HAL open science

TICE et enseignement supérieur. Adaptations sur les pratiques de l'enseignant.

Claire Cazes, Hélène Delquie, Fabrice Vandebrouck

To cite this version:

Claire Cazes, Hélène Delquie, Fabrice Vandebrouck. TICE et enseignement supérieur. Adaptations sur les pratiques de l'enseignant.. IREM de Paris. IREM de Paris, 46, 2004, Cahier de DIDIREM, Michèle Artigue, 2-86612-252-6. hal-02145629

HAL Id: hal-02145629

https://hal.science/hal-02145629

Submitted on 3 Jun 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution - ShareAlike 4.0 International License

INSTITUT
DE RECHERCHE
POUR L'ENSEIGNEMENT
DES MATHEMATIQUES

46
Mars 2004

CAHIER DE DIDIREM

TICE ET ENSEIGNEMENT SUPERIEUR.
Adaptations dans les pratiques de l'enseignement

Claires CAZES
Hélène DELQUIE
Fabrice VANDEBROUK

DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

UNIVERSITE PARIS 7 – DENIS DIDEROT

TICE ET ENSEIGNEMENT SUPERIEUR.
Adaptations dans les pratiques de l'enseignement

Claires CAZES
Hélène DELQUIE
Fabrice VANDEBROUK

TICE et enseignement supérieur :
Adaptations dans les pratiques de l'enseignant

Introduction

Notre interrogation générale porte sur l'intégration des TICE en première année d'université. Nous cherchons à préciser en quoi les apprentissages des étudiants peuvent être différents dans un enseignement intégrant les TICE par rapport à un enseignement traditionnel et à comprendre à terme comment articuler au mieux les deux types d'enseignement.

L'étude de l'intégration des TICE dans l'enseignement est un domaine très éclaté comme l'a clairement montré l'étude globale CNCRE dans Lagrange et al (2003). Le domaine particulier qui nous intéresse est celui de l'intégration de logiciels pédagogiques[1], qui proposent des exercices « clefs en main » pour les étudiants. C'est-à-dire qu'il ne s'agit ni de logiciels de calculs comme des tableurs ou des logiciels de calculs formel, ni de logiciel de simulation ou de type « micro-monde » comme cabri-géomètre. Le logiciel utilisé pour notre étude est essentiellement l'Université en Ligne (UeL)[2].

Nos recherches s'inscrivent dans le courant des recherches sur les analyses de pratiques des enseignants, en lien avec les apprentissages des étudiants[3]. Nous nous appuyons en effet sur l'idée que le rôle de l'enseignant prend une part primordiale dans les apprentissages notamment par les choix des exercices qu'il propose aux étudiants et la gestion des séances qu'il organise.

Dans les deux premières parties, nous exposons plus précisément ce cadre théorique. Dans les deux parties suivantes, nous expliquons comment sont effectués le recueil et le traitement de nos données. Ensuite viennent les résultats, globaux et particuliers, leur discussion et une synthèse dans les deux dernières parties.

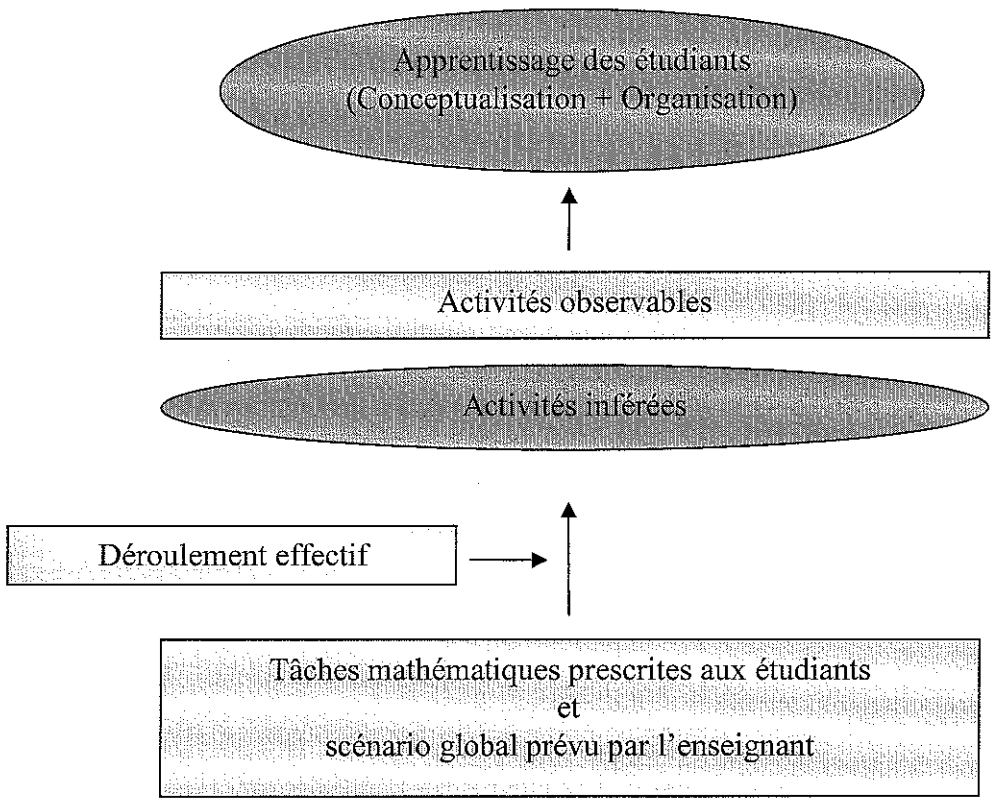
1. Modélisation de la situation étudiée

En tant que didacticiens, nous cherchons à comprendre comment se passe l'apprentissage des étudiants en mathématique et donc à analyser, voire à interpréter ou à expliquer les rapports entre les pratiques d'enseignement et l'apprentissage. Ce dernier étant difficile à cerner, nous prenons comme intermédiaire entre pratiques enseignantes et apprentissage, les activités des étudiants. Nous entendons par activité tout ce que dit, fait ou pense un étudiant pendant, avant ou après l'action. Dans Robert (2001) ou Robert et Rogalski M. (2002) sont mis en évidence des facteurs qui dépendent de l'enseignant et qui peuvent avoir des effets sur les activités des

[1] Coursewares dans les articles en langue anglaise.
[2] Université en Ligne : http://www.uel-pcsm.education.fr. Dans une moindre mesure, le logiciel WIMS est également utilisé pour cette recherche : http://wims.unice.fr/wims.
[3] Voir Hache et Robert (1997), Robert (2001), ou Robert et Rogalski M. (2002).

élèves[4]. Il s'agit du scénario de la séance (choix des contenus enseignés et gestion globale prévue), des tâches prescrites aux étudiants (énoncés d'exercices ou questions d'énoncés) et du déroulement proprement dit (gestion *in vivo* dans la classe, forme de travail des étudiants, temps accordé pour la recherche…).

Nous proposons donc de représenter la situation par le schéma suivant. Ce que nous cherchons à comprendre est l'apprentissage des étudiants, lié à la conceptualisation et à l'organisation de connaissances mathématiques. Nous essayons de l'approcher par l'étude de l'activité mathématique des étudiants. Une partie de cette activité est observable (traces écrites, orales, traces sur l'ordinateur) alors que l'autre partie peut seulement être inférée (reconstituée) en fonction du scénario global organisé par l'enseignant, des tâches mathématiques prescrites aux étudiants et du déroulement effectif de la séance.



Dans ce schéma, les TICE peuvent intervenir dans le scénario et éventuellement dans les tâches. Ainsi, dans notre travail, nous distinguons deux types de scénarios : des séances classiques et des séances machines. Dans les deux cas, il s'agit cependant toujours de séances d'exercices qui sont traités après les cours correspondants. Les exercices sont proposés par l'intermédiaire de la feuille de travaux dirigés en séance classique et avec le logiciel pédagogique UeL en séance machine[5] éventuellement accompagnée d'une feuille de travaux pratiques dite « feuille de route ». Dans les deux types de séances, les étudiants travaillent individuellement sur les exercices proposés.

[4] Toutefois, le premier article s'attache davantage à dégager, du côté de l'enseignant, les marges de manœuvre dont il dispose face aux élèves, compte tenu des contraintes qui pèsent sur lui.
[5] Une des séances machines observées utilise aussi le logiciel pédagogique Wims.

2. Choix précis des axes et des outils pour étudier les activités des étudiants

Parmi les facteurs du déroulement qui peuvent avoir une influence sur les activités, nous retenons spécifiquement dans ce travail les aides orales[6] que l'enseignant apporte aux étudiants à travers son discours. Nous supposons, plus précisément, que les aides orales de l'enseignant modifient l'activité des étudiants sur les tâches prescrites et ont ainsi une influence sur les apprentissages potentiels. Nous nous proposons donc ici, de rendre compte des différences d'activités des étudiants avec les logiciels pédagogiques, par rapport à des séances classiques, au regard des tâches qui leurs sont prescrites et des aides apportées par l'enseignant. Ainsi, les trois axes que nous choisissons d'analyser sont les tâches prescrites, les aides de l'enseignant et les modifications d'activités des étudiants.

- ***Les tâches :*** Nous retenons[7], pour analyser les tâches prescrites aux étudiants, les types de mises en fonctionnement des connaissances mathématiques mises en jeu. Dans Robert (1998) sont proposés des outils pour décrire ces mises en fonctionnement en lien avec les activités attendues chez les étudiants. Ces mises en fonctionnement sont-elles par exemple des applications immédiates (simples et isolées[8]) ou bien y a-t-il au contraire des adaptations à apporter ? [9] Si par exemple, les tâches prescrites par l'enseignant comportent suffisamment d'adaptations, les étudiants ont *a priori* dans leur activité à surmonter certains obstacles pour accomplir ces tâches, ce qui est entendu comme étant porteur d'apprentissage différent qu'une situation dans laquelle ne sont prescrites que des applications immédiates de connaissances.

- ***Les aides*** *:* Pour caractériser les aides de l'enseignant, nous retenons trois critères :

  * Nous retenons d'abord la position des aides par rapport au déroulement de l'activité de l'étudiant. En effet, une aide de l'enseignant avant que l'étudiant ne se soit mis en activité sur une tâche prescrite peut dénaturer la tâche et priver l'étudiant d'activité potentielle. Une aide de l'enseignant après l'activité de l'étudiant peut par contre contribuer à enclencher chez lui l'activité visée de conceptualisation, si tant est qu'elle soit fournie au bon moment pour l'étudiant[10].

  * Nous distinguons aussi les aides dites locales de l'enseignant, c'est-à-dire celles qui sont données de façon individualisée à un étudiant et les aides dites globales, c'est-à-dire celles données à toute la classe. Nous pensons que les aides locales peuvent ne pas modifier l'activité de l'étudiant observé de la même façon que les aides globales et qu'elles peuvent mieux s'ajuster aux étapes mentales propres à l'étudiant.

---

[6] Il y a d'autres types d'aides comme par exemple les écrits de l'enseignant au tableau mais nous ne nous y intéressons pas ici. Nous nous restreignons aux aides orales de l'enseignant.

[7] Nos hypothèses didactiques adaptent aux mathématiques et à la situation scolaire des hypothèses plus générales provenant de l'ensemble des travaux de Piaget, Vygotski, Vergnaud et Duval. Nous avons également extrapolé des outils mis au point dans la première théorie des situations de Brousseau et dans la dialectique outil/objet de Douady.

[8] La tâche est dite simple si c'est la contextualisation immédiate d'une connaissance appelée explicitement par l'énoncé. Une tâche est dite isolée si elle ne met pas en jeu d'autres connaissances que celle visée (ancienne ou en cours d'acquisition) hormis des connaissances suffisamment anciennes pour que leur emploi ne réintroduise pas d'élément de perturbation.

[9] Ce peuvent être une reconnaissance partielle de la connaissance à utiliser, ou la reconnaissance des modalités de cette utilisation, ou l'introduction d'intermédiaires - notations, inconnues, éléments, changements de cadre - ou le mélange entre diverses connaissances à utiliser ensemble.

[10] Cf. Vygotski ou Vergnaud (2000).

* Enfin, nous retenons la nature des aides orales. Nous nous référons pour cela à l'article de Hache et Robert (1997), qui propose une méthodologie fine pour l'analyse du discours des enseignants selon trois dimensions que sont la fonction, l'objet, et la teneur. La fonction est en rapport avec les décisions didactiques de l'enseignant et trois grandes fonctions du discours sont distinguées : l'information, la structuration, et l'argumentation-réflexion. L'objet caractérise le degré de décontextualisation des mathématiques en cause. Une aide peut en effet porter sur des mathématiques contextualisées, c'est-à-dire être directement liée à la tâche. L'étudiant n'a souvent alors qu'à appliquer. Une aide peut par contre porter sur des mathématiques décontextualisées et peut être le rappel d'une définition, d'une propriété, d'un théorème. Ceci laisse alors à la charge de l'étudiant la contextualisation de ces mathématiques. La teneur permet enfin de repérer les sollicitations faites aux élèves et la distance du discours aux mathématiques. Une aide peut par exemple être de nature méthodologique, donner une méthode, une technique de résolution d'une tâche ou d'une sous tâche de façon contextualisée ou décontextualisée. L'aide peut enfin être de nature métamathématique, peut donner un objectif, un sens à l'exercice à exécuter et aider l'étudiant dans l'organisation de ses propres connaissances.

Nous nous inspirons de ces catégorisations et nous les regroupons de façon transversale pour répondre au mieux aux analyses de nos observations. Nous distinguons tout d'abord les informations (mathématiques contextualisées ou non, méthodologiques ou parfois métamathématiques) que nous notons N_1. Ce peut être l'exposition de résultats mathématiques ou de méthodes qui solutionnent la tâche en jeu ou la découpent en sous tâches. Nous pensons que ces aides font avancer l'étudiant dans l'exécution de la tâche sur laquelle il travaille. Nous distinguons ensuite les explications (mathématiques ou métamathématiques) notées N_2. Ce peuvent être des mises en relations, des justifications, des structurations dont nous pensons qu'elles permettent un retour sur activité des étudiants. Enfin, nous distinguons les validations notées N_3[11].

Notre travail consiste donc à analyser avec ces outils les aides apportées par un enseignant à un étudiant ainsi que l'activité de l'étudiant avant et après ces aides lors d'une séance de travaux dirigés classique, et à procéder de la même façon lors d'une séance machine. Notre objectif est, dans une certaine mesure, de comparer ces aides et les activités des étudiants qui en découlent dans l'un et l'autre type de séance, compte tenu des tâches prescrites. En d'autres termes, nous nous demandons si ce sont les mêmes aides en séance machine ou en séance classique, de quelles façons ces aides modifient l'activité des étudiants et si des aides similaires modifient différemment les activités des étudiants suivant qu'elles ont été apportées en séance classique ou en séance avec UeL. Il nous faut donc, maintenant, avoir des éléments pour caractériser l'activité des étudiants.

Les modifications d'activités des étudiants : L'activité est tellement liée au scénario, à la tâche et au déroulement qu'une typologie paraît difficile à établir. Comment dans ce cas, rendre compte des modifications des activités observables et pour partie non observables de l'étudiant après les interventions de l'enseignant ? Nous empruntons à nouveau à Robert (1998) quelques éléments.

* Si la tâche prescrite est simple, nous nous intéressons à la validité du résultat.

[11] C'est-à-dire quand l'enseignant dit « c'est juste » ou « c'est faux » face au travail d'un étudiant.

* Si la tâche est isolée, nous essayons de sonder le niveau de connaissance de l'étudiant avant l'intervention. En fonction de ce niveau, nous pouvons savoir si l'aide lui a été utile ou non. Si par exemple il a reconnu le théorème ou la méthode à utiliser mais qu'il ne sait pas l'appliquer, nous nous efforçons de savoir s'il a su l'appliquer après l'intervention de l'enseignant. S'il ne reconnaît ni le théorème ni la méthode, alors nous essayons de voir si l'étudiant a su au moins reconnaître l'un ou l'autre après l'intervention de l'enseignant.

* Si la tâche à traiter comporte des adaptations de connaissances, nous nous intéressons à toute amélioration de l'accomplissement de la tâche prescrite. Cette amélioration peut être la reconnaissance d'un type de problème, d'un type de justification ou d'un type d'informations ; ou la formulation d'une conjecture au moyen d'un dessin, d'un calcul ; elle peut être une mise en relation, une interprétation adaptée de la tâche ; elle peut être le fait de choisir la bonne méthode, le bon théorème ou le bon raisonnement à appliquer ; enfin elle peut être la bonne contextualisation du théorème, de la définition à utiliser. Si l'activité est non observable par des traces écrites, nous retenons les moments de réflexion qui peuvent passer par la lecture d'un cours ou de la correction d'un précédent exercice, les moments d'écoute de l'enseignant, et en séances machine, la lecture d'écran et la saisie au clavier.

3. Observations, recueil des données

Nous avons observé en février 2003 et mars 2003 un même groupe d'étudiants de DEUG MIAS première année à l'Université Paris VI. Ont été observées 4 h de TD machines[12], menées par trois enseignants différents, et 8h de TD classiques[13] menées par deux de ces trois enseignants.

Voici les thèmes des séances observées :

	TD 1	TD2	TD3	TD4
Séances machine	Espaces vectoriels, sev, combinaisons linéaires (UeL)	Fonctions monotones, fonctions continues, décomposition de fractions en éléments simples (Wims)	Espaces vectoriels : Indépendance linéaire, bases, espaces supplémentaires (UeL)	
Séances classiques	Fonctions réciproques des fonctions circulaires	Espaces vectoriels, sev, combinaisons linéaires	Décomposition de fractions en éléments simples	Fonctions linéaires, Imf, Kerf

A chaque séance, nous choisissons de façon aléatoire un étudiant que nous observons durant toute la séance. Pour faire les observations, nous établissons une grille qui permet de rendre compte de l'activité mathématique de l'étudiant durant la séance et des aides qu'il reçoit[14]. La grille comporte trois grandes rubriques : tâche et temporalité, activité observée de l'étudiant et aides (ou autres accompagnements).

[12] Réparties sur 3 séances.
[13] Réparties sur 4 séances.
[14] Aides de l'enseignant bien sûr mais aussi des autres étudiants ou de la machine le cas échéant.

Voici un exemple de grille d'observation dans le cas d'une séance machine :

Tâches et temporalité		Activité de l'étudiant sur la question						Accompagnements, aides		
Exercice/questions	Temps écoulé	Lecture d'écran	Ecriture sur cahier ou sur brouillon	Saisie au clavier	Cours personnel	Réflexion	Non activité	Aide globale	Aide locale Echange entre l'étudiant et l'enseignant	Echange avec un camarade
Ex1 : Une fct f num. définie et strict. croissante sur un intervalle est injective (qcm)	10h20 10h23 10h25		Sur cahier : « tjs vrai » X					Pr explique ce qu'est une fct strict croissante	Pr demande de préciser : « qu'est-ce une fct strict croissante ? », l'étudiant répond correctement	X

En séance classique, la grille est modifiée de la façon suivante : dans la deuxième rubrique, la colonne lecture d'écran est remplacée par écoute de l'enseignant et la colonne saisie au clavier est supprimée.

4. Traitement des données

Compte tenu de notre problématique, puisque les aides de l'enseignant se réalisent à travers ses interventions, nous proposons comme unité d'étude des données relevées chacune des interventions des enseignants. Nous distinguons les interventions collectives, c'est-à-dire à l'attention de toute la classe, qui contiennent des aides globales et les interventions individuelles, qui contiennent des aides locales. Nous transcrivons donc les grilles d'observations en tableau d'analyse, chaque ligne correspondant à une intervention.

Voici une ligne du tableau obtenu pour une intervention collective pendant l'une des séances classiques :

Séance classique Aide globale		Tâche	Activité de l'étudiant avant l'intervention de l'enseignant	Intervention de l'enseignant et type d'aide	Activité après
Tâches complexes	Pas d'activité avant	Décomposer en éléments simples dans **R**(X) $\frac{2X^3+3X^2-3}{2X^2-X-1}$.	écoute tout en prenant connaissance de l'exercice.(1 min)	**en amont, information méthodologique décontextualisée** par **questionnement réponse** « première chose à faire ? » (l'étudiant répond) « partie entière, puis ? factorisation du dénominateur en facteurs irréductibles, forme générale, détermination des coefficients. » $\mathbf{N_1}$	écrit un peu sur son brouillon (rien de très consistant), regarde un peu ce que fait son voisin, et consulte son cours. (3 min)

Nous cherchons à analyser chacun des trois objets (tâches, activités et interventions) en utilisant et en adaptant les outils présentées plus haut.

➢ ***La tâche***

La grille d'observation restitue l'énoncé et la question de l'exercice sur lequel travaille l'étudiant ainsi que le temps passé (heures relevées). Ces données et le contexte apparent permettent de définir plus précisément le type de tâche demandée au voisinage de l'intervention. Pour simplifier, nous ne retenons, pour les résultats généraux, que deux types de tâches : simples et/ou isolées et autres tâches (dites tâches complexes).

➢ ***L'activité observée de l'étudiant***

Dans la seconde rubrique de la grille d'observation, nous notons ce que l'étudiant lit sur l'écran (dans le cas d'une séance machine), ce qu'il écrit sur un cahier ou sur un brouillon, ce qu'il saisit au clavier, ce qu'il lit sur ses notes de cours, mais aussi s'il semble réfléchir ou s'il ne semble pas avoir d'activité du tout. Pour les résultats généraux, nous retiendrons simplement s'il y a ou non une activité avant l'intervention, et si l'intervention est à l'initiative de l'étudiant. Ce n'est que dans des études plus particulières que nous prendrons véritablement en compte l'activité précise de l'étudiant avant et après l'intervention.

