**

Il s'agit pour les élèves d'associer chacune des 4 inéquations qui leur sont proposées à l'une des quatre représentations d'ensembles-solutions possibles. Il fallait bien sûr, prendre en compte la convention de représentation, qui était explicitée, et tenir compte des demi-droites ouvertes ou fermées et des inéquations larges ou strictes.

##### **Blocs**

Chacune des 4 réponses est considérée comme relevant du cadre Gr graphique, bien que la présentation ait laissé aux élèves un emplacement pour d'éventuels calculs.

##### **Barème**

La réussite vaut 1/2 pour chacune des 4 réponses.

##### **Remarques**

Les calculs n'étaient pas indispensables, et même si les élèves faisaient un calcul, ce qui était demandé était l'association entre une représentation graphique et une inéquation. Cependant, étant donnée la place qui leur était impartie, certains élèves ont cru nécessaire de résoudre des inéquations.

#### Exercice 4

##### **Tâche**

Il s'agit pour les élèves de résoudre une équation, qui se présente sous la forme d'un produit de 2 facteurs du premier degré égal à 0. On attend donc deux résolutions d'une équation du premier degré, et comme ensemble des solutions une paire.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre A (algébrique)

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

#### Exercice 5

##### **Tâche**

Cet exercice vise à

a) faire mettre en équation un problème d'aires à partir d'un dessin qui traduit la phrase exprimant les égalités

b) puis résoudre l'équation obtenue.

##### **Blocs**

Cet exercice est considéré comme relevant du cadre A algébrique.

##### **Barème**

La réussite vaut 1 pour a) et 1/2 pour b).

##### **Remarques**

On a fait ce choix de barème afin de ne pas trop pénaliser ceux qui n'avaient pas réussi la mise en équation, d'autant que, parmi ceux qui ont réussi la mise en équation, peu ont achevé la résolution, comme s'ils avaient été repoussés par les "nombres à virgules" qui intervenaient alors, contrairement à ce qui se passe lors de résolution de batteries d'équations.

#### Exercice 6

##### **Tâche**

On cherche le nouveau prix d'un produit qui coûtait x francs, et qui a augmenté de 8%.

##### **Blocs**

Cet exercice est considéré comme relevant du cadre A algébrique.

##### **Barème**

La réussite vaut 1 point.

##### **Remarques**

Cette présentation de l'exercice semble avoir beaucoup dérouté les élèves, plusieurs ont

même choisi de donner une valeur à  $x$  pour trouver un résultat qui souvent était exact, mais évitait le recours aux "lettres".

### Exercice 7

#### **Tâche**

On présente aux élèves le dessin en perspective d'un cube, découpé en deux prismes droits. Il leur est demandé de dessiner, à côté, avec ses dimensions réelles la face commune à ces deux prismes.

#### **Blocs**

Cet exercice est considéré comme relevant du cadre G (géométrie)

#### **Barème**

La réussite vaut 1 point.

### Exercice 8

#### **Tâche**

Il s'agit pour les élèves de construire deux points définis vectoriellement, à partir de trois points donnés T, O et I :

- C tel que le vecteur TC soit la somme des vecteurs TO et TI
- R tel que le vecteur IT soit la somme des vecteurs IO et IR, donc en utilisant une différence de vecteurs.

#### **Blocs**

Cet exercice qui ne fait intervenir que des constructions de points, malgré sa présentation vectorielle est considéré comme relevant du cadre G géométrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

### Exercice 9

#### **Tâche**

Cet exercice est consacré uniquement au calcul numérique, il fait intervenir des nombres ayant plusieurs décimales pour rendre impossible l'utilisation directe de la calculatrice (c'est précisé aux élèves sur le texte). On leur donnait le carré de 102 201, égal à 10 445 044 401. On leur demandait

- d'en déduire le carré de 102,201
- celui de 1 022 010
- de trouver la racine carrée de 10 445 044 401
- puis celle de 1 044 504,4401.

Ces quatre questions faisaient seulement intervenir les nombres décimaux, mais on demandait ensuite par quel nombre multiplier la racine carrée de 10 445 044 401 pour obtenir celle de 104 450 444 010

#### **Blocs**

Toutes ces questions sont considérées comme relevant du cadre Numérique

#### **Barème**

La réussite vaut 1/2 pour chacune des 4 premières réponses, et 1 pour la dernière.

### Exercice 10

#### **Tâche**

Il s'agit ici d'associer, à chacune des trois droites tracées dans un repère, son équation cartésienne réduite choisie dans une collection de cinq possibles. Deux des droites ont un coefficient directeur positif, il est négatif pour la dernière ; deux ont la même ordonnée à l'origine positive, celle de la dernière droite est négative.

#### **Blocs**

Cet exercice est considéré comme relevant du cadre Gr graphique.

#### **Barème**

La réussite vaut 1/2 pour chacune des trois réponses.

### Exercice 11

#### **Tâche**

Il s'agit d'abord de noter des mesures de longueurs et d'angles pour deux triangles dont on dit qu'ils sont symétriques par rapport à un point, alors que l'on connaît certaines des mesures sur l'un ou l'autre, puis d'énoncer les propriétés utilisées.

#### **Blocs**

Cet exercice relève totalement du cadre G géométrique.

#### **Barème**

La réussite aux trois premières questions assure trois fois 1/2 point ; l'énoncé de chacune des deux propriétés 1/2 point aussi.

### Exercice 12

#### **Tâche**

Le texte donne le dessin en perspective d'un parallélépipède rectangle, et d'une pyramide obtenue à partir de 4 des sommets : il donne aussi les longueurs des arêtes de ce parallélépipède. Il s'agit de calculer le volume de la pyramide.

#### **Blocs**

Il s'agit bien sûr d'un exercice du cadre G géométrique, dans le choix des éléments qui servent au calcul, avec une partie N numérique pour ce calcul.

#### **Barème**

On a distingué, dans la notation, l'énoncé d'une formule de calcul du volume de la pyramide, puis le choix d'une base et de la hauteur associée, et enfin le calcul proprement dit. Chacune de ces trois parties vaut 1/2 point.

# ANNEXE 3

## TEXTE DU QUESTIONNAIRE A

Association des Professeurs de mathématiques  
de l'enseignement public  
26 rue Duméril - 75013 PARIS

# APMEP

### Evaluation en fin de seconde - 1991

#### Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité A

*Calculatrices autorisées*

*Durée : 1 heure.*

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
 Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez-vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
 OUI - NON (Encadrer la mention utile)

*Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde. Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter. Dans tous les cas, ne vous attendez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Répondez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions. Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses. Si vous avez fini avant la fin de l'heure, révises soigneusement vos réponses.*

Un magasin solde des chemises et des pantalons.  
 Toutes les chemises sont vendues au même prix unitaire.  
 Tous les pantalons sont vendus au même prix unitaire.  
 Jean a payé 570 F pour 7 chemises et 3 pantalons.  
 Sophie a payé 730 F pour 3 chemises et 7 pantalons.  
**CALCULER le prix d'une chemise et le prix d'un pantalon**

*Calculs*

.....  
 .....  
 .....

*Réponses* Prix d'une chemise: F      Prix d'un pantalon: F

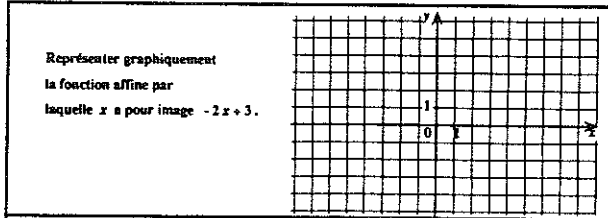
Le tableau ci-contre donne la répartition des 2 500 élèves d'un lycée selon la dimension de leur famille (nombre de personnes vivant sous le même toit).

Nombre de personnes par famille	2	3	4	5	6	7
Fréquence en pourcentage	10%	23%	45%	15%	5%	2%
Effectifs						

a) Compléter la dernière ligne du tableau

--	--	--	--	--	--	--

b) Représenter les effectifs par un diagramme en bâtons.  
 Utiliser le quadrillage donné



Calculer. Ecrire les résultats sous forme de fractions

$$\frac{4}{7} + \frac{5}{2} + \frac{1}{3} =$$

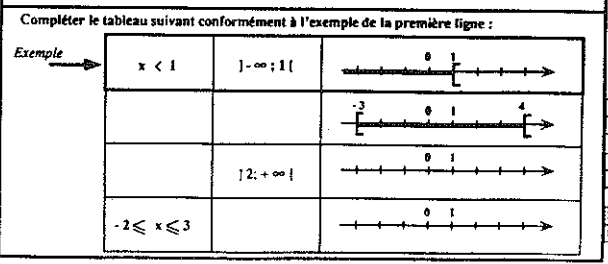
Développer et réduire l'expression :  $A = (5x + \frac{1}{2})^2$

A = .....

Ecrire sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré, les expressions suivantes :

B =  $(x + 1)(x - 2) - 5(x - 2)$   
 B = .....

C =  $(4x - 3)^2 + (4x - 3)(x + 3)$   
 C = .....



Pour le calcul de :  $B = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3} + 1}$

Indiquer le résultat affiché sur la calculatrice. Donner avec trois décimales une valeur approchée à  $10^{-3}$  près par excès :

Résoudre l'équation suivante :  $(x - 2)^2 = (4x + 1)^2$

*Calculs*

.....  
 .....

Réponse: .....

Résoudre l'équation suivante :  $\frac{2x + 4}{5x - 2} = 3$

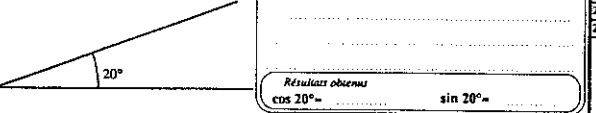
*Calculs*

.....  
 .....

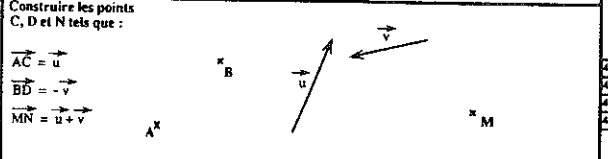
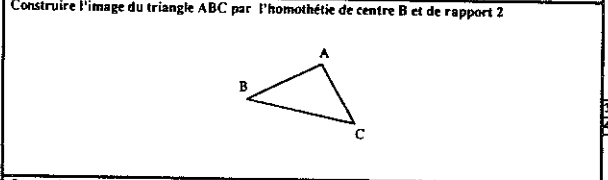
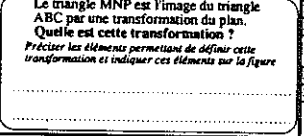
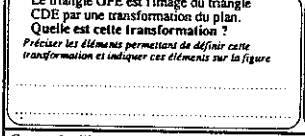
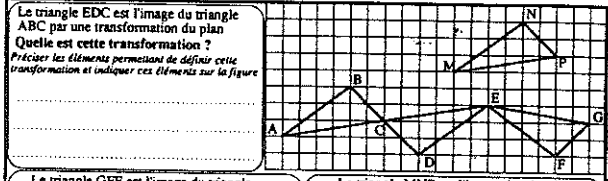
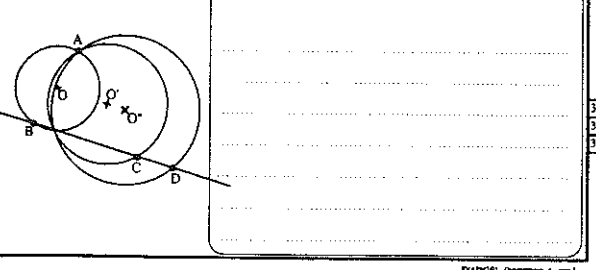
Réponse: .....

