



**HAL**  
open science

## Le théorème de l'angle inscrit au collège. Analyse d'une séance d'introduction et perspectives pour la formation.

Eric Roditi

### ► To cite this version:

Eric Roditi. Le théorème de l'angle inscrit au collège. Analyse d'une séance d'introduction et perspectives pour la formation.. IREM de Paris. IREM de Paris, 45, 2004, Cahier de DIDIREM, René Cori, 2-86612-249-6. hal-02145574

HAL Id: hal-02145574

<https://hal.science/hal-02145574v1>

Submitted on 3 Jun 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - ShareAlike 4.0 International License

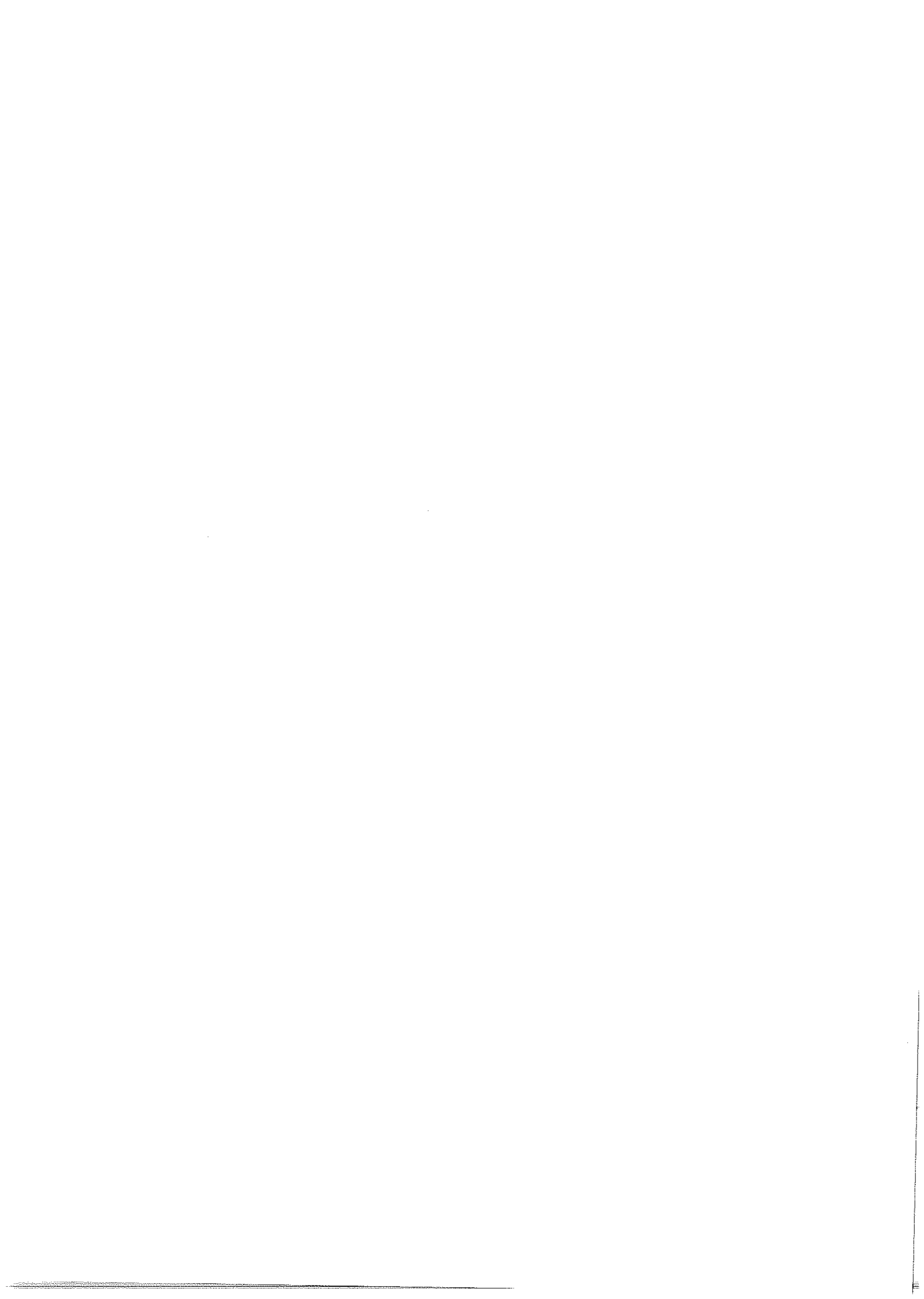
# **CAHIER DE DIDIREM**

**Le théorème de l'angle inscrit au collège**

**Analyse d'une séance d'introduction et perspectives pour la formation**

**Éric RODITI**

**DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES  
UNIVERSITÉ PARIS 7 - DENIS DIDEROT**



**LE THÉORÈME DE L'ANGLE INSCRIT AU COLLÈGE**

**ANALYSE D'UNE SÉANCE D'INTRODUCTION**

**ET**

**PERSPECTIVES POUR LA FORMATION**

**ÉRIC RODITI**



# SOMMAIRE

Introduction.....	3
<b>I Une analyse des pratiques en classe qui croise deux approches.....</b>	<b>4</b>
1. Une approche résolument didactique.....	5
2. Une approche de l'enseignant comme une personne en situation de travail .....	6
3. Problématique générale et éléments de méthodologie.....	7
<b>II Étude d'une séance : introduction au théorème de l'angle inscrit.....</b>	<b>9</b>
1. Analyse préalable de la séance : la notion enseignée et les séances possibles .....	9
2. Le professeur, son contexte professionnel et la préparation de sa séance .....	21
3. En classe, le déroulement du scénario .....	35
<b>III Un exemple de Formation à partir de l'analyse de vidéos .....</b>	<b>40</b>
1. Analyse de pratiques et formation, quelle articulation ? .....	40
2. Un exemple de scénario de formation continue de professeurs.....	42
Conclusion .....	49
Bibliographie .....	51
Annexe 1 .....	53
La conjecture du théorème, transcription de l'interaction verbale	
Annexe 2.....	54
Les exercices proposés par le professeur	



# LE THÉORÈME DE L'ANGLE INSCRIT AU COLLÈGE

## ANALYSE D'UNE SÉANCE D'INTRODUCTION

### ET

## PERSPECTIVES POUR LA FORMATION

De façon très générale, l'intérêt pour les pratiques enseignantes vient de l'idée que les apprentissages mathématiques des élèves dépendent beaucoup de l'enseignement qui a été dispensé en classe, cela dit sans minorer d'autres variables qui s'avèrent très importantes quant à l'apprentissage en situation scolaire, notamment celles qui sont liées aux élèves. Or plusieurs travaux ont montré qu'il existe, d'un enseignement à l'autre, des similarités et des différences qui peuvent tenir aux mathématiques présentées aux élèves mais aussi à leurs présentations elles-mêmes.<sup>1</sup> Il en résulte que la compréhension d'un enseignement, en terme d'apprentissage des élèves, repose sur des analyses qui ne peuvent faire l'économie du déroulement, en classe, avec les élèves. La diversité des pratiques enseignantes ne s'explique pas toujours par des choix différents des professeurs concernant l'apprentissage de leurs élèves, des travaux récents ont montré qu'elle tient aussi parfois à contraintes spécifiques ou à des raisons personnelles. La compréhension des pratiques enseignantes, de leur formation et de leur évolution apparaît alors comme un véritable enjeu pour la recherche, et aussi pour la formation des enseignants. Une telle compréhension repose sur un travail précis d'analyse des pratiques enseignantes des professeurs.

### **Introduction**

L'ambition première de cet article est d'exposer, d'une part des outils d'analyse des pratiques enseignantes en explicitant et en justifiant nos choix, et d'autre part un exemple de leur mise en œuvre sur une séance d'enseignement d'une heure en classe de Troisième. En outre, parce que nous faisons l'hypothèse que des formateurs pourraient tirer profit de certains de ces outils dans l'exercice usuel de leur métier, nous posons la question de leur intérêt en formation initiale et continue. Nous nous appuyons pour cela sur une ingénierie de formation

---

<sup>1</sup> Christophe Hache a montré qu'en classe de Seconde, les « univers mathématiques » proposés aux élèves varient d'un professeur à l'autre. Des travaux d'Aline Robert, Éric Roditi et Fabrice Vandebrouck ont révélé des utilisations différentes du tableau noir en classe. Monique Pariès, par une étude comparée des discours de plusieurs enseignants, a révélé que les fonctions des interactions verbales professeur-élèves ne sont pas équivalentes. Chedli Ben Salah et, plus récemment, Nathalie Sayac ont établi des relations entre certaines caractéristiques de l'enseignement proposé par plusieurs professeurs et leur formation mathématique et/ou professionnelle.



qui a été fondée sur l'analyse de la séance d'introduction au théorème de l'angle inscrit, et nous discutons cette ingénierie.

Le plan adopté dans ce texte permet de rapprocher la présentation des outils, leur justification et leur utilisation en stage de formation. La justification des outils est réduite à l'essentiel, des notes permettent au lecteur de trouver les compléments susceptibles de satisfaire son intérêt. La première partie de l'article explique brièvement quelles analyses de pratiques nous menons dans nos recherches car cette expression « analyse de pratiques » recouvre aujourd'hui une grande diversité. La deuxième partie, qui est la plus longue, expose les outils, les légitime, et illustre leur mise en œuvre pour analyser une séance d'enseignement en classe de troisième à partir, en autres documents, de son enregistrement vidéo. La dernière partie pose la question de l'intérêt de ces outils en formation en s'appuyant sur un exemple d'utilisation des analyses précédentes dans un stage de formation continue proposée par l'IREM de Paris 7 à des professeurs de mathématiques de l'académie de Créteil exerçant en collège ou en lycée.

## **I Une analyse des pratiques en classe qui croise deux approches**

*In fine*, par notre travail de recherche sur les pratiques des professeurs de mathématiques nous visons l'amélioration des apprentissages relatifs à cette discipline, en situation scolaire. Pour chaque élève, nous admettons que la dynamique de son apprentissage est influencée par l'enseignement qu'il reçoit en classe, et nous admettons que, sans prendre en compte d'autres variables que celles qui sont liées à l'enseignement reçu, les analyses permettent malgré tout d'interpréter cette dynamique de façon pertinente. Ce faisant, nous n'ignorons pas qu'elle dépend de variables qui échappent à la seule situation de classe, comme l'histoire sociale et personnelle de l'élève.<sup>2</sup> Nous n'ignorons pas non plus qu'elle s'accomplit dans d'autres lieux que le collège ou que le lycée et que, même en classe, cette dynamique n'est pas entièrement sous la responsabilité du professeur dont les pratiques forment pourtant l'objet essentiel de notre étude.

Devant la richesse et la complexité de la réalité de la situation d'enseignement, des choix sont nécessaires pour conduire un travail de nature scientifique, c'est-à-dire un travail qui précise ses objets, ses hypothèses et ses méthodes de production de résultats. Le choix majeur, effectué pour mener les recherches qui ont produit les outils que nous allons présenter, est de

---

<sup>2</sup> Des travaux comme ceux qui sont menés par l'équipe ESCOL en témoignent de façon convaincante, voir par exemple : Bernard Charlot, Elisabeth Bautier & Jean-Yves Rochex (1992), *École et savoir dans les banlieues... et ailleurs*.

travailler à partir d'observations de classes en retenant principalement trois observables : l'environnement professionnel du professeur, son activité en classe ainsi que celle de ses élèves. Par activité d'un sujet, nous comprenons davantage que sa seule action, nous entendons ce qu'il fait (ce qu'il dit, ce qu'il écrit, ce qu'il montre...) mais aussi ce qu'il ne fait pas, et encore ce qu'il pense avant de faire ou de ne pas faire, pendant et après.<sup>3</sup>

## 1. Une approche résolument didactique

Notre approche des pratiques enseignantes est orientée : elle vise essentiellement à la compréhension, et à l'amélioration éventuelle, de l'apprentissage mathématique des élèves. Cela explique pourquoi le savoir mathématique est une variable omniprésente dans nos analyses. Cela explique aussi pourquoi nous travaillons à partir d'observations de classes et non, par exemple, sur des récits de professeurs : les pratiques déclarées sont des reconstructions *a posteriori*, elles sont subjectives et ne sauraient suffire pour restituer les questions mathématiques qui ont été soulevées ou non, le traitement que ces questions ont éventuellement subi, et les réponses qui ont été finalement construites ou non, par le professeur ou bien par les élèves, complètement ou seulement en partie.

Notre approche est partielle : elle ne prend pas en compte de nombreux aspects de l'enseignement, du professeur ou des élèves. En travaillant sur quelques séances nous négligeons l'effet de la durée sur l'enseignement et l'apprentissage ; pourtant, de nombreux professeurs expliquent qu'ils tiennent compte de ce facteur et qu'ils reviennent plusieurs fois sur une même notion la même année scolaire. Nous négligeons des facteurs personnels liés au professeur comme le fait qu'il soit un homme ou une femme, qu'il ait reçu tel ou tel type de formation mathématique et professionnelle, qu'il ait, au sens psychanalytique, tel ou tel mode de relation aux mathématiques.<sup>4</sup> Nous ne distinguons pas dans nos analyses chaque élève de la classe et notre accès à l'apprentissage reste de ce fait très indirect. Même lorsque nous étudions une interaction entre le professeur et un élève particulier, nous ne prenons pas précisément en compte ses connaissances qui déterminent les outils mathématiques à sa disposition pour réaliser la tâche demandée. Nous ne prenons pas en compte les facteurs affectifs qui influencent ce que l'élève entend de ce que dit son professeur. Nous omettons

---

<sup>3</sup> Pour l'activité du professeur, nous nous référons à Jacques Leplat (1997), *Regards sur l'activité en situation de travail*, ainsi qu'aux travaux de Janine Rogalski sur l'enseignant (2003).

<sup>4</sup> Des travaux déjà anciens comme ceux de Jacques Nimier ou ceux plus récents de Claudine Blanchard-Laville montrent que ces dimensions ne sont pas sans effets sur la réalité des phénomènes d'enseignement et d'apprentissages, nous posons comme hypothèse que des analyses menées sans les prendre en compte peuvent rester pertinentes.

l'importance des échanges interindividuels qui se déroulent dans « *l'espace psychique de la classe* » et dont l'approche clinique d'inspiration psychanalytique développée par Claudine Blanchard-Laville (1999) a montré l'envergure. Nous négligeons les facteurs sociaux liés aux élèves qui conditionnent leur perception de la tâche proposée par le professeur.

## 2. Une approche de l'enseignant comme une personne en situation de travail

Les recherches en didactique ont déjà produit un corpus important de connaissances sur l'apprentissage des mathématiques, pourtant l'influence sur les pratiques ordinaires d'enseignement <sup>5</sup> reste faible. Les professeurs ne se saisissent généralement pas des scénarios d'enseignement dont la recherche a montré l'intérêt, même lorsque des publications en assurent une diffusion que des articles scientifiques ne peuvent permettre. <sup>6</sup> La centration sur l'élève, dans son rapport au savoir, explique sans doute largement ce peu d'influence : les professeurs ne s'y seraient pas retrouvés. Des travaux fondés sur des observations de classe ont également montré que la prise en compte du seul scénario d'enseignement ne pouvait suffire à rendre compte de la nature des activités mathématiques des élèves car le professeur en classe les influence de manière déterminante. <sup>7</sup> Depuis une dizaine d'années, des travaux se sont multipliés sur le « pôle enseignant » du système didactique pour mieux connaître les contraintes qui pèsent sur les choix des professeurs et, en particulier, pour mieux comprendre pourquoi certaines expériences d'enseignement pouvaient apparaître comme bénéfiques aux chercheurs et irréalisables pour beaucoup d'enseignants.

Les travaux entrepris dans cette direction ont conduit Aline Robert et Janine Rogalski, qui mènent respectivement des recherches en didactique des mathématiques et en psychologie ergonomique, à l'élaboration d'un cadre théorique qu'elles ont appelé « la double approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes ». Elles développent ainsi une entrée nouvelle sur l'activité d'enseignement, une entrée selon laquelle l'enseignant cherche à concilier des fins pédagogiques et des impératifs qui s'expriment par rapport à lui, et pas

---

<sup>5</sup> Dans ce texte les pratiques ordinaires d'enseignement s'opposent aux pratiques expérimentales liées à des recherches.

<sup>6</sup> Sur l'exemple de l'enseignement des nombres décimaux, les travaux de Jeanne Bolon (1996) puis d'Éric Roditi (2001) montrent que les professeurs prennent peu en compte les résultats issus de la recherche dans leur enseignement.

<sup>7</sup> Il y a dix ans environ, par une analyse du discours de l'enseignant, Élise Josse et Aline Robert montraient que le même projet d'enseignement des homothéties en classe de Seconde était animé de façon sensiblement différente en classe par deux professeurs. Récemment, Éric Roditi a montré dans sa thèse qu'à partir de projets assez semblables d'enseignement de la multiplication des décimaux et des énoncés d'exercices analogues tirés du même manuel scolaire, les professeurs de quatre classes de Sixième ont provoqué chez leurs élèves des activités très hétérogènes d'une classe à l'autre.

seulement par rapport à ses élèves. Cette entrée, que nous utilisons ici, permet de traiter de manière imbriquée les pratiques enseignantes « tournée vers les élèves » et leur apprentissage, et les pratiques enseignantes « tournée vers l'enseignant » lui-même, ces deux aspects pouvant être complémentaires mais aussi, parfois, concurrentiels.

