



**HAL**  
open science

# L'aboutissement des méthodes syntaxiques dans certains cas de résolutions mathématiques: Cas des équations et des inéquations au secondaire

Kouki Rahim

## ► To cite this version:

Kouki Rahim. L'aboutissement des méthodes syntaxiques dans certains cas de résolutions mathématiques: Cas des équations et des inéquations au secondaire. *Miftah al Hissab*, 2010, 102 (62-73), pp.30-41. hal-02144825

**HAL Id: hal-02144825**

<https://hal.science/hal-02144825v1>

Submitted on 14 Sep 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial 4.0 International License

الجمعية التونسية للعلوم الرياضية

# مفتاح الحساب

نشرية علمية اخبارية

## Sommaire

Taoufik CHARRADA : Editorial.....	1
Ali Rahmouni, Les différentes $\varphi$ -moyennes .....	2
Math sur le web .....	14
Mahdi Abdeljaouad, L'histoire des mathématiques au service de l'enseignement.....	15
Un livre, ... des livres.....	22
Raouf THABET, Constructions géométriques :	
Droites et cercles tangents.....	23
Rahim KOUKI, L'aboutissement des méthodes syntaxiques :	
Cas des équations et des inéquations.....	30
Didactique des mathématiques en Tunisie.....	41
Slim Mrabet, Le théorème de Thalès dans l'enseignement tunisien.....	43
Abdellatif Gallali : A propos de la construction du pentagone régulier.....	68
Ridha Ben Saad : WIMS : creation et gestion d'une classe virtuelle.....	78

العدد 108 ديسمبر 2010

لا يزال المرء متعلما ما طلب العلم فإذا ظن أنه تعلم فقد جهل

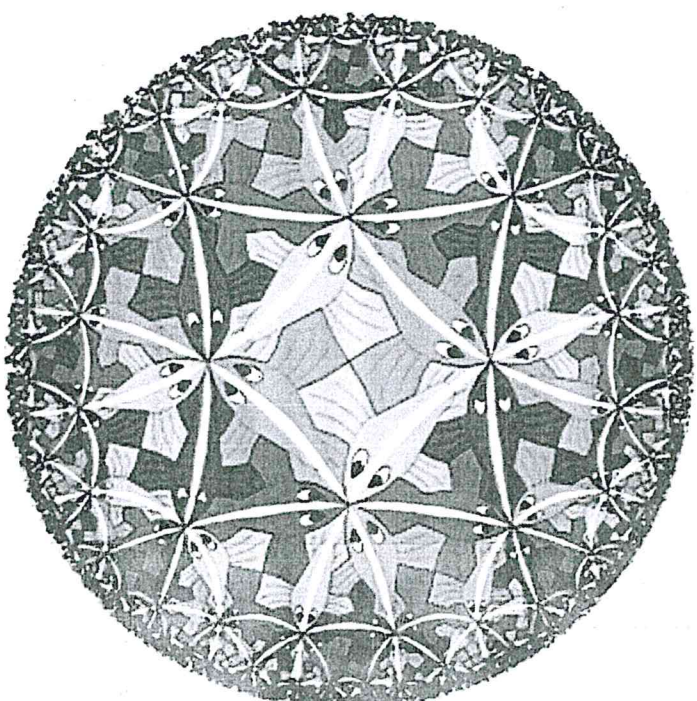
الجمعية التونسية للعلوم الرياضية

ASSOCIATION TUNISIENNE DES SCIENCES

ASSOCIATION TUNISIENNE I  
SCIENCES MATHÉMATIQUE

# Miftah A Hissab

Bulletin de liaison et d'informatio



N° 108 - Décembre 201

يظل المرء متعلما ما طلب العلم فإذا ظن أنه تعلم فقد جهل

## L'aboutissement des méthodes syntaxiques dans certains cas de résolutions mathématiques : Cas des équations et des inéquations au secondaire

Rahim KOUKI

(PEI El Manar, Université de Tunis El Manar)

L'enjeu, dans l'enseignement secondaire, de l'enseignement de la résolution des équations et des inéquations semble concerner l'apprentissage des techniques. En effet, pour un nombre considérable d'élèves, il ne s'agit apparemment que d'appliquer des techniques algébriques purement syntaxiques qui peuvent s'avérer inopérantes dans certains cas.