On a tracé un angle de  $20^\circ$ . Trouver des valeurs approchées de  $\cos 20^\circ$  et de  $\sin 20^\circ$ .

- sans utiliser les touches sin et cos de la calculatrice
- et en effectuant des mesures.



Soient trois points B, C, D alignés et un point A non situé sur la droite (BC). On appelle O, O' et O'' les centres des cercles de diamètres respectifs (AB), (AC) et (AD).



Dans la base orthonormale  $(\vec{i}, \vec{j})$ , on donne les vecteurs :

$$\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{v} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$$

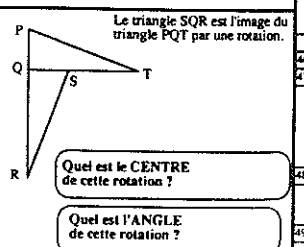
$$\vec{w} = -3\vec{i}$$

Calculer les normes de ces vecteurs :

$|\vec{u}| =$  .....

$|\vec{v}| =$  .....

$|\vec{w}| =$  .....



## ANNEXE 4

### ANALYSE DE LA TACHE, BLOCS ET BAREME POUR LE QUESTIONNAIRE A

#### Exercice 1

##### **Tâche**

Il s'agit de résoudre un problème à deux inconnues faisant intervenir des prix, prix de chemises et de pantalons soldés. La démarche attendue est une mise en équation algébrique du problème, suivie de la résolution d'un système de deux équations du premier degré.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique.

##### **Barème**

La résolution exacte vaut 2 points.

##### **Remarques**

Le codage demandé aux professeurs confirme que la démarche attendue était la démarche algébrique, mais n'exclut pas d'autres démarches possibles.

#### Exercice 2

##### **Tâche**

Le texte donne un tableau statistique concernant la répartition des élèves d'un lycée selon la dimension de leur famille.

a) La première tâche consiste à calculer des effectifs, alors que le tableau donnait des pourcentages.

b) Il s'agit ensuite de représenter les effectifs par un diagramme en bâtons.

##### **Blocs**

a) relève du cadre N numérique

b) relève lui, du cadre Gr graphique.

##### **Barème**

La réussite globale vaut 1,5 points, 1 point pour le a) et 1/2 pour b), cette différence étant liée au fait que peu ont réussi le b)

##### **Remarques**

Etant donné le codage, la réussite numérique est reconnue même s'il y a une erreur (au plus) dans le tableau de nombres.

#### Exercice 3

##### **Tâche**

Il s'agit de représenter graphiquement une fonction affine, le repère étant donné sur papier quadrillé.

##### **Blocs**

Cet exercice est considéré comme relevant du cadre Gr graphique.

##### **Barème**

La réussite vaut 1/2 point.

#### Exercice 4

##### **Tâche**

Il s'agit de calculer une somme de 3 fractions, en donnant le résultat sous forme de fraction.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre N numérique.

##### **Barème**

La réussite vaut 1/2 point.

##### **Remarques**

Il s'agissait de 3 fractions simples de dénominateurs 2,3 et 7, et la formulation visait à interdire l'usage de la calculatrice. Cet exercice figurait dans les évaluations de 4<sup>e</sup> et de 3<sup>e</sup>, avec des taux de réussite respectifs de 40 et 62%. En 2<sup>e</sup> le taux est passé à 83%.

#### Exercice 5

##### **Tâche**

Il s'agit ici de transformations d'écritures algébriques : a) développement et réduction du carré d'un polynôme du premier degré, mais avec un coefficient numérique fractionnaire.

b) factorisation d'une différence de deux produits de facteurs du premier degré.

c) factorisation de la somme d'un carré et d'un produit de deux facteurs du premier degré.

##### **Blocs**

Les questions de cet exercice relèvent toutes trois du cadre A algébrique.

##### **Barème**

Chaque réponse exacte vaut 1/2 point.

##### **Remarques**

Les pourcentages de réponses exactes à ces questions dans EVAPM3 ont été respectivement 39, 50, et 44, dans EVAPM2 ils furent 61, 68, 61.

#### Exercice 6

##### **Tâche**

Sont proposées, dans un tableau à 3 colonnes, avec une première ligne complète d'exemple, trois autres lignes où figure l'un des éléments suivants : une inéquation, un intervalle ou une représentation de cet intervalle sur un axe. L'élève doit bien sûr compléter ce tableau.

##### **Blocs**

Cet exercice relève essentiellement du cadre Gr graphique puisqu'il s'agit de passer de l'écriture à la représentation graphique ou réciproquement, mais la réussite montre aussi une certaine connaissance N numérique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 2 points.

##### **Remarques**

EVAPM n'a pas distingué de domaine graphique, et a classé cet exercice dans le domaine numérique.

#### Exercice 7

##### **Tâche**

Il s'agit pour les élèves de calculer un quotient dont les deux termes sont une somme pour l'un, une différence pour l'autre, d'un entier et d'un irrationnel (racine de 3). Ce calcul doit être fait à la calculatrice (on demande le résultat affiché) et on demande ensuite, avec 3 décimales, une valeur approchée par excès.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre N numérique.

##### **Barème**

La réussite vaut 1/2 point pour chacune des parties.

##### **Remarques**

Cette question figurait dans le questionnaire SPRESE 2/86 et les pourcentages de réponses exactes avaient été de 58% pour le calcul machine, et 44% pour la valeur approchée. En 1991, en Seconde, les résultats correspondants sont 71% et 58%.

#### Exercice 8

##### **Tâche**

Il faut ici résoudre une équation qui se présente sous la forme de l'égalité entre les carrés de deux polynômes du premier degré.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique.

**Barème.**

La résolution complète de cet exercice vaut 2 points.

**Exercice 9****Tâche**

Cet exercice concerne encore une résolution d'équation, mais cette fois-ci, l'inconnue figure au dénominateur.

**Blocs**

C'est encore un exercice, qui, comme le précédent relève du cadre A algébrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut aussi 2 points.

**Remarques**

A eux deux ces exercices balayent le domaine résolution d'équations, ce sont les divers cas envisagés en Seconde.

**Exercice 10****Tâche**

On présente sur la feuille une représentation d'un angle de  $20^\circ$ , et on demande aux élèves de donner des valeurs approchées de  $\cos 20^\circ$  et  $\sin 20^\circ$  en effectuant des mesures et sans utiliser les touches sin ou cos de la calculatrice.

**Blocs**

On attend donc des élèves qu'ils complètent le dessin pour faire apparaître un triangle rectangle, c'est à dire une tâche qui fait appel au cadre G géométrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

**Exercice 11****Tâche**

B, C, et D sont trois points alignés, et A est un point extérieur à la droite (BC). On demande aux élèves de démontrer que les trois centres de cercles de diamètres respectifs AB, AC, et AD sont alignés. Un dessin est joint au texte de cet exercice.

**Blocs**

Cet exercice est un exercice qui relève bien évidemment du cadre G géométrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

**Remarques**

Le barème peut paraître peu avantageux, mais c'est lié au fait que très peu d'élèves ont résolu cette question, ce questionnaire ayant été distribué à une classe très faible.

**Exercice 12****Tâche**

On donne, sur un quadrillage, le dessin de 4 triangles (dont les sommets sont situés sur des noeuds du quadrillage). Par trois fois, on affirme que l'un des triangles est l'image d'un autre par une transformation du plan. Il s'agit alors pour l'élève de reconnaître la transformation dont il est question, en précisant, à la fois par une "identification verbale et un report sur la figure", les éléments permettant de définir la transformation reconnue. Les trois transformations à reconnaître sont, dans l'ordre, une symétrie centrale, une réflexion et une translation.

**Blocs**

Il s'agit d'un exercice relevant du cadre G de la géométrie.

**Barème**

La reconnaissance de chacune des transformations vaut 1/2 point, même s'il n'y a pas eu report sur la figure des éléments de définition de la transformation.

**Exercice 13****Tâche**

Il s'agit de construire l'image d'un triangle par l'homothétie ayant pour centre un sommet du triangle et pour rapport 2.

**Blocs**

Même s'il ne fait pas appel aux mêmes compétences que l'exercice précédent, c'est encore un exercice du cadre G géométrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

**Remarques**

Les exercices sont nombreux dans ce questionnaire, mais remarquons qu'ils sont groupés par domaine d'intervention, ce qui est un facteur d'aide.

**Exercice 14****Tâche**

Sont dessinés des représentants de deux vecteurs  $u$  et  $v$ , et sont marqués trois points A,B,M. Il s'agit pour les élèves de construire les points C,D,N tels que

- les vecteurs AC et  $u$  soient égaux
- les vecteurs BD et  $-v$  soient égaux
- le vecteur MN soit égal à la somme des vecteurs  $u$  et  $v$ .

**Blocs**

Cet exercice est considéré comme relevant du cadre G géométrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

**Remarques**

Nous n'avons pas considéré le domaine vectoriel comme indépendant, son champ d'application se réduisant la plupart du temps, comme ici, à des constructions géométriques, ou, comme dans l'exercice suivant, à des calculs.

**Exercice 15****Tâche**

On donne trois vecteurs, définis comme combinaisons linéaires des deux vecteurs  $i$  et  $j$  d'une base orthonormale. On demande aux élèves de calculer les normes de chacun de ces trois vecteurs.

**Blocs**

Cet exercice est classé comme relevant du cadre N numérique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

**Exercice 16****Tâche**

Il s'agit dans cet exercice de déterminer le centre et l'angle de la rotation (dont le texte affirme l'existence) qui transforme un triangle rectangle en Q, PQT, en un triangle rectangle en Q lui aussi, SQR. Le dessin est fourni, et montre que le point S appartient au côté QT du premier triangle.

**Blocs**

Cet exercice relève lui aussi du cadre G géométrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1/2 point.

TEXTE DU QUESTIONNAIRE B

Association des Professeurs de mathématiques de l'enseignement public  
26 rue Duméril - 75013 PARIS

APMEP

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité B

Calculatrices autorisées Durée : 1 heure

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_

Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez-vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
 OUI -  NON (Entourer la mention vraie)

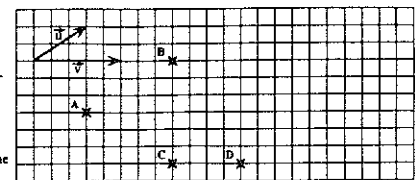
Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
 Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.  
 Dans tous les cas, ne vous attendez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
 Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
 Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

Tracer un représentant d'origine A du vecteur  $-u$

Tracer un représentant d'origine B du vecteur  $u+v$

Tracer un représentant d'origine C du vecteur  $u-v$

Tracer un représentant d'origine D du vecteur  $3u-2v$



01  
02  
03  
04

Construire l'image de la droite (d) par l'homothétie de centre I qui transforme le point M en M'.

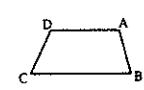
Indiquer la, ou les, propriété(s) utilisée(s)



05  
06

Soit un trapèze ABCD tel que les droites (DA) et (CB) soient parallèles.  
 Soit E le point tel que :  $\vec{AE} = 1,2 \vec{AB}$ .  
 La parallèle à la droite (BC) passant par E coupe la droite (DC) en F.

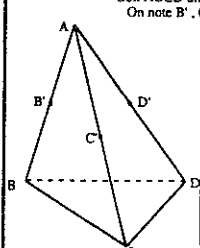
Exprimer  $\vec{DF}$  en fonction de  $\vec{DC}$   
 Justifier la réponse.



07  
08

Soit ABCD une pyramide.  
 On note B', C' et D' les milieux respectifs des segments [AB], [AC] et [AD].

Démontrer que les plans (BCD) et (B'C'D') sont parallèles.