### 3. Problématique générale et éléments de méthodologie

Dans ce dernier paragraphe nous explicitons la problématique générale que nous adoptons et nous indiquons quelques éléments méthodologiques.

#### 3.1. Problématique générale de nos analyses des pratiques enseignantes

Notre travail d'analyse vise une compréhension des pratiques enseignantes qui peut se résumer de la façon suivante. Le professeur en classe répond à une demande multiple (y compris son propre désir d'enseignement) pour laquelle il subit des contraintes et dispose de marges de manœuvre : il enseigne des notions et des méthodes mathématiques conformément à un programme officiel et à des exigences propres liées à des considérations épistémologiques et à des conceptions pédagogiques. Son enseignement est gouverné par des contraintes mais aussi par des usages et des habitudes dont certains sont personnels et d'autres sont liés à son établissement d'exercice ou au milieu professionnel dans lequel il est inséré. Dans ses préparations, ses évaluations, ses interactions avec la classe, il tient compte de ses élèves, de leurs connaissances, de leurs aptitudes, de leurs difficultés...

Dans notre travail de chercheur, nous analysons l'enseignement dispensé en classe, nous cherchons à comprendre d'une part quelle est cette demande multiple à laquelle le professeur répond par son activité et d'autre part comment cette activité que nous décrivons constitue une réponse à cette demande. Nous cherchons à identifier les contraintes d'enseignement et les marges de manœuvre, et à comprendre, à travers la régularité et la variabilité des pratiques, comment ces contraintes et ces marges de manœuvre sont investies.

En formation des enseignants, et nous nous en expliquerons dans la troisième partie, révéler les contraintes et les marges de manœuvre ouvre la voie vers d'autres possibles, pour optimiser l'enseignement dispensé ou pour introduire de réels changements.

#### 3.2. Éléments méthodologiques

Nous partons des pratiques enseignantes ordinaires pour penser le système dans lequel elles s'inscrivent, avec ses contraintes diverses. Il ne s'agit cependant pas d'une démarche purement pragmatique : nos analyses s'appuient sur la *double approche didactique et*

*ergonomique* fondée par deux références théoriques, celle de la didactique des mathématiques et celle de la psychologie ergonomique. Ainsi, comme nous l'avons déjà indiqué, les observables que nous retenons des situations d'enseignement correspondent à un éclairage particulier de la réalité de l'enseignement, une réalité située à la fois hors de la classe et dans la classe. Les situations d'enseignement sont analysées en tenant compte à la fois des activités du professeur et de celles des élèves de la classe. Indiquons sommairement ces observables même si tous ne sont pas relevés chaque fois car nous opérons des choix en fonction de la problématique de la recherche. Des détails seront présentés à travers l'exemple qui sera développé dans la deuxième partie.

Ce que nous retenons d'abord d'une séance est lié au savoir mathématique et nous utilisons des critères qui spécifient l'enseignement de ce savoir. Ils précisent la nature du travail demandé aux élèves et l'accompagnement de leur activité par le professeur : la progression proposée, le contenu mathématique abordé et les méthodes utilisées, les discours oraux ou écrits, mathématiques ou non, le partage des responsabilités scientifiques entre le professeur et les élèves et les modalités de travail des élèves. Pour disposer de toutes ces données, les séances d'enseignement sont enregistrées, de préférence au magnétoscope plutôt qu'au magnétophone, et retranscrites. Nous étudions aussi les documents donnés aux élèves ainsi que les sources et les notes éventuelles de la préparation des cours. Sauf impossibilité, des entretiens ont lieu avant et après les cours qui permettent de recueillir des informations sur une partie difficilement accessible et pourtant fondamentale de l'activité du professeur : ce qu'il n'a pas voulu faire, ce qu'il avait envisagé de faire mais qu'il n'a pas fait...

Nous tenons compte des contraintes institutionnelles qui fixent le programme (le contenu enseigné et sa progression sur l'ensemble de la scolarité), le volume horaire dont disposent les professeurs, l'organisation du système scolaire, le nombre d'élèves dans les classes avec éventuellement des différences suivant les implantations sociologiques des établissements d'exercices. Ces informations sont recueillies à la lecture des textes officiels et de données spécifiques à l'établissement d'exercice du professeur.

Nous repérons les contraintes sociales : elles sont liées d'une part aux habitudes de la profession et d'autre part aux attentes diverses des professionnels de l'institution (notamment l'inspection) et de l'établissement scolaire (l'administration, les collègues, etc), des parents et des élèves. Des contraintes liées à l'exercice même du métier sont prises en compte : le fait qu'il faille mener l'ensemble de la classe malgré son hétérogénéité, gérer les interactions avec les élèves, et aussi tenir compte du temps qui passe. Les éléments sont recueillis à la fois par

l'observation des séances d'enseignement et des entretiens avec le professeur, ils sont confrontés aux résultats obtenus par les recherches antérieures.

Nous prenons en compte le professeur en tant qu'individu en situation de travail. Sa formation, son expérience, son ancienneté dans l'établissement d'exercice, les conceptions qu'il a de la discipline qu'il enseigne, de son enseignement et de son apprentissage, son goût ou sa tolérance au risque, son besoin de confort, sa résistance aux situations conflictuelles, etc. sont autant d'éléments personnels qui influent sur la pratique du professeur. Nous ne disposons pas de toutes ces informations pour analyser quelques heures de cours mais nous avons parfois besoin de recourir à certaines d'entre elles pour comprendre un épisode particulier.

## **II Étude d'une séance : introduction au théorème de l'angle inscrit**

Comme nous l'avons déjà indiqué, nos travaux s'appuient sur le cadrage théorique que propose la *double approche ergonomique et didactique* des pratiques enseignantes. Les outils généraux d'analyse qui ont été présentés dans le paragraphe précédent vont être maintenant précisés et mis en œuvre pour étudier une séance d'introduction du théorème de l'angle inscrit<sup>8</sup> dans une classe de troisième. Par cette étude nous montrerons les conditions (au sens de contraintes) d'enseignement de cette séance et quelles en étaient les marges de manœuvre, et nous présenterons les choix effectués par le professeur tout en indiquant les alternatives envisageables.

L'étude croise une analyse préalable de la notion et de son enseignement dans le contexte institutionnel qui était celui du professeur, une analyse du projet élaboré par le professeur pour la classe dont il a la charge ainsi qu'une analyse du déroulement de la séance.

### **1. Analyse préalable de la séance : la notion enseignée et les séances possibles**

Dans l'analyse préalable de la séance, nous commençons par la notion enseignée. Nous indiquons ensuite les possibilités qui semblent offertes à l'enseignant pour mener la séance : le contenu mathématique qui peut être enseigné et les types de tâches mathématiques qui pourront être proposées aux élèves. Comme l'objectif est de comprendre les contraintes et les

---

<sup>8</sup> Nous employons l'expression « théorème de l'angle inscrit » pour désigner la relation entre la mesure en degré d'un angle géométrique inscrit dans un cercle – sans côté tangent au cercle – et celle de l'angle géométrique au centre qui intercepte le même arc. De même, comme c'est l'usage actuellement, nous omettons de préciser que l'angle géométrique est inscrit dans un cercle et nous utiliserons l'expression « angle inscrit » sans autre précision.

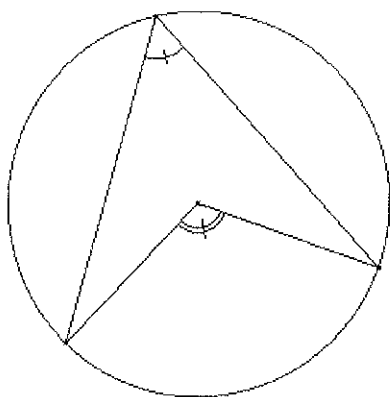
marges de manœuvre de cet enseignement, nous explicitons les instructions officielles qui, d'une certaine manière, fixe les trois contraintes majeures : les connaissances supposées acquises des élèves, les compétences à acquérir, et la durée de l'enseignement.

### 1.1. Le théorème de l'angle inscrit

Commençons donc par une présentation sommaire de la notion enseignée : le théorème de l'angle inscrit et sa conséquence sur l'égalité des mesures des angles qui interceptent le même arc. Tels qu'ils sont étudiés en France au collège depuis 1985, les deux propriétés sont exactement les propositions n°20 et n°21 que formule Euclide dans son Livre III consacré entièrement à l'étude du cercle.

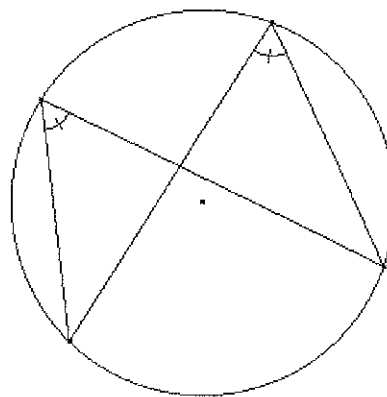
#### Proposition n°20

Dans un cercle, la mesure de l'angle au centre est égale au double de la mesure de tout angle inscrit qui intercepte le même arc.

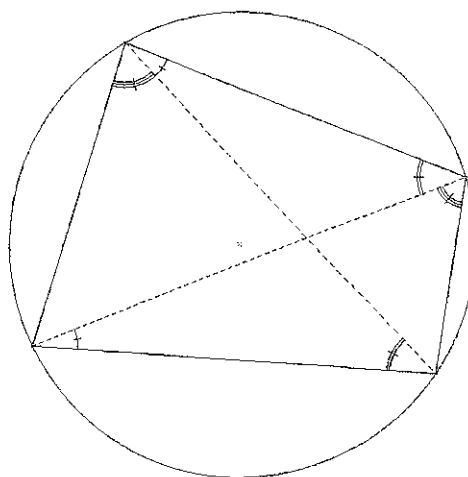


#### Proposition n°21

Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.



Ces deux propositions précèdent la propriété des quadrilatères inscrits dans un cercle. Comme le montre la figure ci-contre, la proposition n°21 permet d'établir que les huit angles géométriques que forment le quadrilatère et ses diagonales sont deux à deux de même mesure et que, par conséquent, les angles opposés de tout quadrilatère inscrit sont supplémentaires (proposition n°22). Ces propriétés constituent des outils pour établir des égalités portant sur des mesures d'angles.



### Proposition n°22

Ces propriétés admettent des réciproques. Soit un cercle et trois points A, B, C deux à deux distincts de ce cercle ; si un point P du demi-plan de frontière (AB) contenant C vérifie l'égalité  $\widehat{ACB} = \widehat{APB}$  alors les quatre points A, B, C et P sont cocycliques et P appartient au même arc d'extrémités A et B que le point C. Si les angles opposés d'un quadrilatère sont supplémentaires, alors les sommets de ce quadrilatère sont cocycliques.

Les questions relatives aux points cocycliques sont traitées par Euclide dans le livre IV, elles ne sont pas enseignées au collège à l'exception de la propriété caractéristique des triangles rectangles. Cette caractérisation figure elle-même dans le livre III sous la proposition n°31, c'est-à-dire, contrairement à ce qui est proposé dans l'enseignement français actuel, après le théorème de l'angle inscrit.

La proposition n°20 s'établit par addition d'angles géométriques, ce qui est contraignant. Ces angles, en effet, ne sont pas orientés et cela impose une attention particulière : lorsque les angles  $(Ox ; Oy)$  et  $(Oy ; Oz)$  sont saillants, l'égalité  $(Ox ; Oz) = (Ox ; Oy) + (Oy ; Oz)$  n'est pas assurée en toute généralité, il faut savoir si la demi-droite  $[Oz)$  est ou n'est pas incluse dans le secteur saillant du plan que délimitent  $[Ox)$  et  $[Oy)$ , il faut aussi savoir si l'angle  $(Ox ; Oz)$  est l'angle saillant ou l'angle rentrant. L'addition des angles géométrique impose donc une étude de cas préalable, les angles orientés font disparaître ce problème.

Voici une démonstration classique du théorème de l'angle inscrit. L'arc intercepté étant noté  $\widehat{AB}$ , l'angle au centre  $\widehat{AOB}$  et l'angle inscrit  $\widehat{AMB}$ , l'idée directrice est de tracer la demi-droite  $[MO)$  qui recoupe le cercle en un point P (figure n°1) pour utiliser la configuration du triangle inscrit dans un demi-cercle (figure n°2).



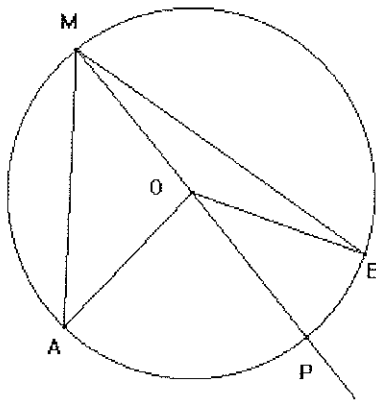


figure n°1

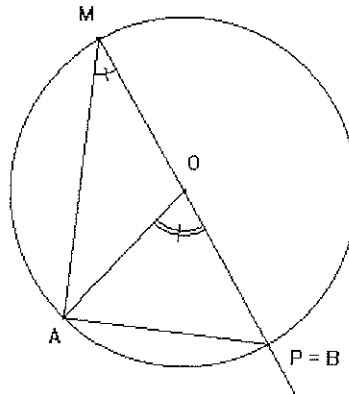


figure n°2

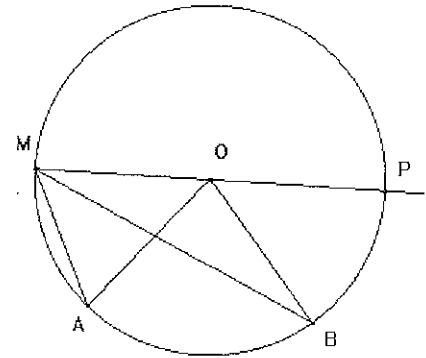


figure n°3

Si la demi-droite [MP) est un des côtés de l'angle  $\widehat{AMB}$  (par exemple le côté [AB) comme l'illustre la figure n°2), les points M, O et B sont alignés donc :

$$mes(\widehat{AOB}) = 180 - mes(\widehat{MOA}).$$

Le triangle OMA étant isocèle en O, on en déduit que :

$$180 - mes(\widehat{MOA}) = 2 \times mes(\widehat{AMO}).$$

Puisque  $\widehat{AMO} = \widehat{AMB}$ , par transitivité de l'égalité, on conclut que :

$$mes(\widehat{AOB}) = 2 \times mes(\widehat{AMB}).$$

Si la demi-droite [MP) n'est pas l'un des deux côtés de l'angle  $\widehat{AMB}$ , alors soit elle est incluse dans le secteur angulaire saillant  $\widehat{AMB}$  (figure n°1) soit elle ne l'est pas (figure n°3). Dans les deux cas, on applique l'égalité établie précédemment aux deux triangles MAP et MBP et on obtient les deux égalités :

$$mes(\widehat{AOP}) = 2 \times mes(\widehat{AMP}) \text{ et } mes(\widehat{BOP}) = 2 \times mes(\widehat{BMP}).$$

Alors, après addition (cas de la figure n°1) ou soustraction (cas de la figure n°3) et factorisation, on peut conclure que :

$$mes(\widehat{AOB}) = 2 \times mes(\widehat{AMB}).$$

## 1.2. Les contenus mathématiques de la séance, analyse a priori

Nous appelons « champ mathématique »<sup>9</sup> d'une séance (d'une séquence) l'ensemble des contenus mathématiques relatifs à la séance (la séquence). En référence à la théorie des champs conceptuels (Gérard Vergnaud 1990) ces contenus sont les notions, les situations, les représentations symboliques et leurs transformations éventuelles, les propriétés et les théorèmes. Deux études du champ mathématique d'une séance sont envisagées : celle que nous proposons ici et qui décrit précisément, *a priori*, les contenus relatifs à une séance d'introduction au théorème de l'angle inscrit ; celle que nous proposerons ensuite et qui décrit les contenus effectivement proposés durant la séance filmée.

Après avoir cité les instructions officielles qui précisent ce qui doit être enseigné et, au moins implicitement, sur quels acquis repose l'enseignement, nous indiquons les contenus relatifs à la séance en distinguant ceux qui sont à acquérir au niveau d'enseignement de la séance étudiée (ici la classe de troisième) et ceux qui ont été étudiés durant les années antérieures.

### a) Les instructions officielles

À propos du théorème de l'angle inscrit, le programme de la classe de troisième<sup>10</sup> indique une seule compétence exigible :

*Comparer un angle inscrit et l'angle au centre qui intercepte le même arc.*

Un commentaire précise :

*On généralise le résultat relatif à l'angle droit (4e). Cette comparaison permet celle de deux angles inscrits interceptant le même arc mais la recherche de l'ensemble des points du plan d'où l'on voit un segment sous un angle donné est hors programme.*

Ce contenu est présenté au sein d'un thème triple regroupant les angles, les rotations et les polygones réguliers.

