



**HAL**  
open science

## Travail documentaire des professeurs et parcours d'étude et de recherche : une étude de cas en Première S.

Ghislaine Gueudet, Marie-Pierre Lebaud, Maria Rita Otero, Veronica Parra

### ► To cite this version:

Ghislaine Gueudet, Marie-Pierre Lebaud, Maria Rita Otero, Veronica Parra. Travail documentaire des professeurs et parcours d'étude et de recherche : une étude de cas en Première S.. Recherches en Didactiques des Mathématiques, 2018, 38 (3), pp.275-314. hal-02123444

**HAL Id: hal-02123444**

**<https://hal.science/hal-02123444>**

Submitted on 1 Apr 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

TRAVAIL DOCUMENTAIRE DES PROFESSEURS  
ET PARCOURS D'ETUDE ET DE RECHERCHE :  
UNE ETUDE DE CAS EN PREMIERE S

Ghislaine Gueudet<sup>1</sup>, Marie-Pierre Lebaud<sup>2</sup>, Maria-Rita Otero<sup>3</sup>,  
Veronica Parra<sup>4</sup>

TEACHERS' DOCUMENTATION WORK AND STUDY AND  
RESEARCH PATHS: A CASE STUDY IN GRADE 11

**Abstract** – Our study concerns the tension between stability and evolutions in the teachers' practices, with a documental approach perspective. We have followed an experienced teacher, implementing in her grade 11 class a study and research path (SRP) described in a booklet published by an Institute for Research in Mathematics Education, and entitled "How does a parabolic antenna work?" We analyze this booklet, then how the teacher uses it together with other resources. We identify instrumentalisation processes (influence of operational invariants on the use of resources) which lead the teacher to move away from the principles of the SRP as described by the theory. We also observe evolutions of the teacher's practice and instrumentation processes. This case study suggests directions for resources design and for the communication of research results.

**Key words:** documental geneses, modelling, operational invariants study and research paths, teachers' resources.

---

<sup>1</sup> CREAD, ESPE de Bretagne, Université de Bretagne Occidentale, France, ghislaine.gueudet@espe-bretagne.fr

<sup>2</sup> CREAD, UFR de Mathématiques, Université de Rennes 1, France, marie-pierre.lebaud@univ-rennes1.fr

<sup>3</sup> NIECyT, UNICEN, CONICET; Tandil, Argentina, rotero@exa.unicen.edu.ar

<sup>4</sup> NIECyT, UNICEN, CONICET; Tandil, Argentina, vparra@exa.unicen.edu.ar

## TRABAJO DOCUMENTAL DE LOS PROFESORES Y RECORRIDOS DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN: UN ESTUDIO DE CASO EN PRIMERO DE BACHILLERATO EN CIENCIAS SOCIALES.

**Resumen** – Nuestro estudio aborda la tensión que existe entre la estabilidad y la evolución de las prácticas de los profesores, desde una perspectiva documental. Hemos seguido a una profesora experimentada que desarrolla un recorrido de estudio e investigación (REI) con alumnos de 1º de bachillerato en ciencias sociales, descrito por un documento IREM titulado «¿Cómo funciona una antena parabólica?». Hemos analizado este documento, así como el uso que la profesora realiza de este y de otros recursos. Hemos identificado procesos de instrumentalización (los invariantes operatorios que influyen los usos de los recursos) que conducen a la profesora a alejarse de los principios de un REI definidos por la teoría. También observamos las evoluciones de la práctica y los fenómenos de instrumentación. El estudio de caso realizado aclara los aportes de un estudio en términos de la aproximación documental. Se sugieren algunas pistas para la concepción de recursos y la difusión de los resultados de la investigación.

**Palabras-claves:** génesis documentales, invariantes operatorios, modelización, recorridos de estudio e investigación, recursos del profesor.

### RÉSUMÉ

Notre étude concerne la tension entre stabilité et évolution des pratiques des professeurs, abordée dans une perspective d'approche documentaire. Nous avons suivi une professeure expérimentée mettant en œuvre avec des élèves de 1<sup>ère</sup> S un parcours d'étude et de recherche (PER) décrit dans une brochure IREM, intitulé « comment fonctionne une antenne parabolique ? ». Nous analysons cette brochure, puis l'usage que fait le professeur de cette brochure et d'autres ressources. Nous identifions des processus d'instrumentalisation (les invariants opératoires influencent les usages de ressources) qui amènent le professeur à s'éloigner des principes des PER définis par la théorie. Nous observons aussi des évolutions de pratique et des phénomènes d'instrumentation. L'étude de cas menée éclaire les apports d'une étude en termes d'approche documentaire. Elle suggère des pistes pour la conception de ressources et la diffusion des résultats de recherche.

**Mots-Clés :** génèses documentaires, invariants opératoires, modélisation, parcours d'étude et de recherche, ressources du professeur.

## INTRODUCTION

Notre étude concerne le travail documentaire des professeurs de mathématiques (Gueudet & Trouche, 2010) et la manière dont l'analyse de ce travail peut éclairer les tensions entre stabilité et évolutions dans les pratiques de ces professeurs.

Nous nous intéressons à ce travail documentaire pour un professeur qui a décidé de mettre en œuvre en classe un Parcours d'Étude et de Recherche (PER, Chevallard, 2004). Un PER constitue une modalité particulière d'enseignement qui a été introduite par des chercheurs en didactique comme un nouveau paradigme, très éloigné des pratiques courantes. Ainsi, les pratiques d'un professeur qui a décidé de mettre en place un PER peuvent, en théorie, évoluer très sensiblement. Dans le même temps, en dépit de la volonté du professeur, ces évolutions peuvent demeurer limitées ; il s'agit alors de comprendre pourquoi.

C'est ce qui nous conduit à nous interroger sur les interactions spécifiques entre un professeur qui souhaite mettre en place un PER et les ressources qu'il mobilise dans ce but, et sur les conséquences de ces interactions en termes de pratiques du professeur et de développement professionnel. Ce questionnement concerne également le thème du transfert des résultats de recherche à la classe, puisque nous nous intéressons à un professeur qui souhaite s'emparer de résultats de recherche.

Dans cet article, nous présentons tout d'abord les cadres théoriques mobilisés dans notre étude et les travaux en lien avec celle-ci, concernant les PER et l'approche documentaire du didactique. En appui sur ces cadres théoriques, nous exposons nos questions de recherche, qui concernent, d'une part, les ressources destinées à soutenir la mise en œuvre de PER, et d'autre part, le travail documentaire des professeurs. Nous présentons notre méthodologie pour le recueil de données et pour leur analyse. Dans le cadre du projet REVEA<sup>5</sup> (Ressources Vivantes pour l'Enseignement et l'Apprentissage, projet ANR 2014-2018), nous avons suivi en particulier une professeure de mathématiques en lycée, qui a choisi de mettre en œuvre un PER dans sa classe de 1<sup>ère</sup> S. Nous exposons ensuite nos résultats concernant d'une part les choix faits dans une ressource particulière, et d'autre part le

---

<sup>5</sup> <https://www.anr-revea.fr/>

travail documentaire de ce professeur et son développement professionnel. Nous discutons ces résultats, en montrant leurs apports au-delà du cas étudié.

## CADRES THÉORIQUES ET QUESTIONS DE RECHERCHE

Nous mobilisons dans notre recherche deux cadres théoriques que nous présentons ici. En premier lieu, la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) avec la notion de PER. Les caractéristiques d'un PER définies par la théorie nous permettront de discuter dans quelle mesure un enseignement se rapproche ou s'éloigne d'un PER. D'autre part, nous introduisons l'approche documentaire du didactique qui outille nos analyses de l'activité du professeur.