21  
22

Soit p le périmètre d'un champ rectangulaire (en m).  
 Soit f sa largeur (en m).  
 Sachant que :  $174,4 \leq p \leq 180$  et que :  $31,8 \leq f \leq 32,4$

Calculer l'encadrement le plus précis possible de sa longueur L (en m).

Calculer l'encadrement le plus précis possible de son aire  $\mathcal{A}$  (en m<sup>2</sup>).

23  
24

Dans le plan P muni du repère (O; U; V), on a tracé la représentation graphique d'une fonction f définie dans l'intervalle I = [-5; 5].

Utiliser les informations de ce dessin pour répondre aux questions suivantes :

Sur l'intervalle I,

Quel est le maximum de f ?

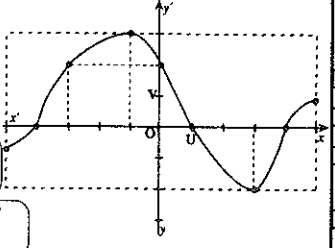
Quel est le minimum de f ?

Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) = 0 ?

Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) = 2 ?

Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) ≤ 2 ?

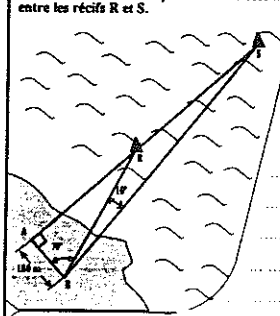
Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) ∈ [2; 3] ?



25  
26  
27  
28  
29  
30

A l'aide des indications portées sur le dessin, calculer une valeur approchée de la distance entre les récifs R et S.

Explications et calculs



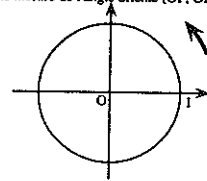
09  
10  
11

Le plan est muni d'un repère (O;  $\vec{i}$ ;  $\vec{j}$ ).  
 Une droite (D) a pour vecteur directeur  $0,5\vec{i} - 2\vec{j}$  et passe par le point A(1; 2).  
 Déterminer une équation de cette droite.

Calculs

Sur le cercle trigonométrique, placer les points A, B, C et D tels que :

- une mesure de l'angle orienté (OI; OA) soit 120°
- une mesure de l'angle orienté (OI; OB) soit 225°
- une mesure de l'angle orienté (OI; OC) soit 330°
- une mesure de l'angle orienté (OI; OD) soit 390°



12  
13  
14  
15  
16  
17

Dans une classe de 40 élèves, la moyenne d'un devoir était 10,6.  
 En fait, le professeur avait oublié 1 point à 2 élèves.  
 Quelle est, en réalité, la moyenne de la classe? (On demande la valeur exacte)

Calculs

18  
19  
20

Ecrire sous la forme  $a\sqrt{b}$ , b étant un nombre entier, le plus petit possible.

$\sqrt{180} - \sqrt{20} + \sqrt{125}$

31  
32  
33  
34

Résoudre l'équation suivante :  $4x^2 - 20x + 25 = 0$

Calculs

35  
36

Résoudre l'équation suivante :  $(2x + 3)(x - 4) = 0$

Calculs

37  
38

Soit les systèmes A et B suivants :

A  $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases}$       B  $\begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$

Dans chaque cas, rayer les mentions fausses.

Le système A admet :  n'admet pas une solution unique

Le système B admet :  n'admet pas une solution unique

Justifier les réponses données

Calculer les solutions si elles existent

39  
40

Compléter le tableau de signes ci-dessous :

x	-∞	+∞
Signe de (2x - 5)		
Signe de (-x + 4)		
Signe de (2x - 5)(-x + 4)		

En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation :  $(2x - 5)(-x + 4) > 0$

41  
42  
43  
44



## ANNEXE 6

### ANALYSE DE LA TACHE, BLOCS, BAREME POUR LE QUESTIONNAIRE B

#### Exercice 1

##### **Tâche**

Sont donnés dans un quadrillage 4 points A,B,C,D et des représentants de même origine (sans nom) de deux vecteurs  $u$  et  $v$ .

On demande de tracer

- un représentant d'origine A du vecteur  $-u$
- un représentant d'origine B du vecteur  $u+v$
- un représentant d'origine C du vecteur  $u-v$
- un représentant d'origine D du vecteur  $3u-2v$ .

##### **Blocs**

Pour les mêmes raisons que celles exposées lors de l'exercice 14 du questionnaire A, cet exercice est classé dans le cadre G géométrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

##### **Remarques**

Le barème n'accorde qu'un point à cet exercice pour ne pas trop renforcer le poids du domaine géométrique qui est important dans ce questionnaire.

#### Exercice 2

##### **Tâche**

Il s'agit de construire l'image d'une droite par une homothétie définie par son centre, un point et son image ; tous ces éléments sont tracés sur la feuille. Il faut aussi énoncer la, ou les, propriété(s) utilisée(s).

##### **Blocs**

Cet exercice relève aussi du cadre G géométrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut aussi 1 point.

#### Exercice 3

##### **Tâche**

On donne un trapèze, et une autre parallèle aux bases, il s'agit de reconnaître et utiliser le théorème de Thalès (ou éventuellement une homothétie bien choisie), pour exprimer un vecteur en fonction d'un autre. La justification de la réponse est explicitement demandée.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre G géométrique.

##### **Barème**

La réussite vaut aussi 1 point.

##### **Remarques**

L'utilisation du théorème de Thalès était la méthode attendue par les auteurs, c'est la seule signalée dans les consignes de codage ; il est vrai que l'utilisation d'une homothétie, si elle était à la portée des élèves, était moins évidente.

#### Exercice 4

##### **Tâche**

Il s'agit de calculer une valeur approchée de la distance entre deux récifs, représentés sur un dessin

où sont précisés déjà certains angles et une distance. L'un des angles est un droit, donc la situation devrait susciter, pensent sans doute les auteurs, l'utilisation des rapports trigonométriques dans un triangle rectangle.

##### **Blocs**

Cet exercice, s'il nécessite l'utilisation du calcul, débute par un appel aux propriétés géométriques, nous le considérons donc comme relevant de ce cadre G.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

##### **Remarques**

Cet exercice figurait dans EVAPM3/90, où il avait donné lieu à des pourcentages de réussite de 29% pour l'écriture d'au moins un rapport utile, même si ensuite le résultat était faux ; de 20% pour un résultat intermédiaire exact ; de 16% pour la réponse exacte. Les résultats correspondant en Seconde sont respectivement 49%, 38% et 33%.

#### Exercice 5

##### **Tâche**

On définit, dans le plan muni d'un repère, une droite par un vecteur directeur et un point, et on demande aux élèves de déterminer une équation de cette droite.

##### **Blocs**

Cet exercice est considéré comme relevant du cadre A algébrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice donne 1 point.

##### **Remarques**

Cet exercice est classé par les auteurs de EVAPM dans la catégorie géométrie dans le plan muni d'un repère. Il nous a semblé qu'à ce niveau, ceci ne constituait pas un cadre, mais qu'il était fait appel, selon les exercices, soit au cadre géométrique, soit au cadre algébrique, soit au cadre numérique.

#### Exercice 6

##### **Tâche**

Il s'agit de placer sur le cercle trigonométrique 4 points définis à l'aide de mesures en degrés d'angles orientés.

##### **Blocs**

Cet exercice est considéré comme relevant du cadre G géométrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

#### Exercice 7

##### **Tâche**

Il s'agit d'un exercice sur le calcul de la moyenne : une moyenne avait été calculée dans une classe de 40 élèves, mais le professeur avait oublié un point à 2 élèves. On demande alors de calculer la moyenne rectifiée.

##### **Blocs**

Cet exercice relève typiquement du cadre N numérique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

### Exercice 8

#### **Tâche**

On donne aux élèves, avec un dessin, une pyramide. Il s'agit pour eux, de démontrer que le plan défini par les milieux de trois arêtes issues d'un même sommet est parallèle au plan opposé à ce sommet.

#### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre G géométrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 2 points, 1 pour la démonstration du parallélisme de 2 droites, et 1 pour l'achèvement du travail.

### Exercice 9

#### **Tâche**

On donne aux élèves le périmètre d'un champ et sa largeur exprimés, en mètres, à l'aide de deux encadrements.

Il s'agit pour eux de donner les encadrements les plus précis possibles de la longueur (en mètres) et de l'aire (en mètres carrés)

#### **Blocs**

C'est un exercice qui relève du cadre N numérique

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point pour chacun des calculs.

### Exercice 10

#### **Tâche**

On donne aux élèves la représentation graphique d'une fonction définie dans un intervalle I. On leur demande de donner, sur cet intervalle, le maximum de f, son minimum, les solutions des 2 équations définies par  $f(x)=0$  et  $f(x)=2$ , celles d'une inéquation, puis enfin de trouver les antécédents des nombres compris entre 2 et 3.

#### **Blocs**

Cet exercice qui fait appel à chaque fois à la lecture d'un graphique relève de ce cadre Gr graphique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 3 points.

### Exercice 11

#### **Tâche**

Il s'agit d'ajouter 3 racines carrées de nombres différents, et pour ce faire, de commencer par transformer l'écriture de chacun d'eux.

#### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre N numérique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

#### **Remarques**

Cet exercice figurait dans EVAPM3/90 et avait conduit à des pourcentages de réponses exactes de 65%, 70%, 71% pour les transformations séparées, et de 59% pour le résultat final, résultats qui deviennent 70%, 75%, 76%, et 67% pour le résultat final en Seconde.

### Exercice 12

#### **Tâche**

Il s'agit de résoudre une équation, apparemment du second degré, le second membre étant nul.

Les élèves doivent reconnaître au premier membre le développement du carré d'une différence. La résolution ne présente alors plus aucune difficulté.

#### **Blocs**

C'est un exercice qui relève du cadre A algébrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

### Exercice 13

#### **Tâche**

Cet exercice consiste aussi en la résolution d'une équation, mais qui se présente ici sous la forme de l'égalité à 0 d'un produit de 2 facteurs du premier degré.

#### **Blocs**

Cet exercice relève donc du même cadre A que le précédent.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut aussi 1 point.

#### **Remarques**

Cet exercice figurait déjà lors de EVAPM3/90, et le pourcentage de réponses exactes était de 50%, il atteint en Seconde 58%.

### Exercice 14

#### **Tâche**

On donne aux élèves deux systèmes, et on leur demande de dire si, oui ou non, chacun d'eux admet une solution unique. Figurent ensuite sur la feuille deux emplacements avec les consignes : "justifier les réponses données" pour l'un, et "calculer les solutions si elles existent" pour l'autre.

#### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1,5 point.

#### **Remarques**

La présentation de cet exercice est difficile pour les élèves par la formulation : "n'admet pas une solution unique" traduit pour eux "admet une infinité de solutions" plutôt que la négation de "admet une solution unique". Par ailleurs, la présentation visuelle les incite aussi à donner une réponse "au hasard" au début plutôt qu'à chercher et justifier simultanément.

### Exercice 15

#### **Tâche**

Un tableau de signes est préparé, pour deux binômes du premier degré et leur produit. Il s'agit pour les élèves de remplir ce tableau de signes, puis d'en déduire la résolution de l'inéquation définie par : pour quelles valeurs de la variable ce produit est-il strictement positif?

#### **Blocs**

C'est encore un exercice qui relève du cadre A algébrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1,5 point, 1 pour le tableau, 1/2 pour la résolution de l'inéquation.