### b) Les connaissances anciennes

Des notions supposées acquises durant les trois années précédentes du collège peuvent intervenir au début de l'enseignement du théorème de l'angle inscrit, elles sont relatives au cercle et aux angles et à leur mesure. Comme dans toute l'étude des angles au collège, les

---

<sup>9</sup> Les outils d'analyses sont présentés et mis en fonctionnement. Ils ont été élaborés lors de recherches précédentes et particulièrement dans notre travail sur l'enseignement de la multiplication des décimaux, voir Roditi (2001). Leur justification reste ici assez globale, une argumentation des choix plus détaillée figure dans les travaux de recherche à l'origine de ces outils, ils sont cités en bibliographie.

questions relatives à la définition des angles et à leur mesure sont laissées dans l'ombre : l'approche de ces notions reste intuitive. L'étude du théorème de l'angle inscrit soulève une question d'existence et d'unicité qui, elle aussi, reste cachée : pour tout angle inscrit, il existe un unique angle au centre qui intercepte le même arc. En dehors du domaine géométrique, interviennent la notion de rapport de deux mesures (notamment le rapport double - moitié) ainsi que la transitivité de l'égalité pour établir le théorème de l'angle inscrit et l'égalité des mesures de deux angles inscrits qui interceptent le même arc comme un corollaire de ce théorème. Précisons davantage les notions qui pourront être mobilisées durant la séance.

- Le cercle : il s'agit de reconnaître et éventuellement de nommer des objets relatifs au cercle : son centre, son rayon et ses rayons ; l'arc de cercle en distinguant le petit, le grand et le demi-cercle ; le cercle circonscrit à un triangle donné ou les triangles inscrits dans un cercle donné avec le cas particulier du triangle rectangle. Remarquons que la distinction entre petit arc et grand arc est ici fondamentale, elle est souvent montrée en classe de sixième à l'occasion d'une « leçon de choses sur le cercle » mais très brièvement et cette distinction n'est plus mobilisée jusqu'en classe de troisième.

- Les angles : il s'agit de reconnaître et de savoir désigner les angles de plusieurs configurations et d'utiliser quelques propriétés de la mesure des angles en degré. La confusion est entretenue entre un angle et sa mesure, y compris dans les notations. Hormis celles qui sont relatives à la trigonométrie, les configurations et les propriétés vues durant les années antérieures sont : les angles rentrants ou saillants ; les angles adjacents, supplémentaires, complémentaires, opposés par le sommet ; les angles formés par deux parallèles et une sécante ; les angles du triangle et des quadrilatères particuliers ; la somme de mesures deux angles adjacents, la somme des mesures des angles d'un triangle. La remarque formulée sur la distinction entre petit arc et grand arc se renouvelle exactement dans les mêmes termes à propos de la distinction entre les angles rentrants et les angles saillants.

- Les rapports : bien que la notion de rapport intervienne assez peu dans cette étude, par comparaison à celle du théorème de Thalès ou de la trigonométrie du triangle rectangle qui figurent à ce niveau, c'est la richesse des façons d'exprimer les rapports de double et de moitié qui peut poser une véritable difficulté d'ordre sémiotique quant à l'équivalence des représentations suivantes :

---

<sup>10</sup> Bulletin officiel, Hors-Série n°10 du 15 octobre 1998.

A est égal à la moitié de B ;  $A = B \div 2$  ;  $A = B/2$  ;  $A = \frac{B}{2}$  ;  $A = \frac{1}{2}B$  ;

B est égal au double de A ;  $B = 2 \times A$  et  $B = 2A$ .

c) Les savoirs à acquérir, quelques difficultés connues

Les élèves doivent apprendre les notions nouvelles d'angle au centre et d'angle inscrit ainsi qu'à repérer l'angle au centre interceptant le même arc qu'un angle inscrit donné.

Ces notions posent un problème d'existence et l'unicité : pour tout angle inscrit donné, il existe un unique angle au centre qui intercepte le même arc alors qu'il existe une infinité d'angles inscrits qui interceptent ce même arc. Les problèmes de quantification sont difficiles à ce niveau d'enseignement, et ce d'autant plus qu'ils ne figurent pas au programme. On les retrouve dans l'expression de définitions mathématiques comme celle tirée d'un manuel<sup>11</sup> où réside une certaine confusion entre « un » et « le » :

*L'angle  $\widehat{AOB}$  est **un** angle au centre qui intercepte l'arc de cercle  $\widehat{AB}$ .*

La confusion vient de l'agrégation de deux informations, d'une part l'angle en question est *un* angle au centre, et d'autre part c'est *l'*angle au centre qui intercepte l'arc donné. Elle est entretenue par la phrase qui lui succède :

*L'angle  $\widehat{AMB}$  est **un** angle inscrit qui intercepte l'arc de cercle  $\widehat{AB}$ .*

Il y a encore deux informations, l'angle en question est *un* angle inscrit et c'est *un de ceux* qui interceptent l'arc donné. Les deux phrases étant construites sur le même modèle, la question d'unicité qui distingue l'angle au centre et l'angle inscrit risque fort de passer inaperçue et/ou de prêter à confusion. Le travail de l'enseignant face à ces questions nous semble devoir ne pas être négligé, qu'il choisisse de les aborder ou de les laisser dans l'ombre.

Une difficulté de reconnaissance de la configuration est connue : lorsque l'angle inscrit est obtus, l'arc intercepté est un grand arc, l'angle au centre associé est rentrant ; des élèves considèrent pourtant l'angle au centre saillant qui intercepte le petit arc. Une familiarisation avec les figures composées de triangles inscrits dans un cercle est donc nécessaire pour identifier les angles.

La relation entre la mesure d'un angle inscrit et celle de l'angle au centre qui intercepte le même arc ainsi que sa conséquence sur les mesures d'angles inscrits interceptant le même arc

constituent des objets de savoir nouveaux. À ces objets correspondent toutes les situations géométriques où ils interviennent comme outils pour : déterminer la mesure d'un angle inscrit connaissant celle de l'angle au centre ou d'un autre angle inscrit interceptant le même arc, calculer la mesure d'un angle au centre connaissant celle d'un angle inscrit interceptant le même arc, démontrer que deux angles ont la même mesure parce qu'ils sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc. Ces objectifs peuvent être intermédiaires, le calcul d'angle permet par exemple de prouver qu'un triangle est rectangle et l'égalité de deux angles permet de démontrer par exemple qu'une demi-droite est une bissectrice.

### **1.3. Durée d'enseignement et stratégies possibles**

Parce que nous pensons que l'apprentissage dépend non seulement des contenus mathématiques qui ont été enseignés mais aussi de l'organisation de cet enseignement, nous repérons ce que nous appelons la « stratégie d'enseignement » d'une séance (d'une séquence). Cette stratégie est élaborée par le professeur pour organiser son enseignement dans une durée et selon un itinéraire qui est déterminé principalement par des motifs cognitifs et/ou mathématiques. Ces motifs ne sont pas nécessairement partagés par tous les professeurs, un enseignant exprime certains choix dans sa stratégie, il en exprime aussi dans ses interactions avec ses élèves, c'est-à-dire dans la dimension médiative de ses pratiques. La stratégie d'enseignement est contrainte par les programmes mais aussi inspirée par une ligne directrice, spécifique ou non du contenu à enseigner : enseigner la technique et proposer de nombreuses applications, exposer le savoir et des modèles de son utilisation dans différentes situations, partir des erreurs classiques sur le sujet à traiter, introduire par une situation problème le savoir nouveau, travailler différentes représentations mentales d'un concept mathématique, etc. en sont des exemples prototypiques.

Déterminons, en respectant le programme, la durée d'une séquence complète sur l'angle inscrit. Le thème dans lequel cette séquence est inscrite comporte trois parties dont les titres sont les suivants : Image de figures par une rotation, Polygones réguliers et Angle inscrit. Les thèmes équivalents à traiter en classe de troisième sont au nombre de treize. Pour traiter l'ensemble du programme, les professeurs disposent d'environ 34 semaines d'enseignement (il faut tenir compte de la préparation et de la passation des épreuves du Brevet des Collèges) et l'horaire de la classe de troisième est fixé à 4h hebdomadaires. En conclusion, la durée de la séquence complète peut être estimée à trois ou quatre heures.

---

<sup>11</sup> Math 3e, collection Cinq sur cinq, Hachette Éducation, 1999, [p. 246].

Si l'on ne tient pas compte des phases de cours et d'exercices, les stratégies d'enseignement du théorème de l'angle inscrit, envisageables *a priori* en respectant la contrainte des programmes, sont des combinaisons des étapes suivantes, une ou plusieurs d'entre elles pouvant être omise. Cette analyse est confirmée par la lecture des propositions d'enseignements disponibles dans des revues adressées aux enseignants et/ou aux formateurs (Bulletin de l'APMEP, Petit  $x$ , Repère IREM) dans les manuels et les nombreux sites Internet qui proposent des outils pour les professeurs de mathématiques.

Comme nous l'avons vu, une démonstration du théorème de l'angle inscrit accessible à des élèves de troisième, est contrainte mathématiquement par le travail avec les angles géométriques : une dissociation de cas est indispensable. La démonstration proposée dans tous les manuels qui en proposent une complète, est analogue à celle que nous avons présentée. Certains auteurs, jugeant peut-être cette démonstration hors de portée de trop nombreux élèves de ce niveau, ne la proposent pas, ni en cours ni en exercice, et se limitent à une constatation.

Les étapes possibles qui ont été repérées sont numérotées de E1 à E6 :

- E1. Découverte du caractère outil du théorème dans une situation problématique comme celle des angles de tir ;
- E2. Conjecture du théorème, sur un ou plusieurs cas particuliers (fixés par le professeur ou non), grâce à des mesures ou en utilisant un logiciel de géométrie dynamique (des fichiers prêts à l'emploi sont téléchargeables) ;
- E2'. Conjecture de l'égalité des mesures des angles inscrits interceptant le même arc (avec les mêmes modalités possibles) ;
- E3. Preuve du théorème, éventuellement déjà conjecturé, sur un ou plusieurs cas particulier, notamment celui où l'angle inscrit est droit ;
- E4. Preuve générale du théorème, éventuellement déjà conjecturé, avec mise en évidence de la nécessité de distinguer plusieurs cas (sinon l'étape sera notée E4') ;
- E5. Relation avec le triangle inscrit dans un demi-cercle ;
- E6. Dédution, à partir du théorème de l'angle inscrit, de son corollaire sur l'égalité des mesures des angles inscrits interceptant le même arc.

Une étude plus fine des huit manuels scolaires les plus courants conduit à plusieurs constats sur les stratégies proposées. Deux équipes d'auteurs (signalées par une puce ● dans le tableau

suivant) ne respectent pas le découpage thématique des instructions officielles, l'étude du théorème est insérée dans une étude plus générale sur les angles qui comprend la trigonométrie. Deux manuels (signalés par un triangle ▲) proposent une utilisation du théorème avant la page de cours : un problème conduisant à montrer l'alignement de trois points par des calculs d'angles, une application au calcul d'angles dans des polygones réguliers. Les stratégies reposent sur deux étapes au minimum et six au maximum (signalées par un losange plein ♦ dans le tableau suivant), l'ordre proposé correspond à celui de la liste. Dans quelques manuels, certaines étapes (signalées par un losange vide ◇ dans le tableau suivant) ne font pas partie de la stratégie d'enseignement ou ne sont proposées que très partiellement mais les résultats qu'elles permettent d'obtenir sont tout de même signalés dans le cours ; c'est souvent le cas de la conséquence du théorème sur les mesures des angles inscrits interceptant le même arc, c'est aussi le cas pour la démonstration du théorème ou pour la configuration du triangle inscrit dans un demi-cercle qui est enseignée en classe de quatrième et qu'on retrouve grâce au théorème de l'angle inscrit.

Remarquons enfin que, dans les figures étudiées pour construire le nouveau savoir, les arcs interceptés sont toujours petits et donc que les angles au centre sont toujours saillants ce qui n'est pas le cas dans les exercices qui suivent.

Étapes	Stratégies							
	E1	E2	E2'	E3	E4	E4'	E5	E6
Descriptif des étapes	Problème introductif	Conjecture Th.	Cor.	Preuve cas particulier	Preuve générale		Le triangle rectangle	Déduction du corollaire
Belin, Décimale						♦		♦
Bordas, Math (●)				♦		♦		
Bréal, Trapèze		♦				◇	♦	♦
Didier, Dimathème		♦				♦	◇	◇
Hachette, Cinq sur cinq		♦		♦		◇		
Hatier, Pythagore	◇	♦	♦			♦	◇	♦
Hatier, Triangle (●▲)		♦	♦					◇
Nathan, Transmath (▲)				♦		♦		◇

Tableau 1 : Les stratégies d'enseignement dans les manuels scolaires

L'examen du tableau par colonne montre que pratiquement tous les auteurs abordent trois étapes : la conjecture du théorème, sa démonstration et la conséquence sur les mesures des angles inscrits qui interceptent le même arc. En revanche, la découverte de son utilité dans une situation problématique n'est proposée que par un manuel dont les auteurs laissent très peu d'initiative aux élèves. Il s'agit de montrer (par des mesures) qu'au football, l'angle de tir ne change pas si le joueur se déplace sur un cercle passant par les deux poteaux du but. Les fiches d'activités proposées sur Internet associées à des fichiers directement utilisables avec un logiciel de géométrie dynamique proposent la même situation mais laissent aux élèves davantage d'initiative *a priori*, nous précisons *a priori* car, comme toujours, c'est seulement l'observation en classe de la gestion du professeur qui permet de savoir quelles sont les marges de manœuvre réelles des élèves.

Nous pouvons donc conclure qu'à une exception près, toutes les stratégies proposées par les manuels scolaires consistent à conjecturer le nouveau savoir par l'observation, à le justifier et (nous n'en apportons pas la preuve ici) à l'utiliser dans des exercices de difficulté et de complexité variées. Nous utiliserons ces résultats pour analyser la stratégie mise en œuvre par le professeur que nous avons observé et qui n'a pas proposé de travail dans un environnement informatique.

#### **1.4. Les tâches qui peuvent être proposées aux élèves**

Nous supposons que les questions et les problèmes qui ont été posés et/ou résolus à propos d'une notion influencent l'apprentissage de cette notion. Comme nous l'avons déjà dit, nous supposons, plus généralement, que l'apprentissage d'un élève dépend de son activité c'est-à-dire non seulement son action (ce qu'il fait) mais aussi ce qu'il dit, ce qu'il voit, ce qu'il entend et tout ce qu'il pense lorsqu'il fait, dit, voit et entend. L'activité que nous étudions est seulement celle qui se rapporte à un contenu mathématique et qui s'effectue en classe, individuellement ou collectivement, avec éventuellement des aides et plus généralement des médiations du professeur. Cette activité découle d'une tâche proposée par le professeur qui indique à l'élève ce qu'il doit faire et éventuellement comment il doit le faire. Nous appelons *tâche* tout ce qui est demandé aux élèves par leur professeur. Une tâche est généralement définie par le but à atteindre. Dans le type d'analyse que nous menons, les seules tâches étudiées sont celles dont le but est directement lié à l'apprentissage de mathématiques : résoudre un problème, entièrement ou non, individuellement ou non ; écouter ou recopier un fragment du cours ou la solution d'un exercice ; formuler un résultat, une définition ou une propriété...



Comme la séance que nous analysons ici est une séance d'introduction, il n'y a pas d'intérêt à effectuer un travail d'analyse préalable des exercices à proposer aux élèves, cela trouverait en revanche tout son sens s'il s'agissait d'étudier une séquence complète. Nous signalons cependant dès à présent les outils qui permettraient une telle étude pour montrer leur lien avec l'étude du champ mathématique et de la stratégie d'enseignement ; ils seront mis en œuvre dans l'étude du scénario construit par le professeur pour introduire le théorème de l'angle inscrit.

#### a) Les énoncés de problèmes

Les recherches en didactique ont produit des outils d'analyse des énoncés d'exercices et de problèmes pour les contenus mathématiques qui sont abordés ainsi que pour les activités qu'ils sont susceptibles de provoquer et les apprentissages qui en découlent.<sup>12</sup> Ces recherches nous conduisent à analyser un énoncé en nous attachant principalement :

- à la forme de l'énoncé : comment les données sont indiquées, comment les questions sont posées (problème ouvert, questions ouvertes/fermées, etc) ;
- aux méthodes, techniques et propriétés mathématiques à utiliser pour résoudre le problème : appliquer seulement ce qui vient d'être enseigné ou utiliser aussi des acquis, effectuer ou non des changements de cadre, de registre, de point de vue, de variable...
- aux adaptations à effectuer : reconnaître une configuration dans une figure complexe, décomposer une figure pour appliquer une propriété, ajouter une variable, mettre en relation deux théorèmes (comme ici le fait qu'un angle inscrit dont l'angle au centre associé est plat soit un angle droit et le fait qu'un triangle inscrit dans un demi-cercle soit rectangle)...

Des indications complémentaires sur la tâche proposée enrichissent l'analyse en permettant d'évaluer plus précisément quelle peut être l'activité d'un élève ou d'un groupe d'élèves qui s'engagerait dans la résolution :

- l'autonomie de l'élève dans la résolution du problème : indication de l'objectif du problème, choix d'une stratégie de résolution, découpage du problème, nature des aides... ;
- l'initiative laissée aux élèves : la formule, le théorème, le changement de variable ou le point à introduire est indiqué précisément, seulement suggéré ou passé sous silence.

---

<sup>12</sup> Nous utilisons principalement les outils qui permettent d'analyser l'activité de l'élève et pas seulement les contenus mathématiques présents dans les énoncés, ces outils sont développés dans différents travaux d'Aline Robert (1998, 2003, 2004)

## b) Le cours

Nous analysons aussi le texte du cours de mathématiques et sa production en classe. Comme y invitent les instructions officielles, les textes des cours sont très succincts au collège, tant celui des professeurs que celui des auteurs des manuels scolaires. Nous repérons donc essentiellement la structuration du cours par des titres et des sous-titres, les formes langagières utilisées dans les définitions ou les propriétés, l'illustration par des exemples ou des contre-exemples. Pour la production du texte du cours nous distinguons la formulation des savoirs construits en classe par les élèves à partir de questions posées en classe de la présentation de savoirs mathématiques n'ayant pas fait l'objet d'un questionnement préalable en classe.

