



**HAL**  
open science

## Description N-corps de l'interaction onde-particule dans une structure périodique

Damien F G Minenna, Yves Elskens, Frédéric André, Fabrice Doveil,  
Alexandre Poyé

► **To cite this version:**

Damien F G Minenna, Yves Elskens, Frédéric André, Fabrice Doveil, Alexandre Poyé. Description N-corps de l'interaction onde-particule dans une structure périodique. 22e Rencontre du Non-linéaire, Paris, Mar 2019, Paris, France. hal-02145165

**HAL Id: hal-02145165**

**<https://hal.science/hal-02145165>**

Submitted on 1 Jun 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Description $N$ -corps de l'interaction onde-particule dans une structure périodique

Damien F. G. Minenna<sup>1,2,3</sup>, Yves Elskens<sup>2</sup>, Frédéric André<sup>3</sup>, Fabrice Doveil<sup>2</sup> & Alexandre Poyé<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Centre National d'Études Spatiales, FR-31401 Toulouse cedex 9, France

<sup>2</sup> Aix-Marseille Université, CNRS, PIIM, UMR 7345, FR-13397 Marseille, France

<sup>3</sup> Thales, FR-78140 Vélizy, France

damien.minenna@univ-amu.fr

**Résumé.** En électrodynamique classique et en physique microscopique des plasmas, la description  $N$ -corps de l'interaction onde-particule a longtemps été jugée impraticable. Nous montrons que cette description est une alternative viable à la traditionnelle approche vlasovienne (cinétique), notamment pour la modélisation temporelle des turbulences et instabilités engendrées par la dynamique non-linéaire des particules (piégeage, chaos, couplages à trois ou quatre ondes). Combinée avec un modèle de réduction du nombre de degrés de liberté, cette description nous permet notamment de modéliser fidèlement des structures périodiques (tubes à ondes progressives, lasers à électrons libres ou accélérateurs de particules). Cette description est aussi employée pour décrire la synchronisation entre ondes de Langmuir et électrons dans le contexte de l'amortissement Landau.

**Abstract.** The  $N$ -body hamiltonian description of the wave-particle interaction is often deemed impossible in classical electrodynamics and for microscopic dynamics of plasmas. We show that this description is a viable alternative to the traditional vlasovian (kinetic) approach, especially for time simulations of turbulence and instabilities generated by nonlinear particle dynamics (trapping, chaos, three- or four-wave couplings). Combined with a model reduction to decrease the number of degrees of freedom, this description enables us to accurately study periodic structures (such as traveling-wave tubes, free electron lasers or particle accelerators). This description is also used to describe the synchronization between Langmuir waves and electrons in the context of Landau damping.

## 1 Introduction

L'interaction entre ondes électromagnétiques et particules chargées est un aspect fondamental de la physique. Sans parler de la mécanique quantique, cette interaction est reliée à l'électrodynamique classique, dans le vide et dans les milieux. Elle touche aussi aux bases de la physique des plasmas froids et chauds (fusion par confinement magnétique ou inertiel, météorologie spatiale, ...), impliquant des effets non-linéaire tel que l'amortissement Landau ou le chaos hamiltonien (voir section 3). Cette interaction est même un facteur clé de la physique des accélérateurs de particules, des tubes électroniques sous vide, et des lasers à électrons libres.

Pourtant, une description complète et détaillée des champs électromagnétiques (EM) reste un défi, car ceux-ci sont, par définition, des fonctions de l'espace et du temps. Ce défi est d'autant plus grand lorsque l'on prend en compte toutes les particules chargées qui ajoutent autant de variables de position et de vitesse. Il devient nécessaire d'utiliser des descriptions réduisant le nombre de degrés de liberté. Pour les champs EM, on utilisera, par exemple, des méthodes d'éléments finis ou des circuits équivalents *RLC*. La section 2 présente notre modèle de réduction, dit modèle discret de Kuznetsov.