TEXTE DU QUESTIONNAIRE C

Association des Professeurs de mathématiques de l'enseignement public  
26 rue Duméril - 75013 PARIS

APMEP

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité C

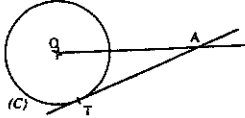
Calculatrices autorisées

Durée : 1 heure

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
 Etablissement : \_\_\_\_\_ Avec vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
 OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde. Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter. Dans tous les cas, ne vous arrêtez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions. Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses. Si vous êtes fin avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

La droite (AT) est tangente en T au cercle (C) de centre O et de rayon 2 cm.  
 On donne : OA = 5 cm



Calculer une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle AOT.

.....  
 .....  
 .....  
 Réponse : .....

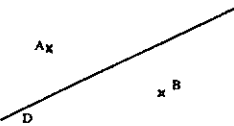
01  
02  
03

Dans le plan muni d'un repère (O, i, j) on donne :  
 $\vec{OA} = -1,2\vec{i} + 0,2\vec{j}$   
 $\vec{OB} = 1,2\vec{i} + 2,8\vec{j}$

Soit M le milieu du segment [AB].  
 Calculer les coordonnées du point M

Justification des calculs :  
 .....  
 .....  
 .....  
 Réponse : .....

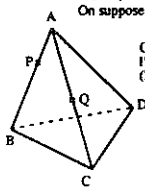
CONSTRUIRE l'image de la droite D par la translation qui transforme A en B.



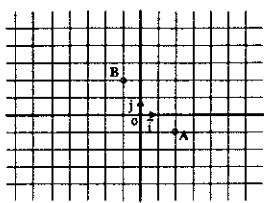
.....  
 .....  
 Réponse : .....

06  
07

Soit une pyramide ABCD, soit P un point de l'arête [AB], et soit Q un point de l'arête [AC]. On suppose (PQ) non parallèle à (BC).  
 On demande de tracer l'intersection de la droite (PQ) avec le plan (BCD)



Dans le plan muni de la base (O, i, j), TRACER :  
 a) La droite (D<sub>1</sub>) passant par O et de vecteur directeur  $2\vec{i} + \vec{j}$   
 b) la droite (D<sub>2</sub>) passant par le point A (2; -1) et de vecteur directeur  $\vec{i} + 2\vec{j}$   
 c) la droite (D<sub>3</sub>) passant par le point B (-1; 2) et de vecteur directeur  $\vec{i} - 3\vec{j}$

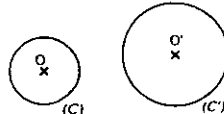


Justifications :  
 .....  
 .....  
 .....  
 Réponse : .....

08  
09  
10  
11  
12

Il existe deux homothéties h<sub>1</sub> et h<sub>2</sub> qui transforment le cercle (C) en le cercle (C').

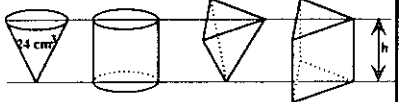
Construire les centres de ces deux homothéties.



Justifier les constructions faites. Sachant que les rayons des cercles (C) et (C') sont respectivement 1 cm et 1,5 cm, donner le rapport de chaque homothétie.  
 .....  
 .....  
 Réponse : .....

13  
14  
15  
16  
17

La figure représente quatre solides : un cône de révolution, un cylindre de révolution, une pyramide régulière et un prisme droit.



Ces quatre solides ont même aire de base et même hauteur h.  
 Le cône a un volume de 24 cm<sup>3</sup>.  
 Quel est le volume du cylindre ?  
 Quel est le volume de la pyramide ?  
 Quel est le volume du prisme ?

18  
19  
20

Etudier le signe de	x	-∞	+∞
$\frac{3x-5}{2-x}$	Signe de (3x-5)		
	Signe de (2-x)		
Four cela, compléter le tableau de signes ci-contre.	Signe de $\frac{3x-5}{2-x}$		

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :  
 $(3x + 2y)^2 =$  .....  
 $3(x - 2yx) - 2x(x^2 - 3y) =$  .....

Une personne a emprunté sans intérêt 1000 F. Elle a déjà remboursé une somme S. Il lui reste à rembourser une somme égale au  $\frac{2}{3}$  de la somme S déjà rendue.  
 Calculer S en laissant le détail des calculs.  
 Explications :  
 .....  
 Réponse : S = ..... F

Ce n'est pas pratique de faire un gâteau sans balance..... Il y a bien la cuillère à soupe, mais si je prends une cuillerée rase de sucre ou une "bonne cuillerée" de gourmand, j'ai entre 12 g et 16 g par cuillerée...  
 Dans une recette, je lis :  
 " Mettre 16 à 19 cuillerées à soupe de sucre."  
 Donner l'encadrement le plus précis possible de la quantité q de sucre que je peux mettre.

Ecrire A et B sous la forme  $a + b\sqrt{5}$ , (a et b réels), en détaillant les calculs.  
 $A = \frac{3}{\sqrt{5} + 2}$  .....  
 $B = \frac{2\sqrt{5} + 3}{\sqrt{5} - 1}$  .....

Un produit coûtant x francs augmente de 8%.  
 Quel est, en fonction de x, le nouveau prix y de ce produit ?  
 Réponse : .....

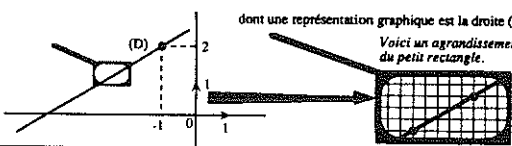
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36

Le prix de location d'une automobile comporte un forfait fixe de 200 F et une somme proportionnelle au kilométrage parcouru.  
 Jean a effectué 50 km de plus que Paul et a payé 45 F de plus.

Quel est le prix d'une location en fonction du nombre x de kilomètres parcourus.  
 Réponse : .....

Quel est le prix de la location de Jean sachant qu'il a parcouru 250 km ?  
 Réponse : .....

A partir des informations données dans les deux dessins ci-dessous, déterminer la fonction affine  $f : x \rightarrow ax + b$ , dont une représentation graphique est la droite (D).  
 Voici un agrandissement du petit rectangle.



Calculs :  
 .....  
 Réponse : .....

Dans une entreprise, la répartition des salaires est la suivante :  
 salaires compris entre 2 000 F et 6 000 F : 51 personnes  
 salaires compris entre 6 000 F et 10 000 F : 5 personnes  
 salaires compris entre 10 000 F et 14 000 F : 5 personnes  
 salaires compris entre 14 000 F et 18 000 F : 40 personnes

En utilisant les centres des classes, le patron de l'entreprise a calculé une estimation du salaire moyen.  
 Combien a-t-il trouvé ?  
 Réponse : .....

Les syndicats disent : " Le salaire médian n'est que de 6 000 F"  
 (Salaire médian signifie : médiane de la série statistique des salaires)  
 Est-ce possible ? (Justifier)

37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45

## ANNEXE 8

### ANALYSE DE LA TACHE, BLOCS, BAREME POUR LE QUESTIONNAIRE C

#### Exercice 1

##### **Tâche**

La droite (AT) est tangente en T à un cercle, et on donne la figure dans le texte. Il est demandé aux élèves, connaissant le rayon du cercle et la distance du point A au centre du cercle de calculer une valeur approchée de la mesure en degrés de l'angle AOT.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre G géométrique, puisqu'il s'agit de préciser les propriétés géométriques de la figure pour en déduire un calcul.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

##### **Remarques**

Les auteurs attendaient l'utilisation directe du cosinus, mais signalent d'accepter le détour par la tangente et l'utilisation du théorème de Pythagore.

#### Exercice 2

##### **Tâche**

Dans le plan muni d'un repère, on définit les deux points A et B par les combinaisons linéaires des vecteurs de base que sont les vecteurs OA et OB. Les élèves doivent calculer les coordonnées du milieu du segment AB.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique puisqu'il ne fait intervenir aucun élément géométrique directement.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

##### **Remarques**

Bien entendu, on demandait une réponse justifiée, c'est à dire un énoncé.

#### Exercice 3

##### **Tâche**

Sont donnés deux points A et B, une droite D et un dessin représentant la situation. L'élève doit construire l'image de la droite D par la translation qui transforme A en B.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre G géométrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

##### **Remarques**

Cet exercice figurait dans les questionnaires EVAPM4/89 et EVAPM3/90. Les pourcentages de réussite avaient été respectivement de 13 et 36%, ils sont en Seconde de 56%.

#### Exercice 4

##### **Tâche**

On donne, dessin à l'appui, une pyramide, et P et Q deux points appartenant à deux arêtes de même extrémité A, (AB) et (AC), et tels que (PQ) ne soit pas parallèle à (BC).

Il s'agit pour les élèves de tracer l'intersection de la droite (PQ) avec le plan (BCD) puis de justifier ce tracé dans le cadre prévu à cet effet.

##### **Blocs**

Il s'agit ici d'un exercice qui relève du cadre G géométrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

##### **Remarques**

Nous n'avons pas différencié géométrie plane et géométrie de l'espace, qui toutes deux relèvent du cadre que nous avons appelé géométrique.

#### Exercice 5

##### **Tâche**

Il s'agit pour les élèves de tracer, dans un quadrillage représentant le plan muni d'un repère, trois droites, chacune d'elles étant définie par un point (dont on donne les coordonnées et qui figure déjà sur le dessin) et un vecteur directeur (défini comme combinaison linéaire des deux vecteurs de base)

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre Gr graphique.

##### **Barème**

Cet exercice vaut 2 points.

##### **Remarques**

Cet exercice avait été donné dans un questionnaire EVAPM3/90 sous une forme un peu différente, puisqu'on donnait les coefficients directeurs des droites, et les pourcentages de réponses exactes avaient été dans l'ordre, de 35, 23, et 20%. Ils furent en Seconde 89%, 55% et 63%. *On peut penser que c'est parce que la première droite passe par l'origine du repère que son tracé est mieux réussi.*

#### Exercice 6

##### **Tâche**

Sont donnés deux cercles extérieurs (C) et (C'), et on demande de

- construire les centres des deux homothéties qui transforment (C) en (C') dont on affirme l'existence
- justifier les constructions
- donner les rapports de chaque homothétie, connaissant les rayons de chacun des cercles.

##### **Blocs**

Construire et justifier la construction relèvent du cadre G géométrique, donner les rapports des homothéties du cadre N numérique.???

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 pour a), 1/2 pour b) et 1/2 pour c).

#### Exercice 7

##### **Tâche**

Sont donnés et représentés quatre solides : cône de révolution, cylindre de révolution, pyramide régulière et prisme droit, qui ont tous quatre même aire de base, et même hauteur. On précise le volume du cône, on demande quels sont les autres volumes.

##### **Blocs**

Il s'agit donc d'appliquer une formule, cet exercice relève du cadre N numérique.

##### **Barème**

Chacun des volumes, s'il est exact, donne 1/2 point.

##### **Remarques**

Lors d'EVAPM3/90, les pourcentages de réussite à cet exercice avaient été de 19% pour le cylindre, 27% pour la pyramide et 25% pour le prisme. Ils furent 11%, 20% et 8% en Seconde. *Ces notions ont, sans doute été sous-utilisées en seconde.*

#### Exercice 8

##### **Tâche**

Il s'agit d'étudier le signe d'un quotient dont les deux termes sont des binômes du premier degré. Pour ce

faire, on présente aux élèves le cadre d'un tableau de signes qu'on leur demande de compléter.

**Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique.

**Barème**

Cet exercice vaut 1,5 point ; 0,5 pour chaque ligne correctement remplie.

**Remarques**

La présentation apparaît comme un indice externe pour éviter trop d'erreurs.

Exercice 9

**Tâche**

Il s'agit pour l'élève de développer et réduire deux expressions algébriques

- a) le carré d'une somme
- b) une différence de deux produits

**Blocs**

Il s'agit typiquement d'un exercice qui relève du cadre A algébrique

**Barème**

La réussite vaut 1/2 point pour chacune des parties a) et b).