Nous avons choisi de présenter, à partir de nos travaux de recherche, un cas de résolution montrant le non aboutissement des méthodes de résolution algébriques purement syntaxiques qui mettent parfois les élèves en échec en absence d'une mobilisation de techniques sémantiques.

Pour faciliter la lecture de ce qui suit, nous présentons ce que nous entendons par dialectique syntaxe / sémantique en nous appuyant sur quelques éléments de logique des prédicats éclairant notre approche des notions d'équation et d'inéquation.

### Un point de vue logique sur les équations et les inéquations

L'incontournable dialectique qui existe entre l'arithmétique et le calcul algébrique est interprétée comme une articulation entre une syntaxe et une sémantique par Chevallard qui explique que

« *Lorsqu'en classe de sixième, l'enseignant passe de l'observation que  $2 + 3 = 5$  et  $3 + 2 = 5$ , à l'écriture de la relation générale  $a + b = b + a$ , il passe alors du calcul sur les nombres (entiers naturels) à un calcul algébrique (à coefficients entiers naturels). En d'autres termes, un calcul algébrique, que nous ne définirons pas plus précisément ici, rend manifeste une syntaxe <sup>1</sup> laquelle le domaine de calcul associé fournit une sémantique. » (Chevallard, L. '92, 50).*

En outre, il montre que le rapport de l'élève au calcul algébrique n'incorpore pas l'idée d'une relation entre manipulation algébrique des expressions et substitution des valeurs numériques dans ces expressions.

Par ailleurs, les travaux didactiques de Durand-Guerrier (1999), Durand-Guerrier & al (2000, 2003), Selden & Selden (1995), Chelougui (2004) et Ben

Kilani (2005) montrent la pertinence du point de vue logique pour l'analyse des raisonnements mathématiques dans une perspective didactique.

Il nous semble que la question de l'articulation des deux points de vue sémantique et syntaxique n'a pas été traitée de façon approfondie, que ce soit les recherches ultérieures en didactique des mathématiques, ou dans l'enseignement de l'algèbre au secondaire. Nous faisons l'hypothèse, que la conception sémantique de la vérité développée dans la théorie des modèles de Tarski (1960, 1972 & 1974) et la notion de satisfaction de phrases ouvertes offrent un cadre de référence pour traiter certaines questions liées à l'articulation des deux points de vue dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

Parmi les questions fondamentales, se trouve celle de la possibilité de repérer dans le développement des notions d'équation et d'inéquation des phénomènes liés à la dialectique syntaxe / sémantique. Cette dialectique est au cœur de l'interrogation des logiciens ; elle est déjà présente chez *Aristote* et on la retrouve chez Tarski et Quine (1972) lorsqu'ils élaborent une *conception sémantique* de la vérité.

Dans un langage formalisé, comme le calcul des prédicats, la *sémantique logique* étudie les interprétations possibles des symboles et les relations entre les diverses interprétations des formules utilisées. Elle permet d'établir la notion de vérité ou de satisfaction d'une formule.

« ... Le concept de vérité est définissable à partir de la notion de satisfaction. En lui-même, un énoncé  $\sigma$  d'un langage  $L$  n'est ni vrai, ni faux faute de signification. Pour lui donner un sens, il faut associer aux symboles non logiques de  $L$  une interprétation. » (Rivenc, 1989, p. 173).