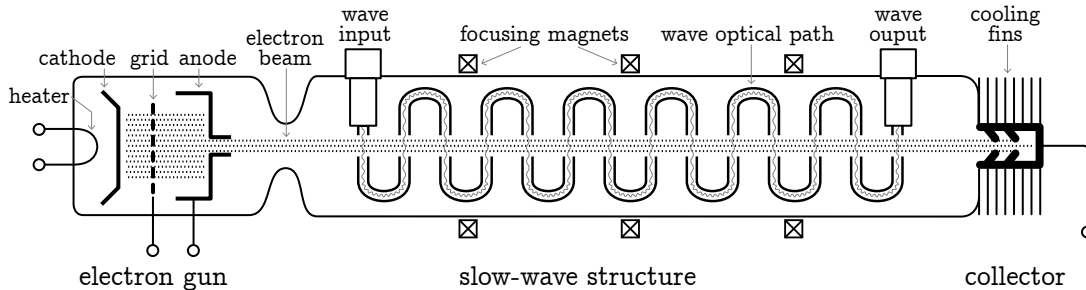
En général, pour représenter les particules dans les modèles d'interaction, il existe trois classes d'approches :

- La plus connue est la description fluide (et par extension la magnétohydrodynamique) où les densités de fluides évoluent suivant l'équation de continuité. Puisque les fluides ne sont pas créés ou détruits, la densité locale des fluides change en conservant la quantité globale de matière. Cette approche est réputée plus facile comparée aux autres, mais elle ne résout pas les effets sensibles à la distribution de vitesses (tels que l'amortissement Landau ou le *bunching* de particule).

- La description cinétique (aussi appelé description vlasovienne) est une approche qui prend en compte le mouvement des particules au travers d'une fonction de distribution évoluant suivant l'équation de Vlasov (souvent étendue au couple Vlasov-Poisson, ou Boltzmann en présence de collisions). Les théories cinétiques ne cherchent pas à décrire le mouvement exact de chaque particule mais essayent de déduire les caractéristiques collectives du système, considéré comme continu. Cette approche, à la base des codes *particle-in-cell* (PIC), peut s'avérer très utile pour étudier les groupes avec un nombre très grand de particules, comme, par exemple, dans un tokamak.
- La plus complexe à mettre en œuvre est la description par particules discrètes (aussi dite description  $N$ -corps ou dynamique moléculaire), car chaque particule du système obéit aux lois de la dynamique. Les fonctions de distribution continues de la description cinétique deviennent discrètes [2]. Cette approche est très coûteuse numériquement du fait de l'immense nombre de degrés de liberté mis en jeu. Toutefois, elle offre un chemin remarquablement intuitif pour comprendre l'interaction onde-particule. On la retrouve dans la caractérisation des lasers à électrons libres, dans l'étude du chaos hamiltonien et dans les modèles d'interaction laser-plasma. Depuis plus de 20 ans, les membres de l'équipe Turbulence Plasma du laboratoire PIIM (Aix-Marseille Université, CNRS) se sont spécialisés dans l'utilisation de la description  $N$ -corps, à partir du formalisme hamiltonien [1,3], et avec comme principal outil expérimental un tube à ondes progressives (voir section 3).