Cet aspect de l'analyse préalable n'est pas développé davantage car la séance qui sera analysée ne s'y prête pas.

### **2. Le professeur, son contexte professionnel et la préparation de sa séance**

L'analyse préalable conduit à prendre connaissance des possibilités qui s'offrent à un professeur pour construire ses séances d'enseignement et d'en peser les enjeux mathématique et didactique. Comme nous l'avons vu, le professeur générique est soumis aux contraintes du programme (le contenu mathématique à traiter, la progression des apprentissages et la durée de l'enseignement) mais, rappelons-le, ces contraintes ne sont pas les seules dont nous tenons compte même si elles constituent, avec les connaissances réelles des élèves de la classe, des éléments importants d'explication des choix effectués par l'enseignant. D'autres contraintes viennent en effet de l'exercice même du métier, à la fois parce qu'il y a une classe à gérer et parce qu'il y a un environnement social (des collègues, une administration, une inspection...) qui conduisent à certaines pratiques. L'analyse d'un enseignement peut aussi nécessiter de prendre en compte des caractères personnels de l'enseignant : sa formation, son expérience, son établissement et son ancienneté dans ce poste, ses représentations de l'enseignement et de l'apprentissage, sa tolérance au bruit, au risque etc.

Après avoir brièvement présenté le professeur observé et son environnement professionnel, nous analyserons son projet pour la séance en identifiant ses choix et en proposant des hypothèses pour les justifier.

## 2.1. Brève présentation du professeur dont nous étudions les pratiques

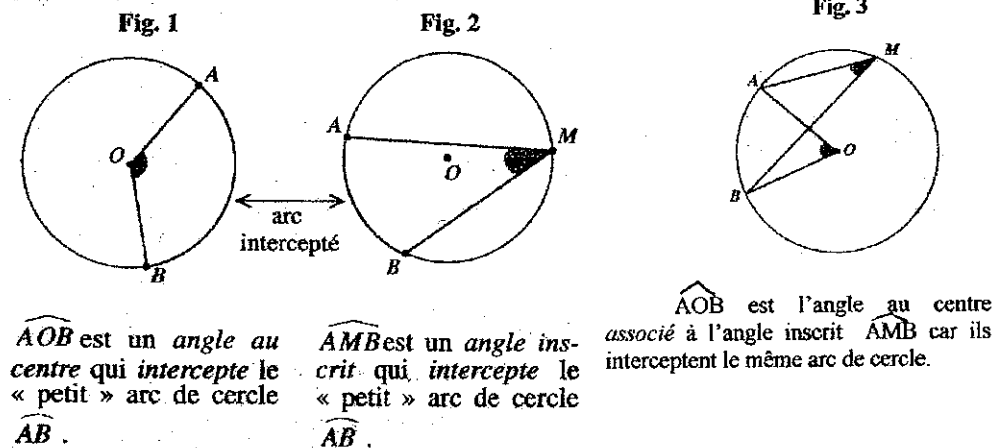
Le professeur est un enseignant débutant, nouvellement nommé dans un collège d'un Réseau d'Éducation Prioritaire<sup>13</sup> de la Seine-Saint-Denis (93) en charge d'une classe de troisième de réputation assez difficile à gérer et dont l'effectif est faible. Le professeur a été formé à l'IUFM de Créteil, donc celui de l'académie dans laquelle il exerce. Il est dynamique, enthousiaste et volontaire. Il a accepté sans difficulté que nous venions dans sa classe pour la filmer, analyser ses pratiques et utiliser la vidéo en stage de formation. La séance a été filmée vers la fin du deuxième trimestre, le professeur et les élèves se connaissaient donc déjà bien.

## 2.2. Présentation de la fiche d'activité distribuée aux élèves

La séance d'introduction du théorème de l'angle inscrit correspond à ce que les professeurs de mathématiques du second degré appellent couramment une « activité préparatoire », c'est la dénomination qu'utilisent aussi les auteurs des manuels. La séance comporte une partie où sont données la définition d'un angle inscrit et celle d'un angle au centre. Suivent un premier épisode dont l'objectif est de conjecturer le théorème, et un second épisode comportant deux objectifs : appliquer le théorème et conjecturer l'égalité des mesures de deux angles inscrits qui interceptent le même arc. Nous allons analyser la préparation du professeur à partir de la feuille distribuée aux élèves et utilisée en classe durant toute la séance, nous l'appellerons simplement la « fiche d'activité ».

### Activité : Théorème de l'angle inscrit.

#### Définitions :

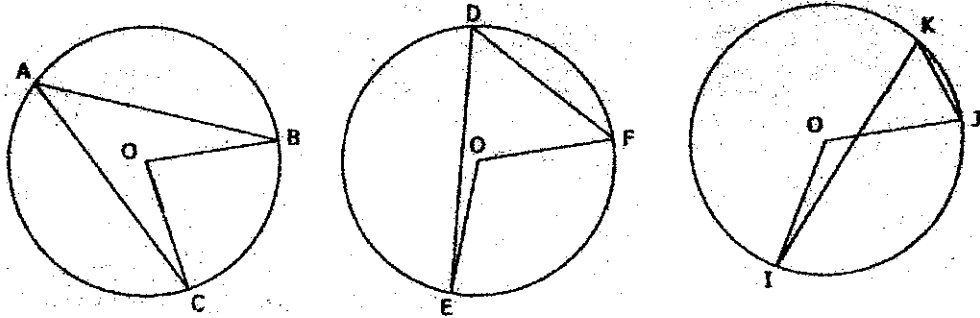


<sup>13</sup> Réseau d'Éducation Prioritaire (REP) : réseau comprenant des établissements scolaires (du premier et du second degré) où des moyens supplémentaires sont accordés pour prendre en compte les difficultés sociologiques et scolaires des enfants accueillis et pour favoriser les relations entre les équipes pédagogiques.

**1<sup>er</sup> épisode**

Pour chaque cercle proposé :

- a) Nommer l'arc intercepté.
- b) Mesurer l'angle inscrit.
- c) Mesurer l'angle au centre associé.
- d) Placer un point M et mesurer l'angle inscrit de sommet M qui intercepte le même arc que l'angle au centre. Que remarque-t-on ?



a. $\widehat{BC}$	a.	a.
b. $\widehat{BAC} =$	b.	b.
c. $\widehat{BOC} =$	c.	c.
d. $\widehat{BMC} =$	d.	d.

Conjecture :

.....

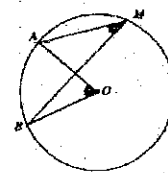
.....

.....

Ici se termine la première page, si bien que l'énoncé du théorème qui suit figure au verso.

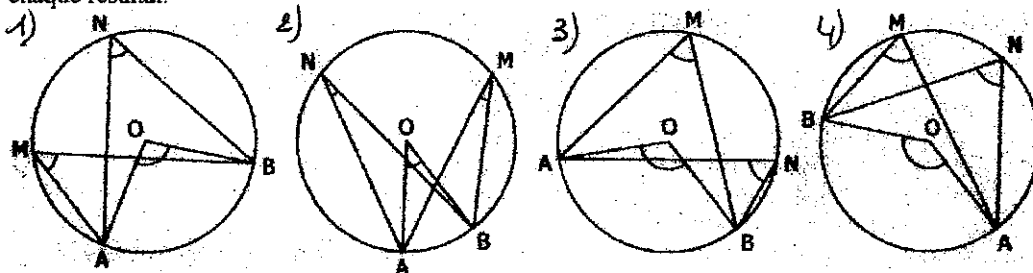
**Théorème de l'angle inscrit :**

Dans un cercle, un angle inscrit est égal à la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc.



**2<sup>e</sup> épisode**

Sans effectuer la moindre mesure, retrouver les mesures de tous les angles. Justifie brièvement chaque résultat.



$\widehat{AMB} = \dots\dots$	$\widehat{AMB} = 20^\circ$	$\widehat{AMB} = \dots\dots$	$\widehat{AMB} = \dots\dots$
$\widehat{ANB} = \dots\dots$	$\widehat{ANB} = \dots\dots$	$\widehat{ANB} = \dots\dots$	$\widehat{ANB} = 70^\circ$
$\widehat{AOB} = 100^\circ$	$\widehat{AOB} = \dots\dots$	$\widehat{AOB} = 120^\circ$	$\widehat{AOB} = \dots\dots$

1) : .....

.....

.....

D'autres lignes en pointillés sont laissées pour justifier les résultats obtenus sur les trois autres figures, la seconde page se termine par l'énoncé de la conséquence du théorème.

On en déduit la propriété suivante :

**Angles inscrits interceptant le même arc :**  
 Deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont de même mesure.

### 2.3. Analyse de la préparation de la séance

L'analyse de la préparation de la séance consiste à confronter aux analyses préalables les choix du professeur concernant le champ mathématique de la séance, la stratégie d'enseignement et les tâches à proposer aux élèves. En utilisant éventuellement des informations complémentaires sur l'enseignant et son environnement professionnel, nous tentons de comprendre les choix effectués et de prévoir les difficultés que le professeur risque de rencontrer dans l'animation du scénario prévu. Cette analyse nous sera utile, dans un paragraphe ultérieur, d'une part pour comprendre le déroulement de la séance en fonction de son scénario et, d'autre part, le cas échéant, pour proposer des alternatives locales ou globales, envisageables par le professeur et qui laissent supposer une optimisation de l'enseignement : du travail de professeur et/ou de l'apprentissage des élèves.

#### a) Le champ mathématique de la séance

L'examen de la fiche d'activité montre les connaissances mathématiques nécessaires durant cette séance. Les élèves devront savoir reconnaître un cercle, son centre, un arc de cercle et leurs désignations respectives, il faut aussi qu'ils puissent reconnaître un angle, sa désignation par trois points et qu'ils soient capables de le mesurer, enfin ils devront connaître les rapports double et moitié et pouvoir les associer aux différentes notations qui les représentent. Bien que le professeur ait rédigé le théorème en français courant (*un angle inscrit est égal à la moitié de l'angle au centre*), les calculs à rédiger peuvent nécessiter l'utilisation successive de différentes écritures des rapports double et moitié ; comme nous l'avons remarqué durant l'analyse préalable, ces changements d'écriture peuvent poser des difficultés à certains élèves. Les situations proposées ne portent sur aucun grand arc, aucun angle rentrant ; les

configurations les plus simples à identifier sont donc les seules proposées. Aucune démonstration des conjectures n'est demandée dans la fiche, si le professeur ne les demande pas en classe, les configurations sur les angles (angles supplémentaires, angles adjacents, angles du triangle isocèle) et les méthodes de calculs d'angles (relation de Chasles, somme des angles d'un triangle) ne sont d'aucune utilité. En ce qui concerne le texte du savoir à acquérir, les définitions d'angle inscrit et d'angle au centre ne sont pas rédigées, elles sont données sous la forme d'une illustration accompagnée d'une phrase de légende. Les illustrations ne portent que sur des petits arcs, l'angle au centre étant toujours saillant. Les phrases de légendes sont ambiguës car, comme nous l'avons souligné dans l'analyse préalable, l'unicité de l'angle au centre associé à un angle inscrit dans un cercle reste implicite.

Comment interpréter les choix du professeur pour délimiter le champ mathématique de sa séance ? Bien sûr, au regard de ce qui était possible, on devra commencer par deux remarques : d'une part les contenus traités figurent bien au programme de la classe de troisième et d'autre part, si le professeur se limite à ce qui est explicitement demandé dans la fiche, l'ensemble des contenus abordés semblent réduits au minimum. Avant d'aller plus loin dans l'analyse, indiquons trois hypothèses que nous énonçons sous forme de « principes » que les professeurs respecteraient pour préparer leurs cours, ces « principes » sont des résultats obtenus lors de recherches précédentes (Roditi, 2001).

- Le « principe de conformité au programme officiel » impose une contrainte tant pour le contenu enseigné que pour le rythme à observer. Cette conformité assure aux enseignants une légitimité professionnelle face à leurs élèves et leurs parents, à leurs collègues, et à leur administration.

- Le « principe d'efficacité pédagogique » traduit le fait que les professeurs n'abordent pas les contenus mathématiques avec lesquels les élèves éprouvent des difficultés et qui ne sont pas indispensables à la séquence. Nous avons constaté, et nous interprétons ce constat comme une conséquence du principe d'efficacité pédagogique, que les professeurs ne proposent généralement pas de structurer les différents savoirs mathématiques : ils focalisent leur enseignement sur le nouveau : ce que les élèves doivent apprendre en plus. Par d'autres recherches, Aline Robert (2002, 2003) a montré que les professeurs font très souvent travailler les notions et les propriétés mathématiques de façon isolée, les énoncés qui demandent de travailler plusieurs notions mathématiques ensemble sont plus rarement proposés en classe.

- Le principe de « clôture du champ mathématique » découle du précédent. Les liens qui structurent les savoirs mathématiques font que certains contenus ne peuvent être introduits dans une séquence indépendamment les uns des autres. Ainsi, en déterminant ceux qui seront abordés dans une séance (séquence) les professeurs prennent en compte ces liens de telle manière que des objets mathématiques reliés seront soit exclus ensemble, soit traités ensemble. Prenons l'exemple, dans l'enseignement du théorème de l'angle inscrit, des angles rentrants et des grands arcs de cercle : les professeurs qui prévoient de montrer que deux rayons distincts [OA] et [OB] forment deux angles dont un est saillant et l'autre rentrant, seront inévitablement conduit à distinguer aussi les petits arcs des grands. De la même façon, un professeur qui, introduisant la notion d'arc intercepté, voudrait éviter de traiter des angles rentrants, devra limiter son enseignement aux petits arcs. Ainsi, les objets mathématiques du champ mathématique d'une séance (séquence) ne dépendent pas (ou peu) d'autres objets extérieurs à ce champ ; par référence aux travaux de Gérard Vergnaud, nous dirons que le professeur cherche à délimiter un champ mathématique qui constitue une partie « auto-close » du champ conceptuel de la notion étudiée.

Avec les deux derniers principes, tout se passe comme si les professeurs cherchaient à éviter des digressions qui nuiraient au déroulement prévu, qui seraient coûteuses en temps d'enseignement et qui desserviraient l'apprentissage des élèves. Ils garantiraient aussi une ligne directrice forte qui facilitera la gestion de la classe, notamment l'hétérogénéité des dynamiques individuelles de l'apprentissage, et lui permettra de rester dans ce que Janine Rogalski (2004) appelle « *l'enveloppe des trajectoires acceptables du déroulement* ».

Dans la séance qui nous occupe, nous pouvons suggérer une explication à l'absence du cas de l'angle inscrit qui intercepte un demi-cercle parmi les exemples proposés dans les deux épisodes. Cette configuration est au programme de façon explicite, on ne peut donc pas penser que le professeur l'ait oubliée. Elle constitue un lien avec la propriété du triangle rectangle apprise en classe de quatrième, le professeur aura sans doute préféré éviter les révisions de cette configuration que les élèves avaient peut-être complètement oubliée. De la même façon, à supposer que le professeur ne propose pas la démonstration en classe, on peut l'expliquer par sa difficulté ou par l'utilisation de propriétés liées aux angles qui ne sont peut-être pas disponibles aux élèves de sa classe. L'entretien avec le professeur nous le confirmera, il estime la démonstration inaccessible aux élèves à cause de sa longueur, de la diversité des outils qu'elle mobilise et de l'étude de cas qu'elle nécessite.

Devons-nous conclure que le professeur allège, tant que faire se peut, son enseignement pour s'adapter à son public en difficulté ? Quitte à rentrer dans une spirale infernale qui conduit à en donner toujours moins à ceux qui ont par conséquent besoin de toujours plus. Cela n'est pas certain car la stratégie d'enseignement du professeur peut générer des activités en classe qui n'apparaissent pas à la première lecture du projet. L'analyse du déroulement permettra de conclure.

b) La stratégie d'enseignement du professeur

La stratégie d'enseignement élaborée par le professeur comprend, comme dans deux manuels, une première application du théorème de l'angle inscrit après sa conjecture, application qui conduit à remarquer l'égalité des mesures de deux angles inscrits interceptant le même arc. La stratégie peut se décrire en utilisant le tableau dressé pour comparer les manuels :

Étapes	Stratégies							
	E1	E2	E2'	E3	E4	E4'	E5	E6
Descriptif des étapes	Problème introductif	Conjecture Th. Cor.		Preuve cas particulier	Preuve générale		Le triangle rectangle	Déduction du corollaire
Le professeur observé		◆	◆					◇

**Tableau 2 : La stratégie d'enseignement élaborée par le professeur**

On retrouve exactement la proposition du manuel de la collection « Triangle » dont l'équipe est composée de professeurs enseignant en collège et/ou à l'IUFM de Lyon et qui est une collection reconnue dans le milieu enseignant pour être accessible aux élèves et s'attaquer à leurs difficultés. Ce manuel propose aussi une application du théorème dans la phase d'activités préparatoires. Il sera donc intéressant de comparer les tâches proposées dans cette application et celle du professeur.