L'application d'un prédicat à un terme général<sup>1</sup>, ou à plusieurs termes donne ce que Quine appelle une phrase ouverte (cf. Durand-Guerrier et al, 2000) ou une fonction propositionnelle (cf. Tarski, 1960). Par exemple la phrase «  $x$  est pair » n'est pas susceptible de recevoir une valeur de vérité. Pour les logiciens Frege (1971) et Russell (1961), inventeurs de la logique prédicative moderne, la fonction est ambiguë et n'exprime pas un sens complet, contrairement à une proposition susceptible d'avoir une valeur de vérité.

Parmi les phrases ouvertes il y a celles qui sont vraies de tous les objets de

<sup>1</sup> Pour pouvoir parler d'un objet, on lui attribue un *nom*. En logique, un nom d'objet est un *terme*. Un nombre réel est un terme singulier ou nom propre et fonction désigne une terme général désignant une classe d'objet.

l'univers du discours, comme par exemple : *un nombre est divisible par lui-même* ; d'autres sont fausses de tous les objets de l'univers du discours :  $\forall x \in \mathbb{R}, x > x + 1$ , alors que les autres sont pour quelque(s) objet(s) vraies et fausses pour d'autres(s) ; par exemple : « *un multiple de 5 est divisible par 3* ».

Ces définitions ainsi que la notion de satisfaction développées permettent de dire que dans le langage de l'algèbre, une équation ou une inéquation a ainsi une définition non ambiguë de phrase ouverte pouvant comporter une ou plusieurs variables libres. Étant donné un domaine d'objets (par exemple un ensemble de nombres, mais pas seulement), un élément de ce domaine est solution de l'équation ou de l'inéquation si et seulement s'il satisfait la phrase ouverte, c'est à dire si et seulement si la proposition obtenue en assignant cet objet à la variable devient une proposition vraie dans le domaine considéré. Ainsi, résoudre une équation ou une inéquation dans un domaine donné (appelé en logique *univers du discours*), revient à déterminer tous les objets de ce domaine qui satisfont cette phrase ouverte.

D'un autre côté, le terme de syntaxe est utilisé en logique dans un sens large englobant ce qui relève de la théorie de la démonstration au sens formel du terme, en opposition avec la sémantique, qui prend en compte les interprétations.

« Carnap parle d'une syntaxe logique du langage scientifique. Par logique de la science, il entend essentiellement une théorie formelle de ce langage, c'est-à-dire l'établissement systématique des règles valant pour ce langage et le développement des conséquences de ces règles. Cette théorie est formelle, elle ne considère donc ni la signification des termes, ni le sens des expressions. » (Quelbani, 1992, p. 183).

Dans le cas de deux équations, on peut dire qu'elles sont équivalentes si et seulement si elles sont satisfaites exactement par les mêmes éléments.

Les transformations algébriques permettent de travailler essentiellement au niveau de la syntaxe du corps des nombres réels. Cependant, au moment de conclure il faut bien revenir aux objets.

En effet, certaines transformations ne préservent pas la satisfaction, ce qui nécessite un contrôle sémantique. Par exemple, l'équation  $x^2 - 2 = |3x + 2|$  qui a pour ensemble de solutions  $\{-3, 4\}$  peut avoir, par l'application de certaines règles de transformations syntaxiques et en absence d'un contrôle sémantique, comme ensemble de solutions  $\{-3, -1, 0, 4\}$  qui contient des éléments qui ne satisfont pas tous l'équation.

Nous pouvons dire que la sémantique logique permet de donner des définitions

non ambiguës des objets : équations et inéquations, et montre la pertinence de la prise en compte du double aspect sémantique et syntaxique dans le raisonnement mathématique.

### Résultats généraux d'une étude des programmes et des manuels tunisiens

Conformément au point de vue de Chevallard (1998 a), nous avons étudié en termes de transposition didactique nos objets de savoir au niveau des programmes et des manuels scolaires qui prescrivent le savoir à enseigner.