Exercice 10

**Tâche**

Une personne a emprunté 1000 F. sans intérêt ; elle a déjà remboursé une somme S, il lui reste à rembourser les 2/3 de la somme déjà rendue. Les élèves doivent calculer la valeur de S.

**Blocs**

L'exercice relève du cadre A algébrique, il s'agit de mettre un problème en équation, puis de résoudre l'équation obtenue.

**Barème**

Cet exercice vaut 1 point.

**Remarques**

Bien que les auteurs s'en défendent en précisant que ce n'est pas la seule possible et qu'elle n'a pas à être privilégiée, la démarche attendue est la démarche algébrique, c'est la seule d'ailleurs qui sera codée.

**Remarques**

Cet exercice avait été donné lors des évaluations EVAPM5/88, EVAPM4/89, EVAPM3/90 avec des pourcentages de réussite respectifs de 4, 12, et 31%. Dans un questionnaire SPRESE3/84 le pourcentage de réussite était de 23%. Le pourcentage de réponses exactes a atteint 58% pour EVAPM2/91.

Exercice 11

**Tâche**

Il s'agit d'un problème d'encadrement présenté au sein d'une recette de cuisine dans laquelle l'unité de mesure est la cuillerée à soupe, dont on sait qu'elle contient entre 12 et 16 g lorsqu'il s'agit de sucre. On demande alors à quelle quantité correspondent 16 à 19 cuillerées à soupe de sucre.

**Blocs**

C'est un exercice qui relève du cadre N numérique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

Exercice 12

**Tâche**

Le texte n'est pas ainsi énoncé, mais il s'agit de rendre rationnel les dénominateurs de deux quotients, alors que ce sont une somme pour l'un, une différence pour l'autre, entre un irrationnel et un entier.

**Blocs**

Cet exercice est un exercice du cadre N numérique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point, 1/2 pour chacun des calculs.

Exercice 13

**Tâche**

Il s'agit pour les élèves de calculer le nouveau prix d'un produit qui coûtait x francs, après une augmentation de 8%.

**Blocs**

Il s'agit ici d'un exercice qui relève du cadre A algébrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1 point.

**Remarques**

Cet exercice avait fourni un pourcentage de réponses exactes de 28% lors d'EVAPM3/90, et figurait aussi dans le prétest passé par les élèves. EVAPM2/91 relève 32% de réponses exactes (avec un total de 50% si on admet les réponses exactes mais non réduites).

Exercice 14

**Tâche**

Sachant que le prix de location d'une voiture comprend un forfait fixe, et une somme proportionnelle au kilométrage parcouru, il s'agit d'évaluer le prix d'une location en fonction du nombre de kilomètres parcourus, puis de calculer la valeur prise par cette fonction pour une valeur donnée du kilométrage.

**Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1,5 point.

Exercice 15

**Tâche**

A l'aide de renseignements fournis dans deux dessins - le premier permet de lire les coordonnées d'un point d'une droite, et le deuxième présente un quadrillage qui permet de lire le coefficient directeur, ou les coordonnées d'un vecteur directeur de cette même droite - l'élève doit donc, avec ces informations, déterminer la fonction affine dont une représentation graphique est la droite considérée.

**Blocs**

Cet exercice relève du cadre Gr graphique.

**Barème**

La réussite à cet exercice 1 point.

Exercice 16

**Tâche**

On donne la répartition des salaires dans une entreprise, par tranches. Il est demandé de calculer une estimation du salaire moyen en utilisant les centres des classes, puis de reconnaître si une affirmation concernant le salaire médian est justifiée ou non.

**Blocs**

Il s'agit d'un exercice relevant du cadre N numérique.

**Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1,5 point.

**Remarques**

A propos du salaire médian, il n'a pas nécessairement la valeur qui était suggérée par l'énoncé, ce qui pouvait gêner certains élèves, et les induire en erreur.

TEXTE DU QUESTIONNAIRE D

Association des Professeurs de mathématiques de l'enseignement public  
26 rue Duméril - 75013 PARIS

APMEP

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité D

Calculatrices autorisées Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_

Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez-vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde. Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter. Dans tous les cas, ne vous attendez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions. Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses. Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

Le tableau ci-contre donne les effectifs, par âge, d'un club du lycée.

Âges des élèves	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans
Nombre d'élèves par âge	1	3	15	5

COMPLÉTER ce tableau de façon à obtenir le tableau des effectifs cumulés croissants.

Âges des élèves	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans
Effectifs cumulés croissants				

TRACER le polygone des effectifs cumulés croissants ou une autre représentation de ces effectifs cumulés croissants.

CALCULER l'écart type de la série statistique donnée

Résultat trouvé : \_\_\_\_\_

Étant donné un rectangle dont les dimensions  $L$  et  $l$  sont les suivantes :

$L = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$        $l = 2,5 \times 10^{-5} \text{ m}$

Calculer le périmètre du rectangle, et écrire le résultat sous la forme :  $a \cdot 10^k$ , avec  $a \in [1; 10[$

Réponse : \_\_\_\_\_

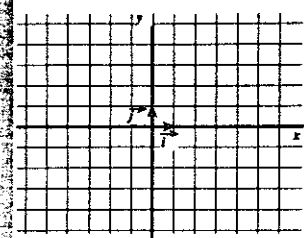
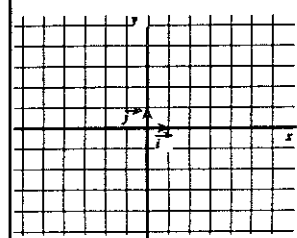
Calculer l'aire du rectangle, et écrire le résultat sous la forme :  $a \cdot 10^k$ , avec  $a \in [1; 10[$

Réponse : \_\_\_\_\_

Utiliser les quadrillages ci-dessous pour représenter graphiquement les fonctions suivantes :

a) la fonction  $f$  définie dans l'ensemble des réels non nuls par :  $f(x) = \frac{1}{x}$

b) la fonction  $g$  définie dans l'ensemble des réels positifs par :  $g(x) = \sqrt{x}$



Donner le sens de variation des fonctions  $f$  et  $g$ , sur les intervalles indiqués, en complétant les phrases suivantes :

Sur  $[\frac{1}{2}; 6]$ ,  $f$  est une fonction \_\_\_\_\_

Sur  $[0; 5]$ ,  $g$  est une fonction \_\_\_\_\_

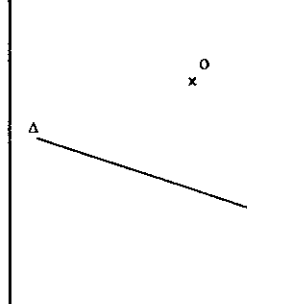
Toujours à propos des fonctions  $f$  et  $g$ , dans chacun des cas ci-dessous, entourer la réponse qui convient et barrer l'autre

Pour les petites valeurs positives de  $x$ ,  $f(x)$  prend des petites valeurs  
grandes valeurs

Pour les grandes valeurs positives de  $x$ ,  $f(x)$  prend des petites valeurs  
grandes valeurs

Pour les grandes valeurs positives de  $x$ ,  $g(x)$  prend des petites valeurs  
grandes valeurs

Tracer l'image de la droite  $\Delta$  dans une rotation de centre  $O$  et d'angle  $70^\circ$ .



Le plan étant muni d'une base orthonormale  $(\vec{i}, \vec{j})$ , donner les coordonnées d'un vecteur  $\vec{v}$  orthogonal au vecteur  $\vec{u}(-1; \frac{1}{2})$ .

Justifications

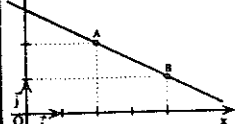
.....

.....

.....

Réponse : \_\_\_\_\_

Déterminer une équation de la droite (AB).

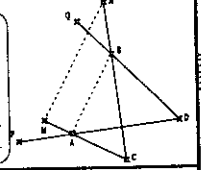


Calculs

.....

Réponse : \_\_\_\_\_

Quatre points A, B, C, D étant donnés, soient M, N, P et Q les points tels que :  
M et N sont les images de A et B dans l'homothétie de centre C et de rapport 1,5.  
P et Q sont les images de A et B dans l'homothétie de centre D et de rapport 1,5.  
Démontrer que PMNQ est un parallélogramme.

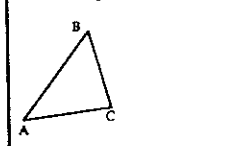


.....

.....

.....

L'étoile ABC étant donné, placer les points I et J tels que :  
 $\vec{AI} = \frac{1}{3} \vec{AB}$  ;  $\vec{AJ} = \frac{2}{3} \vec{AC}$



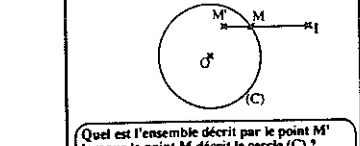
Démontrer que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles.

.....

.....

.....

Soit (C) un cercle de centre O.  
Soit I un point non situé sur le cercle (C).  
A tout point M du cercle (C) on associe le point M' tel que :  $\vec{IM'} = 1,5 \vec{IM}$



Quel est l'ensemble décrit par le point M' lorsque le point M décrit le cercle (C) ?  
Justifier votre réponse et donner toutes les informations nécessaires pour tracer cet ensemble.

.....

.....

.....

Résoudre l'équation suivante :  $(3x + 5)(x - 2) - (x + 4)(x - 2) = 0$

Calculs

.....

.....

Réponse : \_\_\_\_\_

Résoudre les inéquations suivantes :

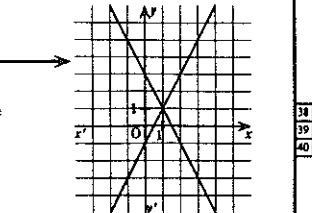
$x^2 > 25$

$x^2 < 9$

$y^2 > -4$

$x^2 < -1$

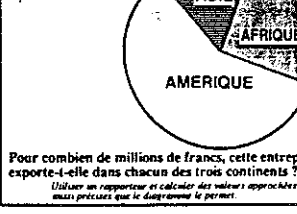
Voici une représentation graphique du système d'équations :



On demande de colorier en rouge l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient le système :

$$\begin{cases} y \geq -2x + 3 \\ y \leq 2x - 1 \end{cases}$$

Une entreprise exporte, hors d'Europe, pour 720 millions de francs de marchandises.



Calculs

.....

Réponses: Montants des exportations...

en AFRIQUE ? \_\_\_\_\_

en ASIE ? \_\_\_\_\_

en AMERIQUE ? \_\_\_\_\_

Pour combien de millions de francs, cette entreprise exporte-t-elle dans chacun des trois continents ?  
Utiliser un rapporteur et calculer des valeurs approchées aussi précises que le diagramme le permet.

## ANNEXE 10

### ANALYSE DE LA TACHE, BLOCS, BAREME POUR LE QUESTIONNAIRE D

#### Exercice 1

##### **Tâche**

On donne aux élèves un tableau donnant les effectifs par âge d'un club du lycée, et on leur demande de

- dresser le tableau des effectifs cumulés croissants
- tracer le polygone des effectifs cumulés croissants, ou une autre représentation (dans un quadrillage fourni)
- calculer l'écart-type de la série statistique donnée

##### **Blocs**

Les questions a) et c) de cet exercice relèvent du cadre N numérique, mais la question b) du cadre Gr graphique.

##### **Barème**

la réussite à cet exercice vaut 2 points.