### **1. Les Parcours d'Étude et de Recherche**

Dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique, Chevallard (2008) considère que toute situation d'enseignement conduit à l'émergence d'un système didactique  $S(X, Y, \heartsuit)$  où  $X$  représente une communauté d'étude,  $Y$  un collectif d'aides à l'étude et  $\heartsuit$  désigne l'objet d'étude. Ce concept de système permet l'introduction de la notion de paradigme d'enseignement. Dans le paradigme de la monumentalisation des savoirs, que nous appellerons aussi « traditionnel », le système adopte la forme  $S(X, Y, O)$  où  $O$  est une œuvre qu'un ensemble d'élèves  $X$  doit apprendre avec l'aide d'un unique enseignant. La monumentalisation est une métaphore que la TAD a choisie pour décrire le fait que l'institution traite le savoir mathématique comme un monument. Quand on pense aux monuments célèbres tels que le musée du Louvre ou le Panthéon à Paris, la métaphore est éclairante. Il s'agit d'admirer, visiter, préserver, conserver, immortaliser et même aimer ces monuments. Dans le paradigme de la monumentalisation, le savoir est conçu et traité de cette manière. Les enseignants invitent, tout au plus, les élèves à visiter les savoirs, sans les modifier, sans les transformer et sans les déconstruire. Ce savoir mathématique est considéré comme immuable dans le temps, il suffit de le montrer, d'où son traitement ostensif.

Un enseignant dans le paradigme traditionnel propose des rencontres monumentalistes avec le savoir. La rencontre avec le savoir est organisée avant qu'il soit nécessaire d'utiliser celui-ci. Ce type de rencontre est qualifiée de « immotivée » par la TAD.

Une autre caractéristique du monumentalisme, prédominant dans les systèmes d'enseignement, consiste à découper le savoir en petites unités.

La TAD plaide pour substituer à ce paradigme traditionnel dominant un autre paradigme encore en émergence nommé « de la recherche et du questionnement du monde ». Les PER constituent une modalité d'enseignement relevant de ce paradigme. Dans un PER, le système didactique adopte la forme  $S(X, Y, Q)$ . Les élèves  $X$  enquêtent et étudient une question  $Q$  sous la direction d'un enseignant ( $y$ ) ou d'un ensemble d'enseignants  $Y$ . Le but de cette enquête est de développer et de fournir une réponse à  $Q$ , réponse qui est produite sous certaines contraintes. Il est à souligner qu'il n'y a pas de réponse universelle ou universellement valide (Chevallard, 2009).

Dans un PER, c'est le système didactique, pas seulement l'enseignant, qui produit une réponse. Pour cette production, le système utilise des outils, des ressources, des œuvres. Il effectue des gestes tels que chercher, analyser, décrire, développer et évaluer les objets, les œuvres, les ressources, l'information, etc. Il engendre ainsi un milieu didactique. Le milieu est composé d'une part de réponses dénommées « préconstruites » car elles sont à la portée de la communauté d'étude – par exemple, un livre, Internet, des notes de cours, etc. Il comporte également des questions dérivées de  $Q$ , c'est-à-dire, des questions formulées à partir de la recherche de réponses à  $Q$ . Ce processus décrit le type d'activité épistémologique qui se développe dans le système didactique du paradigme de la recherche et du questionnement et permet de définir les PER. En d'autres termes, les PER sont des dispositifs conçus dans la TAD pour faire face au phénomène de la monumentalisation, parce qu'ils possèdent, entre autres, les caractéristiques suivantes :

- Ils sont développés à partir d'une question  $Q$ , nommée génératrice, car elle n'a pas une réponse immédiate. En d'autres termes, il faut formuler des questions dérivées et déconstruire les réponses préconstruites.
- Le milieu didactique n'est pas construit *a priori* : il est construit parallèlement à l'élaboration de réponses. Les ressources sont intégrées selon les besoins de la recherche et de l'étude et à tout moment, à condition qu'elles soient validées par le groupe classe.
- L'enseignant dirige le processus d'étude, mais il n'a pas un rôle prépondérant pendant la construction du milieu, et ses

contributions peuvent ou non y être intégrées. Dans un PER, contrairement à ce qui se passe dans le paradigme monumental, le principe d'autorité ne régit pas, il n'y a pas un système d'information privilégié ou un média plus autorisé que d'autres.

- Le collectif d'étude formule des questions – à l'exception de la question génératrice, qui est de la responsabilité de l'enseignant – et y répond. La diffusion de la réponse a une composante fortement épistémique, contrairement au caractère narratif qui caractérise la diffusion dans le paradigme de la monumentalisation.
- Les élèves formulent des questions, proposent des ressources, élaborent des réponses, les évaluent, les diffusent, les défendent et reçoivent de manière critique les réponses des autres élèves.

Dans les PER, la modélisation est une activité essentielle. Elle produit en effet un modèle qui permet de répondre à la question Q. Cette modélisation peut être intra-mathématique ou extra-mathématique. Dans le premier cas, le PER ne mobilise que des savoirs mathématiques. Dans le second cas, une ou plusieurs disciplines différentes des mathématiques interviennent dans le PER, par exemple la physique, la biologie, la géographie, etc. Ainsi les PER peuvent être mono-disciplinaires (voir par exemple Llanos & Otero, 2015 ; Gaud & Minet, 2009 ; Fonseca, 2011) ou co-disciplinaires (Costa, Arlego & Otero, 2014 ; Barquero, 2011 ; Ruiz-Higuera & García García, 2011).

Nous allons utiliser ces caractéristiques de la mise en œuvre d'un PER pour analyser dans quelle mesure un enseignement donné se rapproche ou s'éloigne d'un PER. Auparavant, nous allons présenter l'autre volet de notre cadre théorique : l'approche documentaire du didactique.

## **2. Approche documentaire du didactique**

L'approche documentaire du didactique (Guedet & Trouche, 2008) est un cadre théorique et méthodologique qui a spécifiquement été élaboré pour l'étude des interactions des enseignants avec des ressources, et des conséquences de ces interactions. Dans cette approche, le terme ressources a une acception très large, issue de recherches menées par Adler (2000) à propos du travail des professeurs de mathématiques : tout ce qui peut ressource les pratiques des professeurs. Ce terme englobe donc les manuels scolaires, les logiciels, les sites web, mais aussi

les productions des élèves et les échanges avec les collègues (pour distinguer les ressources initialement conçues à des fins d'enseignement, nous nommerons celles-ci ressources pédagogiques). Le travail en lien avec ces ressources est nommé travail documentaire : recherche, choix, modification, mais aussi mise en œuvre et partage de ressources en font partie.

L'approche documentaire s'ancre dans l'approche instrumentale (Rabardel, 1995). Elle considère de même un sujet, qui est ici un enseignant de mathématiques, engagé dans une activité finalisée, c'est-à-dire associée à un but (qui peut être ici de mettre en œuvre un PER pour une classe de 1<sup>ère</sup> S). Ce sujet va au cours de son activité interagir avec de nombreuses ressources : brochure IREM, site web, témoignages de collègues. À partir de ces ressources et au cours de son travail documentaire, ce sujet développe ce que nous nommons un document : un ensemble de ressources recombinaisons, associées à un schème d'utilisation (Rabardel, 1995 ; Vergnaud, 1996) de ces ressources. Concept emprunté à la théorie des champs conceptuels, un schème d'utilisation est défini comme une organisation invariante de l'activité (Vergnaud, 1996). Il peut également être défini par ses différentes composantes, de la manière suivante :

Le schème est formé nécessairement de quatre composantes :

- un but, des sous buts et anticipations ;
- des règles d'action, de prise d'information et de contrôle ;
- des invariants opératoires : concepts-en-acte et théorèmes-en-acte ;
- des possibilités d'inférence en situation. (Vergnaud, 2013, p. 138).

Les invariants opératoires sont des théorèmes-en-acte (propositions tenues pour vraies) ou des concepts-en-acte (concepts considérés comme pertinents). Par exemple, « Un logiciel de géométrie dynamique peut aider les élèves dans une activité de modélisation. » peut être une propriété considérée comme vraie par un professeur. Cette propriété constituera un théorème-en-actes si elle fait partie d'un schème développé par ce professeur, c'est-à-dire une organisation invariante de son activité. Ainsi, le professeur, lorsqu'il proposera à ses élèves des activités de modélisation, le fera dans une salle informatique pour que les élèves puissent accéder à un logiciel de géométrie dynamique.