➢ ***L'intervention de l'enseignant***

Ainsi que nous l'avons expliqué pour les aides, nous retenons deux critères pour l'intervention de l'enseignant.

1- Le caractère individuel ou collectif de l'intervention suivant qu'elle est fournie à un (ou deux) étudiants ou à toute la classe : aide locale ou aide globale.

2- La nature de l'aide en jeu dans l'intervention en fonction de la typologie présentée plus haut : N1 (information), N2 (explication) et N3 (validation).

Réserves sur le recueil et le traitement des données

Notons que chaque intervention peut faire apparaître plusieurs catégories d'aides et donc avoir un double codage[15]. Lorsque par exemple l'intervention fait apparaître plusieurs catégories d'aides, il sera difficile voire impossible d'isoler une de ces aides pour en étudier son effet sur l'activité de l'étudiant.

En outre, il est dans certains cas assez difficile de faire une nette différence entre réflexion et non activité, entre temps d'écoute et non activité de l'étudiant, car il s'agit ici d'activités non observables par traces écrites. Cependant, nous considérons comme une activité toute réflexion qui s'est avérée productive par la suite, après une intervention de l'enseignant. Nous faisons de même pour certains temps d'écoute s'accompagnant de concentration et réflexion. Dans tous les autres cas nous ne les assimilons pas à une activité, car nous jugeons que l'étudiant est plutôt passif.

Le traitement des données donne deux types de résultats : des résultats globaux permettant de comparer les séances machine et les séances classiques en regardant les types d'aides et des résultats plus fins sur des interventions précises. Nous présentons successivement ces deux familles de résultats suivis d'une discussion et terminons par une synthèse précisant ce que nous retenons comme essentiel de ces résultats.

[15] Ceci expliquera la différence existant entre le nombre total d'interventions et le nombre total des aides distinguées par leurs catégories N_1, N_2, N_3, et pourra rendre l'analyse difficile à certains égards.

5. Résultats généraux

Nous présentons des résultats globaux sur les types de tâches, puis sur les interventions et les aides, suivis d'une discussion. Les résultats particuliers du paragraphe 6 seront des études plus fines d'interventions et de leurs effets sur les activités des élèves. Les différents tableaux présentés ci-dessous (1 à 4) sont extraits des tableaux récapitulatifs 5 et 6.

➢ ***Sur le type de tâche***

Nous constatons (tableau 1) qu'il y a davantage de tâches complexes dans les séances classiques.

Tableau 1

	Tâches simples ou isolées	Tâches complexes
Séances machine	8 (44%)	10 (55%)
Séances classiques	4 (10%)	37 (90%)

Il s'agit là d'un choix conscient de l'équipe enseignante. A la suite d'une première étude de l'activité des étudiants pendant des séances machine (Cazes et Vandebrouck, 2003), l'équipe enseignante a décidé, quand c'est possible, d'organiser la séance machine avec la dynamique suivante : d'abord des exercices mettant en jeu des tâches simples ou isolées puis des exercices proposant des tâches complexes et pour finir un travail de rédaction reprenant ou approfondissant un des points de la séance. A la section suivante, nous revenons et précisons la réflexion sur le type de tâche proposée en scénario classique et en scénario machine.

➢ ***Sur les interventions***

Nous retenons d'abord de nos observations cinq résultats :

- L'étudiant « reçoit » environ 5 interventions de l'enseignant par heure, un peu moins de 5 en séance machine et un peu plus de 5 en séance classique (Tableau 2).

- En séances machine, ces interventions sont davantage destinées à 1 ou 2 étudiants qu'au groupe classe, tandis qu'en séance classique nous constatons sensiblement le contraire. (Tableau 2).

Tableau 2

	Temps d'observation	Nombre d'interventions observées	Interventions individuelles	Interventions collectives
Séances machine	4 h	18	13 (72%)	5 (28%)
Séances classiques	8 h	41	16 (39%)	25 (61%)

- Parmi les interventions individuelles, le pourcentage d'interventions à l'initiative de l'étudiant est plus important en séance classique (Tableau 3)[16].

Tableau 3

	Interventions individuelles	Interventions individuelles à l'initiative de l'étudiant
Séances machine	13	3 (23%)
Séances classiques	16	8 (50%)

[16] Nous avons relevé dans les grilles d'observation (paragraphe 3) les interventions individuelles qui sont à l'initiative de l'étudiant.

- En séance machine, il y a toujours une activité de l'étudiant avant l'intervention de l'enseignant, ce n'est plus le cas en séance classique (Tableau 4).

- En séance machine les trois types d'aides sont en nombres équilibrés tandis qu'en séance classique il y a nettement plus d'information et moins de validation (Tableau 4)[17].

Tableau 4

	Sans activité avant l'intervention	Avec activité avant l'Intervention	Information	Explication	Validation
Séances machine	0	18	7	7	8
Séances classiques		27	29	14	6

Nos données sont en fait plus précises et nous donnons les deux tableaux complets faisant état de la répartition des interventions selon chacune des catégories qui nous intéressent pour cette recherche.

Tableau 5

Séances classiques			Nombres d'interventions observées	Type d'aide			Total des aides
				N1	N2	N3	
Interventions collectives : aides globales	Tâches isolées et/ou simples	Pas d'activité avant					
		Avec de activité avant	**1**	**1**			**1**
	Tâches complexes	Pas d'activité avant	**11**	**11**	**3**		**14**
		Avec de l'activité avant	**13**	**11**	**4**		**15**
Interventions individuelles : aides locales	Tâches isolées et/ou simples	Pas d'activité avant	**1**			**1**	**1**
		Avec de l'activité avant	**2**	**2**		**1**	**3**
	Tâches complexes	Pas d'activité avant	**2**	**1**		**1**	**2**
		Avec de l'activité avant	**11**	**3**	**7**	**3**	**1**
TOTAL			**41**	**29**	**14**	**6**	

[17] Certaines interventions sont doubles donc sont notées dans le tableau 4, au niveau du type d'aide, information et validation par exemple.

Tableau 6

Séances machines			Nombres d'interventions observées	Type d'aide			Total des aides
				N1	N2	N3	
Interventions collectives : aides globales	Tâches isolées et/ou simples	Pas d'activité avant					
		Avec de activité avant	**2**	**1**	**2**		**3**
	Tâches complexes	Pas d'activité avant					
		Avec de l'activité avant	**3**	**3**			**3**
Interventions individuelles : aides locales	Tâches isolées et/ou simples	Pas d'activité avant					
		Avec de l'activité avant	**6**	**2**	**1**	**4**	**7**
	Tâches complexes	Pas d'activité avant					
		Avec de l'activité avant	**7**	**1**	**4**	**4**	**13**
TOTAL			**18**	**7**	**7**	**8**	

➢ ***Discussion***

Nous avons déjà signalé qu'il y a environ 5 interventions par heure et par étudiant. En séance machine, l'enseignant « circule » dans la classe et chaque étudiant est en moyenne interpellé 5 fois (principalement individuellement). En séances classiques, les interventions sont davantage globales, elles sont aussi légèrement plus nombreuses et elles sont plus longues[18].

En séance machine, l'aide est aussi plus individualisée. Nous avions constaté ce fait lors de nos premières observations dans Cazes et Vandebrouck (2003). Plusieurs autres études ont quantifié cette observation : par exemple Monagham (2001), avec une méthodologie plus précise que la notre puisqu'il procède par enregistrement, obtient 19% de parole collective en séance machine et 48% en séances classiques[19]. Ces chiffres vont dans le même sens que les nôtres ; cependant, la méthodologie utilisée ne prend pas en compte le type de tâche.

Il semble aussi que les étudiants posent plus de questions à l'enseignant en séance classique. C'est un résultat à consolider car nos chiffres sont petits. Nous verrons des exemples dans la section suivante. Il faut également regarder s'il n'y a pas un effet enseignant et chercher s'il existe des résultats analogues dans la littérature.

En séance machine, il y a toujours une activité de l'étudiant avant l'intervention. Ce résultat va également dans le sens de « l'opinion générale » des enseignants utilisateurs, de nos premières observations, et est en accord avec, par exemple une enquête de Ruthven et Hennessy (2002) sur les représentations de l'usage de l'ordinateur chez les enseignants et les

[18] Leurs durées se déduisent des grilles d'observations (paragraphe 3) : dans la colonne tâche et temporalité sont indiquées l'heure du début de chaque intervention et l'heure de la fin de cette même intervention.
[19] Il s'agit de séance d'algèbre et géométrie pour des élèves entre 14 et 18 ans en Grande Bretagne. Les logiciels utilisés sont des tableurs et logiciels graphiques, il y a 52 séances observées.

étudiants. Cette enquête montre que les facteurs suivants sont renforcés en séance machine : motivation, participation et activité des élèves[20].

Les renseignements sur le type d'aides nous semblent nouveaux. Il y a tout d'abord proportionnellement davantage d'aides de type information en séance classique. Ce résultat est à nouveau cohérent avec celui de Monagham (2001)[21]. Il peut sans doute être expliqué par le fait que les étudiants peuvent trouver les informations qui les intéressent sur le logiciel lui-même, à travers les coups de pouce ou les corrigés d'exercices. Nous essaierons dans le paragraphe suivant de savoir quelles sont plus précisément les informations qui restent déléguées à l'enseignant en séance machine. Les aides de type explications sont quant à elles en nombre équivalent. Là encore, nous verrons si ce sont les mêmes explications en séances classiques et en séances machines. Enfin, il y a proportionnellement davantage d'aides de type validation en séance machine. Ceci est surprenant car on pourrait penser que la machine se charge de valider. Dans ces conditions, il est à nouveau intéressant d'en savoir davantage : est-ce l'étudiant qui demande au professeur si son résultat est correct[22] ou bien l'enseignant qui conserve sa tâche de validation et ne la délègue pas à la machine ? Nous étudions plus loin des exemples de telles interventions.

Un premier croisement (tableaux 5 et 6) entre le type d'aide (information / explication / validation) et les interlocuteurs (aspect local ou global de l'aide) montre que les aides de type validation sont toujours individualisées. Nous nous demandons donc si le fait qu'il y ait proportionnellement davantage de validation en séance machine en est une cause ou une conséquence. Les aides du type information sont en séances classiques plus souvent dirigées vers toute la classe alors qu'elles sont équilibrées entre locales et globales en séances machines. Enfin, les explications sont équilibrées entre locales et globales en séances classiques alors qu'elles sont surtout locales en séances machine. Les résultats particuliers nous donnerons des hypothèses explicatives de ces phénomènes.

Ces tableaux montrent également que ce sont surtout les tâches complexes qui appellent la majorité des aides. Un second croisement entre le type d'aide et le type de tâche montre alors que pour ces tâches complexes, il y a surtout des explications ou des validations locales en séances machines alors qu'il y a surtout des informations globales en séances classiques.

Cherchons enfin à prendre en compte les quatre variables (le type d'aide, le type de tâche, les interlocuteurs et l'existence d'activité de l'étudiant avant l'intervention). Il apparaît que l'aide dominante en séance machine est une aide locale, avec activité de l'étudiant avant, de type explication sur une tâche complexe (18% des aides) ou une aide de type validation sur une tâche simple (18%) ou sur une tâche complexe (18% aussi). En séance classique, l'aide dominante est par contre une aide globale, sur une tâche complexe, de type information sans activité de l'étudiant avant (22% des aides) ou la même aide mais avec activité de l'étudiant avant (22%).

---

[20] Il s'agit d'une enquête d'opinion portant sur des enseignants et des étudiants sur 13 établissements de Grande Bretagne les étudiants ont entre 11 et 18 ans. Les logiciels utilisés sont aussi bien des tableurs et logiciels graphiques que des logiciels d'apprentissage.

[21] "The percentage of time teachers spent coaching or eliciting ideas from students : 19% in non-ICT lessons and 4% in ICI-lessons. Coaching in all lessons was interpreted as the teacher pointing out mathematical features without revealing the answers". Ceci relève bien de notre type "information".

[22] Dans l'UeL certains exercices demandent à l'étudiant de comparer sa solution avec celle qu'il propose, nous avons observé que cette nouvelle tâche n'est pas facile pour l'étudiant.

Quelles sont les conséquences en termes d'apprentissage ? C'est maintenant cette question dont il faut discuter. On peut penser, par exemple, que le fait que les étudiants aient une « plus grande activité » en séance machine a une influence positive sur leur apprentissage. Cependant, très vite, on se pose la question de savoir de quelle activité il s'agit et quelle est la façon de la décrire au mieux. Nous avons déjà attiré l'attention sur les dangers d'une fausse activité[23] dans Cazes et Vandebrouck (2003). Le fait que l'intervention soit individualisée paraît également positif, mais l'enseignant peut-il réellement donner autant d'interventions individuelles que collectives ? Pour un groupe d'une vingtaine d'étudiants, cela paraît difficile. Le fait que l'étudiant pose une question paraît encore positif[24] mais quels sont les étudiants qui posent des questions et quels sont les types de questions ? Que penser également de la répartition différente entre les trois types d'aides de l'enseignant durant les séances machines et durant les séances classiques ? Enfin, il nous semble important de ne pas proposer aux étudiants que des tâches d'applications immédiates des connaissances (simples ou isolées), mais elles sont certainement nécessaires à leur apprentissage. Comment trouver un dosage adéquat entre de telles tâches et des tâches complexes ? Les exemples qui suivent visent à illustrer et contribuer aux réponses à certaines de ces questions.

6. Résultats particuliers

Nous présentons maintenant des études précises de chacun des types d'interventions en séance machine et en séance classique, en nous interrogeant sur l'effet de ces interventions sur l'activité des étudiants.

6.1. Les aides de type N_1 (information)

Nous avons vu que ces aides sont plutôt globales et très majoritaires en séance classique. De quelles aides s'agit-il précisément et quelles modifications d'activité induisent-elles chez les étudiants ?

a) En séance classique

Nous avons repéré trois catégories parmi ces aides de type $\mathbf{N_1}$ en séances classiques, le paragraphe (iv) correspondant, quant à lui, aux résultats sur les aides locales.

(i) Des corrections collectives

Les aides dans les interventions 7, 9bis, 10,11, 12, 24, 28bis, 47, 49,51 et 53 nous semblent relever de cette catégorie. Voici l'exemple analysé dans l'intervention 51 :

Tâche : Si V est l'espace vectoriel des polynômes, on considère l'application $g : V \to V$; $P \mapsto P''+4P$. Montrer que g est linéaire et déterminer Kerg et Img. Il s'agit d'une tâche complexe avec en particulier un mélange de cadres entre algèbre linéaire, algèbre générale des polynômes et analyse.
Activité de l'étudiant observé : il montre correctement que g est linéaire sur son cahier ; puis cherche Kerg, écrit « $g(P) = 0$ ssi $P''+4P = 0$ ». Il bloque et attend la correction, sans activité observable. (6 min)

[23] Zapping, réponse par essai et erreur
[24] Sur cette question les avis sont réservés, par exemple on peut citer Sarrazy (1999). Dans son étude, sur des élèves de CM1, il n'enregistre aucune corrélation entre le fait de poser des questions et le fait de progresser.

Intervention (globale) de l'enseignant : il note au tableau la correction pour déterminer Kerg (on trouve Kerg = {0}) puis à l'oral donne l'information décontextualisée « une application linéaire qui conserve le degré est à la fois injective et surjective donc bijective » ; puis reprend au tableau la correction de *g* linéaire.
Activité de l'étudiant observé, après l'intervention : pendant tout ce temps, il écoute et prend note de la correction (12min).

Dans la majorité de ces interventions (7, 9bis, 11, 28bis, 53 et 51 notamment), la tâche prescrite est complexe et l'activité observée chez l'étudiant après la correction est souvent l'écoute et la recopie du tableau (même dans l'intervention 53 qui est pourtant provoquée par l'étudiant lui-même). Comme les tâches complexes sont très majoritaires en séances classiques et que les corrections collectives sont non seulement nombreuses mais aussi longues (ici 12mn), l'étudiant est donc souvent dans la situation décrite ici[25].

Cependant, dans certaines autres interventions, l'activité de l'étudiant est clairement modifiée. L'écoute de la solution peut par exemple être visiblement active : dans l'intervention 10, l'étudiant observé répond (discrètement cependant) aux questions posées par l'enseignant pendant sa correction. Toutefois, il est à noter que la tâche prescrite est simple : il s'agit de trouver un domaine de définition. L'écoute de la correction peut aussi faire émerger des questions chez les étudiants : dans le cas des interventions 47 et 49, l'étudiant observé pose une question pendant la correction.

(ii) Des informations contextualisées qui découpent en sous-tâches explicites

Les interventions collectives 5, 8, 14, 30, 33, 36, 38 et 48 (qui portent sur des tâches complexes) nous semblent relever de cette catégorie. Voici l'exemple analysé de l'intervention 33 :

Tâche : il s'agit de déterminer les coefficients de la décomposition en éléments simples dans $Q(X) = X + 2 + \frac{a}{X-1} + \frac{b}{2X+1}$. La tâche est encore complexe car plusieurs méthodes sont en particulier possibles et l'étudiant doit au moins en mobiliser une.
Activité de l'étudiant observé : il reste essentiellement inactif (2 min).
Intervention (globale) de l'enseignant : il dit de multiplier par $X-1$ à droite et à gauche de l'égalité et de substituer 1 à *X*. Il donne aussi une deuxième méthode qui est la réduction au même dénominateur mais c'est une aide plus indirecte (décontextualisée) : constituer un système de 2 équations à 2 inconnues.
Nouvelle tâche : Les deux méthodes possibles sont données, l'une explicitement, l'autre implicitement. L'étudiant n'a plus qu'à choisir l'une des méthodes et à l'appliquer.
Activité de l'étudiant observé, après l'intervention : Avant que l'enseignant ne donne la correction, l'étudiant réfléchit et exécute la tâche sur son brouillon même si on ne sait pas vraiment quelle méthode il a choisi parmi les deux proposées.

Dans ces interventions, l'enseignant donne souvent un début de la correction et renvoie les étudiants à une activité sur une sous tâche explicitée, contextualisée à l'exercice. Dans l'intervention 5, l'enseignant écrit par exemple au tableau la sous tâche « $x = u(t)$, *t dans ?*, u^{-1} *bijective de ? sur R* » , dans l'intervention 14, il donne comme sous tâche de résoudre

[25] Dans le cas de l'intervention 24, l'étudiant ayant écouté la correction de la question 1) à laquelle il n'avait pas eu le temps de réfléchir, commence l'exécution de la question 2) après l'intervention de l'enseignant.

l'équation $2x = \exp(y) + \frac{1}{\exp(y)}$ d'inconnue $\exp(y)$ », dans l'intervention 30, il donne la forme de la décomposition…

La majorité de ces informations est apportée alors même que l'étudiant n'a pas eu d'activité mathématique sur la tâche (sauf dans les interventions 30 et 36). On observe alors un engagement de l'étudiant dans la sous tâche explicitée : après l'intervention 5, l'étudiant qui n'avait pas eu de temps pour sa recherche, pose une question, ce qui témoigne d'une activité mathématique. Après les interventions 8 et 14[26], il s'engage encore dans les calculs alors qu'il n'avait rien fait avant l'intervention.

Il peut cependant arriver que l'aide ne suffise pas à engendrer l'activité véritablement escomptée chez l'étudiant. Par exemple, dans l'intervention 48, l'enseignant donne comme sous tâche « *il faut montrer que f(aP)=af(P)* » mais cette sous tâche ne semble pas être assez contextualisée pour l'étudiant. Il s'engage dans l'activité en posant une question à son voisin à propos de cette sous tâche. Il peut aussi arriver que l'étudiant ait déjà commencé la tâche que l'enseignant simplifie. L'aide n'est alors pas utile pour lui. Il s'agit des interventions 36 et 38.

Enfin, la sous tâche explicitée peut ne pas être en adéquation avec l'activité de l'étudiant : Dans l'intervention 30, l'étudiant qui consultait son cours personnel avant l'intervention de l'enseignant, continue essentiellement cette même activité.

(iii) Des informations plus indirectes (ou moins contextualisées)

Les interventions 13, 13 bis, 29, 31, 34, 39 nous semblent ici relever de cette catégorie. Il peut s'agir d'interventions brèves comme par exemple lorsque l'enseignant fait une remarque ponctuelle. Dans l'intervention 29, l'information est « *on a vu ça dans le cours* » et l'étudiant observé consulte son cours. En général cependant, il semble que ces aides indirectes ne (re)lancent pas l'activité des étudiants. Voici l'exemple de l'intervention 31 :

Tâche : il s'agit de décomposer en éléments simples $\frac{2X^3+3X^2-3}{2X^2-X-1}$. La tâche est à nouveau complexe car elle nécessite plusieurs étapes comme la factorisation du dénominateur par exemple. Ensuite plusieurs méthodes sont possibles pour déterminer les coefficients de la décomposition.
Activité de l'étudiant observé : il prend connaissance de l'exercice (1 min).
Intervention (globale) de l'enseignant : il demande quelle est la première chose à faire, puis énumère le programme : factorisation du dénominateur en facteurs irréductibles, forme générale de la décomposition puis détermination des coefficients.
Activité de l'étudiant observé, après l'intervention : Il écrit un peu sur son brouillon (rien de très consistant), regarde un peu ce que fait son voisin et consulte son cours (3 minutes).