Avant de mener plus loin l'analyse, indiquons deux autres principes que nous avons proposés à partir des obtenus lors de recherches précédentes et qui aident à comprendre certains choix effectués lors de l'élaboration de la stratégie d'enseignement. La « nécessité de succès d'étape » et le « respect de l'attente des élèves » sont deux principes qui permettent au professeur de donner en classe un sentiment de réussite et de progrès dans l'apprentissage, sentiment qui assure un climat serein et permet à la classe de fonctionner.

- Le « principe de nécessité de succès d'étape » rend compte du fait que, très souvent, les professeurs segmentent leur enseignement de manière à mettre régulièrement l'élève en



activité d'application de ce qui vient d'être enseigné. Les professeurs utilisent ces exercices pour évaluer régulièrement l'impact de leur enseignement à très court terme, afin d'adapter leur activité aux réactions des élèves, afin de garantir aussi la confiance et la sérénité de la classe.

- Le « principe de respect de l'attente des élèves » traduit un compromis du professeur entre trois volontés : laisser chercher les élèves, les faire réussir et ne pas perdre de temps. Tout se passe comme si les activités de recherche ne devaient pas excéder une certaine durée après laquelle les élèves prendraient leur travail comme un échec et attendraient du professeur qu'il expose et qu'il explique ce qu'ils n'ont pas su trouver seuls.

La fiche d'activité conçue par le professeur semble respecter ces principes qui montrent combien la composante cognitive et la composante médiative des pratiques sont imbriquées dans la réalité de l'enseignement.

La trajectoire prévue peut être ainsi globalement tracée :

- Le professeur donne les définitions de l'angle au centre et de l'angle inscrit, seulement dans le cas où l'arc est petit, aucune vérification de leur compréhension n'est proposée *a priori*, cela laisse penser que le professeur s'en assurera lui-même par un échange avec les élèves.
- Suit le premier épisode où les élèves vont être actifs, ils mesurent des angles et conjecturent le théorème de l'angle inscrit. Puis ils ont à le formuler par écrit sur les lignes en pointillés aménagées à cet effet.
- Durant la phase d'application du théorème, des activités de deux types sont attendues : des calculs numériques puis de brèves justifications.
- La séance se termine sur la conjecture de l'égalité des mesures des angles inscrits fondée sur les calculs précédents.

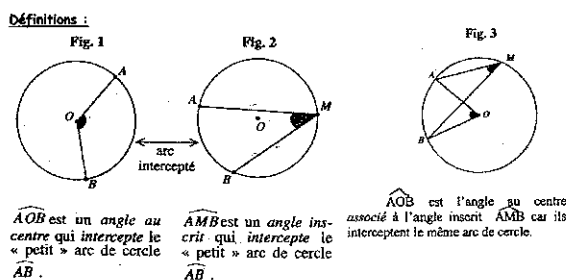
#### c) Les tâches proposées aux élèves par le professeur

Pour analyser les tâches prévues, nous traiterons successivement les trois étapes proposées dans la fiche distribuée aux élèves : les définitions, le premier épisode puis le second.

- Les définitions

La fiche indique les définitions d'un angle au centre et d'un angle inscrit ainsi que de l'angle au centre associé à un angle inscrit donné. La première tâche proposée semble donc la lecture de ces définitions. Aucune vérification de leur compréhension n'est

**Activité : Théorème de l'angle inscrit.**



proposée *a priori*. Peut-être, durant le déroulement, une série d'exemples improvisée en interaction avec les élèves permettra de questionner chaque élément de la définition pour en préciser le sens. Les trois figures indiquent les angles par leur sommet et par leurs côtés qui sont limités à des cordes du cercle, les légendes précisent l'arc intercepté. Le seul cas considéré est celui où l'arc est petit.

Les légendes comportent quelques confusions qui ont déjà été repérées dans des manuels et qui montrent l'absence de questionnement quant à l'existence et l'unicité de l'angle au centre associé à un angle inscrit donné. Les légendes précisent aussi que l'arc intercepté est « petit » sans que l'on sache si cette condition est nécessaire : un angle au centre est-il nécessairement saillant et un angle inscrit nécessairement aigu ? La précision concerne-t-elle seulement les figures proposées ? Cette nouvelle ambiguïté ne sera pas levée puisque, dans la fiche d'activité, tous les arcs interceptés sont « petits ». L'examen des exercices proposés lors des séances qui ont suivi<sup>14</sup> montre que le professeur n'a pas limité son enseignement à certains cas particuliers, il a bien proposé toute la gamme des cas de figure possibles.

Il émerge, en conclusion de cette analyse, que les attentes du professeur dans la situation d'apprentissage d'une définition ne laissent *a priori* que peu de place à la critique et au questionnement sur la nature exacte des objets définis. Remarquons encore une fois que ce n'est pas particulier au professeur observé puisque les auteurs des manuels ne sont pas plus rigoureux dans la rédaction des définitions.

<sup>14</sup> L'examen de ces exercices ne figure pas dans ce texte consacré à la séance d'introduction. Les énoncés des exercices sont en revanche proposés en annexe.

• Le premier épisode

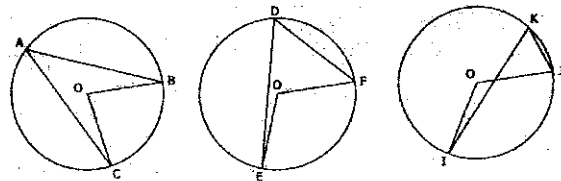
Puis vient le premier épisode où les élèves vont être actifs, ils mesurent des angles et conjecturent le théorème de l'angle inscrit.

La première activité attendue des élèves est de mobiliser les définitions qui viennent d'être données pour reconnaître et nommer l'arc intercepté, l'angle inscrit et l'angle au centre associé ; implicitement l'arc intercepté est le petit arc. Les élèves doivent aussi mesurer les deux angles.

1<sup>er</sup> épisode

Pour chaque cercle proposé :

- Nommer l'arc intercepté.
- Mesurer l'angle inscrit.
- Mesurer l'angle au centre associé.
- Placer un point M et mesurer l'angle inscrit de sommet M qui intercepte le même arc que l'angle au centre. Que remarque-t-on ?



a. $\widehat{BC}$	a.	a.
b. $\widehat{BAC} =$	b.	b.
c. $\widehat{BOC} =$	c.	c.
d. $\widehat{BAC} =$	d.	d.

Conjecture :

.....

.....

.....

La consigne suivante est de placer un point M sans autre indication puis de mesurer l'angle inscrit de sommet M qui intercepte le même arc que l'angle au centre ; cette consigne est ambiguë car l'activité attendue des élèves est de placer un point M à la fois sur le cercle et en dehors du petit arc intercepté.

Jusqu'à ce moment les questions sont fermées, l'élève est guidé pas à pas pour réaliser des tâches où la seule adaptation nécessaire est la reconnaissance des éléments de la configuration formée d'un angle inscrit et de l'angle au centre associé. Tout se passe comme si le professeur souhaitait que les élèves se conduisent comme des exécutants.

Au bas de la page, une rupture semble programmée : en ne donnant que le seul mot « conjecture » et des lignes en pointillés, le professeur demande aux élèves de réfléchir, de tirer une leçon de ce qu'ils viennent de réaliser. La question est ouverte. Il n'y a même pas de question. Vraisemblablement le théorème de l'angle inscrit et/ou sa conséquence sont attendus. Les lignes en pointillés aménagées sur la fiche d'activité conduisent à supposer qu'une autonomie de rédaction sera laissée aux élèves. C'est seulement lorsqu'ils retourneront la page qu'ils découvriront la formulation classique avec laquelle ils appliqueront le théorème durant deuxième épisode. L'activité attendue par le professeur semble donc que les élèves effectuent un constat : pour chacune des trois figures, l'angle inscrit de sommet imposé mesure exactement la moitié de la mesure de l'angle au centre associé, et l'angle inscrit de sommet M, placé cette fois arbitrairement sur le cercle de façon à intercepter le même arc, mesure, lui aussi, la moitié de la mesure de l'angle au centre associé. Deux possibilités

peuvent alors être envisagées : soit les élèves conjecturent que, de façon générale, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de celle de l'angle au centre associé, soit ils conjecturent que deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure. Éventuellement, ils conjecturent les deux propriétés. Il restera au professeur, s'il décide d'en rester là, de conclure que la conjecture est un théorème admis.

Une question émerge alors : peut-on limiter une classe d'élèves de troisième à l'examen de trois figures particulières pour conjecturer une propriété générale ? Dans une classe de bon niveau, on peut supposer que les élèves ne confondront pas l'activité de conjecture et celle de déduction d'une propriété ; dans une classe comme celle du professeur dont nous analysons la séance, la distinction entre les deux activités ne va sûrement pas d'elle-même.

Nous allons tenter de mieux comprendre quel a été le choix du professeur. Les trois angles au centre proposés dans la fiche d'activité mesurent respectivement  $80^\circ$ ,  $110^\circ$  et  $140^\circ$ , ces angles sont saillants ce qui conduit aux configurations les plus faciles à reconnaître. Interprétons le choix de ces valeurs. En imposant les angles au centre de  $80^\circ$  et  $140^\circ$  dont les mesures sont des multiples de  $20^\circ$  le professeur s'assure que, malgré les imprécisions des dessins et des mesures, les valeurs annoncées par les élèves seront des multiples de  $10^\circ$  parce qu'elles « tombent juste » et qu'elles tombent près des graduations principales du rapporteur. La valeur  $110^\circ$  risque en revanche d'engendrer quelques réponses variées des élèves autour de  $55^\circ$  avec sans doute quand même un nombre important de  $55^\circ$  car cette mesure tombe sur une graduation secondaire du rapporteur. Le manuel Trapèze propose une activité analogue (c'est le seul et c'est celui qui est reconnu comme tenant compte des élèves en difficulté), les angles au centre mesurent  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $300^\circ$ ,  $210^\circ$ . Les auteurs ont proposé des angles au centre rentrants mais cette différence mise à part le choix des valeurs semble lui aussi guidé par la gestion de la classe : on imagine sans peine, dans une classe de niveau faible, la difficulté d'un professeur ayant laissé les élèves libres de choisir l'angle au centre et devant prendre en compte, dans son échantillon de valeurs,  $82^\circ$  pour l'angle au centre et  $40^\circ$  pour l'angle inscrit ! Le choix apparaît donc celui d'une gestion où les élèves conjecturent la propriété sans en douter, plutôt qu'une gestion où la précision des mesures (donc aussi celle du travail réalisé par les élèves) doit être relativisée et où les élèves peuvent émettre des réserves quant à la validité de la propriété à conjecturer. Pour terminer l'analyse de la première partie, remarquons que rien n'empêche un professeur utilisant cette fiche d'activité d'envisager la démonstration du théorème comme une phase possible de la séance. Ce choix se heurte, dans une classe de niveau faible, à deux difficultés de nature différentes : les

propriétés des angles qui doivent être mobilisées pour la démonstration n'ont pas été revues, les élèves auront sûrement été convaincus par les exemples d'égalités obtenues à partir des valeurs « trop bien choisies » et risquent de n'accorder que peu d'intérêt à la démonstration.

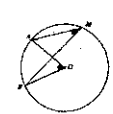
- Le second épisode

Avant d'aborder le second épisode, les élèves auront à lire le théorème de l'angle inscrit. Peut-être un moment sera pris en classe pour comparer la conjecture et l'énoncé classique du théorème.

La mise en page de cet énoncé laisse supposer que le professeur complètera la phrase (ou fera compléter) par un énoncé sous forme mathématique comme :

$$\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{AMB}.$$

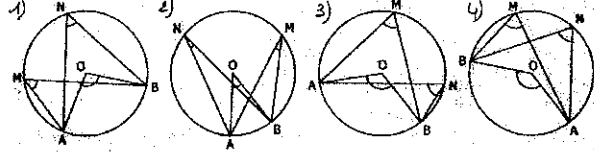
**Théorème de l'angle inscrit :**  
 Dans un cercle, un angle inscrit est égal à la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc.



L'activité attendue des élèves durant le second épisode conduit à deux types de production : des réponses numériques, puis de brèves justifications. La distinction est à remarquer car la

rédaction usuelle d'une solution mêle arguments et résultats. La consigne de travail, ainsi présentée, semble autoriser d'abord aux élèves le calcul de ce qu'ils savent (ou doivent savoir) calculer avant de demander de leur part une autre forme d'activité : la justification. La présentation choisie met donc l'accent sur l'exigence de

**2<sup>e</sup> épisode**  
 Sans effectuer la moindre mesure, retrouver les mesures de tous les angles. Justifie brièvement chaque résultat.



$\widehat{AMB} = \dots$ $\widehat{ANB} = \dots$ $\widehat{AOB} = 100^\circ$	$\widehat{AMB} = 20^\circ$ $\widehat{ANB} = \dots$ $\widehat{AOB} = \dots$	$\widehat{AMB} = \dots$ $\widehat{ANB} = \dots$ $\widehat{AOB} = 120^\circ$	$\widehat{AMB} = \dots$ $\widehat{ANB} = 70^\circ$ $\widehat{AOB} = \dots$
---	--	---	--

1) : .....

résultats argumentés ; cela peut surprendre dans une classe de troisième alors que la fin de l'année n'est pas très lointaine, cette exigence a sans doute été maintes fois répétée et maintes fois déçue. Durant la phase de calculs, les questions sont fermées, les productions écrites attendues sont complètement formatées par le tableau à compléter, l'activité attendue est une application directe du théorème. La configuration formée d'un angle inscrit et de l'angle au centre associé constitue la figure, elle n'est pas à isoler d'une figure complexe. S'il doit utiliser seulement le théorème de l'angle inscrit, l'élève doit remplacer, dans l'égalité du théorème, la désignation de l'angle dont la mesure est connue par sa mesure, considérer l'autre comme inconnue et la calculer. Il effectuera Durant ce second épisode, les élèves doivent, à quatre reprises, calculer les mesures de deux angles inscrits et d'un angle au centre qui interceptent le même arc connaissant une des trois valeurs. S'ils doivent utiliser seulement

le théorème (ce qui est probable puisque c'est la seule compétence exigible d'après le programme de la classe), ils ne pourront utiliser que la mesure d'un angle inscrit est égale à celle de l'autre mais ils devront passer par l'angle au centre associé.

La deuxième phase est celle de la justification des calculs précédents. L'activité attendue des élèves est sans doute assez limitée car la consigne est de justifier « brièvement », les élèves comprendront sûrement que le professeur ne sera pas très exigeant. On peut supposer que le professeur attend que les élèves désigne l'angle inscrit et l'angle au centre associé en référence à l'arc intercepté, déduise du théorème une égalité qui conduira au calcul de l'angle cherché. Cette rédaction devra être répétée huit fois puisque huit mesures d'angles sont demandées.

La fin de cet épisode qui conclut la séance d'introduction au théorème de l'angle

On en déduit la propriété suivante :

Angles inscrits interceptant le même arc : Deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont de même mesure.
--

inscrit, consiste à déduire du théorème l'égalité des mesures des angles inscrits qui interceptent le même arc. La rédaction de la fiche laisse penser que les élèves observeront l'égalité des mesures des angles inscrit interceptant le même arc à partir des résultats numériques obtenus. Cela confirme que les élèves ne devaient pas utiliser cette propriété dans les justifications. L'application du théorème a donc été conçue avec deux objectifs : préparer son utilisation et montrer son corollaire. Le professeur semble ainsi vouloir convoquer chez ses élèves une attitude face au travail réalisé : ne pas se contenter d'obtenir les résultats demandés mais approfondir la réflexion en s'interrogeant sur leur pertinence ou sur leur signification. L'absence de consigne de travail conduit à supposer que les élèves n'ont ni à conjecturer, ni à rédiger, ni à démontrer. L'activité attendue des élèves semble être de lire la propriété, éventuellement constater qu'elle se vérifie sur les quatre exemples proposés, peut-être aussi d'utiliser le théorème et la transitivité de l'égalité pour établir que les angles inscrits sont de même mesure. Cette présentation laisse donc une marge de manœuvre pour gérer la fin de la séance en fonction du temps disponible : le professeur peut demander de légitimer une telle conjecture et les accompagner éventuellement dans sa démonstration, au minimum il se contente d'affirmer le nouveau savoir à retenir.

#### **2.4. Prendre en compte des informations sur les élèves dans une analyse préalable**

Avant de conclure, remarquons qu'à plusieurs reprises, l'étude de la stratégie d'enseignement nous a conduit à prendre en compte le niveau des élèves auquel s'adresse le professeur. Dans une classe faible, le temps passé aux mesures et à la conjecture dans le premier épisode risque

d'être suffisamment long pour empêcher de mener à bien la démonstration du théorème. Dans une classe faible, la preuve du théorème sera peut-être jugée inutile par les élèves si plusieurs exemples attestent du rapport entre la mesure de l'angle inscrit et celle de l'angle au centre associé alors que dans une classe de meilleur niveau, la formulation de la conjecture appellera sans doute la recherche d'une preuve.

Nous voudrions anticiper encore quelque peu sur l'analyse du déroulement pour commenter le choix de présentation générale de la fiche d'activité. Pour ce faire, encore une fois, nous aurons besoin de prendre en compte le fait que le professeur enseigne dans un collège de REP, avec une classe jugée difficile. Au-delà de l'exemple que nous étudions ici, en tant que chercheur, nous soulignons la nécessité qu'il y a parfois à prendre en compte des informations sur les élèves, même pour mener une analyse préalable.