Le concept de schème est complexe, et délicat à utiliser pour les chercheurs. Il nous semble toutefois essentiel dans une étude mobilisant l'approche documentaire de tenter d'identifier des schèmes développés par le professeur. Nous formulons ici, avant

de poursuivre la présentation de l'approche documentaire, quelques remarques qui peuvent éclairer les aspects théoriques mais aussi méthodologiques en jeu dans une telle identification (dans la partie suivante nous précisons les aspects méthodologiques de notre étude).

En ce qui concerne le but de l'activité d'un sujet observé, pour nous un professeur, plusieurs choix s'offrent toujours au chercheur en termes d'échelle. En reprenant l'exemple ci-dessus du professeur travaillant avec ses élèves en salle informatique pour qu'ils utilisent un logiciel de géométrie dynamique dans une tâche de modélisation, son but peut être décrit comme « Faire en sorte que les élèves s'approprient le logiciel comme outil de modélisation. » ou comme « Enseigner la modélisation ». Si le chercheur retient le but plus général « Enseigner la modélisation », il pourra identifier un schème associé à ce but. Ce schème sera lui-même composé de sous-schémes (associés à des sous-buts). Selon l'objectif d'analyse poursuivi, il est pertinent ou non de parler de plusieurs sous-schémes.

En ce qui concerne les invariants opératoires : concepts-en-actes et théorèmes-en-actes, ceux-ci sont essentiels car ils constituent la composante épistémique du schème (Vergnaud, 1996). Le schème explique et modélise la conceptualisation dans l'activité. Cette fonction de conceptualisation est assurée par les invariants opératoires et par leur évolution, lorsque le sujet rencontre une situation nouvelle. Ainsi, dans notre travail nous allons tout particulièrement nous attacher à observer des invariants opératoires. De plus, même si les invariants opératoires d'un sujet sont des constructions personnelles, résultant de l'activité de ce sujet, les mêmes invariants opératoires peuvent évidemment être partagés par plusieurs sujets. Dans (Gruson, Gueudet, Le Hénaff & Lebaud, 2018) nous avons ainsi identifié à partir du suivi de l'activité en classe et hors classe d'un professeur de mathématiques de lycée des invariants opératoires comme « Un nouveau chapitre doit débiter par une activité d'introduction. », susceptibles d'être communs à de nombreux professeurs de mathématiques. Pour les schèmes d'utilisation, Rabardel (1995) parle ainsi de schèmes sociaux, partagés par un certain collectif. Dernière remarque concernant les invariants opératoires : il est extrêmement délicat d'identifier l'origine précise d'un invariant opératoire. Dans la perspective de l'approche documentaire, avec la définition large de ressources rappelée ci-dessus, nous nous intéressons au lien entre invariants

opérateurs et interactions professeurs-ressources sans chercher à identifier quelle ressource peut avoir contribué à susciter tel ou tel invariant opératoire.

Dans le cadre de l'approche documentaire, le document est une entité composée de ressources et d'un schème d'utilisation de ces ressources ; le processus de développement d'un document est nommé « genèse documentaire ». Ce processus se compose lui-même de deux mouvements concomitants : d'une part, le développement des schèmes d'utilisation, comportant en particulier des invariants opératoires, résultant des ressources et de leurs caractéristiques. Ce mouvement d'instrumentation est celui qui est attendu par les auteurs de ressources pédagogiques (ou du moins certains d'entre eux) : contribuer par ces ressources aux évolutions des choix et des connaissances des professeurs. D'autre part, les connaissances du professeur influencent son choix de ressources, la manière dont il modifie celles-ci, dans un mouvement d'instrumentalisation qui fait lui aussi partie de la genèse documentaire. C'est ce mouvement qui explique la stabilité, reconnue (Robert & Rogalski, 2002), des pratiques enseignantes : après quelques années d'expérience, un enseignant a déjà développé des schèmes et notamment des invariants opératoires. Ceux-ci vont influencer son activité, en particulier son choix de ressources ainsi que les modifications qu'il apportera à ces ressources. Au cours de son activité, le professeur développe un système documentaire : l'ensemble des documents du professeur, structuré en fonction de son activité professionnelle (Gueudet & Trouche, 2008). Ce système documentaire comporte donc des ressources, ainsi que les schèmes associés (notamment les buts et les invariants opératoires). La partie « Ressources » de ce système est nommée « Système de ressources du professeur ». Nous avons montré dans des travaux antérieurs (Poisard, Bueno-Ravel, & Gueudet, 2011) que l'adoption par un professeur d'une ressource nouvelle dépendait fortement de la compatibilité de celle-ci avec le système de ressources du professeur et avec son système documentaire. Toutefois, le travail documentaire est fait d'interactions, et de nouvelles ressources peuvent aussi amener une évolution des invariants opératoires du professeur et donc de ses pratiques. Ainsi, dans (Pepin, Gueudet, & Trouche, 2017), nous avons étudié l'évolution du travail documentaire d'une professeure (Cora, professeur au second degré en Norvège) utilisant des ressources conçues par des chercheurs travaillant

dans le projet européen PRIMAS consacré aux démarches d'investigation. Cette professeure souhaitait *a priori* faire évoluer ses pratiques vers plus d'investigation pour les élèves ; c'est pourquoi elle a choisi d'utiliser les ressources PRIMAS. Ces ressources ont modifié son système de ressources, mais également les schèmes associés, et donc ses invariants opératoires et ses pratiques d'enseignement.

Le cas que nous étudions ici d'un professeur désirant mettre en œuvre dans sa classe un PER se rapproche de celui de Cora.

### 3. Questions de recherche

Nous nous intéressons ici aux caractéristiques du travail documentaire d'un professeur ayant pour objectif la mise en œuvre d'un PER dans sa classe : quelles ressources mobilisées, quelles interventions d'invariants opératoires, avec quelles conséquences ?

Nous avons étudié cette question générale dans le cas d'un professeur, Gwen, qui utilise en particulier une brochure IREM présentant certains PER (Bellenoué *et al.*, 2014, appelée « brochure-PER » dans ce qui suit). En conséquence, parmi les ressources mobilisées par Gwen, nous nous intéressons plus particulièrement à cette brochure. Il ne s'agit pas pour nous d'étudier la cohérence de l'usage la brochure, au sens introduit par Aldon, Font et Gardes (2017) et qui relie les intentions des auteurs d'une ressource et l'usage qu'en fait un professeur. En effet, nous nous intéressons au travail documentaire de Gwen de manière générale, et à toutes les ressources qu'elle mobilise dans le but de mettre en œuvre un PER. Cependant, la brochure étant conçue avec l'intention de soutenir la mise en œuvre en classe de PER, il nous semble aussi nécessaire d'interroger les choix de ses auteurs. C'est pourquoi les questions de recherche étudiées ici peuvent être formulées ainsi :

- **QR1.** Quels choix sont faits par les auteurs pour le contenu d'une ressource (la brochure-PER) visant à présenter des PER à des professeurs et à soutenir leur mise en œuvre en classe ?
- **QR2.** Quelles sont les spécificités du travail documentaire d'un professeur, Gwen, qui souhaite mettre en place un PER ? En particulier, quels invariants opératoires interviennent dans son travail, avec quelles conséquences pour la mise en œuvre du PER dans sa classe ?

Les réponses apportées à ces questions de recherche nous permettront d'apporter un éclairage concernant des thématiques plus générales. Il s'agit d'illustrer comment un intérêt porté aux invariants opératoires permet une compréhension fine des interactions entre les professeurs et les ressources qu'ils utilisent pour leur enseignement. Cette compréhension permet d'interroger les tensions complexes entre stabilité et évolutions, dans les pratiques des professeurs. Elle permet également d'étudier les liens entre les choix faits par les auteurs dans la conception d'une ressource et les usages qu'en font les professeurs, dans une perspective d'ergonomie curriculaire<sup>6</sup> (Choppin, Roth Mc Duffie, Drake & Davis, 2018). Enfin, nous aborderons la question de la diffusion des résultats de recherche pour les professeurs, dans le cas particulier des PER.