Notre analyse s'appuie sur le modèle d'analyse praxéologique<sup>1</sup> des programmes et des manuels, développé par Chevallard (1992) qui décrit une organisation pouvant se construire dans une classe de mathématiques. Le bloc (tâche, technique) représente le savoir faire et ce dernier fait appel au savoir restreint formé par une technologie justifiant la technique qui à son tour est éclairé par une théorie ; ce qui constitue le bloc (technologie, théorie).

Dans le cas d'une équation ou inéquation les technologies sont les théorèmes qui généralisent les propriétés des opérations dans le numérique et les règles qui gèrent les transformations dans la structure du corps des nombres réels. Or nous nous intéressons à la dialectique syntaxe / sémantique et nous pensons que le travail algébrique auprès des élèves là n'explicitent pas les technologies et les théories qui justifient ces techniques. Ainsi, nous avons fait l'hypothèse que l'enseignement et l'apprentissage de la résolution des équations et des inéquations au secondaire ne prend pas (ou peu) en compte le bloc (technologie, théorie).

La catégorisation des types de techniques qui accomplissent certains types de tâches a été enrichie par la catégorisation logique en terme de syntaxe / sémantique. Ce qui donne une catégorie de techniques du type sémantiques, syntaxiques ou mixtes.<sup>2</sup>

L'analyse des directives, se restreignant aux contenus définis et aux types de tâches recommandés, des programmes officiels de l'enseignement des mathématiques du secondaire tunisien a montré une prise en compte de l'articulation syntaxe / sémantique dans les recommandations liées à l'exploitation des problèmes de modélisation. D'un autre côté, le point de vue sémantique est omniprésent dans le cas de l'exploitation du registre graphique.

<sup>1</sup> Praxéologies mathématiques ou organisation mathématique.

<sup>2</sup> Les techniques sont supposées mixtes lorsqu'elles mobilisent à la fois les deux points de vue sémantique et syntaxique dans l'enseignement et le traitement des objets équations, inéquations et fonctions.

Par contre, les différents types de tâches recommandées dans les traitements algébriques restent ouverts et ne permettent pas de dire clairement la pertinence de la mobilisation du point de vue sémantique dans certains cas de situations algébriques. Enfin, le point de vue syntaxique est très présent lorsqu'on recommande que l'élève soit capable de mobiliser un algorithme, des procédures de calcul algébrique et des règles opératoires etc.

Dans l'analyse des manuels<sup>1</sup>, nous l'avons élargi notre étude à tous les chapitres qui manipulent de près ou de loin nos objets d'étude qui s'inscrivent explicitement dans les manuels destinés aux élèves des classes de la première année, de la deuxième année section sciences et technologies de l'informatique<sup>2</sup> et de la troisième année section mathématiques de l'enseignement secondaire tunisien.

La méthodologie suivie pour distinguer les types de techniques mobilisables pour répondre à un type de tâche consiste à supprimer qu'elle est du type sémantique lorsqu'elle mobilise des opérations de substitution, de contrôle, de vérification, de lecture graphique ..., du type syntaxique lorsqu'elle mobilise des opérations ou des transformations s'appuyant sur des règles algébriques ou géométriques exigeant une reconnaissance d'une formule, propriété, théorème... et du type mixte lorsqu'elle mobilise à la fois une interprétation et des règles qui permettent de répondre.

L'analyse a montré que la prise en compte de l'articulation des deux points de vue syntaxique et sémantique dans les résolutions des activités, exercices et problèmes liés aux traitements des équations, inéquations dépend du type de tâche proposée. Généralement, dans le traitement des activités d'approche les différents points de vue sémantique, syntaxique et mixte sont mobilisables. En revanche, dans le traitement des exercices d'application, des problèmes de synthèse, les techniques mobilisables sont parfois d'une dominance syntaxique et parfois d'une dominance mixte alors que les techniques sémantiques sont remarquablement peu mobilisées.