L'examen global de la fiche montre qu'elle se présente à la fois comme un support de travail en classe pour les élèves et comme un document à conserver pour le travail personnel. Le travail est très décomposé, très guidé si bien que la fiche possède un aspect stratégique bivalent quant à la gestion de la classe :

- on peut envisager une classe dont le travail autonome des élèves est habituel. Une fois le travail effectué, les élèves comparent leurs résultats et l'activité de la classe entière est consacrée au bilan des expérimentations, à la recherche de pistes pour la démonstration, au choix de la formulation du théorème, etc.
- on peut aussi imaginer (et c'est ici une situation probable) une classe de niveau faible regroupant des élèves dont l'engagement dans le travail nécessite une certaine pression de l'enseignant. La décomposition du travail permettrait alors de marquer les étapes franchies par la classe, la fiche laisserait à tous les élèves des notes complètes sur travail effectué, la rédaction assez complète pallierait éventuellement le manque de livres scolaires emportés dans les cartables. Si on envisage une ambiance potentiellement conflictuelle, la fiche de travail pourrait alors permettre d'une part aux plus récalcitrants de rester penchés sur leur feuille lorsqu'ils sont observés par le professeur afin d'éviter toute sollicitation et d'autre part à ceux qui souhaitent travailler de le faire sans attirer l'attention sur eux (on sait combien il est difficile dans certains collèges de mettre en valeur le travail des élèves parce qu'il ne faut pas qu'ils apparaissent comme complices du système scolaire auquel la « règle » serait de s'opposer).

À ce stade de l'analyse et compte tenu du niveau de la classe, la stratégie d'enseignement du professeur semble pouvoir se résumer ainsi : limiter le plus possible la nécessité de connaissances antérieures afin d'engager le maximum d'élèves dans la séance, les rendre actifs en classe pour découvrir, formuler et appliquer le savoir nouveau, limité à l'essentiel et épuré de toutes difficultés éventuelles. Le déroulement nous permettra d'une part de confirmer ou d'infirmer cette conclusion quant au choix du professeur et d'autre part d'analyser l'adéquation entre le projet et sa mise en œuvre en classe avec les élèves.

### 3. En classe, le déroulement du scénario

Ce paragraphe consacré au déroulement en classe de la séance propose une description générale des réponses aux questions soulevées dans l'analyse du scénario, puis une analyse des difficultés rencontrées par le professeur et de leur gestion. Cette partie du travail d'analyse est fondamentale pour deux raisons :

- en ce qui concerne l'apprentissage, nous avons jusqu'à présent étudié les tâches proposées aux élèves et nous avons signalé combien la gestion pouvait influencer sur l'activité réelle des élèves ;
- en ce qui concerne les pratiques du professeur, nous avons besoin d'éléments sur le déroulement pour savoir quels sont *in fine* les choix effectués et pour tenter de les comprendre.

Avant de débiter l'étude du déroulement, précisons que l'activité réelle de chaque élève reste inaccessible puisqu'elle s'effectue principalement en pensée. L'observation permet de recueillir les productions de certains élèves, soit parce qu'ils écrivent au tableau, soit parce qu'ils s'expriment oralement, soit parce que la caméra a pu filmer leurs notes personnelles à un moment donné. Ainsi étudierons-nous l'activité *potentielle* des élèves qui est une reconstitution de ce que pourrait être l'activité réelle à partir de la tâche proposée et de la production issue de l'activité réelle. Pour les élèves dont on ne connaît pas la production, nous distinguons plusieurs possibilités pour l'activité *potentielle* : soit elle se fonde sur l'hypothèse que les élèves s'engagent dans la tâche, autrement dit qu'ils jouent le jeu auquel le professeur l'invite, soit elle se fonde sur l'hypothèse que les élèves ont une activité *a minima* c'est-à-dire la plus petite activité qui permet à l'élève d'être « inattaquable » parce que le travail est fait.

#### 3.1. Description globale de la séance, réponses aux questions soulevées par le scénario

Le scénario prévu s'est déroulé dans sa totalité durant la séance, aucun complément n'a été improvisé et la fiche d'activité n'a subi aucune adaptation en classe. Comme le laissait



prévoir l'analyse du scénario, le professeur a projeté sur un tableau blanc la fiche donnée aux élèves, les lignes en pointillés ont été complétées directement sur le tableau blanc par le professeur ou par des élèves si bien que la classe pouvait comparer le modèle proposé au tableau avec les réponses écrites sur la fiche. Les relations dans la classe ne sont pas tendues malgré quelques moments d'agitation au début de la séance et à chaque changement d'activité. Le retour à l'ordre s'effectue après quelques remarques du professeur.

La lecture des définitions dure trois minutes. C'est le professeur qui lit le texte, lentement ; il indique la position des points de chaque figure mais il évite de soulever les questions délicates des angles saillants ou rentrant, des arcs grands ou petits. Comme pour les éviter plus sûrement encore, le professeur termine la lecture par une phrase interro-négative : « Vous n'avez pas de question ? » L'hypothèse que nous avons formulée quant à une série d'exemples qui permettrait de préciser le sens de la définition est donc à rejeter : le professeur a choisi d'écarter les configurations où les arcs interceptés sont des grands arcs et où les angles sont rentrants. Ainsi, pour cette séance d'introduction, le professeur n'a-t-il focalisé son enseignement que sur la relation « double -moitié » entre la mesure de l'angle au centre et celle des angles inscrits interceptant le même arc.

Le premier épisode dure 12 minutes. Dès le début de l'épisode, le professeur précise oralement que le point M ne doit pas être placé sur le petit arc du cercle et il invite les élèves à se mettre rapidement au travail : mesure d'angles et tracés géométriques. Les mesures des angles sont effectuées rapidement par quelques élèves qui indiquent les valeurs à ceux qui ne disposent pas de rapporteur. Les résultats proposés confirment la pertinence du choix du professeur pour éviter de poser la question de l'approximation liée à l'activité de mesure, seule la valeur  $55^\circ$  qui ne tombe au voisinage d'une graduation principale est un sujet de désaccord. Le professeur impose la valeur  $55^\circ$  en indiquant que c'est celle qu'il a trouvée. Pourtant, comme nous le verrons en détail plus loin, la conjecture du théorème n'émergera pas aussi facilement que prévu.

L'analyse du scénario avait fait émerger un doute quant à l'utilisation de la fiche par le professeur : activité de classe dans une gestion dialoguée professeur - élèves ou activité individuelle des élèves synthétisée pour la classe entière ? Le doute se lève à l'examen du déroulement car le professeur dispose de la même fiche que ses élèves sur un transparent projeté en classe sur un tableau blanc, il peut compléter ou faire compléter la fiche qui se présente alors comme un modèle. La gestion de ce premier épisode est celle d'un cours dialogué qui constitue un moyen adapté pour pallier le manque de rapporteurs disponibles en

classe : ceux qui n'en ont pas peuvent noter les mesures trouvées par leurs camarades, les valeurs indispensables à la poursuite du travail sont ainsi mises rapidement à disposition de l'ensemble de la classe.

Le second épisode dure 30 minutes : 22 minutes sont consacrées à la recherche des élèves, la mise en commun des résultats et la correction de la rédaction occupent les 8 minutes restantes. Dans ce second épisode, la gestion est une alternance entre un travail individuel accompagné du professeur qui circule dans les rangs pour stimuler le travail et aider à la résolution des problèmes, et un travail en classe entière où les élèves comme l'enseignant peuvent compléter la fiche projetée au tableau. Comme l'observation de la vidéo le montre et comme nous allons tenter de le comprendre, l'activité de certains élèves reste très en deçà des prévisions. L'explication générale tient au fait que pour réaliser cette tâche, les élèves sont placés devant une alternative : choisir entre une multiplication et une division par 2. Or, pour décider, il suffit de remarquer que dans chaque figure il y a deux types d'angles, un « grand » et deux « petits » ; il reste alors à multiplier ou diviser suivant que c'est le grand ou le petit qui est calculé. Pour ces élèves, il convient d'envisager à une activité *a minima* : pour compléter la fiche, il n'est ni indispensable d'avoir identifié l'arc intercepté ni d'avoir vérifié que les angles sont soit inscrits dans un cercle soit au centre de ce cercle.

### **3.2. La conjecture du théorème, un incident imprévu**

Les élèves ont obtenu les mesures demandées et disposent maintenant d'un tableau de trois colonnes, chacune d'elles comportant deux valeurs égales (les mesures des angles inscrits) et une valeur égale au double des précédentes (la mesure de l'angle au centre).

C'est seulement l'homogénéité du tableau que souligne le premier élève à intervenir : « c'est presque partout pareil » dit-il sans que l'on puisse savoir s'il pense au théorème qui par trois fois se répète dans le tableau ou s'il remarque son corollaire, les deux valeurs égales de chaque colonne. Le professeur souhaite voir le théorème apparaître, il relance le travail de la classe en induisant la recherche d'une relation numérique entre les valeurs de chaque colonne du tableau. Le deuxième élève à intervenir propose alors la conjecture suivante : « quand on additionne les deux petites mesures, on trouve la plus grande. » La formulation reste liée au contexte des trois séries numériques disponibles mais conduit à la généralisation suivante : « La somme de deux angles inscrits est égale à l'angle au centre ». Cette proposition constitue un incident car si elle devait être travaillée en classe, elle détournerait le professeur de

l'itinéraire prévu.<sup>15</sup> Tout en acceptant comme correcte la réponse de l'élève le professeur ne la retiendra pas mais, par un jeu de formulations successives à partir de celle de l'élève, il prendra lui-même en charge l'énoncé de la propriété : la somme des deux petites valeurs deviendra la somme des valeurs égales qui deviendra elle-même le produit par deux de chaque petite valeur puis le double de la mesure de l'angle inscrit, quel que soit cet angle.<sup>16</sup>

La gestion de l'incident par le professeur est conforme à son projet de ne pas démontrer le théorème de l'angle inscrit. En acceptant à la lettre la conjecture de l'élève, le professeur s'engageait dans une activité de preuve de l'équivalence du théorème et de la conjecture. Il a validé la première conjecture, fermant ainsi rapidement le débat par la réussite d'un élève, ce qui est valorisant pour la classe et aussi, par voie de conséquence, pour le professeur.

La phrase énoncée est recopiée sur le tableau blanc à l'emplacement prévu pour la conjecture, les élèves n'ont plus qu'à recopier le texte en utilisant les lignes en pointillés. Cette copie dure cinq minutes durant lesquelles le professeur circule dans les rangs pour vérifier la qualité du travail de chacun, pour corriger les fautes de copie de certains, pour engager les plus rétifs à compléter la fiche distribuée. Le professeur introduit alors la phase suivante du travail en demandant de retourner la feuille. Les élèves découvrent que la phrase trouvée en classe est conforme au texte inscrit sur la fiche d'activité. Cet aller et retour entre la phrase manuscrite et la phrase imprimée, tient lieu d'institutionnalisation ; il confirme aussi la réussite de la classe.

### **3.3. Application du théorème : pour beaucoup d'élèves, un travail a minima**

Le second épisode consiste à appliquer le théorème de l'angle inscrit qui figure en haut de la page sur laquelle les élèves doivent inscrire leurs réponses. Après quelques instants laissés aux élèves pour prendre connaissance du travail demandé, l'énoncé est lu à haute voix par le professeur qui interdit l'utilisation des rapporteurs puisque la consigne stipule qu'aucune mesure ne doit être effectuée. Nous interprétons cette interdiction comme une invitation au travail qui répond au désengagement manifeste de plusieurs élèves qui n'apportent jamais leur matériel. Contre les élèves qui tentent d'en faire le moins possible tout en évitant le conflit, le professeur « marque un point » qui ne passe pas inaperçu dans la classe !

---

<sup>15</sup> Un simple examen montre qu'elle conduit pourtant au théorème cherché ainsi qu'à son corollaire.

<sup>16</sup> L'échange entre le professeur et l'élève figure en annexe.

La revanche est prise durant le quart d'heure suivant. Le professeur circule dans la classe, comme pour aider les élèves en difficulté ; en fait, il passe à chaque table et les élèves restent passifs tant que le professeur n'est pas au travail avec eux. Ils plaisantent ou règlent leurs affaires personnelles en respectant les limites sonores imposées, si bien que le professeur ne les reprend pas. L'analyse du discours des élèves montre que le travail effectué est insuffisant pour permettre l'apprentissage du théorème et de son utilisation : les élèves se contentent d'effectuer la tâche pour elle-même, multipliant ou divisant par 2 suivant qu'ils cherchent un grand angle ou un petit. Jamais les élèves n'identifient d'angle au centre ni d'angle inscrit. Leur résistance au travail est parfois telle que c'est le professeur lui-même qui les invite à repérer les petits angles et le grand pour conclure.

En conclusion de la première phase de ce deuxième épisode, nous proposons l'interprétation suivante : les élèves ne travaillent pas volontiers, le professeur doit résoudre un conflit entre la réussite, qui garantit fonctionnement de la classe, et l'apprentissage des élèves, qui est l'objectif de l'enseignement du professeur. Malgré la frustration professionnelle certaine qui en découle, l'apprentissage est différé au profit de la réussite immédiate.

La deuxième phase est celle des justifications. Une dizaine de minutes avant la fin de la séance, presque tous les élèves ont inscrit les valeurs cherchées mais aucune des justifications demandées. Quelques élèves semblent avoir réalisé l'ensemble du travail demandé puisque le professeur valide leur production et leur distribue discrètement une feuille d'exercices. Le professeur écrit rapidement sur le tableau blanc les valeurs des angles, les élèves les plus rétifs recopient sur leur fiche le modèle projeté. Puis le professeur rédige au tableau les justifications que pratiquement personne n'a cherchées. La séance se termine par la lecture du corollaire qui figure au bas de la page, les élèves inattentifs copient lentement. Comme s'il avait un dernier espoir, le professeur interroge la classe au sujet de l'affirmation qui vient d'être prononcée : « ça semble vrai, non ? ». Puis le professeur ajoute que le corollaire est admis. Mise en conformité de son enseignement avec les instructions officielles : le professeur est libre d'apporter ou non la démonstration des propriétés énoncées en classe en fonction du niveau des élèves, mais il doit indiquer que la propriété est admise s'il choisit de ne pas la démontrer.

Au bout du compte, la fiche d'activité et l'utilisation qu'en fait le professeur agissent comme une garantie de fonctionnement de la classe mais aussi comme un piège si l'on pense à l'apprentissage de nombreux élèves. La tâche est tellement décomposée et ce qui reste à faire est tellement infime que les plus rétifs peuvent répondre sans même faire référence aux

nouveaux outils. La convention implicite est que la fiche doit être complétée correctement, le professeur doit permettre d'y parvenir. En projetant la fiche et en la complétant au tableau blanc, le professeur satisfait ses obligations ; en recopiant le modèle proposé, les élèves satisfont la leur. Le produit fini est impeccable. Pour autant, parce que le bruit et l'agitation sont maîtrisés, certains élèves, discrètement, ont sans doute appris à reconnaître un angle inscrit interceptant un petit arc de cercle et l'angle au centre qui lui est associé, appris aussi à utiliser la relation qui les lie pour déterminer la mesure de l'un connaissant celle de l'autre. Les exercices que le professeur proposera durant les séances suivantes sont d'un niveau tout à fait conforme aux compétences à acquérir définies par le programme.

L'analyse qui vient d'être menée nous a permis de comprendre la séance, au sens où nous l'avions défini dans la présentation de nos objectifs : les possibles ont été repérés, les choix du professeur pour élaborer le scénario de la séance ont été explicités, l'animation du projet en classe et l'activité potentielle des élèves ont permis de comprendre quelles étaient les pratiques du professeur en fonction des diverses contraintes institutionnelles et sociales et d'en tirer quelques hypothèses sur l'apprentissage des élèves. Une partie de l'analyse que nous nous étions proposé de mener n'a pas été abordée : quelles sont les alternatives locales ou globales et, parmi ces alternatives, quelles sont celles qui sont en cohérence avec les choix du professeur et celles qui demanderaient une évolution de ses pratiques ? Cette partie de l'analyse figure dans le paragraphe suivant qui propose l'étude d'un stage de formation continue fondé sur l'analyse de cette séance et sur la recherche des alternatives possibles.

### **III Un exemple de Formation à partir de l'analyse de vidéos**

L'analyse de cette séance a été menée par un groupe de professeurs inscrits à un stage de formation continue proposé par l'IREM de Paris 7 et intitulé « Réfléchir sur ses pratiques à partir de vidéos de classes ». L'articulation entre la formation des enseignants et l'analyse des pratiques est encore une question ouverte, nous consacrerons donc un bref premier paragraphe pour expliciter nos choix pour ce stage. Puis, dans un second paragraphe, nous décrirons son déroulement et ses conséquences possibles pour les stagiaires.