## MÉTHODOLOGIE

Notre étude du travail documentaire de Gwen concernant le PER en 1<sup>ère</sup> S s'inscrit dans un cadre plus large d'étude du travail documentaire de Gwen, que nous ne pouvons pas développer dans cet article (voir par exemple Gueudet et al. 2018). Cependant, nous présentons la démarche méthodologique utilisée pour cette étude plus large, puisque celle-ci a fourni certains résultats sur lesquels nous nous appuyons ici. C'est pourquoi nous exposons tout d'abord la méthodologie d'investigation réflexive que nous avons adoptée tout au long du projet REVEA. Nous présentons ensuite le cas de Gwen, que nous avons retenu pour cette étude. Nous détaillons finalement les données recueillies à propos de l'enseignement que Gwen souhaite réaliser sous forme de PER, et la méthode adoptée pour l'analyse de ces données.

### **1. La méthodologie d'investigation réflexive, principes**

Comme nous l'avons annoncé en introduction, le travail présenté ici s'inscrit dans le cadre du projet REVEA. Dans ce projet nous avons réalisé un suivi sur trois années (de 2014 à 2017) de plusieurs enseignantes de lycée, en mathématiques et dans d'autres disciplines, dans l'objectif d'analyser leurs interactions avec les ressources mobilisées pour leur enseignement, et les conséquences de ces interactions.

---

<sup>6</sup> Notre traduction de l'expression *curriculum ergonomics*.

Nous avons appliqué pour ce faire la méthodologie d'investigation réflexive (Gueudet & Trouche, 2010). Cette méthodologie est guidée par les principes suivants :

- le travail des professeurs est observé par les chercheurs hors classe et en classe ;
- le suivi assuré est de longue durée (il peut porter sur plusieurs années) ;
- l'enseignant est étroitement associé au recueil de données ;
- toutes les ressources matérielles utilisées et produites dans le travail documentaire sont recueillies.

Un questionnaire de présentation a été transmis aux professeurs en tout début de suivi. Celui-ci permet de recueillir des éléments sur le parcours de l'enseignante et sur son contexte de travail. Une chercheuse a ensuite effectué une visite guidée des ressources, au domicile du professeur. Nous avons également demandé au professeur de produire sur le support qui lui convient (fichier informatique ou feuille) la représentation schématique de son système de ressources (RSSR, Gueudet & Trouche, 2010). La RSSR permet de voir la façon dont le professeur se représente et souhaite communiquer des éléments d'organisation de son travail.

Ces éléments nous ont permis d'établir un portrait général de chaque enseignante (Gueudet et al. 2018), et en particulier pour Gwen que nous étudions ici. Nous présentons dans partie suivante les éléments de ce portrait qui ont servi d'arrière-plan à l'étude présentée ici.

## **2. Présentation du cas de Gwen**

Gwen est une enseignante expérimentée : elle a plus de 35 ans d'expérience dans l'enseignement des mathématiques au lycée. Elle a une grande expertise documentaire (Wang, 2018) : elle dispose d'un système de ressources très large et varié ; elle n'hésite pas à modifier des ressources ou à créer ses propres énoncés. Elle intervient également en section européenne pour l'enseignement des mathématiques en anglais, et a dans son système de ressources de nombreuses situations issues de manuels ou de sites Internet de pays anglophones.

Lors de l'entretien général, elle nous a déclaré qu'au fil des années elle en était venue à préparer ses enseignements sous forme de trames assez flexibles (Gueudet et al. 2018). En effet, il est essentiel pour elle de susciter des propositions des élèves, et

de les prendre en compte dans l'avancement du cours. Une préparation figée ne permettrait pas cette prise en compte.

Nos observations en classe ont confirmé cette flexibilité : Gwen suscite la participation des élèves, et peut modifier le déroulement prévu en fonction des interventions. Cependant, les observations de classe menées de 2014 à 2016 ont montré qu'elle enseignait selon le paradigme traditionnel au sens de la TAD. Elle adoptait les gestes de ce paradigme, dans la manière de faire rencontrer le savoir aux élèves, et de par le rôle central qu'elle jouait dans la classe.

Nous avons aussi noté que Gwen garde une certaine liberté vis-à-vis des programmes. Elle se permet de passer très rapidement sur des points de programmes qu'elle ne juge pas essentiels, et aussi d'aborder certains points hors programme qu'elle trouve intéressants (Gueudet & Parra, 2017).

Gwen réfléchit beaucoup à sa pratique et échange régulièrement avec d'autres enseignants. Dans son lycée, elle travaille toujours autant que possible en équipe avec des collègues. Elle a participé à plusieurs groupes de l'IREM, et suit régulièrement des formations. Elle assure également l'encadrement de jeunes enseignants arrivant dans son lycée.

Début juin 2015, l'IREM de Rennes a décidé de mettre en place un groupe concernant les PER (à l'initiative d'un professeur de lycée qui avait assisté à une conférence sur ce thème). À la fin juin 2015, Gwen a assisté à un séminaire donné à l'IREM par Maria-Rita Otero à propos des PER ; ceci l'a décidée à rejoindre le groupe. Celui-ci s'est donné pour objectif d'élaborer un PER pour la classe de 1<sup>ère</sup> ES à propos de la notion de nombre dérivé. Les membres du groupe ont tout d'abord étudié ce qu'était un PER, à partir de documents des IREM de Poitiers, Bordeaux et Grenoble. En ce qui concerne des exemples de PER, le groupe s'est en particulier intéressé au travail effectué à l'IREM de Poitiers. C'est ce qui a conduit Gwen à décider en 2016-2017 de mettre en œuvre un PER dans sa classe de 1<sup>ère</sup> S. Elle a annoncé aux membres du groupe son intention de mettre en œuvre ce PER. Cependant, les choix de mise en œuvre n'ont pas été discutés au sein du groupe.

### **3. Recueil de données concernant la mise en œuvre du PER**

En ce qui concerne le PER en classe de 1<sup>ère</sup> S en 2016-2017, nous avons suivi Gwen depuis la préparation de la séquence jusqu'à la mise en place de l'évaluation finale, ce qui représente dix séances

d'enseignement d'une heure sur une période d'environ quatre semaines. Dans ce travail documentaire, la ressource principale utilisée par Gwen est la brochure-PER (Bellenoué *et al.*, 2014) décrivant des PER pour la classe de 1<sup>ère</sup> S, dont un qui a retenu l'attention de Gwen. Nous considérons que, à partir de cette brochure et d'autres ressources, Gwen a développé des documents au sens de l'approche documentaire du didactique, qui combinent des ressources et des schèmes d'utilisation.

Suivant à nouveau la méthodologie de l'investigation réflexive, nous avons d'abord mené un entretien (Entretien 1) concernant la mise en place prévue par Gwen de la séquence, ainsi que des ressources qu'elle pensait utiliser. Nous avons également filmé les séances en classe et récupéré toutes les ressources utilisées ou produites. Chaque vidéo de séance a donné lieu à la production d'un synopsis par les chercheurs (Sensevy, 2011). Celui-ci permet de préparer l'entretien post-séances (Entretien 2) en identifiant les modifications faites par rapport aux ressources mobilisées. Ce dernier entretien portait sur deux points essentiels : d'une part, sur les modifications initiales apportées par rapport aux propositions de la brochure et les modifications en cours de mise en place de ce PER ; d'autre part, sur les différences ressenties, entre cet enseignement sous forme de PER et ses enseignements habituels, ainsi que l'interprétation éventuelle par Gwen de l'origine de ces modifications et différences.

#### **4. Analyse des données concernant la mise en œuvre du PER**

Afin de répondre à notre question (QR1) ci-dessus, nous avons tout d'abord analysé la partie de la brochure (Bellenoué *et al.*, 2014) utilisée par Gwen en confrontant son contenu aux caractéristiques d'un PER décrites ci-dessus. En ce qui concerne la question (QR2), nous avons cherché à identifier les documents développés par Gwen au fil de son travail documentaire pour la mise en œuvre du PER, et en particulier quels invariants opératoires étaient mobilisés ou développés.