Dans les interventions 13 et 13bis, l'information n'est pas contextualisée non plus puisque l'enseignant donne la méthode pour trouver les développements limités de $\frac{1}{1-x}$ et $\frac{1}{1+x}$ alors que celui à chercher est celui de $\arcsin(x)$. L'étudiant recopie l'aide sur son cahier mais ne

[26] C'est visible au niveau de l'intervention 15

s'engage pas dans la recherche du développement de $\arcsin(x)$. Dans l'intervention 34, il s'agit de trouver la décomposition de $\frac{1}{X^4+4}$ en fractions rationnelles. Après avoir donné la forme générale, utilisé la parité pour simplifier le problème à la recherche de deux coefficients, il expose la correction pour le calcul du premier d'entre eux. Cependant, pendant 6 minutes après l'intervention, l'étudiant ne réussit pas à adapter la méthode au calcul du second coefficient. Même chose en 39, où l'enseignant donne la méthode générale mais où l'étudiant a du mal à la contextualiser.

(iv) Les aides locales

Les aides locales sont en général des réponses à l'étudiant (6, 27, 28, 32bis, 38 bis, 47bis) sauf dans les interventions 35 et 35bis. Mis à part l'intervention 27[27], les aides locales modifient à nouveau les tâches prescrites. On retrouve les mêmes phénomènes que dans les paragraphes ii) et iii).

Dans l'intervention 6, l'information décontextualisée « *il n'y a pas de honte à se faire un cercle trigonométrique* » n'aide pas l'étudiant. Même chose en 28 où l'information est « *vous voulez un système générateur qui va être libre* ». L'étudiant qui réfléchissait en consultant son cours personnel, continue sa réflexion.

Au contraire, dans l'intervention 32bis, l'enseignant explicite pour l'étudiant une sous tâche par une information contextualisée : « *posez la division euclidienne du numérateur par le dénominateur* » et l'étudiant exécute la sous tâche après l'intervention. Dans ce cas des interventions 35 et 35bis, là encore, les aides locales isolent des sous tâches mais l'enseignant accompagne l'étudiant dans la résolution des sous tâches explicitées en s'assurant de sa réussite.

b) En séance machine

En séance machine, nous avons vu que les aides de type information sont plus rares. Nous avons déjà mentionné le fait que les étudiants peuvent sans doute trouver les informations qui les intéressent sur le logiciel lui-même, ce qui décharge l'enseignant.

(i) Des aides globales qui existent cependant

Il existe, par exemple, comme en séance classique, des corrections collectives de la part de l'enseignant : il s'agit des interventions 18 et 20bis. Dans ces cas, l'étudiant semble au mieux regarder le tableau sans le recopier (intervention 20bis de façon très nette). Dans l'intervention 18, la tâche est un QCM. Il ne nous est pas possible de savoir ce que fait l'étudiant de cette correction et s'il prend même conscience à ce moment là qu'il a donné une réponse fausse au premier QCM corrigé par l'enseignant. Peut-être ne s'en rend-t-il compte qu'en actionnant lui-même plus loin le corrigé de l'ensemble des QCM sur la machine. Dans l'intervention 40, l'enseignant répète la consigne. Ceci est *a priori* superflu. Cependant il insiste sur la nécessité d'utiliser un contre exemple pour démontrer qu'une proposition universelle est fausse. Enfin, en 19, l'enseignant donne oralement une solution qui existe sur le logiciel. Là encore, il ne nous est pas possible d'observer une modification dans l'activité de l'étudiant observé.

[27] dans l'intervention 27, l'étudiant demande une précision sur la définition d'une base.

(ii) Moins d'aides locales qui simplifient la tâche prescrite

Parmi les aides locales, il y a tout d'abord une réponse à une question d'étudiant (intervention 45). Cependant, les informations qui simplifient les tâches prescrites semblent exister beaucoup moins qu'en séance classique. Dans le seul cas où nous les rencontrons, la tâche est complexe, l'étudiant a une activité mathématique avant l'intervention de l'enseignant et l'aide n'est à nouveau pas assez contextualisée pour qu'elle permette à l'étudiant de déboucher. Il s'agit de l'intervention 3bis.

Tâche initiale : exercice sur les combinaisons linéaires (tâches complexes)
Activité de l'étudiant : il pose le bon système linéaire (à signaler qu'il avait déjà pris connaissance du corrigé), mais le résout un peu au hasard.
Aide de l'enseignant : il demande à l'étudiant d'appliquer la méthode du pivot de Gauss par prudence (il lui conseille à ce titre de voir leTP2) ; et lui explique[28] en détail sur son cahier, parce qu'il semble qu'il ne la connaît pas. Il s'agit d'une aide décontextualisée.
Activité de l'étudiant : il ne semble pas avoir compris les explications de l'enseignant puisqu'il écrit une égalité qui n'a plus aucun rapport avec ce qui précède ($u = aV_1+bV_2+cV_3 = a(-\frac{1}{2}W_1+\frac{1}{2}W_2+\frac{1}{3}W_3)+b(\ldots)+c(\ldots)$)et ne met pas en pratique la méthode de Gauss (temps indéterminé).

L'enseignant donne comme information le fait qu'il faille utiliser la méthode du pivot de Gauss. Il lui explique mais l'étudiant n'arrive pas à la mettre en pratique. De la même façon, dans l'intervention 16, la tâche est simple et isolée (l'information ne peut donc pas la simplifier). L'enseignant donne une information décontextualisée sur la définition d'une fonction strictement croissante mais elle ne permet pas à l'étudiant de s'apercevoir qu'il a donné une réponse fausse.

c) Comparaison

On comprend bien qu'il n'y ait pas ou peu de corrections collectives en séance machine puisque les corrigés sont dans le logiciel. C'est bien cette catégorie, inexistante en séance machine et très représentée en séance classique, qui explique le fait qu'il y ait moins d'aide d'information en séance machine. Les quelques informations globales qui existent en séances machines ne semblent pas avoir d'effets perceptibles sur l'activité des étudiants (pas de recopiage comme en séance classique, pas de questions suscitées chez les étudiants, pas même de réaction nette sur une réponse personnelle en contradiction avec la correction).

Nous trouvons qu'en séance classique, de nombreuses aides d'information visent à simplifier la tâche en sous-tâches, et ceci bien souvent avant même toute activité de l'étudiant. Ceci nous semble cohérent avec Robert et Rogalski (2003). On peut alors se demander pourquoi, en séance machine, à travers les aides locales comme globales, il n'y a pas de simplification des tâches en sous tâches, comme en séance classique. Bien sûr, les tâches en séances machines sont moins souvent complexes comme l'a montré l'analyse du paragraphe 5, mais, même dans le cas de tâche complexes, en séance machine, il y a peu de simplification de tâches. Il est probable que si les tâches sont complexes et peuvent être simplifiées, elles le sont déjà dans le logiciel ou par les coups de pouces. Par exemple, dans l'intervention 3bis, la tâche complexe est simplifiée par le coup de pouce qui donne le système linéaire à résoudre.

[28] Cette intervention est également codée explication, l'information étant qu'il faut utiliser la méthode du pivot de Gauss.

Et c'est bien à ce niveau que l'étudiant bloque. Ceci repose la question de l'existence des coups de pouces, qui agissent comme des aides globales de l'enseignant en séance classique, dès lors qu'ils sont actionnés dès le début du travail, sans une véritable activité mathématique préalable de la part des étudiants.

Ceci étant, les informations qui, dans les deux types de séances, semblent engendrer les modifications d'activités les plus nettes chez les étudiants semblent bien être les informations contextualisées aux tâches (mathématiques ou méta mathématiques).

6.2. Les aides de type N_2 (explication)

Les aides de ce type sont des explications. Nous avons vu qu'elles sont également représentées en séances machines et en séances classiques. Comment interviennent-elles ? Y a-t-il des différences suivant les types de séances ? Quelles modifications dans l'activité des étudiants ?

a) En séance classique

Les interventions collectives qui contiennent des aides de ce type sont presque toutes doubles, couplées avec des informations (11, 13bis, 14, 34, 36 et 39). La seule intervention non couplée avec une information est une simplification de tâche (49bis). On se reportera donc au paragraphe précédent pour comprendre comment peut être modifiée l'activité des étudiants après de telles aides.

Les aides locales de type explication sont, quant à elle, d'une part des réponses à des questions d'étudiants. Il s'agit des aides intervenant dans les interventions 23, 25 et 26. La tâche prescrite est complexe. Les aides accompagnent l'étudiant dans son activité mais ne découpent pas la tâche. D'autre part, il existe un cas (intervention 9) où l'enseignant explique à l'étudiant ce qu'il ne faut pas faire sans que l'on n'ait d'information précise sur la modification de l'activité, et un cas (intervention 15) où l'enseignant et l'étudiant résolvent l'exercice ensemble.

b) En séance machine

Les aides globales de type explication sont peu nombreuses en séance machine. Nous trouvons uniquement une explication véhiculée par une correction collective (intervention 18 dont nous avons déjà parlé) ou une explication collective ne modifiant pas la tâche prescrite (intervention 16 bis). Dans ce dernier cas, l'étudiant observé recopie le tableau.

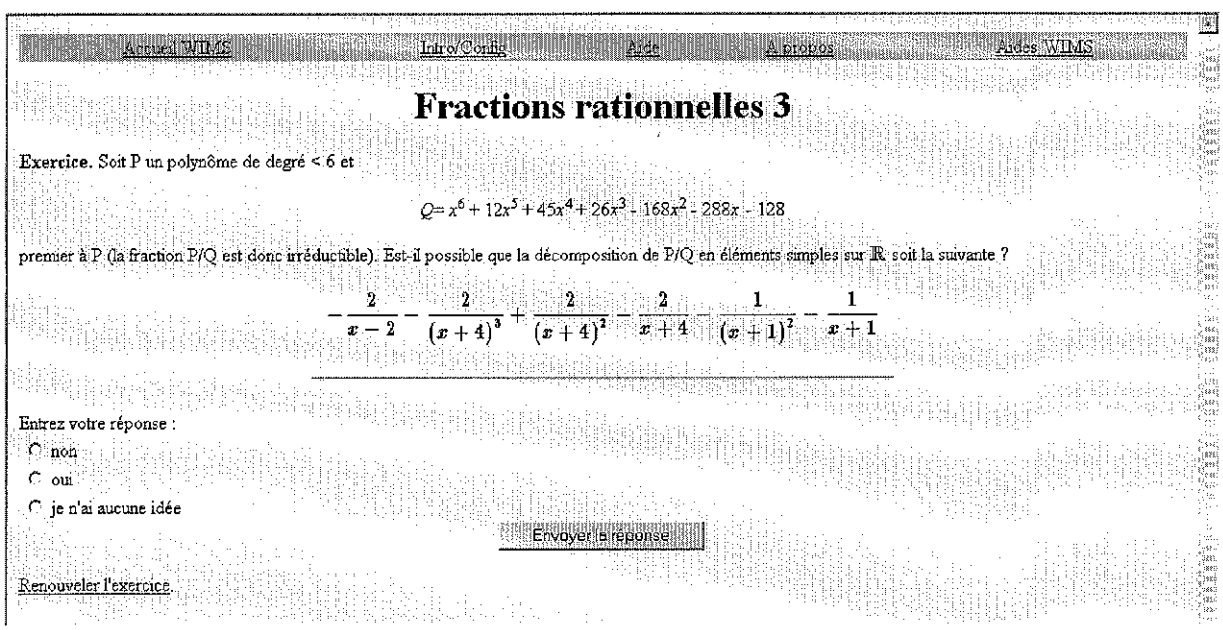
Les aides locales sont, quant à elles, des explications sur le corrigé UeL (interventions 17, 21 « *analyse ce qui est sur l'écran* » et 44), des explications (intervention 3bis dont nous avons déjà parlé) ou des conseils de méthodes (41, « *ne lisez pas tout de suite la correction* »). Dans les interventions 3bis et 17, l'enseignant relève une fausse activité de la part de l'étudiant. En 3bis, l'étudiant a résolu son système linéaire au hasard et l'enseignant vient lui expliquer la méthode du pivot de Gauss (voir le paragraphe précédent pour plus de détails). Voici l'exemple de l'intervention 17 :

<u>Tâche initiale</u> : Il s'agit d'un QCM sur la véracité de l'assertion suivante : Une fonction numérique f injective sur un intervalle I est strictement croissante. Il s'agit d'une tâche simple et isolée. L'énoncé ne demande en effet pas de contre exemple lorsque l'assertion est fausse.

Activité de l'étudiant observé : il saisit au clavier sa réponse puis lit la réponse donnée à l'écran, mais n'en prend pas note sur son cahier, contrairement au conseil de l'enseignant (5 min).
Intervention (locale) de l'enseignant : il lui demande un contre-exemple, puis valide la réponse de l'étudiant.
Activité de l'étudiant après l'intervention : il continue des répondre aux QCM en écrivant cette fois sur son cahier (1 min).

Ceci nous semble dénoter un travail plus en profondeur sur les QCM. Ceci questionne d'ailleurs encore une fois la limite de ce genre d'exercices à choix multiples où les fausses activités sont possibles. Toutefois, dans certains exercices, des familles de contre exemples possibles sont proposées dans ces genres d'exercices, ce qui permet un meilleur encadrement de l'activité des étudiants. Donnons encore l'exemple de l'intervention 21 quand l'enseignant explique le corrigé d'UeL :

Tâche initiale : exercice sur la décomposition de fractions rationnelles en éléments simples ; on donne le degré de P, l'expression de Q et la décomposition en éléments simples (correcte ou non : QCM, trois réponses au choix). C'est une tâche complexe car, en particulier, plusieurs méthodes sont possibles. Cet exercice étant sur Wims et non sur UeL, nous en donnons une copie d'écran[29] :



Activité de l'étudiant observé : il écrit sur son brouillon, consulte son cours personnel après que l'enseignant ait précisé à la classe d'y faire référence ; il répond sur écran à trois QCM de suite en prenant immédiatement connaissance des réponses à l'écran. Il obtient une bonne réponse (il parle avec un voisin pour lui expliquer ce qu'il a compris), puis deux mauvaises réponses (il parle alors avec l'observateur pour signifier ce qu'il n'a pas compris) (27 min).
Intervention (locale) de l'enseignant : il questionne l'étudiant « vous avez compris ? », et indique comment utiliser le cours (aide méthodologique), «QCM 4) est-ce un élément simple $\frac{2x-1}{(x^2+x-1/4)^2}$? non ! », « analysez ce qui est sur l'écran ».

[29] Rappelons que, sur Wims, les exercices sont paramétrés et changent à chaque consultation. La copie d'écran ne correspond donc pas exactement à l'exercice de l'étudiant mais à un exercice analogue.

Activité de l'étudiant après l'intervention : il répond au QCM 4) correctement, puis à deux autres QCM 5) et 6) ; le 5) est correct, le 6) est mauvais ; il note alors la réponse du logiciel sur son brouillon et tout en réfléchissant et en consultant son cours personnel, il étudie l'explication de la réponse. Puis il répond encore à deux autres QCM sur l'écran, avec la même démarche, c'est-à-dire réflexion, consultation du cours personnel, et prise de note de la correction de WIMS sur son brouillon (17 min).

L'étudiant change donc sa tactique après l'intervention de l'enseignant. Il ne se contente plus de lire les réponses après avoir répondu aux QCM, mais se penche de plus près sur les explications des réponses, ce qui peut lui permettre une plus grande efficacité pour répondre aux autres QCM.

c) Comparaison

Nous avons déjà signalé dans Cazes et Vandebrouck (2003) la nouvelle tâche pour les étudiants en séance machine de lecture et de compréhension des corrigés UeL. En fait, cette tâche n'est pas réellement nouvelle. Nous avons vu qu'en séance classique, un long moment est consacré aux corrections collectives et que ce peut être parfois des moments d'activités mathématiques observables lorsque les étudiants posent des questions ou répondent aux questions de l'enseignant. En séance machine, le travail sur les corrigés est conduit différemment. C'est apparemment l'enseignant qui va vers l'étudiant pour lui expliquer un corrigé déjà en place sur le l'écran de l'ordinateur. Cette aide locale semble alors engendrer des modifications positives dans l'activité de l'étudiant.

6.3 Les aides de type N_3 (validation)

Dans le paragraphe 5, nous avons déjà signalé que ces aides sont presque toujours locales et qu'elles sont proportionnellement plus importantes pendant les séances machines. Ceci peut peut-être être expliqué maintenant par le fait que l'enseignant est moins pris par les corrections collectives en séances machines. Mais de quelles types de validations s'agit-il ?

a) Séance classique

On peut distinguer deux catégories parmi ces aides en séances classiques.

(i) Des validations en cours de procédure

Dans ces cas là (interventions 15, 22, 32 et 37) l'enseignant approuve le début de travail de l'étudiant. Dans trois de ces quatre interventions, la tâche en jeu est complexe, ce qui justifie que l'enseignant puisse intervenir en cours de procédure[30]. Voici l'exemple de l'intervention 22.

Tâche : Soient $e_1 = (1,2,3,4)$ et $e_2 = (1,-2, 3,-4)$. Peut-on déterminer x et y tels que $(x,1,y,1)$ soit combinaison linéaire de e_1 et e_2 ? Nous avons analysé cette tâche comme complexe car il ne s'agit pas simplement de vérifier si un vecteur est combinaison linéaire de deux autres. Il faut gérer simultanément les deux composantes inconnues x et y et deux autres inconnues λ et

[30] Le cas de l'intervention 32 est particulier. La tâche est codée simple et isolée puisqu'il s'agit de déterminer la partie entière d'une fraction rationnelle et donc de poser la division euclidienne. Il ne nous semblait pas qu'il pouvait s'agir là d'une adaptation majeure pour des étudiants.

μ intermédiaires. La résolution complète du système 4-4 qui apparaît n'est pas nécessaire pour répondre au problème : il faut faire un travail de sélection d'information.
Activité de l'étudiant observé : commence l'exécution de l'exercice sur son cahier, efface puis pose correctement le système (10 min).
Intervention (locale) de l'enseignant : validation, approuve la réponse de l'étudiant
Activité de l'étudiant observé, après l'intervention : continue l'exécution qui est sur la bonne voie puis trouve les valeurs de x et y (8 min).

(ii) Des validations en fin de tâche

Dans ces cas, (interventions 12 et 26) l'étudiant a terminé totalement la tâche au moment où l'enseignant intervient. La tâche en jeu dans la première intervention est simple. Voici l'exemple de l'intervention.

Tâche : « remplacer x par sin t dans $f(x) = \arctan\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ».
Activité de l'étudiant : il écoute l'échange entre l'enseignant et son voisin puis écrit sa solution sur son cahier (2 min).
Intervention (locale puis globale) de l'enseignant : il approuve la réponse de l'étudiant (validation) ; puis il donne la correction au tableau « $f(x) = t = \arcsin x$ » (aide contextualisée).

Nous n'avons pas d'informations sur l'activité observable de l'étudiant à l'issue du passage de l'enseignant. Ceci étant, puisque l'enseignant s'engage aussitôt après sa validation dans la correction collective, et compte tenu de nos observations à l'issue de ces corrections au tableau, on peut penser que l'étudiant ne passe pas à l'exercice suivant mais recopie sur son cahier la correction. Dans l'autre cas (intervention 26), la tâche est complexe, ici l'étudiant observé semble être un bon étudiant puisqu'il explique à son voisin après le passage de l'enseignant.

b) Séance machine :

Nous avons tout d'abord repéré les validations en séances machine qui sont des deux catégories introduites pour les séances classiques. Cependant, il existe d'autres types de validation en séances machines.

(i) Des validations en cours de procédure

Il s'agit des interventions 20 et 42. Le phénomène est analogue à celui des séances classiques. Les tâches en jeu pendant ces interventions sont complexes. Nous donnons l'exemple de l'intervention 20 :

Tâche : l'étudiant étudie le cas où $h : x \mapsto x^4 + 2x^3$. Il s'agit de savoir si la fonction admet une réciproque sur son domaine de définition. La résolution de la tâche passe par une étude partielle de h (continuité et variations) puis par l'utilisation d'un théorème général sur les fonctions continues monotones.
Activité de l'étudiant observé : il écrit sur son brouillon la fonction h et commence le calcul de $h'(x)$, puis réfléchit (2 min).
Intervention (locale) de l'enseignant : il valide le début du calcul de l'étudiant « c'est l'idée, de calculer $h'(x)$ » et en même temps il fournit une information méthodologique.

Activité de l'étudiant observé, après l'intervention : en même temps que l'enseignant regarde ce que fait l'étudiant, celui-ci « décoche » h (ce qui spécifiait pour lui que h admettait une réciproque) et réfléchit. Puis il exécute la résolution de $h'(x) \geq 0$ (3min).

(ii) Des validations en fin de tâche

Il s'agit encore d'interventions analogues à celles des séances classiques (interventions 1 et 2). Les tâches en jeu lors de ces deux interventions sont simples et isolées. Dans l'intervention 1, il s'agit de trouver si un vecteur est combinaison linéaire de trois autres dans R^3 et la validation de l'enseignant intervient lorsque l'étudiant lit la correction sur UeL (erreur repérée par l'étudiant dans le corrigé). Nous donnons plutôt en exemple l'intervention 2 :

Tâche : «$F = \{(x,y) \in R^2 ; |x| = |y|\}$ est-il un sous-espace vectoriel de R^2 ?»
Activité de l'étudiant : il traite l'exercice sur son cahier sans trop de difficulté (2 min).
Intervention (locale) de l'enseignant : il vient voir si tout se passe bien, action que l'étudiant assimile à une validation.
Activité de l'étudiant après l'intervention : il réfléchit un court instant puis consulte la solution sur l'écran (2 min).