## 2 L'interaction onde-particule dans un tube à ondes progressives

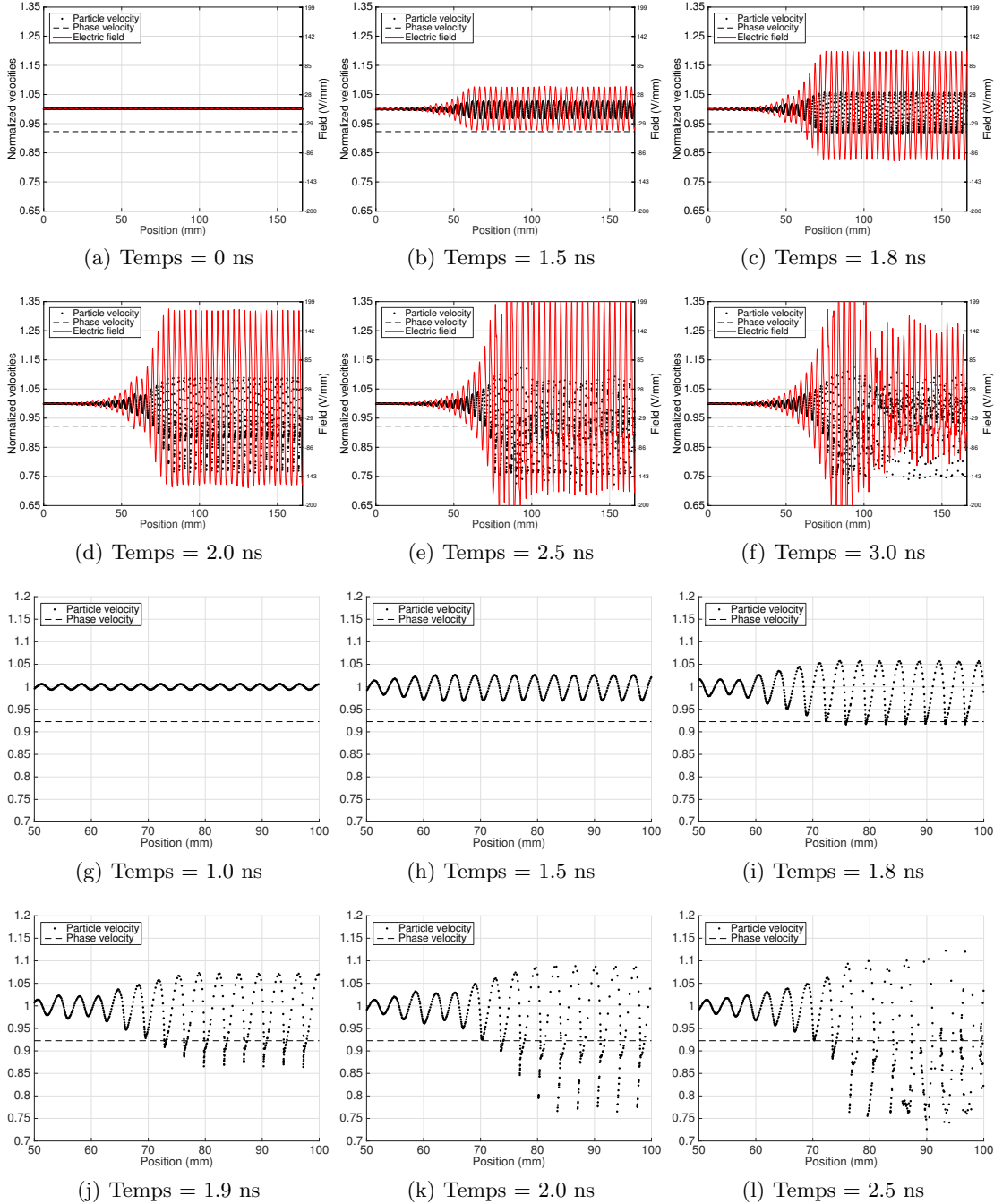
Les tubes à ondes progressives (TOPs) [4], voir Figure 1, sont des amplificateurs d'onde sous vide. Ils sont utilisés dans les télécommunications spatiales et dans la recherche fondamentale pour étudier l'interaction onde-particule. Ils sont composés de trois parties sous ultra-vide : (i) un canon à électron ; (ii) une ligne à retard (structure à onde lente) et un collecteur en fin de ligne. La géométrie de la ligne à retard métallique réduit la vitesse de phase  $v_{ph}$  de l'onde pour qu'elle coïncide avec la vitesse typique des particules  $v_e$  du faisceau : c'est la résonance. Des aimants permanents ou une bobine magnétique confinent le faisceau le long de l'axe de propagation.



**Figure 1.** Schéma d'un tube à onde progressive. Reproduite avec la permission de Springer Nature [Minenna *et al.*, EPJ H (2019) doi : 10.1140/epjh/e2018-90023-1].

De nos jours, la modélisation des tubes électroniques sous vide, tels que les TOPs, est difficile à cause du nombre de paramètres en jeu et parce qu'en régime non-linéaire, le fonctionnement des TOPs, à de très grandes puissances, génère des instabilités critiques. Pour y parvenir, les simulations actuelles reposent soit sur des codes PIC, très longs et coûteux numériquement, soit sur des modèles fréquentiels spécialisés qui perdent en précision dans les cas complexes. Nous proposons une troisième option combinant le modèle discret de Kuznetsov avec une description  $N$ -corps pour construire un modèle temporel spécialisé.

Le modèle discret de Kuznetsov [5,6,7,8,9,10,11] permet une réduction drastique du nombre de degrés de liberté pour les champs. En effet, les champs électriques et magnétiques, dans une structure périodique,