<sup>1</sup> Remarquons qu'il n'y a qu'un seul manuel pour chaque section d'un niveau bien déterminé.

<sup>2</sup> A partir de septembre 2005 la deuxième année secondaire section sciences est devenue section sciences et technologie de l'informatique. En fait, ces deux sections ont été, avant septembre 2005, séparées et elles avaient deux programmes différents. Ensuite, ces deux sections ont été fusionnées en gardant l'ancien programme de la section sciences et qui est devenu par la suite le programme de la deuxième année secondaire section sciences et technologie de l'informatique.

L'étude élargie a permis de noter que l'organisation des chapitres du manuel scolaire de la deuxième année section sciences et technologie de l'informatique a montré que l'articulation entre les équations de courbes, leurs représentations graphiques et leurs rapports avec le concept de fonction, n'est pas clairement explicitée, dans la mesure où les courbes interviennent essentiellement comme représentations graphiques des fonctions au programme.

### Investigation didactique sur une inéquation produite à deux variables

Dans le cadre d'une recherche que nous avons conduit dans notre travail de thèse, nous avons passé un questionnaire à des élèves du secondaire et à des étudiants des classes préparatoires aux études d'ingénieurs<sup>1</sup>. (cf Kouki 2008)

L'idée principale de ce questionnaire était d'introduire des objets mathématiques et para-mathématiques, croisant des écritures fonctionnelles, équationnelles, des résolutions graphiques et numériques... favorisant recours à des aspects sémantiques de résolution.

A travers ce questionnaire nous avons voulu voir quel point de vue mobilisé sémantique et / ou syntaxique, par les élèves dans leurs résolutions d'une part et leur capacité à faire certains changements d'un ou de plusieurs registres de représentation sémiotique, d'autre part.

L'analyse mathématique et didactique, *a priori*, des différentes stratégies de résolution, dans le traitement des tâches proposées a permis d'élaborer un outil d'analyse à partir duquel nous classons les types de techniques mobilisées correspondant à un type de tâche bien déterminé en des techniques du type sémantique, syntaxique ou mixte faisant appel à un ou plusieurs types de registres numérique, algébrique, graphique etc.

Les résultats globaux de l'analyse du questionnaire ont permis de conclure que les élèves mobilisent les techniques syntaxiques de résolution dès qu'elles sont disponibles même si le milieu est enrichi par des questions intermédiaires faisant appel à des traitements graphiques ou numériques du type sémantique. D'autre part, nous avons remarqué qu'un pourcentage assez élevé d'élèves d'étudiants qui ne mobilisent l'outil sémantique de résolution que si le type de tâche demandé l'impose. D'un autre côté, une différence assez remarquable entre les procédures de résolution des exercices du questionnaire entre les élèves du même niveau nous fait penser qu'elle pourrait être liée à la pratique des enseignants en classe.

<sup>1</sup> L'équivalent de première année universitaire.

Nous avons choisi de présenter les résultats de l'analyse, de l'exercice n°4 du questionnaire<sup>1</sup> qui vise à montrer des méthodes de résolution purement syntaxiques n'aboutissent pas et mettent parfois les élèves en échec d'une part, et montrer la nécessité de la mobilisation du point de vue sémantique par l'articulation des équations, inéquation et courbes, d'autre part.

L'exercice avait pour objectif la détermination de l'ensemble des solutions de l'inéquation produit de deux variables réelles  $(y - x)(y - x^2 + 3x) > 0$ .

La différence de niveau des élèves et des étudiants, nous a conduits à proposer l'exercice de deux façons différentes.

En ce qui concerne le groupe d'élèves de deuxième et de troisième année secondaire l'exercice a été proposé sous la forme ci-dessous :

Soient  $f$  et  $g$  les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x$  et  $g(x) = x^2 - 3x$ .