(iii) Des validations et des interrogations pendant une lecture de correction

Il s'agit des interventions 17 et 44 qui ont déjà été remarquées comme contenant des aides de type explication sur des corrigés d'UeL. Ces interventions (toujours locales) sont donc doubles. Donnons l'exemple de l'intervention 44 puisque nous avons détaillé l'exemple 17 au paragraphe 6-2 b) :

Tâche : Montrez que dans l'espace vectoriel réel des fonctions numériques continues sur **R**, les fonctions $x \mapsto 1$, $x \mapsto \sin x$, $x \mapsto \sin 2x$ sont linéairement indépendantes. C'est une tâche complexe qui mélange en particulier le cadre de l'analyse et celui de l'algèbre linéaire.
Activité de l'étudiant observé : il lit la réponse au QCM 10 sur écran ; il écrit sur son brouillon « a + b sin x + c sin 2x = 0 », il résout en s'aidant de la réponse du QCM 10, puis recopie sur la feuille : « en prenant x = 0 on obtient a = 0, $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = 0$ et $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow c = 0$ » (7 min). Ensuite, après un échange avec son voisin sur la notion de dimension qu'ils n'ont pas encore vue en cours, il conclut sur la feuille à la linéaire indépendance de la famille (1, sin x, sin 2x). Enfin il demande à l'enseignant « pourquoi doit-on trouver a = b = c = 0, faut-il donner des valeurs particulières à x ? »
Intervention (locale) de l'enseignant : il répond à la question (validation) et par là-même fournit une explication contextualisée : « oui, en fait on est amené à résoudre un système à 3 équations 3 inconnues a, b, c, et le système est quasiment résolu, donc très simple, la réciproque est, après, évidente… » (3 min).
Activité de l'étudiant observé, après l'intervention : il passe à un autre exercice (1 min)..

(iv) Autre catégorie de validations

Enfin, nous avons repéré deux cas : un retour sur activité (intervention 3bis) et un cas où l'enseignant laisse la machine valider (intervention 46, certains exercices sont groupés en tests et donnent un score commenté à la fin). Voici l'exemple de l'intervention 3bis.

Tâche : l'étudiant doit trouver les vecteurs U_n tels que $U_{n+2} = 2U_{n+1} + U_n$ $(n > 0)$ avec des conditions initiales. Il s'agit d'une tâche complexe qui mêle en particulier le cadre de l'algèbre linéaire et celui des suites numériques.
Activité de l'étudiant observé : après avoir pas mal zappé sur les exercices précédents, il se lance dans l'exécution de cet exercice (9 min)
Intervention (locale) de l'enseignant : il le questionne sur l'exercice 2/2, valide négativement, et demande à l'étudiant s'il a su faire cet exercice 2/2. L'étudiant répond qu'il a compris la correction de l'UeL. L'enseignant veut voir ce qu'il a fait : il n'a pas posé le bon système. Il réalise alors qu'il n'a pas vraiment compris mais uniquement parce qu'il a été sollicité par l'enseignant.
Activité de l'étudiant observé, après l'intervention : il pose alors le bon système (à signaler qu'il avait déjà pris connaissance du corrigé).

c) Comparaison

Les validations en cours de procédures sont bien les mêmes dans les deux types de séances. Elles interviennent essentiellement lorsque les tâches sont complexes. Les validations en fin de tâche (plutôt lorsque celles-ci sont simples et/ou isolées) semblent être déjà différentes. En séance classique, nous n'avons pas d'informations significatives sur ce que peut être l'activité de l'étudiant après la validation de l'enseignant mais en séance machine, il apparaît que même après la validation de l'enseignant, l'étudiant peut regarder le corrigé sur UeL. Peut-être majore t-il la validation faite par la machine après celle de l'enseignant.

En séance machine, on trouve en outre d'autres types de validations, à nouveau liées aux corrigés sur UeL, notamment des discussions sur les corrigés couplées à des explications et à des interrogations à propos des corrigés. On trouve également des retours sur corrigés (retours sur activité), ce qui est rarement le cas en TD classique. Pour cette gestion, il est nécessaire que l'enseignant ait bien réfléchi sur les utilisations possibles de la machine (fausses activités, corrigés difficiles à comprendre, exercices auto correctifs qui donnent un score final) afin d'ajuster son comportement face aux corrigés.

Conclusion

Nous reprenons d'abord les résultats obtenus en précisant ceux qui se rapprochent d'études précédentes et ceux qui nous semblent nouveaux. Nous terminons, plus globalement, en nous demandant quels enseignements retenir de cette étude, du double point de vue de l'étudiant et de l'enseignant et quelles nouvelles questions et recherches aborder.

Cette étude nous a tout d'abord confirmé des résultats déjà rencontrés dans des travaux antérieurs. L'aide de l'enseignant aux étudiants pendant les séances machines est plus individualisée tandis qu'en séances classiques, les interventions sont davantage dirigées vers la classe et sont plus longues. Les étudiants ont une plus grande activité autonome en séance machine et du coup, les interventions de l'enseignant dans ces séances sont toujours précédées d'une activité de l'étudiant sur les tâches en jeu. En revanche, les étudiants posent plus de questions en séances classiques. Enfin, nous avons retrouvé qu'en séance classique de nombreuses interventions visent à simplifier les tâches proposées et ceci, bien souvent, avant même toute activité de l'étudiant.

Cette étude nous a également révélé des résultats qui nous semblent nouveaux. Il apparaît que les mêmes types d'aides entre les informations, les explications et les validations sont présentes dans les séances machines et les séances classiques. Cependant les répartitions et les implications en termes d'activités des élèves sont différentes. Examinons successivement chacun des trois types d'aide.

Les aides de type information sont essentiellement globales et proportionnellement plus présentes en séances classiques. Ceci pouvait *a priori* être expliqué par le fait que les étudiants peuvent trouver les informations qui les intéressent sur le logiciel lui-même, à travers les coups de pouce ou les corrigés d'exercices. A l'issue de notre étude, nous affinons cette explication. D'une part, les corrections collectives, qui représentent l'essentiel de ces informations globales, sont très présentes pendant les séances classiques alors qu'elles sont quasiment absentes en séances machines. D'autre part, en séances classiques, les aides de type information qui ne sont pas véhiculées par des corrections collectives, sont des aides qui simplifient les tâches sur lesquelles les étudiants sont en activité (ou du moins devraient l'être). Or, en séance machine, les tâches sont beaucoup plus simples et/ou isolées et les simplifications de tâches qui peuvent exister pour les tâches complexes sont déjà intégrées dans le logiciel à travers les coups de pouces par exemple. Tout ceci concourre donc à diminuer les aides de type information en séance machine.

Les aides de type explication semblent exister en proportion équivalentes dans les deux types de séances. En séances classiques, elles sont également réparties entre aides locales et aides globales, cependant les explications globales sont toujours couplées avec des informations globales (dans les corrections collectives notamment mais pas seulement). Au contraire, les explications sont plutôt locales en séances machines et essentiellement des explications sur les corrigés. Une autre différence tient au fait qu'en séance classique, des explications locales viennent répondre à des questions que posent les étudiants alors qu'en séance machine, l'enseignant vient plutôt vers les étudiants lorsqu'ils étudient les corrigés.

Les aides de type validation sont toutes locales et proportionnellement plus nombreuses en séances machines. Dans les deux types de séances existent cependant les mêmes validations en cours de procédure et en fin de tâche. Mais dans les séances machines, on trouve des validations liées aux lectures de corrigés, plutôt couplées avec des explications et des

interrogations de l'enseignant sur le corrigé. Ceci nous explique pourquoi ce sont les aides locales des types explications et validations qui sont majoritaires en séances machines.

Concernant les modifications d'activité étudiantes impliquées par ces aides et qui nous semblent positives[31] pour l'apprentissage des étudiants, nous avons trouvé, en séances classiques comme en séances machines, que ce sont les informations (très) contextualisées qui semblent le mieux relancer l'activité des étudiants lorsqu'ils sont bloqués. Du côté des explications, il nous semble que les explications locales en séances machines, après l'activité des étudiants, c'est-à-dire à l'occasion de leurs compréhensions ou lectures de corrigés, entraînent des modifications positives d'activités.

Quels enseignements retirer de cette étude du point de vue de l'activité de l'étudiant ? Il peut être intéressant de retracer les différentes étapes rencontrées dans une séance d'exercices par les étudiants, autrement dit de retracer leur itinéraire mathématique possible. Nous avons, très schématiquement, relevé trois phases formant des cycles au cours d'une séance :

1. *Les phases de recherche.* Dans les deux scénarios, elles s'avèrent difficiles notamment sur les tâches complexes. Elles peuvent être quasi inexistantes en séance classique comme en séance machine si l'enseignant donne tout de suite la solution, ce qui arrive, ou si l'étudiant regarde tout de suite le corrigé UeL, ce qui arrive également[32].

2. *Les phases d'aides.* L'aide fournie par l'enseignant mène à plus de simplification des tâches en séance classique qu'en séance machine. Ceci étant, en séance machine, le coup de pouce permet le découpage de la tâche si celle-ci n'est pas prescrite déjà simple et/ou isolée. Dans les deux cas, cette simplification peut priver les étudiants d'activité potentielle. En classique, l'aide est donnée à toute la classe et en machine, beaucoup d'étudiants regardent systématiquement le coup de pouce. Ce découpage peut également être insuffisant dans les deux cas, notamment lorsque les informations délivrées ne sont pas assez contextualisées. Même dans le cas de simplifications adéquates, c'est-à-dire nécessaires et efficaces pour engendrer de l'activité chez l'étudiant, celui-ci ne résout que des sous tâches plus simples et plus isolées. On peut alors se demander si c'est suffisant pour assurer qu'il ait donné du sens à la résolution de la tâche dans son ensemble. En d'autre termes, dans les deux scénarios, n'y a t-il pas une phase de re-construction nécessaire ?

3. *Les phases de corrections.* Comprendre la correction est, dans les deux scénarios, une activité importante, notamment du point de vue du temps consacré. Les corrections sont plutôt collectives en séances classiques et peuvent être ponctuées par des questions posées par l'enseignant ou les étudiants. Elles sont par contre individuelles en séances machines avec l'enseignant qui vient interroger l'étudiant sur sa lecture du corrigé. C'est donc dans cette phase que les deux scénarios diffèrent le plus. En outre, c'est pendant ces phases que peut s'opérer la reconstruction du sens souhaitée. Il nous semble donc important, dans une étude ultérieure, d'approfondir l'étude de cette phase, durant laquelle les activités des étudiants semblent être les plus différentes.

Nous synthétisons enfin nos résultats du point de vue des pratiques de l'enseignant. Ici, nous avons distingué deux phases importantes.

---

[31] au sens développé dans notre problématique (paragraphe 2).

[32] Sauf dans le cas de wims où il n'y a pas de corrigés mais juste la réponse correcte.

1. *La préparation du scénario.* Il nous semble nécessaire, pour un scénario en séance machine, de bien connaître les exercices proposés du point de vue des tâches en jeu, en particulier pour gérer les dangers de fausses activités. Il est également nécessaire de bien connaître les corrigés, éventuellement les implicites qu'ils contiennent, pour gérer la phase délicate de correction en séance machine.

2. *Le déroulement de la séance.* En séance classique, le rythme est imposé par le groupe (Robert et Rogalski (2003) à propos de l'enrôlement). Il y a des temps de non activité des étudiants avant les corrections collectives notamment et beaucoup d'interventions sans activité avant. L'enseignant peut donc avoir tendance à accélérer le rythme de sa séance en enchaînant les exercices pour diminuer les temps morts. En séance, machine, au contraire, l'étudiant a tendance à « zapper », à « surfer » sur les corrections, à cliquer tout de suite sur les coups de pouce. L'enseignant est là amené à faire ralentir (« *ne regardez pas tout de suite les corrections* ») et à contrôler par des validations avec retour sur activité par exemple.

Cette étude fait donc ressortir les analogies des phases de recherche et d'aides dans l'itinéraire mathématique de l'étudiant. Le logiciel permet notamment l'automatisation d'une pratique bien identifiée chez l'enseignant de découpage de tâche complexes en sous tâches, ceci bien souvent avant l'activité des étudiants. Il y a cependant une contradiction frappante entre ces analogies et les pratiques globales quasi opposées de l'enseignant, amené en séance classique à enrôler les étudiants dans une activité et en séance machine à les freiner et à contrôler leur activité.

Bibliographie.

Cazes, C.,Vandebrouck, F. (2003) *Analyse d'un exemple d'intégration de TICE dans une formation d'enseignement supérieur*, Actes du colloque ITEM 2003, IUFM de Reims.

Hache C., Robert A. (1997) *Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait « fréquenter » les mathématiques à ses élèves pendant la classe ?*, Recherches en didactique des mathématiques 17(3), 103-150.

Lagrange J.-B., Artigue M. Laborde C. Trouche L. (2003) *Technology and mathematics education: a multidimensional study of the evolution of research and innovation,* Second international handbook of Mathematics Education , Kluwer Academic Publishers pp237-269

Monaghan J. (2001) *Teacher's classroom interactions in ict-based mathematics lessons*, Centre for Studies in Science & Mathematics Education, University of Leeds.

Robert A. (1998) *Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université* . Recherches en didactique des mathématiques. 18(2),139-190.

Robert A. (2001), *Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes du métier d'enseignant.* Recherches en didactique des mathématiques. 21 (1.2), 57-79.

Robert A., Rogalski J. (2003) *A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class* (to appear in Educational Studies in Mathematics)

Robert A., Rogalski M. (2002) *Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe.* « petit x » 60, 6-25.

Ruthven K., Henessy S. (2002) *A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning,* Educational studies in mathematics, Vol 49 2-3, pp 47-86.

Sarrazy B. (1999) *Les interactions maître-élèves dans l' enseignement des mathématiques, contribution à une approche antropo-didactique des phénomènes d'enseignement.* Revue Française de pédagogie, Décembre 1999, N°136 ; P117-132

Vergnaud G. (2000), *Lev Vygotski. Pédagogue et penseur de notre temps*. Paris : Hachette

Vergnaud G. (1990) *La théorie des champs conceptuels.* Recherches en didactique des mathématiques, Vol 10, n°23, pp. 133-170.

Annexes.

Annexe 1.

Séance machine. (7/02/03)

Intervention 1 : locale. $\mathbf{N_3}$

(i) contexte : copie d'écran « x = (1,2,3) est-il combinaison linéaire de u = (1,0,0),v = (0,1,1) et w = (0,0,1) ? trouver les coefficients α, β, γ de cette combinaison ».
(ii) activité de l'étudiant : consulte son cours personnel puis le cours de l'UeL ; copie sur son cahier le cours du logiciel ; exécute l'exercice : il est dans la bonne voie, mais en fait il trouve les bons coefficients directement sans vraie méthode (car l'exercice est relativement simple). Il consulte la correction à l'écran ; il repère une erreur dans le corrigé de l'UeL , puis après un bref échange avec son voisin, appelle l'enseignant.(11 min)
(iii) enseignant : confirme l'erreur constatée par l'étudiant.
(iv) activité de l'étudiant : passe à un autre exercice ; prend connaissance de celui-ci à l'écran, puis commence l'exécution sur son cahier (il s'agit d'un exercice analogue ,ex 1/2, mais avec des vecteurs de R^4 ayant des coordonnées plus compliquées : « u = (2,1,0,3), v = (3,-1,5,2), w = (-1,0,2,1). t = (2,3,-7,3) est-il combinaison linéaire de u, v, et w ? »), il n'a pas pensé à poser un système ; il en consulte la correction mais ne la note pas sur son cahier. Il passe alors à l'exercice 2/2, analogue mais plus compliqué dans son énoncé « Soit E un ev, $W_1 = V_2+V_3$, $W_2 = V_3+V_1$, $W_3 = V_1+V_2$. Soit u une combinaison linéaire de V_1, V_2, V_3. Montrer que u est combinaison linéaire de W_1, W_2,W_3. » ; il pense cette fois-ci à poser un système mais pas le bon, puis consulte la correction qu'il ne note pas.(22 min)

Intervention 2 : locale. $\mathbf{N_3}$

(i) contexte : «ex 3/7 F = $\{(x,y) \in R^2 ; |x| = |y|\}$ est-il un sous-espace vectoriel de R^2 ?»
(ii) activité de l'étudiant : traite l'exercice sur son cahier sans trop de difficulté.(2 min)
(iii) enseignant : vient voir si tout se passe bien, action que l'étudiant assimile à une validation.
(iv) activité de l'étudiant : réfléchit un court instant puis consulte la solution sur l'écran. (2 min)

Intervention 3 et 3bis (ou 4) : locales. $\mathbf{N_3}$ et $\mathbf{N_1}$ $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : «ex 6/7 trouver les vecteurs u_n, tels que $u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n$, n>0, avec conditions initiales. »
(ii) activité de l'étudiant : après avoir pas mal zappé sur les exercices précédents, se lance dans l'exécution de cet exercice.(9 min)
(iii) enseignant : **questionnement** sur l'exercice 2/2, **validation négative,** demande à l'étudiant s'il a su faire cet exercice 2/2. L'étudiant répond qu'il a compris la correction de l'UEL mais il n'avoue pas qu'il a eu des problèmes. L'enseignant veut voir ce qu'il a fait : il n'a pas posé le bon système. Il réalise alors qu'il n'a pas vraiment compris mais uniquement parce qu'il a été sollicité par l'enseignant.
(iv) activité de l'étudiant : pose alors le bon système (à signaler qu'il avait déjà pris connaissance du corrigé), mais le résout un peu au hasard.

(v) enseignant : **aide décontextualisée, méta-mathématique**, demande à l'étudiant d'appliquer la méthode du pivot de Gauss par prudence (lui conseille à ce titre de voir leTP2) ; et lui explique en détail sur son cahier, parce qu'il semble qu'il ne la connaît pas.
(vi) activité de l'étudiant : il ne semble pas avoir compris les explications de l'enseignant puisqu'il écrit une égalité qui n'a plus aucun rapport avec ce qui précède ($u = aV_1+bV_2+cV_3 = a(-\frac{1}{2}W_1+\frac{1}{2}W_2+\frac{1}{3}W_3)+b(\ldots)+c(\ldots)$)et ne met pas en pratique la méthode de Gauss. (temps indéterminé).

Séance classique. (13/02)

Intervention 5 : globale. $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « déterminer le domaine de définition de $y=\arcsin\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ et simplifier l'expression, et plus précisément ici : faire un changement de variable x = u(t) ». Exercice en cours (commencé la séance précédente).
(ii) Activité de l'étudiant : peu de temps pour la recherche.(0 min)
(iii) L'enseignant donne **des informations mathématiques contextualisées** :
$x^2 \leq 1+x^2$ puis $|x| \leq \sqrt{1+x^2}$, puis oralement « on va utiliser de la trigonométrie circulaire, quelle est celle qui va nous servir ici ? » et finalement donne la solution, c'est-à-dire le domaine de définition. Ensuite propose de faire un changement de variable, au tableau : « x=u(t), t dans ?, u^{-1} bijective de ? sur **R** » puis donne ce changement de variable « x = tant, $t\in]\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$. (7 min)
(iv) Activité de l'étudiant : cherche, pose une question. (2 min)

Intervention 6 : locale. $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : mini-tâche : « remplacer x par tant dans l'expression $y=\arcsin\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ puis simplifier cette expression ».
(ii) Activité de l'étudiant : cherche, pose une question à l'enseignant (inaudible sur la cassette).(3 min)
(iii) Enseignant : indique une méthode, **aide décontextualisée** « il n'y a pas de honte à se faire un cercle trigonométrique ».
(iv) Activité de l'étudiant : se sert de l'aide donnée au tableau, fait un cercle comme l'a indiqué l'enseignant, ça ne l'aide pas, se met à recopier alors le tableau.(3 min)

Intervention 7 : globale. $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « simplifier enfin l'expression y=arcsin$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ ».

(ii) l'étudiant copie le tableau pendant que l'enseignant donne la solution à savoir :

y=arcsin tant/(1/|cost|) = arcsin sint = t = arctanx, t $\in]\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$, x $\in$ R.(6min)

Intervention 8 : globale. $\mathbf{N_1}$

(i) Contexte : « Déterminer le domaine de définition de y = arctan $\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}, x \in R^*$ et simplifier l'expression».
(ii) activité de l'étudiant : réfléchit.(0 min)
(iii) Enseignant : demande comment déterminer le domaine de définition, **en amont** donne une indication (**direction imposée**) : considérer la quantité conjuguée pour calculer la limite, puis donne la réponse, i.e le prolongement de la fonction et montre comment elle est bijective. Finalement : « faites-le jusqu'au bout ».
(iv) activité de l'étudiant : écrit sur son cahier, se lance un peu plus dans le calcul.(2 min)

Intervention 9 et 9bis : locale $\mathbf{N_2}$ puis globale $\mathbf{N_1}$.

(i) contexte : « déterminer le changement de variable qui permet de simplifier la fonction arctan $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}+1}, x \in R$ ».
(ii) activité de l'étudiant : continue d'écrire sur son cahier, copie la correction.(2 min)
(iii) enseignant : indique ce qu'il ne faut pas faire, puis demande à l'étudiant s'il connaît les formules trigonométriques donnant 1+cos et 1-cos.
(iv) activité de l'étudiant : transcrit avec plus ou moins de mal les formules à utiliser.(2 min)
(v) action de l'enseignant : donne les formules (**aide décontextualisée**) puis la réponse (**aide contextualisée**) à l'exercice.
(vi) activité de l'étudiant : recopie le tableau.(8 min)

Intervention 10 : globale. $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « ensemble de définition de f(x) = arctan$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ».