**Figure 2.** Propagation d'un faisceau d'électrons et du champ électrique dans un tube à ondes progressives. Les simulations sont faites avec un algorithme unidimensionnel [12] à partir d'un modèle hamiltonien auto-cohérent  $N$ -corps [10]. Points noirs : vitesses des macro-électrons (de charge  $\simeq 200\,000e$ ) normalisées ( $v(t)/v(0)$ ) le long du tube au temps donné. Trait rouge : champ électrique longitudinal. Trait pointillé : vitesse de phase de l'onde réduite ( $v_{ph}/v(0)$ ). La séparatrice du portrait de phase (onde-particule) est centrée sur ce trait pointillé. Le faisceau est en interaction avec une onde. En prenant  $v(0) \gtrsim v_{ph}$ , la synchronisation force les particules à perdre en vitesse. La quantité de mouvement perdue est transférée à l'onde qui croît. Les paramètres initiaux (vitesse électronique initiale, fréquence d'excitation de l'onde, relation de dispersion de la ligne à retard, ...) sont réglés pour assurer que l'amplification de l'onde atteigne la saturation de puissance à  $z = 80$  mm. Les effets de charge d'espace (répulsion coulombienne entre particules) sont pris en compte. Les effets non-linéaires tels que le piégeage des particules sont observés.

sont décomposés sous la forme

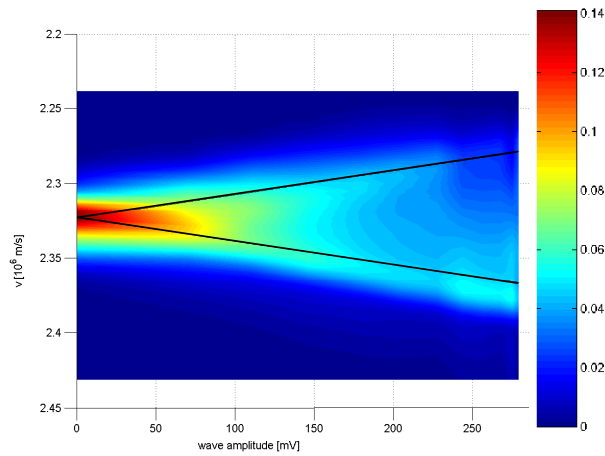
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_n V_n(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}), \quad \text{et} \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = i \sum_n I_n(t) \mathbf{H}_n(\mathbf{r}), \quad (1)$$

où  $n$  est le numéro de période dans la ligne à retard. Ainsi, les champs EM à la position  $\mathbf{r}$  sont des superpositions de champs propres  $\mathbf{E}_n$  et  $\mathbf{H}_n$  (fixés par la géométrie du tube) avec des amplitudes  $V_n$  et  $I_n$  dépendant du temps. Par exemple, dans un tube à ondes progressives composé de 200 périodes, pour un mode dominant, les champs EM pourront être décomposés en 200 variables  $V_n$ , et  $I_n$ , de sorte que le système possède 200 degrés de liberté. La différence est drastique comparée avec les codes particle-in-cell (PIC) où les champs à eux seuls nécessitent des millions de degrés de liberté. Dans l'approche hamiltonienne  $N$ -corps [9,10], les  $I_n$  et  $V_n$  deviennent les variables canoniques et moments conjugués de l'onde.

Ce modèle est utilisé pour simuler, avec succès, des TOPs industriels en régime non-linéaire [12]. Cela inclut l'amplification de signaux télécoms non sinusoïdaux. L'approche hamiltonienne  $N$ -corps permet un meilleur contrôle des propriétés de conservation dont l'invariant de Poincaré-Cartan [13] et nous permet de construire un algorithme symplectique [14] et parallélisé multi-processeur. Grâce au modèle discret, ces simulations peuvent être réalisées en une dimension spatiale, là où les approches en domaine temporel sont généralement tridimensionnelles et donc plus longues. La figure 2 présente l'évolution des champs et des particules le long d'un TOP.

### 3 Description $N$ -corps de la synchronisation onde-particule dans les plasmas

L'interaction onde-particule est un mécanisme fondamental en physique des plasmas. Pour étudier le système faisceau-plasma, on peut utiliser un tube à ondes progressives (TOP), permettant une étude dans un environnement mieux contrôlé. En effet, les plasmas sont bruités alors que leur rôle de milieu de propagation des ondes de Langmuir peut être assuré par la structure géométrique (ligne à retard) d'un TOP. Le taux de croissance de l'onde dans le premier cas est fixé par la fonction de distribution du plasma, tandis que dans le second cas, il peut se calculer à partir de l'impédance de la structure (en



**Figure 3.** Première observation expérimentale de la synchronisation non-linéaire [20] responsable de l'amortissement Landau pour une seule onde. Mesure provenant du TOP du PIIM (Aix-Marseille Université, CNRS). Le faisceau est injecté à  $v(0) = 2.32 \times 10^6$  m/s en présence d'une onde avec une vitesse de phase  $v_{ph} = 3.45 \times 10^6$  m/s. La couleur visualise la fonction de distribution en vitesse (moyenne spatiale) en fonction de l'amplitude de l'onde. Les droites symétriques marquent la portée de la modulation linéaire de la vitesse du faisceau. La synchronisation se manifeste dans une correction quadratique tirant la vitesse du faisceau vers la vitesse de phase de l'onde.

régime linéaire). Ce remplacement permet une analyse détaillée de l'interaction auto-cohérente entre des ondes instables et un faisceau d'électrons froid [15] ou chaud [16,17].