Pour l'analyse de documents et l'identification d'invariants opératoires, nous avons commencé par analyser les transcriptions des deux entretiens en recherchant des affirmations pouvant correspondre à des invariants opératoires : des propositions que le professeur considère comme vraies, et qui guident son action (orientée vers un but donné). Pour chacune de ces propositions, nous avons ensuite cherché dans les vidéos et observations des

séances si elle avait effectivement pu guider le travail du professeur ; si cela était confirmé, nous considérons alors cette proposition comme un invariant opératoire. Nous cherchions aussi systématiquement le lien entre les ressources utilisées ou produites et ces invariants opératoires, de manière à identifier des genèses documentaires.

## CONCEVOIR DES RESSOURCES POUR SOUTENIR LA MISE EN ŒUVRE DE PER : ANALYSE D'UNE BROCHURE IREM

L'IREM de Poitiers organise depuis plusieurs années des groupes de recherche sur le thème des PER. Le travail de ces groupes a donné lieu à la publication de brochures, notamment « Enseigner les mathématiques en 1ère S : Trois parcours sur l'analyse et la géométrie analytique » (Bellenoué *et al.* 2014) que nous étudions ici. Cette brochure est en outre accompagnée de ressources en ligne, en particulier un diaporama et une banque d'exercices. Dans cette brochure, nous nous intéressons aux éléments généraux sur les PER à destination des enseignants, ainsi qu'au parcours centré sur la question notée Q0 : « Comment fonctionne une antenne parabolique ? ».

### **1. PER « Antenne parabolique », description du contenu de la brochure**

La brochure s'ouvre sur une présentation de la perspective retenue (partie A) intitulée « Pourquoi redonner du sens aux mathématiques enseignées ? », qui introduit le changement de paradigme proposé, ses motivations, et la notion de PER. Elle présente ensuite (partie B) un point de vue historique sur les notions mathématiques en jeu ainsi qu'une analyse de leur place dans les programmes actuels.

La partie C présente les trois parcours. Elle débute par une présentation générale, exposant l'organisation didactique puis l'organisation mathématique des parcours. En ce qui concerne l'organisation didactique, il est fait mention de la question (Q0, pour le parcours que nous considérons) comme une « grande question », qui va permettre aux élèves de faire des liens entre tous les contenus mathématiques rencontrés au cours du parcours. Il est dit que le parcours débute par deux enquêtes (voir ci-dessous), sans précisions sur la manière de prendre en compte les

réponses des élèves à ces enquêtes. Ce qui est particulièrement mis en avant est la présence de deux études, désignées comme Activités d'Étude et de Recherche (AER), qui sont tirées de situations réelles et permettent de faire des liens avec des contenus du programme. Une section intitulée « organisation mathématique » fait la liste des contenus de programme concernés.

La présentation du PER lui-même est organisée selon cinq parties : 1. Analyses *a priori*, 2. Gestion de la classe et productions d'élèves, 3. Un exemple de parcours, 4. Banque d'exercices, 5. Évaluation.

La partie 1 comporte comme le suggère son titre des éléments d'analyse *a priori*, mais aussi des conseils sur la mise en œuvre en classe. Dans la partie 1, les auteurs présentent deux enquêtes à faire mener aux élèves : l'une sur les antennes paraboliques et l'autre sur la réflexion sur un miroir plan. Les objectifs de ces recherches sont : fixer que la réflexion est spéculaire et dépend de la forme de la surface de réflexion (plane, circulaire, parabolique) et insister sur les connaissances acquises en Seconde en physique sur les lois de la réflexion. La brochure suggère que le professeur propose aux élèves de faire des recherches et d'en exposer les résultats devant la classe. Cependant, parmi les ressources en ligne associées à la brochure, on trouve en particulier un diaporama qui fait « le bilan » de l'enquête. Il est spécifié que ce bilan doit tenir compte des propositions des élèves ; celles-ci peuvent être en effet ajoutées, mais la structure du bilan est difficilement modifiable.

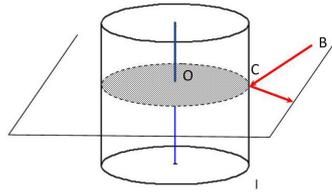
Toujours en partie 1, la brochure propose une étude intitulée « Miroir cylindrique » (Étude 1). Cette étude est composée d'un ensemble de trois activités ou « parties » : partie 1, construction à la règle et au compas (Figure 1) ; partie 2, rayon réfléchi et partie 3, rayon ne se réfléchissant pas (Figure 2). Nous ne pouvons ici détailler la présentation de l'ensemble de l'étude 1. Nous allons considérer la partie 3, qui s'appuie sur certains résultats de la partie 1.

Étude 1 : Miroir cylindrique

Partie 1 :

Construction à la règle et au compas

Un miroir cylindrique reçoit en C un rayon lumineux issu de B (extérieur au miroir) et orthogonal à l'axe du miroir, ce qui permet la représentation plane suivante.



1. Construire le rayon réfléchi du rayon (BC). Justifier cette construction en argumentant à l'aide de la loi d'optique rappelée précédemment. Expliquer les étapes de la construction.
2. Construire les rayons issus de B qui ne se réfléchissent pas.

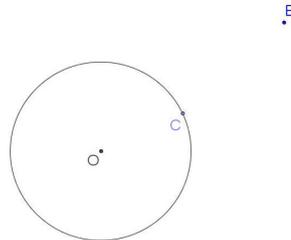


Figure 1. - Étude 1, Partie 1 (Bellenoué *et al.* 2014, p. 50)

Étude 1 : Miroir cylindrique

Partie 3 : Rayons ne se réfléchissant pas

Soit le cercle  $C_1$  de centre O et de rayon 6 et  $B_1(6 ; 10)$ .

- 1) Construire avec *GeoGebra* les rayons issus de  $B_1$  qui ne se réfléchissent pas sur le miroir. Justifier tous les résultats qui apparaissent dans la fenêtre algèbre.
- 2) Faire de même pour les rayons issus de  $B_2(18 ; 18)$ .

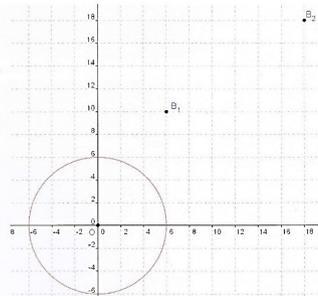


Figure 2. - Étude 1, Partie 3 (Bellenoué *et al.* 2014, p. 52)

Cette partie 3 propose de construire, avec *GeoGebra*, les rayons qui ne se réfléchissent pas sur un miroir cylindrique. La question 1 est formulée de manière à induire une démarche : les élèves font la construction avec *GeoGebra*, et observent les équations générées par le logiciel dans la fenêtre « algèbre » : équations de droites et de cercles. Ils doivent alors justifier ces résultats. Dans le même temps, il est demandé aux élèves de trouver le moyen de produire eux-mêmes ces équations. Les élèves peuvent déduire de recherches précédemment menées (partie 1, question 2) que les rayons issus de B ne se réfléchissant pas sont situés au-delà des deux demi-tangentes au cercle issues de B. Ils peuvent placer ces

tangentes sur le graphique avec GeoGebra. Il est attendu à la question 1 que les élèves reconnaissent l'équation d'une des tangentes. Lors de la question 2 de la partie 1, les élèves ont vu par ailleurs que les tangentes sont les droites (BE) et (BD), où E et D sont les points d'intersection du cercle représentant le miroir avec le cercle de diamètre [BO] (justification par la perpendicularité de la tangente au rayon, et les triangles rectangles inscrits dans un cercle). Ils ne connaissent pas en revanche les équations de cercle et doivent les retrouver avec l'aide de l'enseignant à partir de la formule de la distance entre deux points (dans un repère orthonormé). Ici, la construction de la réponse est essentiellement à la charge du professeur.