#### **1. Analyse de pratiques et formation, quelle articulation ?**

Du point de vue de l'institution, la fonction de la formation est double : professionnaliser les nouveaux personnels et favoriser l'évolution du système d'enseignement. Elle vise en particulier une élaboration, un enrichissement, une évolution ou une modification des pratiques enseignantes. La formation vise à la fois la dimension individuelle et la dimension

collective de la profession, expliquons-nous. À l'entrée dans le métier comme à l'occasion de changement de catégorie professionnelle, la formation cible la dimension individuelle suivant des modalités variées : entretiens individuels, mémoire professionnel et visites dans la classe (visite de formation, de validation ou inspection). Tout au long de la carrière, les stages proposés visent la dimension collective de la profession, ils relèvent de différents objectifs : accompagner la transformation de la population scolaire (plus nombreuse, plus hétérogène, moins docile...), assurer le suivi des modifications institutionnelles (changement de structures, de programmes...), faciliter l'intégration d'outils nouveaux (TICE, calculatrices graphiques ou formelles), introduire de nouvelles modalités pédagogiques (TPE, IDD...) ou enrichir les connaissances des enseignants concernant des contenus disciplinaires, épistémologiques ou historiques, concernant les rapports entre enseignement et apprentissage. Les formateurs favorisent très souvent les échanges entre professeurs qui peuvent ainsi s'informer mutuellement de leurs difficultés, de leurs réussites, de leurs besoins, de leurs sources, etc. Pour le chercheur, une question cruciale se pose relativement à ces échanges, celle de l'effet sur les pratiques de chaque professeur une fois le stage terminé, à court terme comme à plus long terme. Les objectifs de la formation initiale sont donc d'aider le jeune professeur à intégrer un milieu professionnel et à en acquérir les compétences tout en construisant la singularité de ses pratiques ; ceux de la formation continue sont de contribuer à optimiser des pratiques existantes ou d'en faciliter leur évolution si besoin.

Les questions de recherche relatives à la formation sont au cœur de nombreux travaux didactiques actuels. Concernant la formation des pratiques, au sens de leur constitution, des travaux portent sur leur composante collective ou personnelle et rejoignent la question des genres et des styles professionnels telle qu'elle est posée par Yves Clot (1999). Concernant la formation, au sens institutionnel, il s'agit de comprendre quelle interface elle constitue – ou pourrait constituer – entre l'institution scolaire et les enseignants, entre la recherche sur l'enseignement et les enseignants, il s'agit aussi, de façon moins générale, de travailler à des ingénieries de formation et à l'évaluation de leur effet sur les pratiques.

Inversement la formation interroge la recherche en éducation dans son ensemble sur les compétences des professeurs et la constitution de leur identité professionnelle. Deux numéros<sup>17</sup> de la revue « *Les cahiers pédagogiques* » dont le lectorat est principalement composé de professeurs formateurs, ont été consacrés aux pratiques enseignantes, ils montrent

---

<sup>17</sup> Ces numéros sont datés de septembre 1996 pour le n°346 et de septembre 2003 pour le n°416.

la diversité des interrogations des formateurs. L'évolution des pratiques et les conditions de cette évolution sont des questions cruciales. Les savoirs professionnels sont aussi des objets de questionnement, ils se construisent beaucoup dans l'action, ils sont encore assez mal identifiés et par là même difficiles à interroger. Les travaux sur les pratiques enseignantes se multiplient et tentent d'avancer sur ces questions.

## 2. Un exemple de scénario de formation continue de professeurs

Pour donner un exemple d'articulation entre l'analyse des pratiques et la formation, nous allons présenter une séance d'un stage proposé en 2003 par l'IREM de Paris 7 à des professeurs de mathématiques intitulé « Réfléchir sur ses pratiques à partir de l'observation de classes ».

### 2.1. Les objectifs du stage, les moyens mis en œuvre et les hypothèses admises qui les sous-tendent

L'objectif principal du stage est de proposer aux professeurs en formation une interrogation sur les pratiques de professeurs filmés et d'envisager d'autres possibles pour cet enseignement. L'analyse des pratiques développée dans ce stage peut se concevoir comme la recherche de ce que nous appellerons une *problématique professionnelle* pour désigner l'enchevêtrement de questions et de réponses qui ont été celles du professeur. Une entrée dans cette démarche consiste à poser la question « À quoi le professeur répond-il dans son activité ? » et à tenter d'élaborer des réponses qui tiennent compte de l'hypothèse de cohérence des pratiques d'un professeur. En prolongement de cette démarche d'analyse, le stage propose la recherche d'alternatives locales ou globales : « Ce professeur pouvait-il faire autrement ? Un autre professeur, dans la même situation, pouvait-il faire autrement ? » Ainsi posée, et en profitant de la diversité des professeurs participant au stage, l'analyse doit permettre d'explicitier les contraintes qui pèsent sur l'enseignement mais aussi de révéler des marges de manœuvre qui resteraient implicites sans ce travail spécifique. Par un tel travail, le stage cherche à développer une réflexion des professeurs sur leur propre pratique et ouvrir la voie vers une confirmation, une amélioration ou une évolution de leurs pratiques.

Autrement dit, les analyses proposées dans le stage mettent simultanément sur la scène les trois pôles du système didactique : le savoir, l'élève et le maître. Le maître n'est pas seulement pensé comme celui qui propose et accompagne des situations permettant de ménager des relations entre les deux pôles que sont l'élève et le savoir. Il est pensé aussi comme un individu en situation de travail qui répond à des contraintes diverses comme à des

motivations personnelles. Le stage propose donc de remplacer une « lecture en creux » des pratiques qui consiste à comparer ce qui est proposé à ce qui aurait pu l'être en se fondant sur des considérations épistémologiques ou didactiques, par l'écriture d'une réponse à la question : « Quel est l'intérêt de ce professeur à agir ainsi (ou à ne pas agir ainsi) ? » Un intérêt comprenant, bien entendu, des dimensions épistémologiques et didactiques puisque le professeur a pour objectif premier l'apprentissage de ses élèves ; un intérêt comportant d'autres dimensions pour mieux prendre en compte la réalité complexe d'une activité professionnelle.

Les objectifs du stage et les outils qui ont été développés reposent sur des hypothèses concernant la formation, des hypothèses que nous partageons avec Aline Robert (2003).

Nous supposons qu'une intervention sur plusieurs composantes à la fois permet de tenir compte de la cohérence des pratiques. Nous voulons ainsi éviter que la formation propose ou fasse élaborer des projets d'enseignement séduisants, parce que didactiquement satisfaisants, mais que les professeurs ne pourraient pas à mettre en œuvre dans leur établissement. Parce que, par exemple, l'organisation de la classe ou la programmation viendrait contredire les habitudes et constituerait une source de différends avec des collègues. Parce que les professeurs essaieraient et abandonneraient à cause des contraintes de gestion qui n'ont pas été envisagées et qui ont troublé leurs pratiques ordinaires...

Nous supposons qu'une adaptation individuelle de la formation est indispensable pour que les pratiques puissent évoluer. Cette hypothèse vient notamment de la prise en compte de la dimension personnelle des pratiques. Le stagiaire peut avoir à sa charge une recomposition personnelle de la formation si ce travail est intégré à la formation, le formateur peut aussi devoir aider à cette recomposition lorsque la prise en compte d'éléments *a priori* contradictoires avec le projet élaboré s'avère délicate.

Nous supposons que les éventuelles évolutions des pratiques des professeurs visées en stage de formation ne peuvent être d'emblée trop importantes parce que, de retour dans leurs classes, les professeurs sont des individus en situation de travail qui doivent pouvoir continuer à travailler et donc ne pas être trop déstabilisés. Ainsi nous pensons que peuvent être bénéfiques des formations qui visent à ce que les professeurs s'approprient des outils, y compris des catégories mises en mots, pour analyser et pour transformer des situations d'enseignement, des énoncés de problèmes ou d'exercices mathématiques, des évaluations mais aussi des fonctions du professeur, son discours, son silence, etc.



Nous nous demandons si des évolutions des pratiques peuvent être facilitées par une formation qui attribuerait un rôle au collectif enseignant. Le partage de projets, les échanges sur leur mise en œuvre, sur l'évaluation de leur viabilité et de leurs effets, nous apparaissent comme des leviers possibles pour mettre en œuvre des pratiques nouvelles d'enseignement. Des stages qui rassemblent des professeurs ayant une action commune nous semblent particulièrement adaptés : les professeurs de mathématiques de 6<sup>ème</sup> (de 2<sup>nde</sup>) d'un établissement et les professeurs de CM2 (de 3<sup>ème</sup>) qui ont en charge les mêmes élèves, les professeurs de mathématiques d'un même établissement, les professeurs d'une même classe qui soutienne un projet commun pour cette classe, etc.

## **2.2. Présentation du stage de formation fondé sur l'analyse de vidéos**

Avant de présenter le stage proposé en 2003 par l'IREM de Paris 7 et fondé sur l'analyse de vidéos, nous allons indiquer ce qui a conduit les formateurs à cette proposition. Un autre stage, adressé cette fois à des formateurs, avait été proposé auparavant par la même équipe de l'IREM de Paris 7. Il avait montré la difficulté que de nombreux conseillers pédagogiques rencontraient pour élaborer une *problématique professionnelle* (l'enchevêtrement des contraintes, des objectifs, des questions, des réponses et des choix qui a été celui du professeur dont l'enseignement est étudié) lorsqu'ils analysaient un cours de mathématiques à partir du scénario d'enseignement écrit et de la vidéo de la séance. En conséquence, les conseils fictifs prodigués au professeur dont le cours avait été analysé indiquaient des modifications inspirées par des objectifs d'apprentissage des élèves, ce qui est bien sûr fondamental, mais qui ne tenaient pas suffisamment compte de la cohérence des choix de l'enseignant, de l'exercice de son métier dans les conditions qui étaient les siennes. Ces conseils risquaient alors de le déstabiliser de sorte que l'on pouvait craindre soit qu'il ne les suive pas, soit qu'il les suive mais qu'il les juge inapplicables dès la première tentative. Comme nous l'avons dit précédemment, pour que des conseils proposés puissent être suivis, il nous semble indispensable qu'il y ait une recombinaison qui ne soit pas laissée totalement à la charge du professeur en formation, c'est-à-dire que les conseils portent à la fois sur des objectifs didactiques, sur des scénarios permettant de les atteindre et sur la gestion en classe de ces scénarios.

L'année suivante, l'IREM de Paris 7 a proposé un stage destiné à des professeurs qui souhaitent réfléchir à leur pratique professionnelle. Le titre du stage mentionnait l'observation de vidéos si bien que les problèmes de gestion liés à des contraintes professionnelles ou personnelles apparaissaient, au moins en filigrane, comme une composante de la réflexion.

Les professeurs stagiaires étaient, pour la plupart, de jeunes enseignants, les autres venaient d'accepter l'encadrement de professeurs débutants ou envisageaient de le faire prochainement. Les formateurs leur ont proposé de travailler sur des séances variées d'algèbre et de géométrie à la liaison collège – lycée pour satisfaire les enseignants des deux types d'établissement. Les séances analysées étaient animées par des professeurs stagiaires, débutant ou expérimentés, leur conception était ordinaire ou expérimentale.

Nous proposons de développer l'étude de la demi-journée de stage consacrée à la séance d'introduction du théorème de l'angle inscrit qui est une séance assez représentative des activités préparatoires de collège ou de seconde dans la mesure où la propriété à découvrir peut venir comme réponse à un problème, peut être simplement observée et peut aussi être démontrée. Une généralisation des conclusions de cette séance à d'autres introductions de savoir nouveau était envisageable.

### **2.3. Scénario et déroulement d'une formation à partir de la vidéo étudiée.**

Les professeurs en stage ont étudié la fiche de préparation et la vidéo pour déterminer la problématique professionnelle de la séance, pour comprendre les tensions entre la préparation et le déroulement en classe. En particulier, les incidents didactiques et leur gestion ont été analysés, et un retour sur l'apprentissage des élèves a été aménagé afin de permettre à chacun de dresser un bilan de la séance étudiée.

#### a) Une « problématique professionnelle » difficile à élucider

Les professeurs en stage ont perçu sans mal les choix de contenus d'enseignement qui ont été fait par l'enseignant. Ils n'ont pas manqué de remarquer que la forme de travail dominante des élèves est l'autonomie et qu'elle permet au professeur de circuler dans les rangs pour aider les élèves selon leurs besoins. Ils ont également bien compris l'intérêt que le professeur avait à projeter la fiche d'activité sur un tableau blanc.

Mais comme les formateurs du stage précédent, certains professeurs étaient vite enclins à proposer d'autres manières de faire, et plus particulièrement leur façon à eux d'envisager cet enseignement. Ils ont notamment eu du mal à identifier la contradiction entre l'objectif de faire émerger la relation angulaire et l'objectif de généralisation et de validation de la relation. Les professeurs se sont alors retrouvés partagés en deux groupes. Dans le premier groupe se retrouvaient ceux qui, sans en avoir toujours vraiment conscience, avaient opté pour l'émergence de la relation angulaire : ils défendaient l'intelligence du choix des angles au centre multiples de  $20^\circ$  et regrettaient la valeur  $110^\circ$  qui risque d'apporter des valeurs

mesurées différentes les unes des autres. Dans le second groupe, les tenants de la généralité déploraient que le nombre d'exemples soit arbitrairement fixé à trois et que le professeur n'ait pas laissé ses élèves libres de choisir eux-mêmes un angle au centre et des angles inscrits associés. L'identification de cette contradiction et la prise en compte du contexte social d'exercice de l'enseignant ont permis de situer le débat à un autre niveau et ont aidé à l'élucidation de la problématique professionnelle du professeur filmé.

La séance n'était plus jugée pour ses prétendus défauts ou qualités : la cohérence des choix de l'enseignant ayant, aux yeux des professeurs en stage, solidifié l'édifice construit. Curieusement, les critiques ont alors cessé comme si l'enjeu d'apprentissage des élèves était passé au second plan derrière celui de satisfaire des choix ou des contraintes liées au métier. Une partie des professeurs en stage en venait même à supposer que le scénario avait été élaboré par des chercheurs attentifs aux réalités de l'exercice du métier... Ce phénomène doit être souligné car il révèle, selon nous, combien l'approche professionnelle de l'activité de l'enseignant est absente des analyses couramment menées et combien cette absence rend difficilement envisageable une évolution des pratiques à partir d'un questionnement trop partiel.

#### b) Après l'analyse du déroulement, des propositions d'alternative

L'analyse de la bande vidéo que font les professeurs en stage conduit à conclure que l'activité de nombreux élèves n'est pas à la hauteur des ambitions du professeur, elle ne correspond pas à l'activité supposée permettre de réaliser les tâches proposées. La retombée du succès de la fiche de préparation a été particulièrement frappante durant l'épisode assez long où le professeur circule dans les rangs pour aider les élèves à appliquer le théorème : les professeurs en stage ont perçu que l'activité de nombreux élèves s'est limitée à reconnaître un grand angle, un petit angle et à multiplier par deux la valeur du petit pour obtenir le grand. La discussion qui a suivi a porté sur le caractère évitable ou non de ce phénomène et sur l'élaboration d'alternatives qui permettraient de garantir davantage l'authenticité de l'activité des élèves, et par conséquent un apprentissage conforme à l'ambition du programme de la classe.

Pour l'enseignement de la définition, de nombreux professeurs envisageaient de proposer une étape supplémentaire comprenant des figures qui permettraient de mieux rendre compte de la variété des certaines figures où apparaissent des angles inscrits. Cet apprentissage permettant, d'après les professeurs, de rendre la définition disponible durant les phases d'entraînement par résolution d'exercices.

Concernant la découverte de la relation, les changements envisagés ont été variés, de très modestes à radicaux. Le changement le plus modeste consistait à proposer trois angles inscrits au lieu de deux afin d'éviter l'incident provoqué par l'élève qui avait remarqué que la somme des mesures des angles inscrits était égale à celle de l'angle au centre. D'autres ont proposé de laisser les élèves choisir les angles et ont élaboré une gestion adaptée : recueil de propositions et classement entre les favorables à l'égalité recherchée et les autres. Certains ont envisagé de proposer une tâche analogue mais ouverte quant aux valeurs des angles, le travail s'effectuant avec un logiciel de géométrie dynamique. Les changements les plus radicaux conduisaient à l'élaboration d'une situation problème reposant sur les angles de tir et utilisant un logiciel, des situations de ce type sont diffusées sur Internet par des sites destinés aux professeurs de mathématiques.

Concernant les premières applications, des figures plus diversifiées ont été proposées afin d'éviter les conduites répétitives qui conduisent les élèves à ne faire que reproduire la démarche précédente. Certains ont envisagé des situations où l'utilisation du théorème ou de sa conséquence ne serait qu'une étape, cela permettrait pour montrer l'utilité des propriétés étudiées. Les consignes quant à la rédaction attendue ont été très diverses, et dépendaient fortement du niveau des établissements où enseignaient les professeurs.

### c) Une problématique nouvelle : la différenciation des élèves

De nouvelles questions ont émergé de la discussion dont une qui nous apparaît comme fondamentale et qui se situe dans un champ de recherche d'actualité, il s'agit de la différenciation des élèves.

Supposons que le professeur construise régulièrement ses séances d'enseignement comme il a construit celle de l'angle inscrit, supposons encore que quelques élèves de la classe jouent le jeu de l'apprentissage et réalisent toutes les tâches demandées en cherchant à s'approprier les savoirs nouveaux, il est alors probable que ces élèves auront de bons résultats aux évaluations et montreront ainsi que l'enseignement a permis d'apprendre. La question de la différenciation a été posée en ces termes : si un tel enseignement n'empêche pas d'apprendre, n'y a-t-il pas non plus des élèves qui, de façon répétée, réussissent en classe à accomplir les tâches proposées avec l'aide d'autres élèves ou du professeur mais qui ne construisent pas pour autant les connaissances visées parce qu'ils ne développent pas les activités nécessaires ? Nous avons évoqué, lors de l'étude de la fiche d'activité, la spirale infernale qui conduit à en donner toujours moins à ceux qui ont, par conséquent, besoin de toujours plus. L'analyse que nous avons effectuée avec les professeurs en stage montre que les tâches proposées ne

peuvent être tenues pour seul indicateur d'une éventuelle différenciation scolaire, l'enseignement doit être questionné en tenant compte aussi de l'accompagnement en classe de l'activité des élèves, et de façon différenciée entre les élèves.