Depuis 1994, un TOP de 4 mètres [18] (l'un des plus longs du monde [4]) est utilisé à Marseille pour étudier expérimentalement les modèles faisceau-plasma. À la place du collecteur, un analyseur trochoïdal [19] permet de mesurer la distribution en énergie du faisceau. Ce TOP a permis d'observer expérimentalement [20] la synchronisation non-linéaire responsable de l'amortissement Landau (voir Figure 3), en accord avec la théorie  $N$ -corps hamiltonienne [1,21,22]. Il a aussi permis l'observation de caractéristiques importantes du chaos hamiltonien [23,24,25,26], de tester de nouvelles méthodes sur le transport chaotique [27], ainsi que de tester le chauffage de particules par des ondes [28].

## 4 Perspectives

L'un des principaux avantages du modèle discret est que les champs EM sont représentés en temps. Nous travaillons sur des cas où les ondes sont non-sinusoidales, tels que les multi-porteuses (avec les amplitudes  $\sum_i A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$ ) ou la modulation digitale des signaux télécoms. En parallèle, nous étudions la formulation de la puissance électromagnétique temporelle pour des ondes non-sinusoidales.

Pour le moment, nos simulations sont unidimensionnelles. Une adaptation de la ligne à retard à la géométrie hélicoïdale (structure privilégiée pour les TOPs) est en cours.

Récemment [29], la description  $N$ -corps a servi de socle à l'examen, dans les plasmas et les guides d'ondes, de la controverse Abraham-Minkowski (bien connue dans les milieux diélectriques). Ceci a permis de mettre en évidence l'universalité de cette controverse qui dit que, quand la lumière est ralentie (peu importe la cause), l'impulsion de cette lumière admet deux formulations différentes (une cinétique et une canonique).

## Références

1. Y. ELSKENS et D. F. ESCANDE, *Microscopic dynamics of plasmas and chaos* (IoP publishing, Bristol, 2003).
2. Y. ELSKENS, D. F. ESCANDE et F. DOVEIL, Vlasov equation and  $N$ -body dynamics - How central is particle dynamics to our understanding of plasmas?, *Eur. Phys. J. D* **68** 218 (2014).
3. D. F. ESCANDE, D. BÉNISTI, Y. ELSKENS, D. ZARZOSO et F. DOVEIL, Basic microscopic plasma physics form  $N$ -body mechanics, A tribute to Pierre-Simon de Laplace. *Rev. Mod. Plasma Phys.* **2**, 9 (68 pp) (2018).
4. D. F. G. MINENNA, F. ANDRÉ, Y. ELSKENS, J-F. AUBOIN, F. DOVEIL, J. PUECH et É. DUVERDIER, The Traveling-Wave Tube in the History of Telecommunication, *Eur. Phys. J. H* (2019), in press, doi : 10.1140/epjh/e2018-90023-1.
5. S. P. KUZNETSOV, On one form of excitation equations of a periodic waveguide *Sov. J. Commun. Technol. Electron.* **25** 419-421 (1980).
6. N. M. RYSKIN, V. N. TITOV et A. V. YAKOVLEV, Nonstationary nonlinear discrete model of a coupled-cavity traveling-wave-tube amplifier, *IEEE Trans. Electron Devices*, **56**, 928-934 (2009).
7. P. BERNARDI, F. ANDRÉ, J.-F. DAVID, A. LE CLAIR et F. DOVEIL, Efficient Time-Domain Simulations of a Helix Traveling-Wave Tube, *IEEE Trans. Electron Devices* **58**, 1761-1767 (2011).
8. P. BERNARDI, F. ANDRÉ, J.-F. DAVID, A. LE CLAIR et F. DOVEIL, Control of the Reflections at the Terminations of a Slow Wave Structure in the Nonstationary Discrete Theory of Excitation of a Periodic Waveguide, *IEEE Trans. Electron Devices*, **58**, 4093-4097 (2011).
9. F. ANDRÉ, P. BERNARDI, N. M. RYSKIN, F. DOVEIL et Y. ELSKENS, Hamiltonian description of self-consistent wave-particle dynamics in a periodic structure. *Europhysics Lett.*, **103**, 28004 (5pp) (2013).
10. D. F. G. MINENNA, Y. ELSKENS, F. ANDRÉ et F. DOVEIL, Electromagnetic power and momentum in  $N$ -body Hamiltonian approach to wave-particle dynamics in a periodic structure. *Europhysics Lett.*, **122**, 44002 (7pp) (2018).
11. D. F. G. MINENNA, A. G. TERYNTYUK, F. ANDRÉ, Y. ELSKENS et N. M. RYSKIN, Recent discrete model for small-signal analysis of traveling-wave tubes *Phys. Scr.* (2019), in press, doi : 10.1088/1402-4896/ab060e.