##### **Remarques**

Cet exercice figurait, pour ses deux premières questions, dans les questionnaires EVAPM4/89 et EVAPM3/90. Les pourcentages de réussite avaient été respectivement de 17% et 45% pour a), et 7% et 28% pour b). EVAPM2/91 relève 40% de réponses exactes pour a), 16% pour le polygone des effectifs et 13% pour une autre représentation correcte, et 5% pour le c).

#### Exercice 2

##### **Tâche**

La longueur et la largeur d'un rectangle sont exprimées en mètres, comme produit d'un nombre compris entre 1 et 10 par une puissance de 10. On demande d'exprimer le périmètre et l'aire du rectangle par des nombres de la même forme.

##### **Blocs**

Cet exercice relève uniquement du cadre N numérique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1 point.

#### Exercice 3

##### **Tâche**

Il est demandé aux élèves

- de représenter graphiquement, sur des quadrillages donnés, les fonctions inverse et racine carrée,
- d'indiquer le sens de variation de chacune d'elles sur un intervalle
- de préciser si, pour les grandes valeurs positives de la variable ces fonctions prennent des valeurs grandes ou petites.

##### **Blocs**

Ces questions relèvent du cadre Gr graphique, utilisé d'abord pour passer d'une fonction à sa représentation graphique, ensuite pour lire ce graphique

##### **Barème**

La réussite à cette question rapporte 3 points.

#### Exercice 4

##### **Tâche**

Sont donnés une droite et un point n'appartenant pas à cette droite. Il s'agit de tracer l'image de la droite dans une rotation de centre le point donné et d'angle donné ( $70^\circ$ )

##### **Blocs**

Cet exercice de tracé relève du cadre G géométrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

##### **Remarques**

Les élèves ont le choix entre deux rotations. La question avait déjà été posée lors de EVAPM4/89 et EVAPM3/90, avec des pourcentages de réussite de 15% et 19% respectivement. EVAPM2/91 note 27% de tracés conformes (mais le résultat atteint 35% si on admet une plus grande approximation dans le tracé).

#### Exercice 5

##### **Tâche**

Le plan étant muni d'une base orthonormale, on demande aux élèves de donner les coordonnées d'un vecteur orthogonal à un vecteur donné sous la forme d'une combinaison linéaire des vecteurs de base.

##### **Blocs**

Cet exercice est difficile à classer : selon le moyen de résolution utilisé par l'élève, il peut être considéré comme relevant du cadre Gr graphique, ou de l'algébrique A, et bien sûr, le domaine d'intervention est le géométrique G.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

##### **Remarques**

On n'a pas intégré cet exercice dans le codage des blocs, car c'était impossible de savoir, à partir des fiches de résultats, quel avait été le cadre dans lequel l'élève avait fonctionné.

#### Exercice 6

##### **Tâche**

On donne dans un repère, avec représentation graphique, une droite passant par deux points dont les coordonnées sont visualisées. On demande aux élèves de donner une équation de la droite. Il s'agit donc pour eux de "lire" le graphique.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre Gr graphique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1 point.

##### **Remarques**

Cet exercice figurait dans le questionnaire EVAPM3/90, et le pourcentage de réussite avait été de 32%, il passe à 47% en Seconde.

#### Exercice 7

##### **Tâche**

Quatre points A, B, C, D sont donnés. On définit M et N comme images de A et B dans

l'homothétie de centre C et de rapport 1,5 ; et P et Q comme images de A et B dans l'homothétie de centre D et de rapport 1,5. La figure est fournie, et on demande de démontrer que PMNQ est un parallélogramme.

**Blocs**

Cet exercice relève du cadre G géométrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

**Remarques**

Les élèves pouvaient utiliser le théorème de Thalès ou plus simplement les propriétés de l'homothétie pour écrire l'égalité utile de deux vecteurs. Les deux méthodes étaient acceptées.

Exercice 8

**Tâche**

On donne un triangle ABC, on définit par des égalités vectorielles deux points I et J que l'on demande de placer sur le dessin ; il s'agit ensuite de démontrer que deux droites sont parallèles.

**Blocs**

Cet exercice relève du cadre G géométrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 2 points, 1 pour le placement des points, et 1 pour la démonstration.

Exercice 9

**Tâche**

On donne un cercle (C) de centre O et un point I non situé sur le cercle (extérieur sur la figure fournie). A tout point M du cercle, on associe le point M' tel que vecteur IM' soit égal à 1,5 IM. Les élèves doivent dire et justifier quel est l'ensemble décrit par le point M' lorsque le point M décrit le cercle (C).

**Blocs**

Cet exercice relève du cadre G géométrique.

**Barème**

Cet exercice rapporte 1,5 point.

Exercice 10

**Tâche**

On demande de résoudre une équation qui se présente comme l'égalité à 0 d'une différence de deux produits. Il s'agit donc pour les élèves de factoriser le premier membre de cette équation, puis de résoudre l'équation-produit obtenue.

**Blocs**

C'est un exercice qui relève du cadre A algébrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1,5 point.

**Remarques**

Les élèves devaient, sans que cela leur fût dit, se ramener à une forme connue de résolution, la forme d'équation-produit.

Exercice 11

**Tâche**

Il s'agit pour les élèves de résoudre successivement 4 inéquations, qui se présentent formellement de la même manière : carré de l'inconnue strictement supérieur, ou strictement inférieur, à un entier relatif.

**Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique.

**Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 2 points, 1/2 pour chacune des inéquations.

**Remarques**

Les solutions de ces inéquations représentaient les quatre cas possibles, soit l'ensemble vide, soit l'ensemble des réels en entier, soit un intervalle, soit la réunion de deux intervalles (symétriques par rapport à 0).

Exercice 12

**Tâche**

On donne aux élèves un système d'équations, et une représentation graphique de ce système (c'est à dire deux droites sécantes sur un quadrillage). On leur demande de colorier l'ensemble des points du plan qui vérifient l'un des systèmes d'inéquations associé au système d'équations initial.

**Blocs**

Cet exercice relève du cadre Gr graphique.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1,5 point.

**Remarques**

Il n'était demandé ici aucune justification, simplement le coloriage.

Exercice 13

**Tâche**

On donne un diagramme circulaire comportant trois zones, correspondant aux exportations, hors d'Europe, d'une entreprise. Connaissant le montant total des exportations dans ces trois continents, les élèves doivent évaluer le montant des exportations dans chaque continent. Pour ce faire, ils doivent évaluer, avec un rapporteur leur indique-t-on, les angles au centre des secteurs circulaires.

**Blocs**

Cet exercice relève du cadre N numérique, avec en plus la vérification de l'utilisation du rapporteur.

**Barème**

La réussite à cet exercice vaut aussi 1,5 point.

**Remarques**

Cet exercice figurait dans le questionnaire EVAPM3/90, et les pourcentages de réussite avoisinaient les 50% (56, 50 et 49 selon le continent). En Seconde, ces pourcentages deviennent 62, 57, 56 pour chaque continent, et 48 pour la réussite conjointe.



TEXTE DU QUESTIONNAIRE E

Association des Professeurs de mathématiques de l'enseignement public  
26 rue Duméril - 75013 PARIS

APMEP

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité E

Calculatrices autorisées

Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez-vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
OUI - NOM (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
Certains questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.  
Dans tous les cas, ne vous attendez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous viennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
Si vous avez fini avant la fin de l'heure, réalisez soigneusement vos réponses.

**Compléter les égalités suivantes :**

$2^3 \times 14^2 = 2^{\square} \times 7^{\square}$      $\left(\frac{4}{3}\right)^8 \times \left(\frac{3}{4}\right)^9 = 2^{\square} \times 3^{\square}$      $\frac{35^3}{21^2} = 3^{\square} \times 5^{\square} \times 7^{\square}$

**Ecrire l'expression suivante sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.**  $(2x+5)^2 - (x+3)^2$

Calculs

Réponse: \_\_\_\_\_

**Résoudre l'équation suivante :**  $4x^3 - x = 0$

Calculs

Réponse: \_\_\_\_\_

**Résoudre l'inéquation suivante :**  $(x+4)(x-2) < 0$

Calculs

Réponse: \_\_\_\_\_

Utiliser les quadrillages ci-dessous pour représenter graphiquement les fonctions suivantes :

a) la fonction  $f$  définie dans l'ensemble des réels par :  $f(x) = x$

b) la fonction  $g$  définie dans l'ensemble des réels :  $g(x) = |x|$

c) la fonction  $h$  définie dans l'ensemble des réels par :  $h(x) = x^2$

Compléter les tableaux représentant les variations des fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  sur l'intervalle  $[-5; 7]$ .

$x$	-5	7
$f(x)$	_____	_____
Variations de $f$		
$x$	-5	7
$g(x)$	_____	_____
Variations de $g$		
$x$	-5	7
$h(x)$	_____	_____
Variations de $h$		

Dans ma ville, le prix à payer pour une course de taxi s'obtient en additionnant deux nombres :

- la prise en charge, fixe, qui ne dépend pas du nombre de kilomètres parcourus,
- le prix des kilomètres parcourus, proportionnel au nombre de kilomètres.

J'ai payé 32 F pour une course de 10 km et 47 F pour une course de 16 km.

Exprime le prix  $y$  (en francs) d'une course en fonction de la distance  $x$  (en kilomètres).

Ecris tes calculs dans cette case

Réponse: \_\_\_\_\_

Cet histogramme représente la répartition des âges des habitants d'un quartier.

Quel est le pourcentage des habitants de ce quartier dont l'âge est compris entre 30 et 60 ans ?

Réponse: \_\_\_\_\_

Retrouver, parmi les équations ci-dessous, celles qui correspondent aux droites du graphique.

$2x - y - 3 = 0$  ;  $3x - y - 4 = 0$  ;  
 $x - 2y + 8 = 0$  ;  $2x - 3y + 12 = 0$  ;  
 $x + 3y - 12 = 0$

Ecrire ces équations dans les cadres correspondants.

Calculs si nécessaires

Etant donné cette figure, et sachant que :

- la droite (AB) coupe le plan (P) en O,
- le point A' appartient au plan (P).

Construire le point B', projeté du point B sur le plan (P) suivant la direction (AA').

Laisser apparentes toutes les constructions effectuées.

Construire les droites passant par le point A et tangentes au cercle (C).

Laisser apparentes toutes les constructions effectuées.

Justifiez votre construction

Dans le plan muni du repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , les points A et C sont repérés par leurs coordonnées :  $A(2; -3)$  ;  $C(-1; \frac{9}{2})$

le point B est défini par :  $\vec{AB} = -\vec{i} + \frac{5}{2}\vec{j}$

Placer les points A, B et C.

Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifiez votre réponse par un calcul.

Soit  $\mathcal{H}$  l'homothétie de centre O qui transforme le point M en le point M'.

Construire l'image par  $\mathcal{H}$  de la figure formée par les droites (D) et (Δ).

Quelles propriétés avez-vous utilisées ?

Soit A un point donné du plan. A tout point M du plan, on associe le point M' tel que :  $\vec{MM'} = \frac{1}{3}\vec{AM}$

Le point M' est-il l'image du point M par une homothétie de centre A ? Si oui, préciser quel est le rapport d'homothétie.

## ANNEXE 12

### ANALYSE DE LA TACHE, BLOCS, BAREME POUR LE QUESTIONNAIRE E

#### Exercice 1

##### **Tâche**

Sont donnés des produits faisant intervenir des exposants. Il s'agit de donner le résultat sous la forme d'un produit de puissances d'entiers : le travail est préparé puisqu'il suffit de compléter des cases avec à chaque fois l'exposant convenable. Il s'agit de mettre en oeuvre les théorèmes sur les puissances : produit de deux puissances d'un même nombre, puissance d'un produit, d'un quotient, d'une puissance, et ceci avec des exposants entiers relatifs.