(ii) activité de l'étudiant : réfléchit et écrit sur son cahier « $x^2>1-x^2$ », après quoi il s'échange avec son voisin à propos de l'ensemble de définition. Puis il écrit sur son cahier et réfléchit. Ensuite il demande à son voisin ce qu'il a fait comme changement de variable.(5 min)
(iii) l'enseignant : **questionnement** « alors quel est le domaine de définition ? », puis **aide contextualisée** donne la réponse détaillée au tableau (D_f =]-1, 1[).
(iv) activité de l'étudiant : a répondu discrètement à la question pendant la correction ; réfléchit. (2 min)

Intervention 11 : globale $\mathbf{N_1}$ $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : « trouver un changement de variable dans f(x) = $\arctan\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ».

(ii) activité de l'étudiant : réfléchit.(1 min)
(iii) L'enseignant : **aide contextualisée** : explique le choix du changement de variable entre x= sint ou x = cost, puis le donne : x = sint.
(iv) activité de l'étudiant : écoute l'enseignant en prenant la correction. (1 min)

Intervention 12 : locale $\mathbf{N_3}$ puis globale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « remplacer x par sint dans f(x) = $\arctan\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ».

(ii) activité de l'étudiant : écoute l'échange entre l'enseignant et son voisin puis écrit sa solution sur son cahier. (2 min)
(iii) l'enseignant : approuve la réponse de l'étudiant (**validation**) ; puis **aide contextualisée** donne la correction au tableau « f(x) = t = arsin x ».

Intervention 13 et 13 bis :globale $\mathbf{N_1}$ et globale $\mathbf{N_1}$ $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : « détermination du développement limité au voisinage de 0 de arcsin x ».
(ii) étudiant : inactif.(2 min)
(iii) enseignant : **questionnement** « comment fait-on pour obtenir un DL ? »
(iv) activité de l'étudiant : intervient discrètement et son voisin donne la réponse à sa place « formule de Mac Laurin »
(v) action de l'enseignant : enchaînant aussitôt, **valide (négativement)** en répondant « non », puis explique (**aide indirecte décontextualisée**) en donnant quelques exemples d'utilisation de DL déjà connus (ex : celui de $\frac{1}{1-x}$ ou de $\frac{1}{1+x}$), et en indiquant aussi un méthode « on passe par le calcul de la dérivée et on se rapproche de la table pour les DL ».
(vi) étudiant : écrit sur son cahier (copie le tableau), pendant que l'enseignant valide la réponse de l'étudiant 2 à une question sur un exemple particulier.(4 min)

Intervention 14 : globale $\mathbf{N_1}$ $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : « déterminer les expressions logarithmiques des fonctions argchx et argshx».
(ii) action de l'enseignant : **aides contextualisée** et **décontextualisée**, introduit quelques notions de cours sur chx et shx, puis au tableau, de y = argch x en déduit l'équation $2x = e^y + \frac{1}{e^y}$; et enfin donne quelques explications « l'inconnue est e^y ».

Intervention 15 : locale $\mathbf{N_2}$ $\mathbf{N_3}$

(i) contexte : « résoudre $2x = e^y + \frac{1}{e^y}$. ».

(ii) activité de l'étudiant : après quelques indications (contextualisées et décontextualisées) de l'enseignant, tente de résoudre l'équation : $2x = e^y + \frac{1}{e^y}$ d'inconnue y ($x \in [1,+\infty[, y \in [0,+\infty[$),

sur son brouillon ; il l'a déjà mise sous la forme $Y^2 - 2xY + 1 = 0$ et a déterminé ses racines. (2 min)
(iii) enseignant : approuve (**validation**) puis : « comment choisir entre ces deux racines-là ? le produit des 2 racines est bien égal à 1, donc une est plus petite et l'autre plus grande que 1, laquelle alors est plus grande que 1 ? » **validation** et **aide directe** : « oui celle-ci est plus grande que 1, donc elle seule convient car $x \in [1,+\infty[$ », et montre à l'étudiant que c'est bien celle-là (il l'a écrite mais pas encore choisie).
(iv) activité de l'étudiant : il écoute la correction notée par l'enseignant au tableau ; puis après un échange avec son voisin sur la fonction argshx, il cherche et exécute le deuxième exercice sur son brouillon avec beaucoup d'entrain et d'efficacité, et enfin le met au propre sur son cahier pendant que l'enseignant donne la correction du deuxième exercice au tableau.(14 min)
(**analyse** : l'aide individualisée semble avoir été plus profitable que l'aide globale pour l'étudiant, dans la perspective d'une activité prolongée)

Séance machine. (14/02)

Intervention 16 et 16bis : locale $\mathbf{N_1}$ et globale $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : « ex 1/1. Une fonction numérique f strictement croissante sur un intervalle I est injective. Cette affirmation est-elle toujours vraie, toujours fausse, ou cela dépend-il de la fonction f ? »
(ii) activité de l'étudiant : répond sur son cahier « toujours vrai ».(3 min)
(iii) enseignant : **aide indirecte (en aval), décontextualisée, questionnement**, demande de préciser ce qu'est une fonction strictement croissante.
(iv) activité de l'étudiant : répond correctement à l'enseignant
(v) enseignant : explique à la classe entière ce qu'est une fonction strictement croissante (3 min)
(vi) activité de l'étudiant : recopie au tableau

Intervention 17 : locale $\mathbf{N_2}$ $\mathbf{N_3}$

(i) contexte : même qcm avec« ex 2/1. Une fonction numérique f injective sur un intervalle I est strictement croissante. »
(ii) activité de l'étudiant : saisit au clavier sa réponse puis lit la réponse donnée à l'écran, mais n'en prend pas note sur son cahier, contrairement au conseil de l'enseignant.(5 min)
(iii) enseignant : **aide en aval, questionnement**, demande un contre-exemple, puis **valide** la réponse de l'étudiant.
(iv) activité de l'étudiant : répond au qcm en écrivant sur son cahier.(1 min)

Intervention 18 : globale $\mathbf{N_1}$ $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : même qcm avec «ex 3/1. Soient a et b deux réels donnés et soit f une fonction numérique strictement croissante sur l'intervalle [a,b]. Alors f([a,b])= [f(a),f(b)]. »
(ii) activité de l'étudiant : répond sur son brouillon « f n'est pas continue », puis réfléchit.(5min)
(iii) enseignant : indique qu'il ne vaut mieux pas regarder les solutions de la machine, « ne répondez pas au hasard » ; puis **aide contextualisée** donne la réponse des deux premiers exercices en expliquant.

(iv) activité de l'étudiant : traite les questions suivantes de la 3) à la 7), écrit, pour chacune d'elles, une réponse au brouillon puis saisit celle-ci au clavier ; ensuite consulte le corrigé de la machine pour toutes ces questions.(8 min)

Intervention 19 : globale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : «question 8) : on considère l'intervalle I = [-1, 2], et les trois fonctions numériques f, g et h définies sur I par :

$$f : x \mapsto x^4, \quad g : x \mapsto 2x^3, \quad h : x \mapsto x^4 + 2x^3$$

Cochez celle(s) qui admet(tent) une fonction réciproque. »
(ii) activité de l'étudiant : commence l'exécution de l'exercice sur son brouillon, représente la courbe représentative de $f(x) = x^4$, en fait de même pour $f(x) = 2x^3$, tout en écoutant l'enseignant. (5 min)
(iii) enseignant : **aide indirecte**, de connaissance du cours : « image d'un fermé borné par f continue est un fermé borné. Si f est strictement croissante, on a aussi l'image d'un ouvert est un ouvert » ; puis **questionnement** : « argument pour ne pas cocher f ? ..., c'est f est paire », (l'étudiant n'a pas encore coché).
(iv) activité de l'étudiant : réfléchit puis coche deux cases g et h (saisie au clavier).(2 min)

Intervention 20 et 20bis : locale $\mathbf{N_3}$ et globale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : l'étudiant traite le cas $h : x \mapsto x^4 + 2x^3$.
(ii) activité de l'étudiant : écrit sur son brouillon la fonction h(x) et commence le calcul de h'(x), réfléchit.(2 min)
(iii) enseignant : **aide en aval, méthodologique, validation,** « c'est l'idée, de calculer h'(x) ».
(iv) activité de l'étudiant : en même temps que l'enseignant regarde ce que fait l'étudiant, celui-ci enlève la coche à h, réfléchit. Puis exécute la résolution de $h'(x) \geq 0$ (3min)
(v) L'enseignant établit au tableau les variations de h'
(vi) L'étudiant écoute, regarde le tableau, et passe à l'exercice suivant.(3+3 min)

Intervention 21 : locale $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : décomposition de fractions rationnelles en éléments simples ; on donne le degré de P, l'expression de Q et la décomposition en éléments simples (bonne ou pas : qcm, trois réponses au choix).
(ii) activité de l'étudiant : écrit sur son brouillon, consulte son cours personnel après que l'enseignant ait précisé à la classe d'y faire référence ; répond sur écran à trois qcm, prend immédiatement connaissance de la réponse à l'écran, une bonne réponse (s'échange avec un voisin pour lui expliquer ce qu'il a compris), deux mauvaises réponses (s'échange avec moi pour signifier ce qu'il n'a pas compris).(27 min)
(iii) enseignant : **questionnement et aide méthodologique** « vous avez compris ? », indique comment utiliser le cours, «qcm 4) est-ce un élément simple $\frac{2x-1}{(x^2+x-1/4)^2}$? non ! », « analyse ce qui est sur l'écran ».
(iv) activité de l'étudiant : répond au qcm 4) correctement, puis à deux autres qcm 5) et 6) ; le 5) est correct, le 6) est mauvais ; note alors la réponse du logiciel sur son brouillon et tout en réfléchissant et en consultant son cours personnel, étudie la réponse. Puis répond encore à deux autres qcm sur l'écran, avec la même démarche, c'est-à-dire réflexion, consultation du cours personnel, et prise de note de la correction de l'UeL sur son brouillon.(17 min)

Séance classique. (18/02)

Intervention 22 : locale $\mathbf{N_3}$

(i) contexte : «ex 1. Soient $e_1 = (1,2,3,4)$ et $e_2 = (1,-2, 3,-4)$. Peut-on déterminer x et y tels que (x,1,y,1) soit combinaison linéaire de e_1 et e_2 ? ».
(ii)activité de l'étudiant : commence l'exécution de l'exercice sur son cahier, écoute en même temps, efface puis pose correctement le système.(10 min)
(iii)enseignant : **validation**, approuve la réponse de l'étudiant.
(iv)activité de l'étudiant : continue l'exécution qui est sur la bonne voie puis trouve les valeurs de x et y.(8 min)

Intervention 23 : locale $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : «ex 1bis. Soient $e_1 = (1,2,3,4)$ et $e'_2 = (1,-2, 3,4)$. Peut-on déterminer x et y tels que (x,1,y,1) soit combinaison linéaire de e_1 et e'_2 ? ».
(ii) activité de l'étudiant : exécute avec plus de rapidité cet exercice ; pose une question à l'enseignant à propos de familles libres et familles liées.(5 min)
(iii) enseignant : **aide décontextualisée**, répond à l'étudiant en expliquant la différence entre vecteurs libres et vecteurs linéairement dépendants.
(iv) activité de l'étudiant : finit l'exercice.(3 min)

Intervention 24 : globale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : «ex 2. Soit E un K-ev, soient x,y,z,t libres dans E. On donne 5 familles de vecteurs, chacune dépendant linéairement de la famille x,y,z,t : 1) x,2y,z ; 2) x,z ;
3) x,2x+t,t ; 4) 3x+z,z,y+z ; 5) 2x+y,x-3y,t,y-x. Ces familles sont-elles libres ? ».
(ii) activité de l'étudiant : écoute et prend note de la correction du 1) sur lequel il n'a pas eu le temps de réfléchir et que l'enseignant explique en détail au tableau ; puis s'échange longuement avec son voisin.(6+3 min)
(iii) enseignant : **aide contextualisée**, il indique une deuxième rédaction du 1) au tableau, puis une **aide décontextualisée** à l'oral, « si une famille est liée il existe une solution (a_1,a_2,a_3,a_4) non nulle telle que $a_1x+a_2y+a_3z+a_4t = 0$ ».
(iv) activité de l'étudiant : commence l'exécution de la question 2).(1 min)

Intervention 25 : locale $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : « 2) x,z ; 3) x,2x+t,t ; 4) 3x+z,z,y+z . Ces familles sont-elles libres ? ». (ex 2.)
(ii) activité de l'étudiant : en cours d'exécution du 2) mais déjà réfléchit au 3).(1 min)
(iii) enseignant : **aide contextualisée**, répond à la question de l'étudiant concernant le 3) et explique, « il faut poser un calcul… ».
(iv) activité de l'étudiant : il semble alors avoir compris l'explication, exécute le 2) correctement, puis le 3) et le 4) jusqu'au bout.(8 min)

Intervention 26 : locale $\mathbf{N_2}$ $\mathbf{N_3}$

(i) contexte : « 4) 3x+z,z,y+z ; 5) 2x+y,x-3y,t,y-x. Ces familles sont-elles libres ? ». (ex 2.)
(ii) activité de l'étudiant : compare ses résultats trouvés au 4) avec son voisin ; puis cherche le 5) avec beaucoup d'ardeur, pendant que l'enseignant circule et observe chaque étudiant.(6min)
(iii) enseignant : **aide méthodologique et validation** : l'étudiant veut comprendre de manière plus générale la méthode déjà expliquée sur un exemple, et savoir si le résultat qu'il a trouvé au 5) est correct et bien rédigé (l'enseignant approuve).
(iv) activité de l'étudiant : donne quelques explications à son voisin, qui les lui a demandées.(1 min)

Intervention 27 : locale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « $E = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 / x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$ est-il un sev de $\mathbf{R}^4$? Si oui, en donner une base .»
(ii) activité de l'étudiant : écrit sur son cahier et réfléchit.(2 min)
(iii) enseignant : **aide mathématique**, répond à la question de l'étudiant sur la définition d'une base.
(iv) activité de l'étudiant : écrit sur son cahier et réfléchit intensément.(4 min)

Intervention 28 et 28bis: locale $\mathbf{N_1}$ et globale $\mathbf{N_1}$ pour la correction

(i) contexte : « Ex 3 : Donner une base du sev $E = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 / x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$. »
(ii) activité de l'étudiant : continue à réfléchir, écrit sur son cahier tout en consultant son cours personnel.(2 min)
(iii) action de l'enseignant : répond à l'appel de l'étudiant, **aide décontextualisée** : « vous voulez un système générateur qui va être libre ».
(iv) activité de l'étudiant : continue sa réflexion (3min)
(v) l'enseignant donne au tableau la correction (**aide contextualisée**) de l'exercice 2. 5) et d'une partie de l'exercice 3
(vi) l'étudiant reste inactif pendant toute la période pendant laquelle l'enseignant donne au tableau la correction puis commence à prendre note de la correction de l'exercice 3, mais a de plus en plus de mal à se concentrer. Se mobilise un peu plus sur l'exercice 4 (vrai ou faux), écoute plus ou moins et prend note de la correction donnée par l'enseignant au tableau.
(25+11 min)

Séance classique (20/02)

Interventions 29 et 30 : globale $\mathbf{N_1}$ et globale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « Forme générale de la décomposition dans $\mathbf{R}(X)$ de $\frac{X^5+1}{X^4+1}$. »
(ii) activité de l'étudiant : commence à chercher au brouillon. (2 min)
(iii) action de l'enseignant : au même moment « on a vu ça dans le cours ».
(iv) activité de l'étudiant : consulte son cours personnel. (2 min)
(v) action de l'enseignant : **questionnement** « quel va être le degré du quotient ? », puis

aide contextualisée avant « le quotient est de degré 1 » et au tableau « $\frac{X^5+1}{X^4+1}=\frac{X(X^4+1)-X+1}{X^4+1}=X+\frac{R(X)}{X^4+1}$, d° R < 4. » et à nouveau **questionnement réponse avant** :
« ensuite la forme générale de la fraction ? est-ce que X^4+1 est irréductible ? de quelle forme sont les polynômes irréductibles dans **R**(X) ? donc X^4+1 est-il irréductible ? Non.
Mais on retient qu'il n'a pas de facteur du 1er degré à coefficient réel car :
$X^4+1=(X^2+1)^2-2X^2=(X^2+1-\sqrt{2}X)(X^2+1+\sqrt{2}X)$ » (un étudiant a bien répondu au dernier calcul) « pourquoi garde-t-on les 2 polynômes de degré 2 ? » et finalement donne la forme générale de la décomposition :
« $\frac{X^5+1}{X^4+1}=X+\frac{aX+b}{X^2+\sqrt{2}+1}+\frac{cX+d}{X^2-\sqrt{2}X+1}$ »
(vi) activité de l'étudiant : pendant tout ce temps, écoute l'enseignant donnant ses explications au tableau, cherche un peu au brouillon, réfléchit, écoute, prend peu de notes de la correction, écoute, et enfin consulte son cours personnel. (9 min)

Intervention 31 : globale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : «Ex 1.1 Décomposer en éléments simples dans **R**(X) $\frac{2X^3+3X^2-3}{2X^2-X-1}$. » (d'une feuille qui vient d'être distribuée)
(ii) activité de l'étudiant : écoute tout en prenant connaissance de l'exercice.(1 min)
(iii) action de l'enseignant : **aide mathématique décontextualisée, questionnement réponse** « première chose à faire ? » (l'étudiant répond) « partie entière, puis ? factorisation du dénominateur en facteurs irréductibles, forme générale, détermination des coefficients. »
(iv) activité de l'étudiant : écrit un peu sur son brouillon (rien de très consistant), regarde un peu ce que fait son voisin, et consulte son cours. (3 min)

Intervention 32 et 32 bis : locale $\mathbf{N_3}$ puis locale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « déterminer la partie entière de $\frac{2X^3+3X^2-3}{2X^2-X-1}$. »
(ii) activité de l'étudiant : a écrit sur son brouillon la partie entière mais n'a fait aucun calcul pour y parvenir (a probablement copié sur son voisin).(3 min)
(iii) action de l'enseignant : **questionnement validation** s'adresse à l'étudiant « alors la partie entière ? oui , c'est ça. »
(iv) l'étudiant : « comment sait-on que c'est ça ? »
(v) l'enseignant : **aide contextualisée** « posez la division euclidienne du numérateur par le dénominateur ! n'ayez pas de honte. »
(vi) activité de l'étudiant : pose la division. (1min)
remarque : l'étudiant dispose de très peu de temps car l'enseignant donne aussitôt la correction au tableau (**aide contextualisée**) : partie entière et factorisation du dénominateur, d'où :
$\frac{2X^3+3X^2-3}{2X^2-X-1}=X+2+\frac{?}{X-1}+\frac{?}{2X+1}$ où ? et ? sont des constantes.

Intervention 33 : globale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « Détermination des coefficients des éléments simples de $\frac{2X^3+3X^2-3}{2X^2-X-1} = X+2+\frac{?}{X-1}+\frac{?}{2X+1}$. »
(ii) activité de l'étudiant : écoute l'enseignant, ne prend pas de note du tableau puis reste inactif.(2 min)
(iii) action de l'enseignant : **questionnement** « comment fait-on pour obtenir a et b ? »
aide contextualisée « on multiplie par (X-1) à droite et à gauche de l'égalité ; un pôle simple, on multiplie par (X-1) et on fait X = 1 : $\left.\frac{2X^3+3X^2-3}{2X+1}\right|_{X=1} = a$. » puis « on peut constituer un système de 2 équations à 2 inconnues en a et b d'une infinité de façons. »
(iv) activité de l'étudiant : réfléchit puis exécute sur son brouillon. (3min)

Intervention 34 : globale $\mathbf{N_1}$ $\mathbf{N_2}$.

(i) contexte : « Décomposer en élément simple dans **R**(X) $\frac{1}{X^4+4}$. »
(ii) activité de l'étudiant : cherche sur son brouillon.(30 s)
(iii) action de l'enseignant : **questionnement** « le dénominateur est-il irréductible ? » (un étudiant répond « non ») **aide contextualisée** « même problème que tout à l'heure. »
puis, laissant peu de temps à l'étudiant pour chercher vraiment (2 min), donne au tableau la factorisation de $X^4 + 4$ en produit de facteurs irréductibles, et la décomposition $\frac{1}{X^4+4} = 0+\frac{?_1}{X^2+2X+2}+\frac{?_2}{X^2-2X+2}$, les étudiants répondent $?_1$ = ax+b et $?_2$ = cx+d et l'enseignant confirme et poursuit « de plus F(X) est paire donc on n'a plus que deux coefficients à déterminer et non quatre » et pose l'égalité F(-X) = F(X) au tableau pour en déduire « la décomposition est unique d'où a = -c et b = d »; puis écrit, toujours au tableau, « $\frac{1}{X^4+4} = \frac{ax+b}{X^2+2X+2}+\frac{-ax+b}{X^2-2X+2}$ », et **questionnement** « quelle valeur peut-on donner à X ? » (des étudiants répondent) et enfin donne le calcul de b « X = 0, qui entraîne $\frac{1}{4} = \frac{b}{2}+\frac{b}{2}$ d'où $b = \frac{1}{4}$ ».
(iv) activité de l'étudiant : pendant tout ce temps, a écouté, réfléchi, mais n'a pas pris de note ; après écrit sur son brouillon, réfléchit intensément en regardant le tableau, barre ce qu'il a écrit, réfléchit à nouveau (pendant que l'enseignant circule). (6 min)
L'enseignant donne alors la fin de la correction ($a = \frac{1}{8}$).