La brochure propose alors que l'enseignant, à la suite de ce travail sur les équations de deux cercles et la recherche de leurs points d'intersection, fasse un cours sur les équations de cercle, puis propose des exercices classiques. Il s'agit ici d'un moment de synthèse, prévu dans le cadre du PER mais qui se rapproche aussi du cadre habituel de la classe.

Une deuxième étude est ensuite proposée : « Miroir parabolique » (Étude 2). Pour cette étude, la brochure-PER propose de réaliser une exploration dans le cadre géométrique du problème de la réflexion d'un rayon parallèle à l'axe de symétrie d'une parabole en un point donné (Figure 3). Elle demande de déterminer l'équation du rayon réfléchi pour une parabole donnée en fournissant les données nécessaires.

<p>1) Construire sur le schéma ci-contre le rayon réfléchi du rayon incident parallèle à l'axe de la parabole. Justifier.</p> <p>2) Cette parabole a pour équation <math>y=0,1x^2</math>. Déterminer une équation du rayon réfléchi de celui issu de B(3 ;7), parallèle à l'axe de la parabole. Justifier.</p>	
--	--

Figure 3. - Étude 2 (Bellenoué *et al.* 2014, p. 54)

Il apparaît ici l'une des raisons d'être du savoir en jeu dans ce PER qui est le problème de la tangente à une courbe régulière qui, selon le programme de 1<sup>ère</sup> S, pourrait être traité dans le cadre géométrique, analytique ou du calcul. En ce qui concerne le cadre

analytique, la brochure cherche à trouver l'unique point d'intersection entre le cercle et une droite ou la parabole et une droite, en résolvant le système d'équations correspondant. Comme l'équation de la courbe est connue, on peut trouver la pente de la tangente grâce à l'unicité du point d'intersection entre la courbe et une droite. Il s'agit de considérer comme inconnue la pente de la droite, puis de résoudre une équation du second degré (Bellenoué *et al.*, 2014, p. 56).

La partie 1 se conclut sur l'explication du fonctionnement de l'antenne parabolique, en montrant la convergence des rayons réfléchis vers le foyer de la parabole lorsque les rayons incidents sont parallèles à l'axe.

Dans la partie 2, les auteurs proposent des conseils de mise en œuvre et montrent des exemples de productions d'élèves. Par exemple, il est suggéré que le professeur demande aux élèves de faire les deux enquêtes « une semaine avant le début du parcours ». Des extraits de productions d'élèves illustrent des procédures pour la résolution des études 1 et 2. Cette partie 2 se termine par l'explication du fonctionnement de l'antenne parabolique, avec trois démarches possibles.

La brochure propose en partie 3 un « exemple de parcours réalisé en classe ». Cet exemple est très synthétique, présenté sous forme de liste d'activités effectuées avec les élèves. En plus des activités déjà mentionnées (les deux enquêtes, les études 1 et 2, l'étude du fonctionnement de l'antenne parabolique, toutes suivies de synthèses), cet exemple intègre des exercices dont les énoncés sont présentés dans la partie suivante. La partie 4 comporte en effet 39 exercices, et 4 documents présentant des activités de type historique. Finalement la partie 5 propose trois textes possibles pour des évaluations faisant suite au parcours.

## **2. Choix des auteurs et caractéristiques d'un PER**

L'élaboration d'une réponse à la question « Comment fonctionne une antenne parabolique ? » (Q0) permet une rencontre motivée avec des propriétés de géométrie, en particulier de géométrie analytique, d'optique physique et géométrique. Il faut notamment étudier la réflexion des ondes électromagnétiques sur différentes surfaces pour expliquer le fonctionnement des nombreux appareils de transmission et de réception de la lumière, essentiels pour les communications actuelles, et pour d'autres usages dans les domaines de l'architecture, des automobiles, de l'énergie solaire, etc. Cette question Q0 est génératrice d'un PER, car elle

permet de générer de nombreuses questions dérivées et des réponses préconstruites et d'amener la rencontre avec de nombreuses œuvres.

L'étude de Q0 telle que décrite par la brochure permet d'accomplir les gestes caractéristiques d'un PER (chercher, analyser, décrire, développer et évaluer les objets, les œuvres, les ressources etc.). On y rencontre l'analyse historique du problème de recherche de tangentes à une courbe et du développement des œuvres liées, y compris les questions d'optique par rapport au problème de la réflexion sur différentes surfaces réfléchissantes, lesquelles amènent à l'étude des coniques, et à l'existence des tangentes à ces courbes. La brochure montre des expérimentations possibles sur la réflexion de la lumière sur différentes surfaces, qui amènent à considérer comment se produit ce phénomène pour différents types de miroirs. Le texte offre des remarques pour le possible développement de réponses propres, par exemple, on peut ou non utiliser le calcul différentiel, on peut rester dans le cadre géométrique analytique, dans  $\mathbb{R}^2$  ou  $\mathbb{R}^3$ , etc.

Ce contenu pour un possible enseignement est associé à des éléments plus directement liés à la mise en œuvre effective en classe. Tout au long de la brochure, des liens sont faits avec le programme de la classe de 1<sup>ère</sup> S et l'avancement du savoir dans la classe. Des propositions d'éléments de cours, en lien avec ce programme, sont formulées. Ainsi, dès la partie 1, à la suite du début de l'étude 1 (miroir cylindrique) les auteurs écrivent (p. 52) : « Nous choisissons ce moment pour revoir et compléter les connaissances par un premier cours de géométrie analytique. » (suit alors la liste des notions et propriétés à travailler).

Dans la partie 2 (gestion de classe), la brochure offre au professeur des ressources relatives à l'analyse de quelques questions dérivées possibles associées à des productions d'élèves, pour anticiper des cheminements et résolutions possibles, et pour faire le lien avec les contenus mathématiques du programme.

La partie 3 intitulée « Un exemple de parcours » donne peu d'éléments supplémentaires (elle ne précise pas de durées notamment), hormis les numéros des exercices retenus. Ces exercices et les évaluations (parties 4 et 5) se veulent aussi une aide à la mise en œuvre du parcours en tenant compte des contraintes du programme et en faisant un lien avec les pratiques ordinaires.

Ainsi, la brochure donne des éléments qui peuvent amener la réalisation d'un PER. La question génératrice nécessite bien de formuler des questions dérivées, et de dépasser les réponses préconstruites. Le milieu didactique se construit au fur et à mesure de l'élaboration de réponses. Les élèves sont amenés à effectuer les gestes caractéristiques du PER.

Dans le même temps, les auteurs tentent de prendre en compte les contraintes et les pratiques habituelles des professeurs. Les deux études sur les miroirs jouent le rôle de questions dérivées, mais n'auront pas forcément été évoquées par les élèves à la suite des enquêtes. De plus, la brochure suggère des moments pour des éléments de cours, en lien avec le programme. Ainsi, le rôle de l'enseignant risque d'être plus prépondérant que les principes énoncés par les chercheurs pour le PER ne le prévoient. La brochure propose aussi des exercices et des évaluations, qui ne font pas *a priori* partie d'un enseignement relevant du paradigme de questionnement du monde, mais dont on mesure l'importance, pour une appropriation par des professeurs.

#### MISE EN ŒUVRE D'UN PER PAR UN PROFESSEUR EN 1<sup>ÈRE</sup> S : ÉTUDE DE CAS.

Dans cette partie, nous présentons des résultats issus de l'analyse du travail documentaire de Gwen pour la conception et la mise en œuvre du PER « Antenne parabolique » dans sa classe de 1<sup>ère</sup> S en 2016-2017. Nous nous intéressons à ses interactions avec des ressources, notamment la brochure-PER, et aux phénomènes d'instrumentation et d'instrumentalisation résultant de ces interactions. Nous recherchons en particulier les invariants opératoires qui ont pu piloter les choix de Gwen, mais également les invariants opératoires qu'elle a pu développer au cours de ce travail.