Soient  $\Gamma_f$  et  $\Gamma_g$  les courbes représentatives de  $f$  et  $g$  dans un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Représenter  $\Gamma_f$  et  $\Gamma_g$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 2) Déterminer le signe de  $h(x, y) = (y - x)(y - x^2 + 3x)$  dans chacun des cas suivants :
  - $(x, y) = (2, 1)$
  - $(x, y) = (1, 3)$
  - $(x, y) = (5, 4)$
  - $(x, y) = (-2, -1)$
  - $(x, y) = (-1, -2)$
  - $(x, y) = (6, 7)$
- 3) Placer, dans  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , les points  $A, B, C, D$  et  $F$  de coordonnées respectives :  $(2, 1)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(5, 4)$ ,  $(-2, -1)$ ,  $(-1, -2)$  et  $(6, 7)$ .
- 4) Déterminer, par le calcul ou graphiquement, l'ensemble des solutions de l'inéquation :  $(y - x)(y - x^2 + 3x) > 0$ .

Les trois premières questions visaient à enrichir le milieu matériel des élèves par des éléments indicateurs qui pourraient les conduire à changer du registre algébrique au registre graphique afin de visualiser les différentes régions du

<sup>1</sup> Dans le questionnaire quatre exercices devaient être résolus. (cf. Kouki, 2008)

plan déterminées par les deux représentations graphiques  $\Gamma_f$  et  $\Gamma_g$  d'un côté et d'interpréter la masse des différents points  $A, B, C, D$  et  $F$  dans chaque région du plan considéré afin de répondre à la quatrième question, d'un autre côté.

Concernant les élèves des classes préparatoires, nous estimons qu'ils disposer des acquis leurs permettant de résoudre l'inéquation en s'appuyant uniquement sur les graphes  $\Gamma_f$  et  $\Gamma_g$  qui partagent le plan considéré. L'énoncé de l'exercice était présenté comme suit :

Soient  $f$  et  $g$  les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x$  et  $g(x) = x^2 - 3x$ .

Soient  $\Gamma_f$  et  $\Gamma_g$  les courbes représentatives de  $f$  et  $g$  dans un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Représenter  $\Gamma_f$  et  $\Gamma_g$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 2) Déterminer, par le calcul ou graphiquement, l'ensemble des solutions de l'inéquation  $(y - x)(y - x^2 + 3x) > 0$ .

Nous faisons l'hypothèse, à travers cet exercice, que la mobilisation du point de vue sémantique est nécessaire même si les techniques syntaxiques sont, dans la plupart du temps, plus efficaces.

L'analyse *a priori* des trois premières questions a montrée que les élèves peuvent mobiliser différents types de techniques articulant différents registres algébriques, analytiques numériques et graphiques pour répondre aux tâches intermédiaires<sup>1</sup>.

Ce qui nous intéresse dans cette communication est la résolution de l'inéquation  $(y - x)(y - x^2 + 3x) > 0$  qui ne peut se faire, à un niveau élémentaire, que par la technique qui consiste à changer du registre de écritures algébriques au registre graphique du cadre algébrique en associant les équations de droite  $y - x = 0$  et de la parabole  $y - x^2 + 3x = 0$  aux graphes  $\Gamma_f$  et  $\Gamma_g$  qui se coupent à l'origine du repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  et au point de coordonnées  $(4, 4)$ . La droite partage le plan en deux demi-plans dont le demi-plan ouvert supérieur est celui des points  $M(x, y)$  tels que :  $y - x > 0$  et l'intérieur de la parabole est l'ensemble des points  $M(x, y)$  tels que

<sup>1</sup> Les différents types de techniques articulant différents registres sont détaillés dans (Kouki, 2008).

$y - x^2 + 3x > 0$ . Le signe de la relation  $(y - x)(y - x^2 + 3x)$  est déterminé dans le tableau ci-dessous.