Intervention 35 : locale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « Forme générale de la décomposition en éléments simples dans **R**(X) de : $F = \frac{X}{(X-1)^2(X^2+1)^2}$. »
(ii) activité de l'étudiant : cherche sur son brouillon (n'écrit pas grand chose), réfléchit, puis écoute l'enseignant qui passe à côté.(8 min) Il lève le doigt mais n'ose pas intervenir. L'autre

étudiant à côté pose une question concernant la forme générale de la décomposition, l'étudiant observé répond.(1 min)
(iii) action de l'enseignant : « oui », puis **questionnement** « et après ? est-ce que $(X-1)(X^2+1)^2$ est irréductible ?» est-ce que (X-1) est irréductible ?» est-ce que (X^2+1) est irréductible ?», l'étudiant : « oui », l'enseignant : « sur **R** ? », l'étudiant : « non ». L'étudiant lui précise qu'il n'a pas bien compris sur la machine car la souris ne fonctionnait pas etc, alors l'enseignant lui fournit une **aide contextualisée** : « une partie fractionnaire par rapport à la partie polaire (X-1) et une partie fractionnaire par rapport à la partie polaire (X^2+1) ; alors la forme générale ? »
(iv) action de l'étudiant : avec l'aide de l'enseignant, en écrit une avec (X-1) et une avec $(X-1)^2$.(1 min)
(v) action de l'enseignant : « de venir en cours, je pense que vous auriez enregistré ça » puis **aide contextualisée** « comme il est de degré 1, le coefficient est constant » et **métamathématique** « ce qui compte c'est le degré du polynôme irréductible, d'accord ? vous vous débrouillez pour les coefficients maintenant. »
(vi) action de l'étudiant : écrit progressivement la forme générale sous l'œil de l'enseignant : $0+\frac{a}{(X-1)^2}+\frac{b}{X-1}+\frac{cX+d}{(X^2+1)^2}+\frac{eX+f}{X^2+1}$; puis tout seul cherche à calculer les coefficients a, b, c, d, mais ne s'y prend pas correctement ; s'échange avec son voisin sur leurs résultats ; puis réfléchit. (8 min)

Intervention 36 : globale $\mathbf{N_1}$ $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : « déterminer les coefficients (a, b, c,d, e, f) de la décomposition en éléments simples dans **R**(X) de : $F=\frac{X}{(X-1)^2(X^2+1)^2}$. »
(ii) action de l'étudiant : barre les calculs qu'il vient de faire pour trouver les coefficients a, b, c, d ; essaie d'utiliser la méthode de multiplication par (X-1) et de simplification mais ne pense pas à donner à X la valeur 1 (l'autre étudiant l'a fait correctement, en multipliant par $(X-1)^2$ et a trouvé la bonne valeur de a).(2 min)
(iii) action de l'enseignant : « il y a des calculs ! », et donne la forme générale de la décomposition au tableau, puis **aide contextulalisée** « on ne peut utiliser ni la parité ni l'imparité », indique le calcul du coefficient a au tableau (multiplication par $(X-1)^2$ et en prenant X=1, on trouve a = $\frac{1}{4}$), puis « on peut essayer avec les nombres complexes », **questionnement** « qu'elles sont les racines de (X^2+1) ? », et toujours au tableau, multiplie par $(X^2+1)^2$ et prend X=i : « $\left.\frac{X}{(X-1)^2}\right|_{X=i}=ci+d$ », « faites-le vous même, vous verrez que ça marche, il y a des calculs dans la décomposition. »
(iv) activité de l'étudiant : a calculé correctement les valeurs de c et d ; puis réfléchit en regardant le tableau. (2 min)

Intervention 37 : locale $\mathbf{N_3}$

(i) contexte : « calcul des coefficients b, e, f. »
(ii) activité de l'étudiant : réfléchit en regardant le tableau.(2 min)
(iii) action de l'enseignant : en s'adressant à l'étudiant « et d ? », puis **validation**, approuve son résultat « oui d'accord ».
(iv) activité de l'étudiant : cherche b, e, et f ; écrit correctement la méthode vue précédemment pour trouver a, en multipliant par (X-1) pour trouver b, mais cette fois ça ne marche pas(on sait pourquoi) ; barre ce qu'il vient de faire et réfléchit ; puis regarde ce que fait sa voisine. (6min)

Interventions 38 et 38bis : la 1ère globale $\mathbf{N_1}$ et la 2ème locale $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : « calcul des coefficients b, e, f. »
(ii) activité de l'étudiant : a noté ce qu'a écrit l'enseignant au tableau ; réfléchit.(1 min)
(iii) action de l'enseignant : **aide contextualisée**, explique qu'il faut faire passer $\frac{a}{(X-1)^2}$ et $\frac{cX+d}{(X^2+1)^2}$ de l'autre côté (maintenant que l'on connaît a, c et d).
(iv) activité de l'étudiant : en s'adressant à l'enseignant « mais ça ne marche pas cette fois ».
(v) action de l'enseignant : **aide contextualisée**, explique à l'étudiant qu'il y a deux facteurs communs « on essaie de factoriser par les polynômes qui nous intéresse, ici (X-1) et (X^2+1).
(vi) activité de l'étudiant : semble (seulement) avoir compris l'explication de l'enseignant ; réfléchit. (3 min)

Intervention 39 : globale $\mathbf{N_1}$ $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : « factorisation du numérateur du 1er membre (obtenu en faisant passer du côté de l'expression initiale de F les éléments simples dont les coefficients sont connus) par (X-1) et (X^2+1). »
(ii) activité de l'étudiant : écoute l'enseignant pendant que celui-ci indique quelques étapes de la correction au tableau.(5 min : durée de l'action de l'enseignant)
(iii) action de l'enseignant : **aide contextualisée**, indique au tableau les différentes étapes qui nous mène à l'égalité : $\frac{(...)}{(X-1)^2(X^2+1)^2} = \frac{b}{X-1} + \frac{eX+f}{X^2+1}$

soit encore : $\frac{(...)}{(X-1)^2(X^2+1)^2} = \frac{(b+e)X^2+...}{(X-1)(X^2+1)}$,

puis **aide métamathématique** : « la méthode est donc : je mets tout ce que je connais de l'autre côté et après je trouve un facteur commun, ou on cherche à factoriser. Le fait de savoir ce qu'on va obtenir aide énormément. Vous pouvez aussi vérifier votre résultat sur maple. »
(iv) activité de l'étudiant : écrit sur son brouillon, réfléchit, écrit à nouveau mais a du mal. (5 min)
(v) action de l'enseignant (fin de la séance) : **aide contextualisée** donne la réponse « on trouve b = $-\frac{1}{4}$, e = $\frac{1}{4}$ et

f = 0. Le résultat final doit être $\frac{-X-1}{4(X-1)^2(X^2+1)^2} = \frac{(b+e)X^2+...}{(X-1)(X^2+1)}$. Quelle que soit la méthode, vous devez trouver ça. »

Séance machine. (21/02)

Intervention 40 : globale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte :TP3 (feuille comprenant 4 questions) :
«1) rappeler la définition de l'indépendance linéaire d'une famille de n vecteurs $\{x_1,\ldots, x_n\}$.
2) Remplir et rendre les 10 QCM (oui, non, je ne sais pas) à remplir sur la linéaire indépendance de familles de vecteurs, de droites vectorielles, de plans vectoriels, de polynômes, d'applications de $C^0(\mathbf{R}, \mathbf{R})$:
1. Si les vecteurs x, y, z de $\mathbf{R}^3$ sont deux à deux non colinéaires alors la famille (x,y,z) est libre.
2. Soit x, y, z trois vecteurs de $\mathbf{R}^3$ tels qu'aucun d'entre eux ne soit combinaison linéaire des autres alors la famille (x,y,z) est libre.
3. Soit D_1, D_2, et D_3 trois droites (vectorielles) de $\mathbf{R}^3$ distinctes deux à deux, alors $\mathbf{R}^3$ est somme directe de D_1, D_2, et D_3.
4. Soit P_1 et P_2 deux plans (vectoriels) de $\mathbf{R}^3$ distincts, alors $\mathbf{R}^3 \neq P_1 \cup P_2$.
5. Soit P_1 et P_2 deux plans (vectoriels) de $\mathbf{R}^3$, alors $P_1 \cap P_2 \neq \{0\}$.
6. Soit un plan (vectoriel) de $\mathbf{R}^3$, alors le complémentaire (ensembliste) de P est un supplémentaire de P dans $\mathbf{R}^3$.
7. Soit (e_1, e_2, e_3) la base canonique de $\mathbf{R}^3$ et P le plan engendré par e_1 et e_2. Alors tout sous-espace vectoriel de $\mathbf{R}^3$ supplémentaire de P contient e_3.
8. Soit a, b et c trois réels distincts deux à deux alors les trois polynômes $(X-a)^2$, $(X-b)^2$ et $(X-c)^2$ sont linéairement indépendants (sur $\mathbf{R}$).
9. Dans $C^0(\mathbf{R}, \mathbf{R})$, les fonctions $x \mapsto 1$, $x \mapsto \sin x$, $x \mapsto \cos x$, $x \mapsto \sin^2 x$ et $x \mapsto \cos^2 x$ sont linéairement indépendantes (sur $\mathbf{R}$).
10. Dans $C^0(\mathbf{R}, \mathbf{R})$, les fonctions $x \mapsto 1$, $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \cos^2 x$ sont linéairement indépendantes (sur $\mathbf{R}$). »
(ii) activité de l'étudiant : recopie sur la feuille à remplir la définition d'indépendance linéaire donnée sur math en ligne ; répond « non » au QCM 1, « oui » au QCM 2 ; réfléchit puis répond « non » au QCM 4. Ne répond ni à 3, ni à 5, ni à 6, puis répond « oui » à 7.
Ensuite il écrit sur son brouillon, pose $(X-a)^2 = q(X-b)^2$, développe et trouve $q = 1$, puis répond « oui » à 8. (11 min)
(iii) action de l'enseignant : au même moment « vrai ou faux, pas d'autre alternative ».
(iv) activité de l'étudiant : après avoir écrit $\cos^2 x = 1-\sin^2 x$, répond « non » au 9 et « oui » au 10 sans plus de réflexion. (3min)

Intervention 41 : locale $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : les 10 QCM précédents.
(ii) activité de l'étudiant : lit les réponses des QCM sur math en ligne. (1 à 2 min)
(iii) action de l'enseignant : suggère à l'étudiant, plutôt que de lire les réponses des QCM, de lui en parler d'abord pour essayer de comprendre avant de mettre une réponse définitive et surtout avant de regarder les réponses.
(iv) activité de l'étudiant : lit les explications des réponses 1 à 4. (3 min)

Intervention 42 : locale $\mathbf{N_3}$

(i) contexte : « les QCM 5 à 10. »

5. Soit P_1 et P_2 deux plans (vectoriels) de $\mathbf{R}^3$, alors $P_1 \cap P_2 \neq \{0\}$.
6. Soit un plan (vectoriel) de $\mathbf{R}^3$, alors le complémentaire (ensembliste) de P est un supplémentaire de P dans $\mathbf{R}^3$.
7. Soit (e_1, e_2, e_3) la base canonique de $\mathbf{R}^3$ et P le plan engendré par e_1 et e_2. Alors tout sous-espace vectoriel de $\mathbf{R}^3$ supplémentaire de P contient e_3.
8. Soit a, b et c trois réels distincts deux à deux alors les trois polynômes $(X-a)^2$, $(X-b)^2$ et $(X-c)^2$ sont linéairement indépendants (sur $\mathbf{R}$).
9. Dans $C^0(\mathbf{R}, \mathbf{R})$, les fonctions $x \mapsto 1$, $x \mapsto \sin x$, $x \mapsto \cos x$, $x \mapsto \sin^2 x$ et $x \mapsto \cos^2 x$ sont linéairement indépendantes (sur $\mathbf{R}$).
10. Dans $C^0(\mathbf{R}, \mathbf{R})$, les fonctions $x \mapsto 1$, $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \cos^2 x$ sont linéairement indépendantes (sur $\mathbf{R}$). »

(ii) activité de l'étudiant : lit les réponses du QCM 5 au QCM 10. (2min)
Puis il sollicite l'enseignant : « on n'a pas encore vu les dimensions ».
(iii) action de l'enseignant : **confirmation** « exact ».
(iv) activité de l'étudiant : passe très vite sur le QCM 8 (alors qu'il n'a pas fait le bon calcul pour trouver la bonne réponse) et sur le QCM 9, puis exécute le 10. (3 min)

Intervention 43 : globale (pas codée)

(i) contexte : 3ème question du TP3 « Evaluez vos réponses à l'aide du QCM électronique à l'adresse http://www.cicrp.jussieu.fr/QCMTEXTE/formulaire_qcm.30134.pl »
(ii) action de l'enseignant : s'adresse à toute la classe « mettez-vous sur l'adresse http://linux7.cicrp.jussieu.fr.8900/webct/public/home.pl. ».
(iii) activité de l'étudiant : demande à l'enseignant la bonne adresse pour accéder au corrigé des QCM, qu'il consulte aussitôt.

Intervention 44 : locale $\mathbf{N_2}$ $\mathbf{N_3}$

(i) contexte : 4ème question de la feuille « 4) Montrez que dans l'espace vectoriel réel des fonctions numériques continues sur $\mathbf{R}$, les fonctions $x \mapsto 1$, $x \mapsto \sin x$, $x \mapsto \sin 2x$ sont linéairement indépendantes. »
(ii) activité de l'étudiant : lit la réponse au QCM 10 sur écran ; écrit sur son brouillon « $a + b \sin x + c \sin 2x = 0$ », résout en s'aidant de la réponse du QCM 10, puis recopie sur la feuille : « en prenant $x = 0$ on obtient $a = 0$, $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = 0$ et $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow c = 0$ ». (7 min)
Puis, après un échange avec son voisin sur la notion de dimension qu'ils n'ont pas encore vue en cours, il conclut sur la feuille à la linéaire indépendance de la famille (1, sin x, sin 2x).
Enfin il demande à l'enseignant « pourquoi doit-on trouver $a = b = c = 0$, faut-il donner des valeurs particulières à x ? »
(iii) action de l'enseignant : **validation, aide contextualisée après**, répond à la question : « oui, en fait on est amené à résoudre un système à 3 équations 3 inconnues a, b, c, et le système est quasiment résolu, donc très simple, la réciproque est, après, évidente… ».(3 min)
(iv) activité de l'étudiant : passe à un autre exercice.(1 min)

Intervention 45 : locale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : QCM à l'écran (oui ou non) « 1) X = {(x,y) de $\mathbf{R}^2$/ x+y = 0} est un **R**-ev.
2) X = {(x,y)/ x+y = 2} est un **R**-ev. »
(ii) activité de l'étudiant : écrit correctement la définition d'un sev sur son brouillon, puis saisit au clavier « oui » au QCM 1 et « non » au QCM 2.(2 min)
Il demande à l'enseignant : « faut-il montrer que c'est un sev de **R** ? », **question après** (s'agissant certainement du QCM 2).
(iii) action de l'enseignant : répond à la question de l'étudiant « non, de $\mathbf{R}^2$. »
(iv) activité de l'étudiant : passe au QCM 3 « 3) X = {(x,y,z)/ x+2y-2z = 0 et (x,y,z) orthogonal à (1,2,-1)} est un **R**-ev. », consulte son livre personnel, écrit sur son brouillon « $a(x_1,y_1,z_1) + b(x_2,y_2,z_2)+c(\ldots) = 0$ » puis barre pour écrire un système dont les équations sont « $a(x_1+2y_1-2z_1) = 0$, $b(x_2+\ldots) = 0$, $c(\ldots) = 0$ » ; il ne parvient pas à l'exploiter, puis il saisit « non » au clavier. (8 min)

Intervention 46 : locale $\mathbf{N_3}$

(i) contexte : QCM 4 «X = $\{(x,y,z)/2x_1+x_2-3x_3 = 0, x_1-4x_2-6x_3 = 0, x_1+x_3-7x_3 = 0\}$ est un **R**-ev. »
(ii)activité de l'étudiant : écrit sur son brouillon « X $\neq \phi$ car (0,0,0) est dans X », puis « soit (a,b,c) dans $\mathbf{R}^3$, (X_1,X_2,X_3) dans E^3, montrer que $aX_1+bX_2+cX_3$ appartient à E (i.e à X) » puis écrit un système identique à celui que vérifient les éléments de X en remplaçant les x_i par $x_i+y_i+z_i$, ensuite se lance dans un système un peu compliqué(ayant peu de rapport avec le calcul qu'il faut effectuer) sans pouvoir l'exploiter, et finalement saisit « oui » au clavier. Il entreprend d'autres QCM sans plus de succès, par exemple
« 5) X = $\{z$ de **C**/ arg $z = \frac{\pi}{4} + k\pi\}$ est un **C**-ev. » puis « 6) X = $\{(z,\theta)$ de **C**x**R**/ arg $z = \frac{\pi}{4} + k\pi\}$ est un **C**-ev. » et « 7) {(x,y) de $\mathbf{R}^2$/ sin(x+y) = 0} est un **R**-ev . » ; essai d'utiliser des propriétés particulières aux nombres complexes ou à sinus, mais ne parvient toujours pas à appliquer convenablement la définition d'un sev. (~ 20 min)
(iii) action de l'enseignant : passe derrière l'étudiant mais ne dit rien.
(iv) activité de l'étudiant : prend connaissance de sa note aux QCM à l'écran (4/25), des réponses aux QCM toujours à l'écran, et lit l'explication de la correction, passe un peu vite, regarde surtout celle des QCM 5 et 6, reprend son brouillon pour mieux comprendre la correction. (3min)
remarque : n'étudie pas de manière approfondie les explications des QCM 3 et 4, c'est la fin du TD, je lui ai alors donné quelques conseils.

Séance classique. (4/03/03)

Interventions 47 et 47bis: la 1ère globale $\mathbf{N_1}$ et la 2ème locale $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : « l'enseignant note au tableau la fin de la correction d'un exercice (dont je n'ai pas le contenu) commencé au TD précédent. »
(ii) activité de l'étudiant : copie la correction sur son cahier.(6 min)
(iii) action de l'enseignant : **aide contextualisée**, au tableau « V = $\mathbf{R}_3[X]$, base de V : 1, X-1, $(X-1)^2$, $(X-1)^3$; P élément de V, $P = P(1) + P'(1)(X-1)^2 + \frac{P''(1)}{2!}(X-1)^2 + \frac{P'''(1)}{3!}(X-1)^3$.
La condition pour que P ait une racine double en 1 (au moins) : $(X-1)^2 / P$ ou $P(1) = P'(1) = 0$.
W = {P appartient à V / P a une racine double (au moins) en 1} est un sev de V. Système générateur $\{(X-1)^2, (X-1)^3\}$ (formule de Taylor) qui est une base (libre car extrait d'une base de V). »
(iv) activité de l'étudiant : demande à l'enseignant « quand c'est formé d'une base de W (extrait d'une base de W), c'est forcément libre ? »
(v) action de l'enseignant : **validation** et **explication** « oui car c'est extrait d'un système libre ; quand on reste sur un même corps, l'indépendance linéaire ne dépend pas de l'ev que l'on considère. »
(vi) activité de l'étudiant : écoute l'enseignant.(5 min)

Intervention 48 : globale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « feuille TD5, ex A : Soit V le R-ev des polynômes de degré au plus 4 et A = X^2+1, on considère l'application f qui au polynôme P de W fait correspondre le reste de la division euclidienne de P par A. 1) Montrer que f est linéaire. »
(ii) activité de l'étudiant : sans activité (l'enseignant distribue aux étudiants les TP ramassés lors de la séance précédente en apportant des explications individualisées) ; consulte son cours personnel ou ses TD précédents en s'échangeant avec son voisin, et lui explique « c'est une variable, pas une indéterminée » ; ensuite lit l'énoncé, le note sur son cahier ; s'échange à nouveau avec son voisin sur le devoir n°1 déjà corrigé par l'enseignant ; explique à un autre étudiant, au sujet de l'ex A : « il faut montrer que f(P+Q) = f(P)+f(Q) autrement dit que R_1+R_2 est le reste de la division de P+Q par A (où R_1 et R_2 sont respectivement les restes de P/A et Q/A) » ; prend connaissance du corrigé du devoir n°1 et s'échange avec son 1er voisin sur ce corrigé. (25 min)
Et enfin revient sur l'ex A : effectue la division euclidienne de $aX^4+bX^3+cX^2+dX+e$ par X^2+1, puis écrit f(P) = … = P-AQ. (2 min)
(iii) action de l'enseignant : d'abord **questionnement** « quel argument va-t-on utiliser ? », un ou deux étudiants réagissent, il continue « le reste de la division euclidienne de P_1+P_2 par A c'est la somme des restes des divisions de P_1 et P_2 par A » puis il écrit au tableau la 1ère partie de la **correction** « $P_1+P_2 = AQ+R$
de plus $P_1 = AQ_1+R_1 = f(P_1) = R_1$, $d°R_1 \leq 1$ ou $R_1 = 0$ et $P_2 = AQ_2+R_2 = f(P_2) = R_2$, $d°R_2 \leq 1$ ou $R_2 = 0$, d'où $P_1+P_2 = A(Q_1+Q_2)+R_1+R_2$, $d°(R_1+R_2) \leq 1$ ou $R_1+R_2 = 0$. Dans la division euclidienne il y a unicité de (Q,P), on en déduit donc que : $R = R_1+R_2$ et donc que $f(R_1+R_2) = f(P_1)+f(P_2)$ ». Ensuite après avoir circulé et répondu à des questions d'étudiants pendant 3min, **aide semi-contextualisée** « il faut montrer que f(aP) = af(P) ».
(iv) activité de l'étudiant : pendant tout ce temps a écouté sans prendre de note, puis réfléchit ; maintenant il interroge son voisin « comment montrer f(aP) =af(P) ? » son voisin lui répond « d°(aR)<d°(aP) », puis il écrit sur son cahier la preuve de f(aP) = af(P) (3 min)
(avant que l'enseignant ne la donne au tableau (**aide contextualisée**) en utilisant des arguments analogues aux précédents).