Nous nous sommes intéressés à quatre aspects de son travail documentaire : son choix de mettre en œuvre le PER « Antenne parabolique » ; les adaptations du PER qu'elle a réalisées, de manière à renforcer le guidage des élèves et à contrôler le temps consacré au PER ; les adaptations du PER qu'elle a réalisées par ajout d'exercices issus de son système de ressources ; la modification de sa progression habituelle, résultant de la mise en œuvre du PER. Nous considérons ces aspects comme particulièrement importants, parce que le choix initial est

déterminant. De plus, les trois autres aspects concernent l'ensemble de l'enseignement sous forme de PER.

### **1. Choix par Gwen de mettre en œuvre le PER « Antenne parabolique »**

Les analyses du travail documentaire de Gwen réalisées dans le projet REVEA ont montré qu'elle accordait une grande importance à la réflexion sur sa pratique. De plus, elle apprécie particulièrement le travail collectif avec ses collègues. S'interrogeant sur ses pratiques, elle souhaite notamment donner plus de sens aux mathématiques qu'elle enseigne. Ces différentes raisons l'ont conduite à intégrer le groupe IREM consacré aux PER.

Au cours du travail de ce groupe, elle a rencontré la brochure-PER présentant trois parcours pour le niveau de 1<sup>ère</sup> S. Son choix du parcours « Antenne parabolique » peut être interprété comme un mouvement d'instrumentalisation, résultant de plusieurs invariants opératoires. Tout d'abord, « Il faut donner du sens aux mathématiques enseignées. ». Gwen déclare ainsi :

Ça fait 35 ans que j'enseigne, la colinéarité et les équations droites ...voilà, je me suis dit, ras le bol j'ai envie de changer vraiment de point de vue et puis je me pose pas mal de questions aussi sur comment donner du sens un peu à ce qu'on enseigne. (Entretien 1).

Cette citation témoigne bien d'une réflexion sur sa pratique, d'une volonté de changement, et du souhait de donner du sens aux mathématiques enseignées. L'enseignement sous forme de PER lui semble offrir ce type de possibilités, en garantir aussi une meilleure implication des élèves :

En faisant le questionnement comme ça de sorte que les élèves rédigent déjà eux-mêmes un petit peu un plan de recherche et de questions, que ce soit leurs questions pour qu'ils se soient plus impliqués, davantage impliqués, puis davantage de sens. (Entretien 1).

Ceci aurait pu la conduire au choix de n'importe lequel des trois PER présentés dans la brochure. Cependant, sa préférence va au PER « Antenne parabolique », en raison d'un autre invariant opératoire : « Il faut couvrir tout le programme. ». Cet invariant opératoire a été très important dans le choix de ce PER par Gwen. En effet, celui-ci lui semble offrir la possibilité de couvrir des aspects divers de ce programme officiel. Ainsi, Gwen a déclaré dans l'entretien 1 :

Leur parcours sur l'antenne parabolique était vraiment très intéressant et me permettrait de traiter tout ce qui concerne les équations de droites... et au-delà puisque on passe d'un repère orthonormé sur les droites perpendiculaires et sur les équations de cercles. (Entretien 1).

L'analyse proposée par les auteurs de la brochure, qui explicitent systématiquement des liens avec le programme, a rencontré ici cet invariant opératoire de Gwen et joué un rôle déterminant pour le choix de ce PER.

## **2. Adaptation du PER pour renforcer le guidage des élèves et contrôler le temps**

Nous allons montrer ci-dessous à travers plusieurs exemples que les modifications apportées par Gwen, dans un processus d'instrumentalisation, vont vers un contrôle du temps en mettant en place en particulier un cadrage beaucoup plus fort de l'activité des élèves, par rapport à ce qui est attendu dans un PER et prévu par la brochure.

Comme nous l'avons souligné plus haut, dans un PER les élèves doivent poser des questions, élaborer des réponses, les évaluer etc. Gwen a clairement modifié les propositions de la brochure, allant dans le sens d'un plus grand cadrage de l'activité des élèves, lié au contrôle du temps. Les modifications qu'elle propose sont associées à certains invariants opératoires que nous avons pu identifier, en particulier « Il faut garder le contrôle du temps. », « Le temps disponible pour l'enseignement en 1<sup>ère</sup> S est particulièrement réduit. ». Gwen fait de nombreuses déclarations en ce sens dans les interviews ; elle souligne même que lorsqu'elle a parlé de PER à ses collègues, la première question de ceux-ci a été : « Mais comment as-tu trouvé le temps de faire ça avec les élèves ? ».

Ainsi, dans sa mise en œuvre du PER, nous pouvons observer de nombreux choix destinés à gagner du temps. Par exemple, elle a réparti les deux enquêtes initiales (« Fonctionnement d'une antenne parabolique » et « Réflexion sur un miroir plan ») en les donnant parallèlement à deux groupes d'élèves. Le travail devait être fait à la maison et les élèves devaient présenter les résultats de leurs recherches sur une feuille A4 ou les envoyer par e-mail. L'enseignante a simplement gardé certaines constructions d'élèves, pour le rayon réfléchi, qu'elle a utilisées ultérieurement

pour mettre des erreurs en évidence. Mais elle a élaboré seule les synthèses suivant les enquêtes.

Gwen a utilisé le diaporama en ligne, disponible comme ressource supplémentaire sur le site de l'IREM de Poitiers, mais elle a fait des changements importants. Le diaporama de l'IREM est composé de 38 diapositives, la première pose la question génératrice du PER : Comment fonctionne une antenne parabolique ? Les quinze diapositives suivantes considèrent différents types d'antennes paraboliques. Puis, le diaporama pose la question de la réflexion d'une onde ou d'un rayon lumineux sur de nombreuses surfaces dans 19 diapositives. Les quatre dernières diapositives évoquent la deuxième enquête concernant la loi de la réflexion pour un rayon lumineux sur un miroir plan. Concernant, l'usage de cette ressource par Gwen, nous observons qu'elle a enlevé 20 diapositives et en a considérablement modifié l'ordre. Dans la première diapositive, au lieu d'énoncer la question génératrice du PER, elle a choisi de présenter le problème de la réflexion d'une onde sur une surface (diapositive 16). Ensuite, elle utilise les diapositives 36, 37 et 38, lesquelles énoncent la loi de la réflexion sur une surface plane. Ces décisions conduisent à une simple rencontre monumentale avec le savoir dans la mesure où la synthèse n'est pas appuyée sur des réponses fournies par les élèves.

Dans la mise en place de l'étude 1, partie 1 (Figure 1), Gwen n'a rien changé. Elle a toutefois laissé de côté la plupart des productions des élèves en projetant uniquement celles qui n'étaient pas correctes et elle a décidé de proposer sa propre construction avec GeoGebra.

En revanche dans la partie 3 de l'étude 1 (Figure 2), Gwen introduit diverses modifications destinées à gagner du temps, en cadrant l'activité des élèves. En effet, un autre invariant opératoire lié à celui concernant la gestion du temps est « Il faut guider l'activité des élèves pour éviter de perdre du temps. ». Gwen a proposé aux élèves l'activité suivante (Figure 4).

Miroir cylindrique : rayons ne se réfléchissant pas (≈ 25 min)

Le miroir cylindrique vu de haut est représenté par le cercle de centre O et de rayon 6. Le point B a comme coordonnées (6,10)  
 Au-delà des demi-droites [BE) et [BD) le rayon issu de B ne se réfléchit pas sur le miroir.

1/ Déterminer une équation de chacun des deux cercles.  
 Cercle de centre O et de rayon 6 : .....  
 Cercle de diamètre [OB] :  
 (donner les deux écritures de l'équation de ce cercle)  
 .....

2/ Vous allez calculer les coordonnées des points d'intersection de ces deux cercles E et D.  
 Les coordonnées (x ; y) de ces points d'intersection sont les solutions d'un système de deux équations.

a/ Écrire ce système : .....  
 b/ Montrer que ce système équivaut à :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ y = -0,6x + 3,6 \end{cases}$$

.....

c/ Résoudre ce dernier système.....

3/ a/ Donner une équation de la droite (BD) : .....  
 b/ Donner une équation de la droite (BE) : .....