12. D. F. G. MINENNA, *et al.*, DIMOHA : Traveling-wave tube simulations including band edge and multitone operations 20<sup>th</sup> *International Vacuum Electronics Conference (IVEC 2019), Busan*, accepté (2019).
13. V. I. ARNOLD *Méthodes Mathématiques de la Mécanique Classique* (Mir, Moscou, 1976).
14. E. HAIRER, C. LUBICH et G. WANNER, *Geometric numerical integration* (Springer, New York, 2010).
15. G. DIMONTE et J.H. MALMBERG, Destruction of trapping oscillations, *Phys. Fluids* **21** 1188-1206, (1978).
16. S.I. TSUNODA, F. DOVEIL et J.H. MALMBERG, Experimental test of the quasilinear theory of the interaction between a weak warm electron beam and a spectrum of waves, *Phys. Rev. Lett.* **58** 1112-1115 (1997).
17. S.I. TSUNODA, F. DOVEIL et J.H. MALMBERG, Experimental test of quasilinear theory, *Phys. Fluids* **B3** 2747-2757 (1991).
18. F. DOVEIL, Y. ELSKENS et D. F. G. MINENNA, Wave-particle interaction studied in a traveling wave Tube, 20<sup>th</sup> *International Congress on Plasma Physics ICPP 2018, Vancouver*, conférence invité (2018).
19. D. GUYOMARC'H et F. DOVEIL, A trochoidal analyzer to measure the electron beam energy distribution in a traveling wave tube, *Rev. Sci. Instrum.* **71** 4087 (2000).
20. F. DOVEIL, D. F. ESCANDE et A. MACOR, Experimental observation of nonlinear synchronization due to a single Wave, *Phys. Rev. Lett.*, **94** 085003 (4pp) (2005).
21. F. DOVEIL et A. MACOR, Wave-particle interaction and Hamiltonian dynamics investigated in a traveling wave tube *Phys. Plasmas*, **13** 055704 (5pp) (2006).
22. D. D. A. SANTOS et ELSKENS, Phase mixing importance for both Landau instability and damping *J. Plasma Phys.* **83** 705830106 (18pp) (2017).
23. F. DOVEIL, KH. AUHMANI, A. MACOR et D. GUYOMARC'H, Experimental observation of resonance overlap responsible for Hamiltonian chaos, *Phys. Plasmas* **12** 010702 (2005).
24. A. MACOR, F. DOVEIL et Y. ELSKENS, Electron climbing a "devil's staircase" in wave-particle interaction, *Phys. Rev. Lett.*, **95** 264102 (4pp) (2005).
25. F. DOVEIL, A. MACOR et Y. ELSKENS, Direct observation of a devil's staircase in wave-particle interaction, *Chaos* **16** 033103 (2006).
26. F. DOVEIL, A. MACOR et A. AÏSSI, Observation of Hamiltonian chaos and its control in wave particle interaction, *Plasma Phys. Control. Fusion*, **49** 125-135 (2007).
27. A. MACOR, F. DOVEIL, C. CHANDRE, G. CIRAULO, R. LIMA et M. VITTOT, Channelling chaotic transport in a wave-particle experiment, *Eur. Phys. J. D* **41** 519-530 (2007).
28. F. DOVEIL et A. MACOR, Two regimes of self-consistent heating of charged particles, *Phys. Rev. E* **84** 045401 (R) (2011).
29. D. F. G. MINENNA, Y. ELSKENS, F. DOVEIL et F. ANDRÉ, Universality of the Abraham-Minkowski dilemma for photon momenta beyond dielectric materials, arXiv : 1902.06431.