Interventions 49 et 49bis : la 1ère globale $\mathbf{N_1}$ et la 2ème globale $\mathbf{N_2}$

(i) contexte : « ex A : 2) Déterminer Kerf et Imf, en donner des bases. »
(ii) activité de l'étudiant : écrit l'énoncé sur son cahier, réfléchit.(6 min)
(iii) action de l'enseignant : au tableau « donc f est linéaire et on détermine Kerf et Imf. Kerf = {P élt de V ; A divise P}, $A=X^2+1$, $d°P \leq 4$. » puis **questionnement** « d°Q ? » (l'étudiant observé répond correctement) « donc Kerf = {AQ ; $d°Q \leq 2$ ou $Q = 0$}, base $\{A, XA, X^2A\}$soit $\{X^2+1, X(X^2+1), X^2(X^2+1)\}$ ».
(iv) activité de l'étudiant : écoute , prend note de ce qui est au tableau, puis interroge l'enseignant : « si on a une base de l'ensemble {AQ} on aura une base de {P ; A / P} ? »
(2 min)
(v) action de l'enseignant : **aide contextualisée**, répond au tableau et explique à l'étudiant en s'adressant aussi à toute la classe : « ce sera un système générateur car $AQ = aA+bXA+cX^2A = A(a+bX+cX^2)$, libre car $aA+bXA+cX^2A = 0$ entraîne $a+bX+cX^2 = 0$ soit $a = b = c = 0$. » Ensuite il répond oralement à d'autres questions ; puis s'adressant à toute la classe **questionnement** « et Imf ? » et aussitôt au tableau « Imf $\subset$ {polynômes de $d° \leq 1$ et 0} = W dont la base est {1,W} » puis **questionnement** « est-ce tout ça ? » (un étudiant répond, pas correctement), puis donne la réponse au tableau « soit P_1 élément de W, $P_1 = aX+b$, donc $f(P_1) = P_1$ et on a bien Imf = W. » ; puis **aide métamathématique**, explique ce qu'on doit faire pour déterminer Kerf, « il y a un système à résoudre, rien de compliqué ».
(vi) activité de l'étudiant : pendant tout ce temps a écouté et tout noté ; maintenant réfléchit, traduit sur son cahier par un système l'équation $f(P) = 0$. (2 min)
(à partir de là, je ne comprends plus puisqu'on a déjà déterminé une base de Kerf).

Intervention 50 : locale. (mais pas clair du tout, elle fait suite à la dernière activité de l'étudiant, l'enseignant **valide** une question de l'étudiant).

Intervention 51 : globale $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « ex A : 3) On considère l'application g $V \to V : P \mapsto P''+4P$. Montrer que g est linéaire et déterminer Kerg et Img. »
(ii) activité de l'étudiant : montre correctement que g est linéaire sur son cahier ; puis cherche Kerg, écrit « $g(P) = 0$ ssi $P''+4P = 0$ » (c'est tout), il bloque et attend la correction (alors que l'enseignant passe par la et indique aux étudiants de chercher les coordonnées du polynôme). (6 min)
(iii) action de l'enseignant : **aide en amont**, donne le détail de la correction de Kerg (on trouve Kerg = {0}), et à l'oral : « une application linéaire qui conserve le degré est à la fois injective et surjective donc bijective » ; puis note la correction de g linéaire, et la détermination de Img par des calculs assez longs (inutile soit dit en passant puisque g est un endomorphisme d'un ev de dimension finie, donc étant injective elle est surjective et donc bijective), mais il évoquera ce résultat à la fin cependant.
(iv) activité de l'étudiant : pendant tout ce temps écoute et prend note de la correction.
(12 min)

Intervention 52 : globale (non codée)

(i) contexte : ne dépendant pas directement de l'exercice en cours.
(ii) action de l'enseignant : « y a-t-il des étudiants ayant des difficultés à consulter université-en-ligne ? pourquoi il ne se passe plus rien sur le forum ? n'hésitez pas, on répondra à vos questions. »
(iii) activité de l'étudiant : écoute.

Intervention 53 : global $\mathbf{N_1}$

(i) contexte : « ex C.(UeL) Soit F(**R**, **R**) l'ev des applications de **R** dans **R**, et E le sev de F(**R**, **R**) engendré par les applications e_0, e_1 et e_2 suivantes : $e_0(x) = 1$, $e_1(x) = \cos x$, $e_2(x) = \cos^2 x$. Soit f l'application linéaire de E dans F(**R**, **R**), définie par f(y) = y''+4y.
1) Montrer que Im(f) = Vect($\{e_0,e_1\}$).
2) Déterminer Ker(f). »
(ii) activité de l'étudiant : lit l'énoncé et, s'adressant à l'enseignant « je ne vois pas du tout comment commencer. »(2-3 min)
(iii) action de l'enseignant : **répond** à l'étudiant au tableau, en s'adressant aussi à toute la classe, et **aide contextualisée** propose la correction des questions 1) et 2) dans leur totalité car il reste peu de temps avant la fin de la séance.
(iv) activité de l'étudiant : prend note de la correction sur son cahier.(12 min)

Annexe 2.

Séances machine : interventions globales

		Contexte	Type d'activité de l'étudiant avant l'intervention de l'enseignant	Type d'aide	Type d'activité après
Tâches isolées et/ou simples	Pas d'activité avant				
	Activité avant	**Int 18** QCM «ex 3/1. Soient a et b deux réels donnés et f une fonct.num. strict. crois. sur [a,b]. Alors f([a,b])= [f(a),f(b)]. »	répond sur son brouillon « f n'est pas continue », puis réfléchit.(5min)	indique de ne pas regarder les solutions de la machine ; **info contextualisée: donne des solut°** (réponses ex1/1,2/1). **N_1 et N_2**	traite q. de 3) à 7), écrit, pour chacune d'elles, une réponse au brouillon, saisit celle-ci au clavier ; ensuite consulte le corrigé de la machine pour toutes ces questions.(8 min)
		Int 16bis QCM : « ex 1/1. Une fct num f strict. croissante sur un int. I est injective.	Répond correctement à l'enseignant	Explique ce qu'est une fct strict. croissante **N_2**	Recopie le tableau (3 min)
Tâches complexes	Pas d'activité avant				
	Activité avant	**Int 19** QCM «q.8) : I=[-1,2], f, g et h déf. sur I par : $f : x \longmapsto x^4$, $g:x \longmapsto 2x^3$, $h:x \longmapsto x^4 + 2x^3$ Admettent-elles une fonction réciproque?»	commence l'exécution de l'exercice sur son brouillon, représente la courbe représentative de $f(x) = x^4$, en fait de même pour $f(x) = 2x^3$, tout en écoutant l'enseignant. (5 min)	**Information indirecte décontextualisée mathématique**, de connaissance du cours (imag par f cont.); puis **questionnement** (sur f) **N_1**	réfléchit puis coche deux cases g et h (saisie au clavier). (2 min)
		Int 40 «1) définition de l'indép. linéaire de n vecteurs $\{x_1,\ldots, x_n\}$. 2) 10 QCM (o, n ,autre) l'i.l. de familles de vecteurs, de dtes vect., de plans vect., de polynômes, d'applications de $C^0(\mathbf{R}, \mathbf{R})$.	recopie sur la feuille à remplir la définition d'indépendance linéaire donnée sur UeL ; répond « non » au QCM1, « oui » au QCM2 ; réfléchit puis répond « non » au QCM4. Ne répond ni à 3, ni à 5, ni à 6, puis répond « oui » à 7. Ensuite, il écrit sur son brouillon, pose $(X- a)^2 = q(X-b)^2$, développe et trouve q = 1, puis répond « oui » à 8 8 . (11 min)	au même moment « vrai ou faux, pas d'autre alternative » : **information indirecte** par rapport à la **méthode** de résolut° de l'ex : soit on justifie l'affirmat°, soit on trouve un contre-exple (pour pouvoir répondre) **N_1**	après avoir écrit $\cos^2 x = 1-\sin^2 x$, répond « non » au 9 et « oui » au 10 sans plus de réflexion. (3min)
		Int 20bis QCM : « h : $x \longmapsto x^4 + 2x^3$ a une fct récip sur I=[1,2]. »	exécute la résolution de $h'(x) \gtrsim 0$	Etablit les variations de h' au tableau **N_1**	Ecoute, regarde le tableau, et passe à l'exercice suivant. (3+3 min)

Séances machine : interventions locales

		Contexte	Type d'activité de l'étudiant avant l'intervention de l'enseignant	Type d'aide	Type d'activité après
Tâches isolées et/ou simples	Pas d'activité avant				
	Activité avant	**Int 1** « x = (1,2,3) est-il combinaison linéaire de u = (1,0,0),v = (0,1,1) et w = (0,0,1) ? trouver les coefficients α, β, γ de cette c.l. »	Consulte son cours personnel puis le cours de l'UeL ; copie sur son cahier le cours du logiciel ; exécute l'exercice . Il repère une erreur dans le corrigé de l'UeL , appelle l'enseignant.(11 min)	Confirme l'erreur constatée par l'étudiant. **Validation** N_3	Exécute d'autres exercices (ex 1/2 et ex 2/2) analogues mais plus compliqué, pose un système mais pas le bon, consulte la correction sans noter.(22 min)
		Int 2 «ex 3/7 F = $\{(x,y) \in R^2 ; \lvert x\rvert = \lvert y\rvert\}$ est-il un sev de R^2 ?»	traite l'exercice sur son cahier de difficulté.(2 min)	vient voir si tout se passe bien, **semi-validation** N_3	réfléchit un court instant puis consulte la solution sur l'écran. (2 min)
		Int 16 QCM : « ex 1/1. Une fct num f strict. croissante sur un int. I est injective. tjs vraie, tjs faux, ou cela dépend-il de f ? »	répond sur son cahier « toujours vrai ».(3 min)	**questionnement (en aval) donnant indirectement informat° mathématique décontextualisée** N_1	répond correctement à l'enseignant puis écrit sur son brouillon. (3 min)
		Int 17 QCM : « ex 2/1. f injective sur un int. I est strict. croissante. »	saisit au clavier sa réponse, lit la réponse donnée à l'écran, mais n'en prend pas note contrairement au conseil de l'enseignant.(5 min)	**questionnement (en aval), structuration,** demande un c-ex à l'étudiant, puis **validation** N_2 et N_3	répond au QCM en écrivant sur son cahier.(1 min)
		Int 45 QCM à l'écran (oui ou non) « 1) X = {(x,y) de $\mathbf{R}^2$/ x+y = 0} est un **R**-ev. 2) X = {(x,y)/ x+y = 2} est un **R**-ev. »	écrit correctement la définition d'un sev sur son brouillon, puis saisit au clavier «oui» au 1) et «non» au QCM2 demande à l'enseignant : « faut-il montrer que c'est un sev de **R** ? », **question après** (s'agissant du 2)) .(2min)	**répond** à la question de l'étudiant « non, de $\mathbf{R}^2$. » : **explicitation de la tâche** (du fait d'une information implicite dans l'énoncé) N_1	passe au QCM 3, consulte son livre personnel, écrit sur son brouillon un système qu'il ne parvient pas à exploiter, puis il saisit « non » au clavier. (8 min)
		Int 46 QCM 4 «X = $\{(x,y,z)/2x_1+x_2-3x_3 = 0, x_1-4x_2-6x_3 = 0, x_1+x_3-7x_3 = 0\}$ est un **R**-ev. »	écrit sur son brouillon « X $\neq \phi$ car… », essaie de montrer que $aX_1+bX_2+cX_3$ est ds X (sans succès), saisit «oui »,passe à d'autres QCM (sans succès)(20min)	passe derrière l'étudiant mais ne dit rien N_3	prend connaissance de sa note(4/25), des réponses aux QCM à l'écran, lit l'explication de la correction (3min)

Tâches complexes	Activité avant	**Int 3** «ex 6/7 trouver les vecteurs u_n, tels que $u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n$, n>0, avec cond. initiales. »	après avoir pas mal zappé sur les exercices précédents, se lance dans l'exécution de cet exercice.(9 min)	**questionnement contextualisé,** au niveau de la **méthode,** sur l'exercice 2/2, **validation négative.** **N_3**	pose alors le bon système (à signaler qu'il avait déjà pris connaissance du corrigé), mais le résout un peu au hasard. (> 10 min)
		Int 3bis «ex 6/7 trouver les vecteurs u_n, tels que $u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n$, n>0, avec cond. initiales. »	pose alors le bon système (à signaler qu'il avait déjà pris connaissance du corrigé), mais le résout un peu au hasard. (> 10 min)	**Aide décontextualisée, méta-mathématique,** demande à l'étudiant d'appliquer la méthode du pivot de Gauss par prudence (lui conseille à ce titre de voir leTP2) ; et lui explique en détail sur son cahier, parce qu'il semble qu'il ne la connaît pas. **N_1 et N_2**	il ne semble pas avoir compris les explications de l'enseignant puisqu'il écrit une égalité qui n'a plus aucun rapport avec ce qui précède ($u = aV_1+bV_2+cV_3 = a(-\frac{1}{2}W_1+\frac{1}{2}W_2+\frac{1}{3}W_3)+b(\ldots)+c(\ldots)$)et ne met pas en pratique la méthode de Gauss. (temps indéterminé).
		Int 20 QCM : « h : $x \longmapsto x^4 + 2x^3$ a une fct récip sur I=[1,2]. »	écrit sur son brouillon la fonction h(x) et commence le calcul de h'(x), réfléchit. (2 min)	**validation,** « c'est l'idée, de calculer h'(x) » : indique ainsi une **méthode contextulalisée (information après)** **N_3**	enlève la coche à h, réfléchit. Puis exécute la résolution de $h'(x) \geq 0$. (3+3 min)
		Int 21 QCM : décomposition de fractions rationnelles P/Q en élts simples ; on donne d° P, Q et la décomp. en élts simples.	écrit sur son brouillon, consulte son cours personnel ; répond sur écran à trois QCM, lit la réponse à l'écran, une bonne réponse, deux mauvaises réponses. (27 min)	**questionnement** « vous avez compris ? », **structuration, méthode après** : indique comment utiliser le cours, «qcm 4) est-ce un élément simple $\frac{2x-1}{(x^2+x-1/4)^2}$? non ! »., « analysez ce qui est sur l'écran ». **N_2**	répond aux QCM 4), 5) (corrects), et 6) (mauvais) ; note alors la réponse de UeL sur son brouillon et, tout en réfléchissant et en consultant son cours personnel, étudie la réponse. Puis même démarche pour deux autres qcm. (17 min)
		Int 41 2) 10 QCM (o, n ,autre) l'ind.lin. de familles de vecteurs, de dtes vect., de plans vect., de polynômes, d'applications de $C^0(\mathbf{R}, \mathbf{R})$.	lit les réponses des QCM sur UeL (1 à 2 min)	**structuration : prévention par rapport à certaines facilités procurées par la machine :** suggère à l'étudiant, plutôt que de lire les réponses des QCM, de lui en parler d'abord pour essayer de comprendre avant de mettre une réponse définitive et surtout avant de regarder les réponses. **N_2**	lit les explications des réponses 1 à 4. (3 min)
		Int 42. 5 QCM (o, n ,autre) l'i.l. de plans vect., de polynômes, d'applications de $C^0(\mathbf{R}, \mathbf{R})$.	lit les réponses du QCM 5 au QCM 10. (2min) Puis il sollicite l'enseignant : « on n'a pas encore vu les dimensions ».	**confirmation** « exact ». **N_3**	passe très vite sur le QCM 8 (pas le bon calcul pour trouver la bonne réponse) et sur le QCM 9, puis exécute le 10. (3min)
		Int 44 « Mque dans l'ev $C^0(\mathbf{R},\mathbf{R})$, $x \longmapsto 1, x \longmapsto \sin x$, $x \longmapsto \sin 2x$ sont lin. ind. »	lit et s'aide de la réponse au QCM 10 sur écran ; écrit«a+bsin x+csin2x=0», résout, puis recopie sur la feuille : « en prenant x = 0, π /2, π /4,on obtient resp. a=0,b=0,c=0 » ; conclut à la lin.ind.de(1,sinx,sin2x); demande à l'enseignant « pourquoi doit-on trouver a=b=c=0, faut-il donner des val. part. à x ? »(7min)	**validation, explication contextualisée, après,** en réponse à la question : « oui, en fait on est amené à résoudre un système à 3 équations 3 inconnues a, b, c, et le système est quasiment résolu, donc très simple, la réciproque est, après, évidente… ». **N_3 et N_2**	passe à un autre exercice.(1 min)

Séances classiques : interventions globales

		Contexte	Type d'activité de l'étudiant avant l'intervention de l'enseignant	Type d'aide	Type d'activité après
Tâches isolées et/ou simples	Pas d'activité avant				
	Activité avant	**Int 10** « ensemble de définition de f(x) = arctan $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ».	réfléchit et écrit sur son cahier « $x^2>1-x^2$ », s'échange avec son voisin (D_f), écrit sur son cahier, réfléchit, il demande à son voisin ce qu'il a fait comme chgt de var.(5 min)	**Questionnement** sur le **résultat** de la tâche (D_f), puis **informat° contextualisée (après) qui stoppe l'action de l'étudiant** : donne la réponse détaillée au tableau (D_f =]-1,1[). **N_1**	a répondu discrètement à la question pendant la correction ; réfléchit. (2 min)
Tâches complexes	Pas d'activité avant	**Int 13** « détermination du DL en 0 de arcsin x »	inactif.(2 min)	**questionnement** sur une **méthode** « comment fait-on pour obtenir un DL ? » **N_1**	Intervient discrètement et son voisin donne la réponse à sa place « formule de Mac Laurin »
		Int 5 « ens de déf de y=arcsin $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ simplifier l'exp, (faire un chgt de variable x = u(t)) ». Exercice en cours (commencé la séance précédente).	peu de temps pour la recherche.(0 min)	donne **des informations mathématiques contextualisées avant** : $x^2 \leq 1+x^2$ puis $\lvert x\rvert \leq \sqrt{1+x^2}$, puis à l'oral donne le Df propose de faire un changement de variable puis le donne « x = tant, t∈$]\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$ » **N_1**	cherche, pose une question. (2 min)
		Int 7 « simplifier l'expression y=arcsin $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ »	L'étudiant copie le tableau	Donne la solution **N_1**	Copie tjs le tableau (6 min)
		Int 11 « trouver un changement de variable dans f(x) = arctan $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ».	réfléchit.(1 min)	**explication contextualisée de la méthode** : explique le choix du chgt de var entre x= sint ou x = cost, puis **informat° math :** donne ce chgt :x=sint. **N_2 et N_1**	écoute l'enseignant en prenant la correction. (1 min)
		Int 8 « Déterminer le domaine de définition de y = arctan $\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}, x \in R^*$ et simplifier l'expression»	réfléchit.(0 min)	demande comment déterminer le D_f, **en amont** donne une indication **(information) , une méthode (direction imposée)** : quantité conjuguée pour calculer la limite, puis donne la réponse, i.e le prolong[1] de la fct et montre comment elle est bij ; « faites-le jusqu'au bout ». **N_1**	écrit sur son cahier, se lance un peu plus dans le calcul. (2 min)
		Int 9bis « déterminer le changement de variable qui permet de simplifier la fonction arctan $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}+1}, x \in R$ ».	Con tinue d'écrire sur son cahier, copie la correction. (2 min)	Donne les formules (**aide décontextualisée**) puis la réponse (**aide contextualisée**) à l'exercice **N_1**	Recopie le tableau (8 min)

Tâches complexes	Pas d'activité avant	**Int 14** « déterminer les expressions logarithmiques de argchx et argshx »		**rappels de cours** sur shx et chx menant à l'éq $2x = e^y + \frac{1}{e^y}$ et **explication** « l'inconnue est e^y » N_1 qui découpe la tâche **et N_2**	Tente de résoudre l'éq $2x = e^y + \frac{1}{e^y}$
		Int 31 Décomposer en éléments simples dans **R**(X) $\frac{2X^3+3X^2-3}{2X^2-X-1}$.	écoute tout en prenant connaissance de l'exercice.(1 min)	**en amont, informat° méthodologique décontextualisée** par **questionnement réponse** « première chose à faire ? » (l'étudiant répond) « partie entière, puis ? factorisation du dénominateur en facteurs irréductibles, forme générale, détermination des coefficients. » N_1	écrit un peu sur son brouillon (rien de très consistant), regarde un peu ce que fait son voisin, et consulte son cours. (3 min)
		Int 33 Détermination des coefficients de $X+2+\frac{a}{X-1}+\frac{b}{2X+1}$	écoute l'enseignant, ne prend pas de note du tableau puis reste inactif.(2 min)	**questionnement sur la méthode** « comment fait-on pour obtenir a et b ? » puis **informat° contextualisée sur la méthode** « on a un pôle simple, alors on multiplie par (X-1) à droite et à gauche de l'égalité, et on fait X = 1 », puis « on peut constituer un système de 2 équations à 2 inconnues en a et b d'une infinité de façons » N_1	avant que l'enseignant ne donne la correction, réfléchit puis exécute sur son brouillon. (3min)
	Activité avant	**Int 13bis** « détermination du DL en 0 de arcsin x »	Suite à une question de l'enseignant, intervient discrètement et son voisin donne la réponse à sa place « formule de Mac Laurin »	**valide (négativement)** en répondant « non », puis explique (**aide indirecte décontextualisée**) en donnant quelques exemples d'utilisation de DL déjà connus (ex : celui de $\frac{1}{1-x}$ ou de $\frac{1}{1+x}$), et en indiquant aussi un méthode « on passe par le calcul de la dérivée et on se rapproche de la table pour les DL ». N_2	écrit sur son cahier (copie le tableau), pendant que l'enseignant valide la réponse de l'étudiant 2 à une question sur un exemple particulier. (4 min)
		Int 24 Soit E un K-ev, soient x,y,z,t libres dans E. On donne : 1) x,2y,z ; 2) x,z ; 3) x,2x+t,t ; 4) 3x+z,z,y+z ; 5) 2x+y,x-3y,t,y-x. Ces familles sont-elles libres?	écoute et prend note de la correction du 1) sur lequel il n'a pas eu le temps de réfléchir et que l'enseignant explique en détail au tableau ; puis s'échange longuement avec son voisin.(6+3 min)	**Mise en évidence d'un méthode de façon contextualisée** : il indique une deuxième rédaction du 1) au tableau, puis une **informat° math décontextualisée** à l'oral, « si une famille est liée il existe une solution (a_1,a_2,a_3,a_4) non nulle telle que $a_1x+a_2y+a_3z+a_4t=0$ ». N_1	commence l'exécution de la question 2).(1 min)
		Int 28bis Donner une base du sev $E = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 / x_1+x_2+x_3+x_4 = 0\}$	réfléchit	Donne au tableau la correction (**aide contextualisée**) de l'ex 2.5) et d'une partie de l'ex 3. N_1	reste inactif pendant toute la période pendant laquelle l'enseignant donne au tableau la correction puis commence à prendre note de la correction de l'exercice 3, mais a de plus en plus de mal à se concentrer. Se mobilise un peu plus sur l'exercice 4 (vrai ou faux), écoute plus ou moins et prend note de la correction donnée par l'enseignant au tableau.(25+11 min)
		Int 29 Forme générale de la décomposition dans **R**(X) de $\frac{X^5+1}{X^4+1}$	commence à chercher au brouillon (2 min)	« on a vu ça dans le cours » N_1	consulte son cours personnel. (1 min)