Régions	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$
$y - x$	-	-	+	+	+
$y - x^2 + 3x$	-	+	+	-	-
$(y - x)$					
$(y - x^2 + 3x)$					

Signe de  $(y - x)(y - x^2 + 3x)$  dans différentes régions du plan

En conclusion, l'ensemble des solutions de l'inéquation est la région  $P_1 \cup P_3$ .

L'analyse *a priori* de cette question a montré que les élèves et les étudiants disposent de trois types de techniques notées respectivement :  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$ .

La technique  $t_1$  du type mixte consiste à interpréter graphiquement le signe des deux expressions algébriques  $y - x$  et  $y - x^2 + 3x$  et à conclure que le produit est strictement positif dans la région  $P_1 \cup P_3$ .

La technique  $t_2$  du type sémantique articulant les registres graphique et algébrique consiste à affecter le signe de  $h(x, y)$  à chaque point placé dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  et de déduire par la suite qu'ils sont les points de la région  $P_1 \cup P_3$ .

La troisième technique  $t_3$  est une technique purement syntaxique du registre algébrique qui consiste à faire des tentatives de développement et de transformation de la forme de l'inéquation  $(y - x)(y - x^2 + 3x) > 0$  qui s'avère inopérantes.

L'analyse du corpus<sup>1</sup> formé de 143 copies des élèves et des étudiants montre que dans les trois premières questions, auxquelles ils ont répondu, ils ont mobilisé différents types de techniques sémantiques, syntaxiques et mixtes dans les registres algébrique, graphique et numérique. Ceci montre qu'une bonne partie des élèves articulent les objets fonction linéaire, fonction trinôme et courbe.

<sup>1</sup> Des classes de deuxième année secondaire section sciences, des classes de troisième année secondaire section mathématiques et d'une classe préparatoire spécialité technologie.

Concernant la réponse à la dernière question, les résultats du dépouillement montrent que 76 copies, soit environ 53,1% de la population n'ont pas donné de réponses. En revanche, les élèves ont mobilisé différentes techniques. Les techniques syntaxiques du registre algébrique étaient majoritairement dominantes avec 28 réponses parmi 67 et ne contenaient aucune réponse exacte. Les techniques du type sémantique du registre graphique étaient nombre de 18 et contenaient 4 bonnes réponses et les deux techniques mixtes mobilisées étaient correctes. Enfin les réponses qui n'avaient aucun lien avec l'exercice étaient classées dans les autres types de réponses.

D'autre part, dans certains types de tâches qui ne se résolvent pas par ces techniques syntaxiques purement algébriques mais qui consistent à interpréter des écritures algébriques dans un registre graphique, les élèves qui mobilisent prioritairement des techniques syntaxiques ne donnent le plus souvent pas de réponses.

### Conclusion

Ce travail de recherche nous a permis de montrer que la référence au calcul de prédicats et en particulier à la notion de phrases ouvertes et sa satisfaction dans un élément permet de mieux expliciter les notions para-mathématiques d'équation et inéquation.

L'investigation expérimentale a permis de montrer la pertinence de mobilisation du point de vue sémantique lorsque les techniques syntaxiques s'avèrent inopérantes d'une part, et a confirmé que l'articulation entre équations, courbes et fonction, que nous avons retrouvée dans l'analyse manuels, n'est pas clairement explicitée, d'autre part.

D'un autre côté, l'articulation syntaxe / sémantique est également au cœur de l'articulation entre les registres algébrique et graphique. En effet, les solutions d'une inéquation produit  $A(x, y)B(x, y) > 0$  peuvent être interprétées comme coordonnées des points des régions du plan partagé par les courbes planes d'équations  $A(x, y) = 0$  et  $B(x, y) = 0$ . Toutefois, dans le plan muni du repère orthogonal, le lieu des points dont les coordonnées satisfont à une équation d'une surface représentant une fonction de deux variables réelles.

### Références

- CHEVALLARD, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique Mathématiques*, 12 (1), 73-112.
- DURAND-GUERRIER, V. (1999). L'élève, le professeur et le labyrinthe. *Petit x*, 57-79.