##### **Blocs**

Il s'agit bien évidemment d'un exercice du cadre N numérique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1/2 point pour chacune des trois sous-questions.

#### Exercice 2

##### **Tâche**

Les élèves doivent ici factoriser une expression qui se présente sous la forme d'une différence des carrés de deux binômes du premier degré.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1 point.

#### Exercice 3

##### **Tâche**

Cet exercice est la résolution d'une équation du troisième degré, qui se présente sous la forme de l'égalité à 0 d'un polynôme factorisable par "x", et dont l'autre facteur se présente sous la forme d'une différence de deux carrés.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

#### Exercice 4

##### **Tâche**

Les élèves doivent ici résoudre une inéquation dont le premier membre est un produit de deux facteurs du premier degré, et le second membre 0.

##### **Blocs**

Cet exercice relève lui aussi du cadre A algébrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1,5 point.

##### **Remarques**

Ces trois exercices relèvent tous trois du cadre algébrique, et sont regroupés, ce qui est plutôt un facteur d'aide pour les élèves, avec gain de temps.

#### Exercice 5

##### **Tâche**

Sont donnés trois quadrillages que les élèves doivent utiliser pour représenter graphiquement trois des fonctions de référence, ou plutôt leurs restrictions à un intervalle. Ils doivent ensuite compléter les tableaux de variation de ces trois fonctions.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre Gr graphique, d'une part par la construction du graphique, d'autre part par la nécessité de cohérence entre la représentation graphique et le tableau correspondant.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point par fonction, 1/2 pour le graphique, 1/2 pour le tableau.

#### Exercice 6

##### **Tâche**

On demande aux élèves de déterminer le prix, en francs, d'une course de taxi en fonction de la distance exprimée en kilomètres.

On leur indique la répartition de ce prix entre une prise en charge fixe et un coût proportionnel au nombre de kilomètres parcourus. On leur donne par ailleurs les prix payés pour deux courses particulières.

Il s'agit donc pour les élèves de mettre le problème en équations, puis de résoudre le système obtenu.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1,5 point.

##### **Remarques**

Cet exercice avait été donné dans l'un des questionnaires EVAPM3/90, et le pourcentage de réponses exactes était de 12% (et 20% si on acceptait des réponses mal exprimées). En Seconde, le pourcentage de réponses exactes est de 19% (avec un taux de non-réponse de 52%).

#### Exercice 7

##### **Tâche**

On donne un histogramme représentant la répartition des âges des habitants d'un quartier, à partir duquel les élèves doivent donner le pourcentage des habitants de ce quartier dont l'âge est compris entre 30 et 60 ans.

##### **Blocs**

Cet exercice relève en partie du cadre Gr graphique, puisqu'il faut "lire" l'histogramme, et du cadre N numérique, puisqu'il s'agit de traduire cette lecture pour faire le calcul conduisant au résultat demandé.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1/2 point.

### Exercice 8

#### **Tâche**

Sont données trois droites tracées dans un repère, et une collection d'équations de droites.

Il s'agit pour les élèves d'associer l'équation correspondant à chacune des droites, en l'inscrivant dans un cadre prévu à cet effet.

#### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre **Gr** graphique.

#### **Barème**

Cet exercice rapporte 1/2 point pour une réponse exacte isolée, et 2 points pour la réponse conjointe aux trois sous-questions.

#### **Remarques**

Cet exercice figurait dans les questionnaires EVAPM3/90, et avait été repris dans le questionnaire du pré-test qui est étudié au début de cette étude. Toutefois, il s'agit ici d'équations cartésiennes sous forme générale, alors qu'en Troisième, les équations étaient données sous forme réduite. La réussite conjointe était de 39% en Troisième, elle est de 42% en Seconde.

### Exercice 9

#### **Tâche**

On donne une figure de l'espace : une droite qui coupe un plan, deux points A et B de cette droite, un point A' du plan. On demande aux élèves de construire le projeté de B sur le plan suivant la direction (AA'), en laissant apparents tous les tracés effectués.

#### **Blocs**

Cet exercice relève évidemment du cadre **G** géométrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

#### **Remarques**

Il s'agit d'une construction de l'espace, mais nous n'avons pas distingué ces deux aspects de la géométrie que sont, pour les élèves, le plan et l'espace.

### Exercice 10

#### **Tâche**

On donne une figure du plan : un cercle, et un point extérieur à ce cercle. On demande aux élèves de construire les droites passant par le point et tangentes au cercle, et de justifier leur construction. Pour aider à la phase de justification, le point avait été nommé, de même que le cercle et son centre.

#### **Blocs**

C'est, ici encore, un exercice qui relève du cadre **G** géométrique, mais dans le plan.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1,5 point.

### Exercice 11

#### **Tâche**

On donne, dans le plan muni d'un repère, deux points définis par leurs coordonnées, et un

troisième point défini vectoriellement à l'aide de l'un des deux premiers et des vecteurs de base.

Il s'agit d'abord pour les élèves de placer les trois points dans le quadrillage fourni, puis de reconnaître si ces trois points sont alignés, en justifiant la réponse.

#### **Blocs**

Il s'agit d'un exercice qui relève du cadre **Gr** graphique, pour la tâche qui consiste à placer les points. Il s'agit ensuite de faire appel aux connaissances du cadre **G** géométrique pour démontrer que ces points sont effectivement alignés, comme cela semble apparaître sur la figure.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 2 point, 1/2 pour chaque point bien placé, et 1/2 pour l'alignement.

### Exercice 12

#### **Tâche**

On fournit une figure comportant deux droites perpendiculaires (D) et (L), cette dernière contenant un point M, aligné avec O et M', l'alignement étant indiqué par un pointillé. Le texte indique : "On considère l'homothétie de centre O qui transforme M en M'." Il s'agit alors pour les élèves de construire l'image, par cette homothétie, de la figure formée par les deux droites (D) et (L). Ils doivent ensuite préciser les propriétés qu'ils ont utilisées.

#### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre **G** géométrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 2 points.

### Exercice 13

#### **Tâche**

Le texte est fourni sans figure ici, et donne un point A du plan. Il précise ensuite : à tout point M du plan, on associe le point M' tel que vecteur  $\overrightarrow{MM'}$  soit égal à  $1/3$  du vecteur  $\overrightarrow{AM}$ .

On demande aux élèves si le point M' est l'image du point M dans une homothétie de centre A, et si oui, d'en préciser le rapport.

#### **Blocs**

Cet exercice agit dans le domaine **G** géométrique, mais par le biais du calcul vectoriel, qui n'a pas besoin ici du support géométrique, mais plus du support **A** algébrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice donne 1 point.

#### **Remarques**

Les deux derniers exercices de ce questionnaire portent sur deux approches différentes, ou qui peuvent apparaître comme telles aux élèves, de l'homothétie, et font appel à des attitudes complémentaires.

TEXTE DU QUESTIONNAIRE F

Association des Professeurs de mathématiques de l'enseignement public  
26 rue Duméril - 75013 PARIS

APMEP

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité F

Calculatrices autorisées

Durée : 1 heure

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
 Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez-vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
 OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
 Certaines questions sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.  
 Dans tous les cas, ne vous attendez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
 Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
 Si vous avez fini avant la fin de l'épreuve, réalisez soigneusement vos réponses.

Développer et réduire

$(2\sqrt{7} + 3\sqrt{5})^2 =$  ..... 01  
 ..... 02

Factoriser

$9t^2 - 30t + 25 =$  ..... 03  
 $16x^2 - \frac{1}{4} =$  ..... 04  
 $x^2 - x + \frac{1}{4} =$  ..... 05

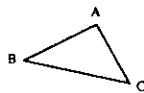
Mettre sous la forme d'un produit de 3 facteurs de la forme  $(x + b)$ .

$x^2(x + 1) - 4(x + 1) =$  ..... 06  
 ..... 07

Compléter le tableau suivant conformément à l'exemple de la première ligne.  
 Dans ce tableau,  $d(x; l)$  désigne la distance de  $x$  à  $l$ .

Exemple :	valeur absolue	distance	encadrement
	$ x - 1  < 3$	$d(x; 1) < 3$	$-2 < x < 4$
		$d(x; 7) \leq 3$	
			$-2 < x < 2$
	$ x + 5  \leq 1$		

Tracer l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre B et de rapport -2



ABC est un triangle. O est un point quelconque.  
 D, E, F sont tels que :  $\vec{OD} = \vec{AB}$  ;  $\vec{OE} = \vec{BC}$  ;  $\vec{OF} = \vec{CA}$   
 Le point O est-il le centre de gravité du triangle DEF ?

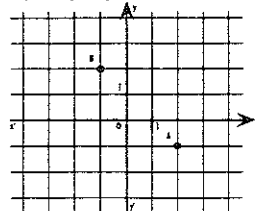
Justifications ..... 30

On donne les droites d et d' d'équations :  
 (d) :  $2x - y + 5 = 0$  ; (d') :  $3x - 5y + 6 = 0$

Sachant que ces droites sont sécantes, calculer les coordonnées du point I, intersection de (d) et (d')

Calculs ..... 31  
 ..... 32  
 Réponse : ..... 33

- la droite (d) de coefficient directeur 0,5 passant par le point O, origine du repère,
- la droite (d') de coefficient directeur 2 passant par le point A(2; -1),
- la droite (d'') de coefficient directeur -3 passant par le point B(-1; 2).



Dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$ , on donne les vecteurs :  
 $\vec{u}(\frac{1}{2}; -7)$  ;  $\vec{v}(-1; 5)$

Calculer les coordonnées des vecteurs :

Calculs :	Réponse :
$\vec{u} + \vec{v}$	
$\vec{u} - \vec{v}$	
$-\frac{1}{4}\vec{v}$	

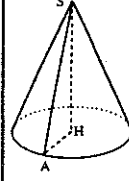
Ecrire sous la forme  $a^b$  :

$3^2 \times 3^4 =$  ..... 14  
 $5^{-3} \times 5^{-2} =$  ..... 15  
 $2^2 \times 2^3 \times 2^4 \times 2 =$  ..... 16  
 $(5^6) =$  ..... 17  
 $(5^2) =$  ..... 18  
 $(2^2) =$  ..... 19  
 $(2^3) =$  ..... 20

Un cercle a pour rayon 3 cm.  
 Quelle est la longueur L d'un arc intercepté par un angle au centre dont la mesure est  $\frac{\pi}{4}$  radian.  
 (On demande la valeur exacte et une valeur approchée)  
 Ecrire le détail des calculs.

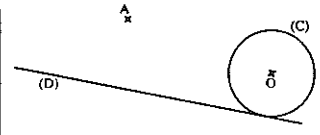
Réponses : Valeur exacte : L = .....  
 Valeur décimale approchée à 0,1 cm près : L = ..... 21  
 ..... 22  
 ..... 23

En faisant tourner le triangle AHS, rectangle en H, autour de (SH), on obtient le cône de révolution représenté ci-dessous.  
 On sait que AS = 10 cm et que  $\widehat{ASH} = 20^\circ$   
 Calculer le rayon r du cercle de base et la hauteur h du cône.  
 (On demande la valeur exacte et une valeur approchée)



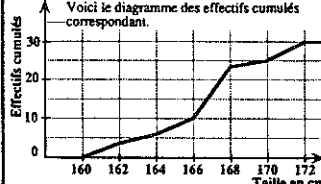
Ecrire le détail des calculs ..... 20  
 ..... 21  
 ..... 22  
 Réponses : Valeurs exactes : r = ..... h = .....  
 Valeurs décimales approchées à 0,1 cm près : r = ..... h = ..... 23

Dans le plan, on donne une droite (D), un point A hors de (D) et un cercle (C) tangent à (D)  
 1) Tracer l'ensemble des centres des cercles tangents à (D) et de même rayon que (C).  
 2) Construire les cercles de même rayon que (C), passant par A et tangents à (D).