Tâches complexes	Pas d'activité avant	**Int 38** calcul des coefficients b, e, f dans la décomposition en éléments simples de F	réfléchit en regardant le tableau.(2 min)	**explication math contextualisée**, explique qu'il faut faire passer $\frac{a}{(X-1)^2}$ et $\frac{cX+d}{(X^2+1)^2}$ de l'autre côté (maintenant que l'on connaît a, c et d). **N_1**	en s'adressant à l'enseignant « mais ça ne marche pas cette fois ». (qques sdes)
		Int 39 factorisation du numérateur du 1er membre (obtenu en faisant passer du côté de l'expression initiale de F les éléments simples dont les coefficients sont connus) par (X-1) et (X^2+1)	écoute l'enseignant pendant que celui-ci indique qques étapes de la correction au tableau. (5 min)	**Informat° math contextualisée**, indique au tableau les différentes étapes qui nous mène à l'égalité : $\frac{(...)}{(X-1)^2(X^2+1)^2} = \frac{(b+e)X^2+...}{(X-1)(X^2+1}$ puis **structurat° métamathématique contextualisée** : « la méthode est donc : je mets tout ce que je connais de l'autre côté et après je trouve un facteur commun, ou on cherche à factoriser » **N_1 et N_2**	écrit sur son brouillon, réfléchit, écrit à nouveau mais a du mal. (5 min)
	Activité avant	**Int 30** Forme générale de la décomposition dans **R**(X) de $\frac{X^5+1}{X^4+1}$	consulte son cours personnel. (1 min)	**questionnement sur un résultat** « quel va être le degré du quotient ? », puis **informat° math contextualisée avant** « le quotient est de degré 1 » et donne une 1ère étape de la décomposition, avec la partie entière ; et à nouveau **questionnement, réponse avant** : au sujet de la décomposition de X^4+1; finalement donne la forme générale de la décomposition . **N_1**	pendant tout ce temps, écoute l'enseignant donnant ses explications au tableau, cherche un peu au brouillon, réfléchit, écoute, prend peu de notes de la correction, écoute, et enfin consulte son cours personnel. (9 min)
		Int 34 Décomposer en élément simple dans **R**(X) de $\frac{1}{X^4+4}$	cherche sur son brouillon. (30 s)	**questionnement math contextualisée** « le dénominateur est-il irréductible ? » (un étudiant répond « non ») **mise en relation contextualisée** « même problème que tout à l'heure. » puis donne la factorisation irréductible de X^4 + 4, et la décomposition de $\frac{1}{X^4+4}$, les étudiants répondent $?_1$ = ax+b et $?_2$ = cx+d et l'enseignant confirme (**validat°**) et **info méthodo:** indique comment utiliser la parité de F pour n'avoir plus que 2 coefficients à déterminer et **questionnement sur la méthode** « quelle val. peut-on donner à X ? » puis donne le calcul de b. **N_2 et N_1**	pendant tout ce temps, a écouté, réfléchi, mais n'a pas pris de note ; après écrit sur son brouillon, réfléchit intensément en regardant le tableau, barre ce qu'il a écrit, réfléchit à nouveau (pendant que l'enseignant circule). (6 min)
		Int 36 déterminer les coefficients (a, b, c,d, e, f) de la décomposition en éléments simples dans **R**(X) de : $F = \frac{X}{(X-1)^2(X^2+1)^2}$	essaie d'utiliser la méthode de multiplication par (X-1) et de simplification mais ne pense pas à donner à X la valeur 1	donne la forme générale de la décomposition, puis **structurat° (mise en garde) contextulalisée** « on ne peut utiliser ni la parité ni l'imparité », indique le calcul du coefficient a au tableau (mult. par $(X-1)^2$ et en prenant X=1, on trouve a = $\frac{1}{4}$), puis « on peut essayer avec les nombres complexes », **questionnement math** « qu'elles sont les racines de (X^2+1) ? », et toujours au tableau, **informat° math** multiplie par $(X^2+1)^2$ et prend X=i : «« $\left.\frac{X}{(X-1)^2}\right\|_{X=i} = ci+d$ » **N_2 et N_1**	a calculé correctement les valeurs de c et d; puis réfléchit en regardant le tableau. (2 min)

Tâches complexes	Activité avant	**Int 47** « l'enseignant note au tableau la fin de la correction d'un exercice (dont nous n'avons pas le contenu) commencé au TD précédent. »	copie la correction sur son cahier. (6 min)	**aide contextualisée**, au tableau « V = $\mathbf{R}_3[X]$, base de V : 1, X-1, $(X-1)^2$, $(X-1)^3$; P élément de V, P = P(1) + P'(1)(X-1)^2 + $\frac{P''(1)}{2!}(X-1)^2 + \frac{P'''(1)}{3!}(X-1)^3$. La condition pour que P ait une racine double en 1 (au moins) : $(X-1)^2$ / P ou P(1) = P'(1) = 0. W = {P appartient à V / P a une racine double (au moins) en 1} est un sev de V. Système générateur $\{(X-1)^2, (X-1)^3\}$ (formule de Taylor) qui est une base (libre car extrait d'une base de V). » $\mathbf{N_1}$	**demande à l'enseignant** « quand c'est formé d'une base de W (extrait d'une base de W), c'est forcément libre ? » puis écoute l'enseignant (5min)
		Int 48 feuille TD5, ex A : Soit V le R-ev des polynômes de degré au plus 4 et A = X^2+1, on considère l'appl. f qui à P de W fait correspondre le reste de la div. eucl. de P par A. 1) Montrer que f est linéaire	effectue la div. eucl. de $aX^4+bX^3+cX^2+dX+e$ par X^2+1, puis écrit f(P) = … = P-AQ. (2 min)	**questionnement incitation à la réflexion** « quel argument va-t-on utiliser ? », un ou deux étudiants réagissent, il continue « le reste de la division euclidienne de P_1+P_2 par A c'est la somme des restes des divisions de P_1 et P_2 par A » puis il écrit au tableau la 1ère partie de la **correction (info math contextualisée)** ; **info math semi-contextualisée** « il faut montrer que f(aP) =af(P) » $\mathbf{N_1}$	a écouté sans prendre de note ; puis réfléchit ; interroge son voisin « comment montrer f(aP) =af(P) ? » qui lui répond « d°(aR)<d°(aP) » ;puis il écrit sur son cahier la preuve de f(aP) = af(P). (3 min)
		Int 49 « ex A : 2) Déterminer Kerf et Imf, en donner des bases. »	écrit l'énoncé sur son cahier, réfléchit. (6 min)	au tableau « donc f est linéaire et on détermine Kerf et Imf. Kerf = {P élt de V ; A divise P}, A=X^2+1, d°P $\leq$ 4. » puis **questionnement** « d°Q ? » (l'étudiant observé répond correctement) « donc Kerf = {AQ ; d°Q $\leq$ 2 ou Q = 0}, base {A, XA, X^2A}soit {X^2+1, X(X^2+1), $X^2(X^2+1)$} ». $\mathbf{N_1}$	écoute , prend note de ce qui est au tableau (2 min)
		Int 49bis « ex A : 2) Déterminer Kerf et Imf, en donner des bases. »	interroge l'enseignant : « si on a une base de l'ensemble {AQ} on aura une base de {P ; A / P} ?	**aide contextualisée**, répond au tableau et explique à l'étudiant en s'adressant aussi à toute la classe : « ce sera un système générateur car AQ = aA+bXA+cX^2A = A(a+bX+cX^2), libre car aA+bXA+cX^2A = 0 entraîne a+bX+cX^2 = 0 soit a = b = c = 0. »; puis s'adressant à toute la classe **questionnement** « et Imf ? » et aussitôt au tableau « Imf $\subset$ {polynômes de d° $\leq$ 1 et 0} = W dont la base est {1,W} » puis **questionnement** « est-ce tout ça ? » (un étudiant répond, pas correctement), puis donne la réponse au tableau « ...Imf = W. » ; puis **aide métamathématique**, explique ce qu'on doit faire pour déterminer Kerf, « il y a un système à résoudre, rien de compliqué ». $\mathbf{N_2}$	pendant tout ce temps a écouté et tout noté ; maintenant réfléchit, traduit sur son cahier par un système l'équation f(P) = 0. (2 min)
		Int 51 On considère l'application g V $\longrightarrow$ V : P $\longmapsto$ P''+4P. Montrer que g est linéaire et déterminer Kerg et Img	montre correct. que g est linéaire sur son cahier ; puis cherche Kerg, écrit « g(P) = 0 ssi P''+4P = 0 » (c'est tout), il bloque et attend la correction. (6mn)	**informat° math contextualisée après**, donne le détail de la correction de Kerg (on trouve Kerg = {0}), et à l'oral **informat° math décontextualisée**: « une application linéaire qui conserve le degré est à la fois injective et surjective donc bijective » ; puis à nouveau **informat° math contextualisée** note la correction de g linéaire, et la détermination de Img. $\mathbf{N_1}$	pendant tout ce temps écoute et prend note de la correction. (12 min)
		Int 53 « ex C.(UeL) Soit F(**R**, **R**) l'ev des applications de **R** dans **R**, et E le sev de F(**R**, **R**) engendré par les applications e_0, e_1 et e_2 suivantes : $e_0(x) = 1$, $e_1(x) = \cos x$, $e_2(x) = \cos^2 x$. Soit f l'application linéaire de E dans F(**R**, **R**), définie par f(y) = y''+4y. 1) Montrer que Im(f) = Vect({e_0,e_1}). 2) Déterminer Ker(f). »	lit l'énoncé et, s'adressant à l'enseignant « je ne vois pas du tout comment commencer. » (2-3 min) **sollicitation de l'enseignant par l'étudiant**	**répond** à l'étudiant au tableau, en s'adressant aussi à toute la classe, et **aide contextualisée** propose la correction des questions 1) et 2) dans leur totalité car il reste peu de temps avant la fin de la séance. $\mathbf{N_1}$	prend note de la correction sur son cahier.(12 min)

Séances classiques : interventions locales

		Contexte	Type d'activité de l'étudiant avant l'intervention de l'enseignant	Type d'aide	Type d'activité après
Tâches isolées et/ou simples	Pas d'activité avant	**Int 32** déterminer la partie entière de $\frac{2X^3+3X^2-3}{2X^2-X-1}$.	a écrit sur son brouillon la partie entière (copié sur son voisin), ne sais pas comment l'obtenir. (3 min)	**questionnement validation** s'adresse à l'étudiant « alors la partie entière ? oui , c'est ça. » **N_3**	précédant la correction, pose la division. (1min)
	Activité avant	**Int 12** « remplacer x par sin t dans f(x) = arctan $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ».	écoute l'échange entre l'enseignant et son voisin puis écrit sa solution sur son cahier. (2 min)	approuve la réponse de l'étudiant **(validation)** ; puis **informat° mathématique contextualisée** donne la correction au tableau « f(x) = t = arsin x ». **N_1 et N_3**	passe à une autre tâche
		Int 32 bis déterminer la partie entière de $\frac{2X^3+3X^2-3}{2X^2-X-1}$.	Questionne l'enseignant « comment sait-on que c'est ça (la partie entière) ? »	**informat° méthodologique contextualisée** « posez la division euclidienne du numérateur par le dénominateur ! n'ayez pas de honte. » puis après 1min donne la correction au tableau (action venant stopper l'activité de l'étudiant) **N_1**	Pose la division (1min)
Tâches complexes	Pas d'activité avant	**Int 35** Forme générale de la décomposition en éléments simples dans **R**(X) de : $F=\frac{X}{(X-1)^2(X^2+1)^2}$	cherche sur son brouillon (n'écrit pas grand chose), réfléchit, écoute l'enseignant qui passe à côté. (8 min) ; son voisin pose une question, l'étudiant observé répond.(1min)	**validation** « oui », puis **questionnement contextualisé** « et après ? est-ce que $(X-1)(X^2+1)^2$ est irréductible ?» est-ce que (X-1) est irréductible ?» est-ce que (X^2+1) est irréductible ?» **informat° mathématique contextualisée** concernant la forme générale de la décomposition, puis **métamathématique** « ce qui compte c'est le degré du polynôme irréductible » **N_1**	avec l'aide de l'enseignant, écrit une partie fractionnaire avec (X-1) et une avec $(X-1)^2$, puis progressivement la forme générale de la décomposition sous l'œil de l'enseignant ; et enfin cherche tout seul à calculer les coefficients, avec maladresse. (9 min)
		Int 37 calcul des coefficients b, e, f dans la décomposition en éléments simples de F	réfléchit en regardant le tableau.(2 min)	**questionnement** en s'adressant à l'étudiant « et d ? », puis **validation**, approuve son résultat « oui d'accord ». **N_3**	cherche b, e, et f ; écrit correct. la méthode déjà vue, en mult. par (X-1) pour trouver b, mais ça ne marche pas; barre, réfléchit;regarde sur sa voisine (6min)
	Activité avant	**Int 6** « remplacer x par tan t dans y=arcsin $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ puis simplifier ».	cherche, pose une question à l'enseignant. (3 min)	indique une **méthode très indirecte (information), très décontextualisée, après** (faire un cercle trigo) **N_1**	fait un cercle, ça ne l'aide pas, copie la solution au tableau. (3 min)
		Int 9 « déterminer le changement de variable qui permet de simplifier la fonction arctan $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}+1}, x \in R$ ».	continue d'écrire sur son cahier, copie la correction.(2 min)	**structuration,** indique ce qu'il ne faut pas faire, puis **questionnement sur notion math décontextualisée** demande à l'étudiant s'il connaît les formules trigonométriques donnant 1+cos et 1-cos. **N_2**	transcrit avec plus ou moins de mal les formules à utiliser (2 min)

Tâches complexes	Activité avant	**Int 15** « résoudre 2x $= e^y + \frac{1}{e^y}$ (1) ». (le contexte est ici en réalité : « déterminer les expressions logarithmiques de argchx et argshx »)	Met l'éq sous la forme Y^2-2xY+1=0 et détermine ses racines. (2 min)	**validation** et **explicitation et justification après, contextualisées, directement** liées à la production de l'étudiant : montre quelle racine choisir **N_2 et N_3**	écoute la correction au tableau ; cherche et exécute le 2e ex avec bcp d'efficacité.(14min)
		Int 22 Soit e_1 = (1,2,3,4) et e_2 = (1,-2,3,-4). Existe-t-il x et y tq (x,1,y,1) soit c.l. de e_1 et e_2 ?	commence l'exécution de l'exercice sur son cahier, écoute en même temps, efface puis pose correctement le système.(10 min)	**validation**, approuve la réponse de l'étudiant. **N_3**	continue l'exécution qui est sur la bonne voie puis trouve les valeurs de x et y. (8min)
		Int 23 Soit e_1 = (1,2,3,4) et e'_2 = (1,-2, 3,4). Existe-t-il x et y tq (x,1,y,1) soit c.l. de e_1 et e'_2 ?	exécute avec plus de rapidité cet exercice ; pose une question à l'enseignant à propos de familles libres et familles liées.(5 min)	**en aval, explication math décontextualisée**, et **mise en relation** de 2 définit° : répond à l'étudiant en expliquant la **différence** entre vecteurs libres et vecteurs linéairement dépendants. **N_2**	finit l'exercice. (3 min)
		Int 25 2) x,z ; 3) x,2x+t,t ; 4) 3x+z,z,y+z . Ces familles sont-elles libres ?	en cours d'exécution du 2) mais déjà réfléchit au 3). (1 min)	**réponse contextualisée** et **explication :** répond à la question de l'étudiant concernant le 3) et explique, « il faut poser un calcul… ». **N_2**	semble alors avoir compris l'explication, exécute le 2) correctement, puis le 3) et le 4) jusqu'au bout. (8 min)
		Int 26 4) 3x+z,z,y+z ; 5) 2x+y,x-3y,t,y-x. Ces familles sont-elles libres ?	compare ses résultats trouvés au 4) avec son voisin ; puis cherche le 5) avec beaucoup d'ardeur, pendant que l'enseignant circule et observe chaque étudiant.(6min)	**en aval généralisation de la méthode à appliquer** puis **validation** : l'étudiant veut comprendre de manière plus générale la méthode déjà expliquée sur un exemple, et savoir si le résultat qu'il a trouvé au 5) est correct et bien rédigé (l'enseignant approuve). **N_2** et **N_3**	donne quelques explications à son voisin, qui les lui a demandées. (1 min)
		Int 27 E = $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 / x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$est-il un sev de $\mathbf{R}^4$? Si oui, en donner une base	écrit sur son cahier et réfléchit.(2 min)	**en aval, information mathématique décontextualisée,** répond à la question de l'étudiant sur la définition d'une base. **N_1**	écrit sur son cahier et réfléchit intensément. (4 min)
		Int 28 Donner une base du sev E = $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 / x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$	continue à réfléchir, écrit sur son cahier tout en consultant son cours personnel.(2 min)	répond à l'appel de l'étudiant, **indication contextualisée après, incitation à la réflexion** : « vous voulez un système générateur qui va être libre » **N_1**	continue sa réflexion (3 min)
		Int 38bis calcul des coefficients b, e, f dans la décomposition en éléments simples de F	questionnement	**explication contextualisée sur la méthode,** explique à l'étudiant qu'il y a deux facteurs communs « on essaie de factoriser par les polynômes qui nous intéresse, ici (X-1) et (X^2+1) ». **N_2**	semble (seulement) avoir compris l'explication de l'enseignant; réfléchit. (3 min)
		Int 47bis « l'enseignant note au tableau la fin de la correction d'un exercice (dont je n'ai pas le contenu) commencé au TD précédent. »	Questionne l'enseignant « quand c'est formé d'une base de W (extrait d'une base), c'est forcément libre ? »	**validation** et **explication** « oui car c'est extrait d'un système libre ; quand on reste sur un même corps, l'indépendance linéaire ne dépend pas de l'ev que l'on considère. » **N_2**	Ecoute l'enseignant (5min)

Pour tout renseignement sur les publications diffusées par notre IREM,

Vous pouvez soit :

Consulter notre site WEB

http://www.ccr.jussieu.fr/iremParis7/welcome.html

Demander notre catalogue en écrivant à

IREM Université Paris 7
Case 7018
2 place Jussieu
75251 Paris cedex 05

TITRE :

TICE et enseignement supérieur. Adaptations sur les pratiques de l'enseignant

AUTEUR (S) :

Claire CAZES, Hélène DELQUIE, Fabrice VANDEBROUCK

RESUME :

Dans cette brochure, nous étudions les aides orales apportées par des enseignants à des étudiants de première année d'université. Nous cherchons à différencier ces aides et les activités mathématiques étudiantes associées dans des séances de travaux dirigés classiques et dans des séances intégrant un logiciel pédagogique (Université en Ligne, Wims). Les résultats sont que les aides sont plus individualisées en séances machines et qu'elles s'y produisent toujours après une activité des étudiants sur les tâches qui leur sont prescrites. Les corrections collectives et les aides qui simplifient les tâches sont plus présentes en séances classiques qu'en séances machine. Nous montrons comment ces aides peuvent modifier de façon significative les activités des étudiants. Nous montrons également que les explications sont de nature différentes dans les deux scénarios et qu'elles peuvent induire des modifications d'activités distinctes. Enfin, nous montrons qu'il existe des aides spécifiques de validations qui n'existent qu'en séances machines. Le travail pourrait se poursuivre en étudiant particulièrement ces moments de validation liés le plus souvent aux lectures de corrigés.

MOTS CLES :

DEUG MIAS 1 – TICE – didactique des mathématiques – pratiques enseignantes

Editeur : IREM
Université PARIS 7-Denis Diderot
Directeur responsable de la publication : M. ARTIGUE
Case 7018 - 2 Place Jussieu
75251 PARIS Cedex 05
Dépôt légal : 2004
ISBN : 2-86612-252-6