#### d) Des problèmes encore ouverts pour la recherche

Avant de conclure nous voudrions tenter d'avancer quelques interrogations de chercheur sur les pratiques enseignantes, sur la formation et sur l'articulation entre la recherche en didactique des mathématiques et la formation des professeurs de cette discipline.

En ce qui concerne la recherche sur les pratiques enseignantes, l'étude de la séance d'introduction au théorème de l'angle inscrit et les réactions des professeurs en stage montrent que différents niveaux d'analyses restent encore imbriqués : par exemple celui des élèves, de l'enseignant, des conditions d'exercice. Lorsque nous avons tenté d'élucider la stratégie d'enseignement du professeur à partir de la fiche d'activité, nous avons rencontré des difficultés liées à cette imbrication, nous avons tenté de les surmonter en distinguant, dans l'analyse, les interprétations des faits observés suivant que le professeur s'adresse à une classe composée d'élèves rétifs de niveau faible ou, au contraire, à une classe où les élèves travaillent et disposent des notions et des propriétés mathématiques qui ont été étudiées dans la scolarité antérieure. Il nous faut bien reconnaître que cette tentative reste très modeste et pourtant nous pensons qu'elle montre le besoin que nous rencontrons de savoir analyser un projet d'enseignement sans négliger le public auquel il s'adresse mais en sachant aussi distinguer entre ce qui tient au projet et ce qui tient au public.

En ce qui concerne le niveau de l'enseignant, nous n'avons pas tenu compte du fait que l'année où nous l'avons observé était sa première année d'exercice en tant que professeur titulaire et qu'il exerçait donc pour la première fois dans l'établissement scolaire où nous l'avons observé. Qu'est-ce qui, dans sa pratique, tient à sa titularisation récente ou au fait qu'il n'a pas de passé dans l'établissement ? Ces questions restent posées et elles montrent qu'un travail demeure pour que nos méthodologies puissent tenir compte de l'ensemble de ces indicateurs que nous négligeons.

Il reste également un important chantier pour évaluer les effets des pratiques sur l'apprentissage des élèves. Des hypothèses légitimes concernant ces effets sont admises mais, ici encore, de nombreux indicateurs sont négligés qui ne sont sûrement pas neutres sur l'apprentissage. Un travail de recherche qui permettrait d'évaluer plus précisément les liens entre pratiques et apprentissage de façon différenciée entre les pratiques mais aussi entre les

élèves apparaît indispensable. Un chantier parallèle concerne l'évaluation des effets des stages de formation sur les pratiques des enseignants.

Nos interrogations portent encore sur l'articulation entre recherche et formation. Les chercheurs produisent des outils et des résultats sur les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage. Ces outils et ces résultats ne s'adressent pas directement aux formateurs et moins encore aux enseignants. Cependant, nous pensons que certains d'entre eux pourraient être utilisés de façon profitable. Prenons un exemple, celui de l'analyse des énoncés de problèmes qui a été depuis longtemps développée par Aline Robert et qui l'est encore aujourd'hui. Ces outils permettent de dépasser une approche naïve qui conduit à juger qu'un exercice est plus « intéressant » que d'autres parce qu'une idée originale est nécessaire à sa résolution, ils permettent aussi que des mots deviennent des moyens pour que les professeurs échangent à propos du choix d'exercices, que ce soit pour préparer ou discuter d'un enseignement ou d'une évaluation. Pourtant ces outils, comme ceux que nous développons plus généralement pour analyser les pratiques des enseignants, reposent sur des choix théoriques qui ne sont pas neutres et qui conditionnent le regard porté sur les situations d'enseignement. Il nous semble qu'il pourrait y avoir un risque à ce que ces outils fonctionnent de façon naturalisée, alors même qu'ils sont loin d'être transparents et sans conséquences. C'est pourquoi nous nous posons la question d'une transposition des outils et des résultats de la recherche à destination des formateurs, et d'une seconde transposition des formateurs vers les enseignants.

## **Conclusion**

Des recherches sur les pratiques enseignantes ont conduit Aline Robert et Janine Rogalski à l'élaboration de la double approche didactique et ergonomique. Des outils adaptés ont été élaborés et leur utilisation a montré que les analyses ainsi produites sont très respectueuses de la réalité des pratiques ordinaires car elles ne restent pas fondées seulement sur des éléments didactiques ou épistémologiques. Des questions demeurent posées quant à l'imbrication de différents niveaux d'analyse ou quant aux indicateurs encore négligés dans les travaux. Néanmoins, les analyses ainsi produites permettent d'élucider plus précisément la « problématique professionnelle » d'un enseignant dont la séance est étudiée : l'enchevêtrement des questions qui se posent au professeur pour cette séance, les choix qu'il effectue et les réponses qu'il élabore pour tenir compte des objectifs d'enseignement (ceux des programmes qui ont une portée nationale et ceux que se construisent les enseignants au vu des connaissances antérieures de leurs élèves), des contraintes institutionnelles et sociales, des

contraintes du métier y compris celles qui sont spécifiques à l'établissement d'exercice, de son ambition personnelle et professionnelle pour lui-même et pour ses élèves, etc.

Ces analyses font émerger des marges de manœuvre et conduisent à questionner l'enseignement : le confirmer éventuellement, penser à des améliorations du scénario ou du déroulement dans la cohérence de ce qui a été étudié, ouvrir aussi la voie vers des alternatives locales ou globales. Ces alternatives peuvent réduire les tensions entre un projet d'enseignement et son déroulement en classe, elles peuvent aussi proposer des modifications plus radicales pour répondre à des difficultés d'apprentissages des élèves ou de certains d'entre eux. Finalement, dans ce système complexe et cohérent que constituent les pratiques d'un enseignant, nous proposons d'identifier comme des variables certains paramètres qui ne pourraient évoluer sans avoir été identifiés et intégrés à la globalité du système. Autrement dit, nous proposons de créer des moyens pour élargir les possibilités d'investir les marges de manœuvre qui restent aux professeurs par delà les contraintes, pour que des possibilités nouvelles soient éventuellement adoptées dans une pratique conçue comme une réponse individuelle et sociale à une problématique professionnelle.

Le scénario de la formation que nous avons décrite et son déroulement ont montré que l'étude de vidéos permet aux professeurs en stage d'interroger leurs propres pratiques parce qu'ils s'engagent dans des analyses qui tiennent compte de la réalité professionnelle et de la cohérence de l'enseignement. Une cohérence que chaque professeur construit par le jeu de compromis entre ce qu'il pense être l'intérêt des élèves, les contraintes du métier et des impératifs personnels. L'effet d'une telle formation sur les pratiques des enseignants reste en question comme l'est plus généralement l'évaluation de la formation. Néanmoins le bilan semble prometteur si l'on retient l'intérêt suscité, et que suscitent des formations analogues menées avec des formateurs, des professeurs expérimentés et des professeurs débutants.

## BIBLIOGRAPHIE

- BEN SALAH C. (2001), *Les connaissances mathématiques des nouveaux enseignants de mathématiques au collège à l'épreuve du feu : une étude de cas*, Thèse de didactique des mathématiques de l'Université de Paris 7.
- BLANCHARD-LAVILLE C. (2001), *Les enseignants entre plaisir et souffrance*, Paris : PUF.
- BLANCHARD-LAVILLE C. (1999), L'approche clinique d'inspiration psychanalytique. Enjeux théoriques et méthodologiques, *Revue Française de Pédagogie*, n°127 (9-22).
- BOLON J. (1996), *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique des mathématiques ? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière École - Collège*, Thèse de didactique des mathématiques de l'Université de Paris 5.
- CHARLOT B., BAUTIER E. & ROCHEX J.-Y. (1992), *École et savoir dans les banlieues... et ailleurs*, Armand Colin : Paris.
- CLAROU Philippe ; CAPPONI Bernard ; BESSOT Annie. Dir. ; CAPPONI Bernard. Dir (1999), *Angle... inscrit - Angle... au centre*, Petit x Hors série « Activités mathématiques pour le collège 1993-1998 ».
- CLAROU Philippe ; CAPPONI Bernard (1997), *Activité... deux tangentes*, Petit x n°44 (50-51).
- CLOT Y. (1999), *La fonction psychologique du travail*, Paris : PUF.
- GASSER Jean-Luc (1992), *Visions angulaires sur un terrain de football*, Bulletin de l'APMEP n°386 (543-549).
- HACHE C. (2001), L'univers mathématique proposé par le professeur en classe, *Recherches en didactiques des mathématiques 21/1-2 (81-98)*, Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- JOSSE E. & ROBERT A. (1993), Introduction de l'homothétie en seconde, analyse de deux discours de professeurs, *Recherches en didactique des mathématiques 13/1-2 (119-154)*, Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- LEPLAT J. (1997), *Regard sur l'activité en situation de travail - Contribution à la psychologie ergonomique*, Paris : PUF.
- NIMIER J. (1988), *Les modes de relations aux mathématiques*, Paris : Méridiens Klincksieck.
- PARIES M. (2002), *Pratiques des enseignants de mathématiques : analyse des discours accompagnant la résolution d'exercices au collège*, Thèse de didactique des mathématiques de l'Université de Paris 7.
- RICHETON Jean-Pierre (2001), *Géométrie en classe de seconde*, Bulletin de l'APMEP n°435 (445-455).
- ROBERT A. (1998), Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au Lycée et à l'Université, *Recherches en didactiques des mathématiques 18/2 (139-190)*, Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- ROBERT A. (2003), *Des tâches prescrites aux activités des élèves, en passant par les pratiques des enseignants de mathématiques (second degré)*, Document pour la formation des enseignants n°2, Paris : IREM de Paris 7.



- ROBERT A. (2004), *Des analyses d'une séance en classe (à partir d'une vidéo) aux analyses des pratiques des enseignants de mathématiques : perspectives en formation d'enseignants*, Document pour la formation des enseignants n°3, Paris : IREM de Paris 7.
- ROBERT A. & ROGALSKI J. (2002), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La revue canadienne des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol 2 .4.
- ROBERT A. & ROGALSKI M. (2002), Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe, *Petit x n°60*.
- ROBERT A. & VANDEBROUCK F. (2003), Des utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde, *Recherches en didactiques des mathématiques 23/3* (389-424), Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- RODITI E (1995), *Le tableau noir, un outil pour la classe de mathématiques*, Cahier DIDIREM n°30, Paris : IREM de Paris 7.
- RODITI E. (2001), *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième, étude de pratiques ordinaires*, Thèse de didactique des mathématiques de l'Université de Paris 7.
- RODITI E. (2003), Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième, *Recherches en didactiques des mathématiques 23/2* (183-216), Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- ROGALSKI J. (2003), Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert, *Recherches en didactiques des mathématiques 23/3* (343-388), Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- SAYAC N. (2003), *Les pratiques des professeurs de mathématiques de lycée : une approche croisée des influences du sexe, de l'âge et du cursus*, Thèse de didactique des mathématiques de l'Université de Paris 7.
- VYGOTSKI (1985), *Pensée et langage*. Paris : Messidor.

# ANNEXE 1

## La conjecture du théorème, transcription de l'interaction verbale

- P : Alors ensuite il fallait faire une conjecture. Nadir ! Formuler une conjecture par rapport au dessin obtenu. Guillauman, qu'est-ce qu'on remarque ? Qu'est-ce qu'on remarque dans les trois colonnes ? Chacune prise séparément ?
- E : Si on additionne quarante et quarante, ça fait quatre-vingts.
- P : Alors tu proposes [silence] tu proposes d'additionner quarante et quarante ?
- E : Ouais [silence]
- P : Donc de faire quarante fois deux ? Donc on trouve quatre-vingts en faisant quarante fois deux dans la première. Dans la deuxième, est-ce que ça se vérifie ?
- E : Ouais pareil, on [coupure de parole]
- P : cinquante-cinq fois deux égale cent dix. Samira tu te mets au travail, c'est fini ! Dans la dernière, est-ce que cent vingt c'est deux fois soixante ?
- E : Oui [coupure de parole]
- P : Aussi ! ça c'est une chose. Donc il semblerait que la mesure de l'angle au centre  $\widehat{BOC}$  soit égale, Propriam ? La mesure de l'angle au centre, à chaque fois, elle a l'air d'être le ? [silence environ 5 secondes] Le double de l'angle inscrit. On peut donc écrire la conjecture.

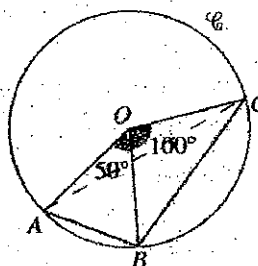
## ANNEXE 2

Les exercices proposés par le professeur

### Exercices : Théorème de l'angle inscrit.

*Chaque calcul et chaque résultat seront soigneusement justifiés.*

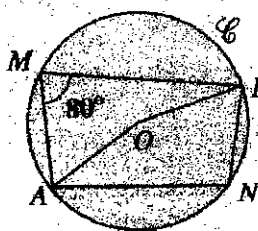
#### Exercice 1



L'objectif de cet exercice est de calculer les angles du triangle ABC de la figure ci-contre.

- 1) A l'aide du théorème de l'angle inscrit, calculer la mesure de l'angle  $\widehat{ACB}$ .
- 2) De même, calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$ .
- 3) En déduire la mesure de l'angle  $\widehat{ABC}$ .

#### Exercice 2



- 1) Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{AOB}$ .
- 2) Repasser en couleur l'arc intercepté par l'angle  $\widehat{ANB}$ .
  - a) Calculer la mesure de l'angle au centre interceptant cet arc de cercle.
  - b) En déduire la mesure de l'angle  $\widehat{ANB}$ .

#### Exercice 3

- 1) Tracer un triangle équilatéral LMN, puis son cercle circonscrit de centre O.
- 2) Soit R un point du petit arc de cercle  $\widehat{LM}$ .
  - a) Calculer la mesure de l'angle au centre qui intercepte le petit arc de cercle  $\widehat{LM}$ .
  - b) En déduire la mesure de l'angle au centre, puis de l'angle inscrit de sommet R, qui interceptent le grand arc de cercle  $\widehat{LM}$ .
- 3) a) Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{LON}$  ?  
 b) En déduire la mesure de l'angle  $\widehat{LRN}$ .
- 4) De même, calculer la mesure de l'angle  $\widehat{MRN}$ .
- 5) Que peut-on en déduire pour la demi-droite [RN) ?

#### Exercice 4 (Brevet Afrique I, Juin 2002)

Un triangle ABD rectangle en B est tel que  $AB = 9$  cm et l'angle  $\widehat{BAD} = 40^\circ$ .

- 1) Tracer ce triangle.
- 2) Calculer la longueur BD en justifiant la démarche utilisée ; on en donnera une valeur arrondie au millimètre.
- 3) Construire le cercle (  $\odot$  ) circonscrit au triangle ABD (aucune justification n'est attendue pour cette construction) ; on précisera la position du centre I de ce cercle.
- 4) Tracer la bissectrice de l'angle  $\widehat{BAD}$ . Elle coupe le cercle (  $\odot$  ) en S ; placer le point S sur la figure.
- 5) Déterminer la mesure exacte de l'angle  $\widehat{SIB}$  en justifiant la démarche utilisée.

*Pour tout renseignement sur les publications diffusées par notre IREM*

*Vous pouvez soit :*

*- Consulter notre site WEB :*

**<http://iremp7.math.jussieu.fr>**

*- Demander notre catalogue en écrivant à*

***IREM Université Paris 7***

***Case 7018***

***2 place Jussieu***

***75251 Paris cedex 05***

**TITRE :**

Le théorème de l'angle inscrit au collège. Analyse d'une séance d'introduction et perspectives pour la formation

**AUTEUR :**

Éric Roditi

**RESUME :**

Le cahier propose, à partir d'un exemple, un essai d'articulation entre l'analyse des pratiques des professeurs de mathématiques et la formation.

Une introduction au théorème de l'angle inscrit en classe de troisième est étudiée à partir d'un enregistrement vidéo d'une heure de cours et des documents utilisés en classe par le professeur. Des outils, fondés sur la double approche didactique et ergonomique, sont mis en œuvre pour comprendre l'enchevêtrement des questions qui se posent au professeur, de ses choix et des réponses qu'il élabore (avant et pendant la séance) en tenant compte des objectifs d'enseignement, des contraintes, de son ambition pour ses élèves et pour lui-même, etc.

Cette séance a été le support d'un scénario de formation décrit et questionné dans le cahier. Il apparaît que cette forme d'étude de vidéos permet aux professeurs en stage d'interroger leurs propres pratiques parce que les analyses menées en stage prennent en compte la réalité professionnelle et la cohérence de l'enseignement et qu'elles donnent des moyens pour envisager d'éventuelles alternatives.

**MOTS CLES :**

Angle inscrit, Double approche didactique et ergonomique, Formation des enseignants, Outils d'analyse des pratiques enseignantes

**Editeur : IREM**  
**Université PARIS 7-Denis Diderot**  
**Directeur responsable de la**  
**publication : R.CORI**  
**Case 7018 - 2 Place Jussieu**  
**75251 PARIS Cedex 05**  
**Dépôt légal : 2004**  
**ISBN : 2-86612-249-6**