Justifier la construction ..... 24  
 ..... 25  
 ..... 26  
 ..... 27  
 ..... 28

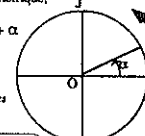
On a observé la taille des 30 élèves d'une classe.



Dans cette classe, quel est le nombre d'élèves dont la taille t vérifie :  
 $166 \text{ cm} < t \leq 170 \text{ cm}$  ?

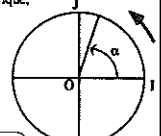
Utiliser ce graphique pour donner une valeur de la médiane, estimée à 1 cm près, de la série statistique des tailles des élèves de cette classe.

Sur le cercle trigonométrique, placer le point N correspondant à  $\pi + \alpha$



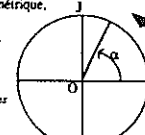
Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :  
 $\sin(\pi + \alpha) =$  .....

Sur le cercle trigonométrique, placer le point M correspondant à  $\pi - \alpha$



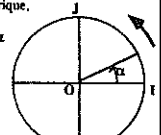
Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :  
 $\cos(\pi - \alpha) =$  .....

Sur le cercle trigonométrique, placer le point P correspondant à  $-\alpha$



Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :  
 $\sin(-\alpha) =$  .....

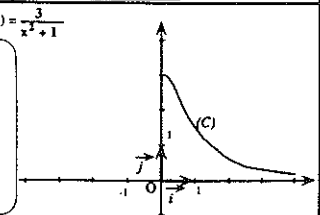
Sur le cercle trigonométrique, placer le point Q correspondant à  $\frac{\pi}{2} - \alpha$



Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :  
 $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) =$  .....

Soit f la fonction définie sur  $[-4; 4]$  par :  $f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$

Démontrer que f est une fonction paire.



On a tracé une partie de la courbe (C), représentation graphique de la fonction f, relativement au repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormal.  
 Compléter ce tracé pour obtenir la représentation graphique de f dans l'intervalle  $[-4; 4]$ .

14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50

## ANNEXE 13

### ANALYSE DE LA TACHE, BLOCS, BAREME POUR LE QUESTIONNAIRE F

#### Exercice 1

##### **Tâche**

Il s'agit pour les élèves de développer, puis réduire, le carré d'une somme de deux irrationnels.

##### **Blocs**

Cet exercice relève sans ambiguïté possible du domaine N numérique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1 point.

##### **Remarques**

Cet exercice n'avait fourni que 33% de réussite complète lors d'EVAPM3/90 et on atteint 38% en Seconde.

#### Exercice 2

##### **Tâche**

Il est demandé aux élèves de factoriser trois expressions algébriques. Il s'agit en fait de reconnaître les développements de deux carrés d'une différence, et une différence de deux carrés.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1,5 point (0,5 pour chaque factorisation).

##### **Remarques**

La différence de deux carrés s'intercale entre les deux carrés à développer, ce qui pourrait être un "distracteur", mais l'un des carrés est celui de  $1/2$ , qui intervient dans le dernier exercice, ce qui pourrait être une "aide".

Cet exercice figurait dans l'un des questionnaires de EVAPM3/90, et les pourcentages de réponses exactes avaient été, dans l'ordre, de 45%, 37% et 34% (les coefficients étaient entiers dans la première factorisation, ce qui explique sans doute en grande partie la différence de réussite). Ils sont de 64%, 57% et 51% en Seconde, avec une réussite conjointe de 41%.

#### Exercice 3

##### **Tâche**

On demande de mettre sous la forme d'un produit de 3 facteurs de la forme  $(ax+b)$  une expression algébrique qui se présente comme une différence de deux produits.

Il s'agit donc pour les élèves de reconnaître le facteur commun, factoriser, puis de reconnaître une expression factorisable à son tour, puisque différence de deux carrés, et de terminer la factorisation pour obtenir la forme visée.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

#### Exercice 4

##### **Tâche**

On demande à l'élève de compléter un tableau de 4 lignes et 3 colonnes, dans lequel la première ligne est remplie, comme exemple. Pour les trois suivantes, elles ont chacune une case pleine. La première colonne présente une inégalité faisant intervenir la valeur absolue d'un polynôme du premier degré, la deuxième colonne donne l'inégalité précédente traduite en termes de distance, et la dernière colonne en est la traduction sous forme d'un encadrement.

Il s'agit donc pour l'élève de traduire l'une des données (et on change à chaque ligne) sous les deux autres formes.

##### **Blocs**

Il s'agit ici encore d'un exercice qui relève du cadre A algébrique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 2 points.

#### Exercice 5

##### **Tâche**

On demande aux élèves d'écrire sous la forme d'une seule puissance des expressions numériques qui se présentent sous la forme de produits ou quotients, les nombres de base étant les entiers 2,3 ou 5.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre N numérique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1,5 point.

##### **Remarques**

Les deux premiers calculs, qui relèvent de l'utilisation simple du théorème sur le produit de deux puissances d'un même nombre avaient été donnés lors des opérations EVAPM4/89 et EVAPM3/90, avec les pourcentages de réponses exactes de 53% et 60% respectivement. Le troisième calcul, qui faisait intervenir le produit de plusieurs puissances d'un même nombre avait conduit à 48% et 55% de bonnes réponses en 4° et 3°. Les deux derniers calculs qui concernent des quotients de deux puissances d'un même nombre avaient un peu moins de réponses exactes : 38% et 46% en 4° et 3°. En Seconde, on obtient 79% pour les deux premiers calculs, 77% pour le troisième, et 71% pour les deux derniers.

#### Exercice 6

##### **Tâche**

On donne un cercle de rayon connu, et on demande la longueur d'un arc intercepté par un angle au centre de mesure donnée.

Les élèves doivent donc reconnaître la nécessité d'utiliser une formule connue, et l'appliquer aux données pour fournir la valeur exacte, qui est d'abord demandée, puis faire le calcul pour obtenir une valeur approchée.

##### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre N numérique

##### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1 point.

#### Exercice 7

##### **Tâche**

Le texte indique la procédure de construction d'un cône de révolution, par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit. Une figure est jointe, et on donne la longueur de l'hypoténuse et la mesure de l'un des angles du triangle. On demande de calculer le rayon du cercle de base du cône, et la hauteur de ce cône.

Il s'agit donc pour les élèves de repérer que la présentation dans l'espace n'est pas le plus important, et qu'il s'agit seulement de faire des calculs dans le triangle rectangle.

##### **Blocs**

Cet exercice se présente comme relevant du domaine G géométrique, mais la mise en oeuvre relève, elle, du cadre N numérique.

##### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1,5 point.

### Exercice 8

#### **Tâche**

Avec une figure jointe, on donne une droite, un cercle tangent à la droite et un point n'appartenant pas à la droite. On demande de tracer l'ensemble des centres des cercles tangents à la droite et de même rayon que le cercle initial, puis de construire (en justifiant) les cercles de même rayon, tangents à la droite et passant par le point.

Il y a donc plusieurs tâches bien distinctes : un tracé, une construction, et une justification.

#### **Blocs**

Ces diverses tâches relèvent toutes trois du cadre G géométrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1,5 point.

### Exercice 9

#### **Tâche**

Il s'agit seulement de tracer l'image d'un triangle par l'homothétie qui a pour centre l'un des sommets et pour rapport  $-2$ .

#### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre G géométrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1/2 point.

### Exercice 10

#### **Tâche**

On donne un triangle, un point quelconque, à partir duquel on définit trois nouveaux points par des égalités vectorielles. On demande aux élèves de reconnaître si le point donné est centre de gravité du triangle formé par les trois nouveaux points obtenus.

Il s'agissait pour les élèves de revenir à la caractérisation vectorielle du centre de gravité d'un triangle et donc de faire un calcul vectoriel.

#### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre G géométrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1/2 point.

#### **Remarques**

Nous n'avons pas isolé le vectoriel dans ces études, pensant qu'il ne constituait pas encore un cadre pour les élèves. A l'appui de cette remarque, constatons que les commentaires d'EVAPM2/91 signalent que beaucoup d'élèves ont essayé de revenir à la caractérisation du centre de gravité comme point de rencontre des médianes, et ajoutent que la caractérisation vectorielle du centre de gravité ne correspond pas à l'image mentale qu'ils ont de ce point.

### Exercice 11

#### **Tâche**

On donne les équations de deux droites. On demande de calculer les coordonnées de leur point d'intersection, sachant qu'elles sont sécantes.

Il s'agit donc de résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

#### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre A algébrique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1,5 point.

### Exercice 12

#### **Tâche**

On donne un quadrillage et un repère, et la tâche consiste à tracer trois droites, connaissant pour chacune, un point et le coefficient directeur.

### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre Gr graphique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 2 points si les trois tracés sont corrects, 1/2 point par tracé si certains seulement sont corrects.

#### **Remarques**

Cet exercice figurait déjà dans les questionnaires EVAPM3/90, et les pourcentages de réponses exactes avaient été de 35%, 23% et 20%. Ils sont en Seconde de 39%, 34% et 31% respectivement. Le fait que la première droite passait par l'origine est beaucoup moins prépondérant en Seconde qu'en Troisième.

### Exercice 13

#### **Tâche**

On donne deux vecteurs par leurs coordonnées dans une base.

On demande les coordonnées de la somme, de la différence des deux vecteurs et du produit du premier par le nombre  $-1/4$ .

#### **Blocs**

Bien qu'agissant dans le domaine vectoriel, cet exercice relève du cadre N numérique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1 point.

### Exercice 14

#### **Tâche**

On donne le diagramme des effectifs cumulés concernant la série statistique donnant la taille des élèves d'une classe. Il s'agit pour les élèves de lire l'effectif de la réunion de deux classes, puis d'utiliser le graphique pour estimer une valeur de la médiane.

#### **Blocs**

Cet exercice relève du cadre Gr graphique.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice vaut 1/2 point.

### Exercice 15

#### **Tâche**

Il s'agit de placer sur le cercle trigonométrique 4 points correspondant à un nombre, et pour chacun préciser le sinus ou le cosinus associé.

#### **Blocs**

A cette double tâche correspondent deux cadres d'intervention, l'un G géométrique associant un point à un nombre, l'autre A algébrique en faisant intervenir des égalités littérales.

#### **Barème**

La réussite à cet exercice rapporte 1,5 point.

### Exercice 16

#### **Tâche**

On donne une fonction définie sur un intervalle par une expression algébrique, et une partie de la courbe représentative de cette fonction relativement à un repère orthonormal.

Il s'agit pour les élèves de démontrer que la fonction est paire, puis de compléter la représentation graphique de la fonction avec cette nouvelle propriété.

#### **Blocs**

Cette double tâche montre que l'exercice relève de deux cadres d'intervention, le cadre A algébrique pour la première, le cadre Gr graphique pour la seconde.

#### **Barème**

La réussite à cette question vaut 1/2 point pour chacun des aspects de la question.



**Pour tout renseignement sur les publications diffusées par notre IREM,**

**Vous pouvez soit :**

**Consulter notre site WEB**

**<http://www.ccr.jussieu.fr/iremParis7/welcome.html>**

**Demander notre catalogue en écrivant à**

**IREM Université Paris 7**

**Case 7018**

**2 place Jussieu**

**75251 Paris cedex 05**



**Editeur : IREM**  
**Université PARIS 7-Denis Diderot**  
**Directeur responsable de la**  
**publication : R. CORI**  
**Case 7018 - 2 Place Jussieu**  
**75251 PARIS Cedex 05**  
**Dépôt légal : Juin 1994**  
**ISBN : 2-86612-119-8**