- DURAND-GUERRIER V, & al. (2000). Le statut logique des énoncés dans la classe de mathématiques : éléments d'analyse pour les enseignants. Lyon : IREM.
- DURAND-GUERRIER, V. & ARSAC, G. (2003). Méthodes de raisonnement et leurs modélisations logiques. Spécificité de l'analyse. Quelles implications didactiques ? *Recherche en didactique des mathématiques*, 23(3), 295-342.
- KOUKI, R. (2008). *Enseignement et apprentissage des équations, inéquations et fonctions au secondaire : entre syntaxe et sémantique*. Thèse : Université Claude Bernard Lyon1.
- OUELBANI, M. (1992). *Le projet constructionniste de Carnap*. Tunis : Faculté des Sciences Humaines et Sociales de Tunis.
- QUINE, W. V. Orman. (1972). *Methods of logic*. New York : Harvard University Press.
- RIVENC, F. (1989). *Introduction à la logique*. Paris : Payot.
- SELDEN, J. & SELDEN, A. (1995). Unpacking the logic of mathematical statements. *Educational Studies in Mathematics*, 29, 123-151.
- TARSKI, A. (1960). *Introduction à la logique*. Paris : Gauthier-Villars.
- TARSKI, A. (1972-1974). *Logique, sémantique, mathématique : 1923-1944*. Paris : Armand Colin.

## Didactique des mathématiques en Tunisie

Nom	Titre du Master	Directeur	Soutie
Ben NEJMA Sonia	<i>D'une réforme à ses effets sur les pratiques enseignantes : une étude de cas en algèbre dans le système scolaire tunisien</i>	Michèle ARTIGUE Faouzi CHAABANE	Th soutie 27 juir Pe
DHIEB Mounir	<i>Contribution à l'introduction des probabilités au collège : rapports d'élèves à quelques notions probabilistes</i>	Abdennebi ACHOUR Sylvette MADRY	Th soutie 2009 ?
MIRABET Slim	<i>Le théorème de Thalès dans l'enseignement tunisien : conceptions et pratiques des élèves</i>	Abdennebi ACHOUR Marie-Jeanne PERRIN- GLORIAN	Th soutie 3 déc 2010 ?
CHAOUACHI Abderrazak	<i>Les énoncés spontanés d'une analyse praxéologique : Actioités du chapitre «Initiations aux graphes» du manuel scolaire de mathématiques de troisième année économie et gestion (EG) comme modèle.</i>	Hanène ABROUGUI	Ma: soutie 11 20
OUESLATI CHEIKH Samia	<i>Géométrie expérimentale / Géométrie théorique dans l'enseignement de la géométrie à l'école de base tunisienne - cas des quadrilatères</i>	Hikma SMIDA	Ma: soutie 09/10

### Articles, thèses de doctorats et mémoires de Mastères en ligne :

- Abdeljaouad Mahdi : *L'introduction de la didactique des mathématiques Tunisie*, Revue africaine de didactique des sciences et des mathématiques 10 décembre 2009.  
<http://www.radisma.info/document.php?id=831>
- Abrougui Hanène, *La démonstration dans l'enseignement tunisien*, Th doctorat en ligne : <http://math.unipa.it/~grim/HomeThHa.htm>
- Ben Nejma Sonia et Coulange Lalina : *A propos des effets d'une réforme les pratiques enseignantes. Une étude de cas au niveau du secondaire Tunisie*  
[http://www.fse.ulaval.ca/deblois/pdf/BenNejma\\_coulange.pdf](http://www.fse.ulaval.ca/deblois/pdf/BenNejma_coulange.pdf)
- Bloch Isabelle and Ghedamsi Imène: *The Teaching of calculus at the trar between upper secondary school and university : Factors of rupture. A concerning the notion of limit.*