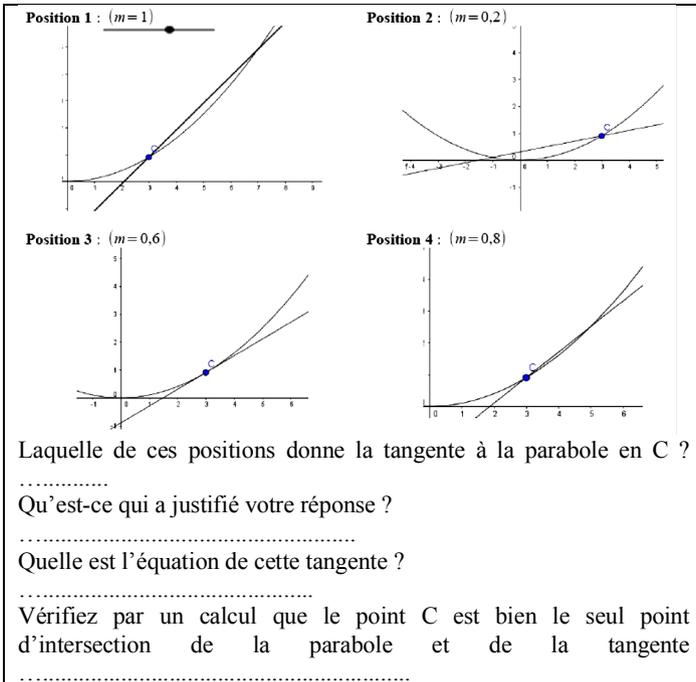
**Figure 4.** - Activité miroir cylindrique proposée par Gwen

Par rapport au contenu de la brochure-PER (Figure 2), on remarque que Gwen a supprimé l'un des points : B<sub>2</sub>. Avant de soumettre cette activité aux élèves, elle a projeté la construction correcte avec GeoGebra. Sur le graphique donné dans le texte de l'activité (Figure 4), on voit que figurent le cercle de diamètre [OB] et les deux tangentes : ainsi, les élèves sont significativement plus guidés que dans la proposition de la brochure.

De plus, la recherche des équations des tangentes est guidée par des questions intermédiaires : déterminer les équations des deux cercles ; écrire le système donnant les coordonnées des points d'intersection ; montrer que ce système est équivalent à un système plus simple ; résoudre ce système plus simple ; déterminer les équations des deux droites. Elle a donc fermé les tâches plus ouvertes proposées par la brochure au moyen d'un processus de décomposition en petites tâches guidées : une liste de questions du type « traditionnel » que les élèves doivent résoudre.

Gwen a également significativement modifié l'étude 2 (voir l'extrait de la brochure en Figure 3, et ci-dessous l'activité donnée par Gwen en Figure 5).

<p><b>Miroir parabolique</b> : (<math>\approx 15</math> min)</p>	
<p>Voici la vue en plan de coupe d'un miroir parabolique.</p>	
<p>L'équation de la parabole est ici <math>y=0,1x^2</math>.</p>	
<p>Un rayon vertical se réfléchit sur la parabole en un point C d'abscisse 3.</p>	
<p><b>Ordonnée de C</b> ? <math>y_c = \dots\dots\dots</math></p>	
<p>Les lois d'optique de Snell-Descartes s'appliquent à condition de pouvoir considérer que <b>très localement</b> autour du point C (en zoomant fortement), la courbure de la parabole s'efface et que l'on peut alors assimiler l'environnement immédiat de C sur la parabole à une droite.</p>	
<p>Cette droite s'appelle <b>la tangente à la parabole au point C</b>.</p>	
<p>Cette tangente est une droite qui passe par le point C et dont l'équation est de la forme <math>y=m(x-x_c)+y_c</math></p>	
<p>À l'aide du logiciel GeoGebra nous obtenons quelques positions de droites qui « pivotent » autour de C :</p>	



**Figure 5.** - Activité miroir parabolique donnée par Gwen.

Pour cette étude, la brochure propose quatre méthodes qui peuvent être utilisées pour tracer la tangente. Gwen ne donne pas la possibilité aux élèves de chercher une méthode (elle donne directement dans la position 3 la valeur de la pente). Elle ajoute quatre représentations de droites « pivotant » autour d'un point C de la parabole, avec pour chacune la valeur de la pente  $m$  correspondante. Il s'agit alors pour les élèves d'observer laquelle de ces droites est tangente, de justifier qu'elle est tangente en disant qu'il y a un unique point d'intersection, puis de déterminer son équation (mais la pente est donnée).

Les modifications introduites par Gwen dans ce cas et dans les études précédentes proposées par la brochure ont des caractéristiques similaires. Elles visent à éliminer les explorations dans le cadre géométrique et à remplacer les tâches ouvertes dans le cadre analytique par des exercices traditionnels où elle décompose chaque étape de la résolution afin de guider les élèves. Nous interprétons que les changements réalisés par Gwen ont pour but de guider le travail des élèves. Ces changements sont aussi liés au contrôle du temps, au contrôle du milieu et à la

conception de Gwen sur les aides à l'étude. Ces gestes s'éloignent de l'activité mathématique de la classe attendue dans un PER.

Les modifications décrites ci-dessus vont toutes dans le sens d'un contrôle de l'activité des élèves, qui ne correspond pas au paradigme visé par un PER. Ce contrôle est lié à l'invariant opératoire « Il faut gagner du temps. », ou « Il faut éviter de perdre du temps. », lui-même fortement associé à l'invariant opératoire cité précédemment « Il faut couvrir tout le programme. ».

Paradoxalement, ces besoins de « gagner du temps », de « couvrir tout le programme » qui ont amené Gwen à mettre en place ce PER semblent aussi un obstacle à la mise en place d'un PER.

### **3. Adaptation du PER par ajout d'exercices issus de son système de ressources**

Un invariant opératoire important, que nous avons observé chez Gwen, peut être formulé comme « Donner un énoncé contextualisé permet d'augmenter la motivation des élèves. ». Il ne s'agit pas de mettre en avant le sens des concepts et propriétés mathématiques mobilisées, mais simplement de partir de situations « concrètes ». Le contexte de ces situations, selon Gwen, va permettre de mobiliser l'attention des élèves.

Ainsi, elle déclare, à propos de l'activité qui consiste à trouver l'équation du rayon réfléchi pour un miroir cylindrique :

Je pense que si j'avais donné en dehors de ce contexte beaucoup auraient renoncé au bout de trois étapes en disant bah la prof elle aura bien vu que j'ai commencé à chercher ... alors que là il y avait quand même un contexte qui les a motivés ... et j'étais assez satisfaite aujourd'hui. (Entretien 2).

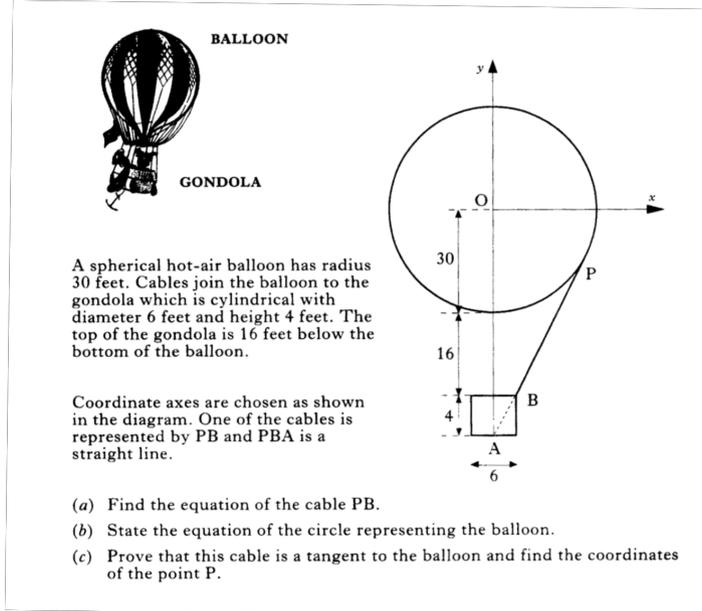
L'observation de ses élèves la conforte dans cette conviction : le contexte motive les élèves. Elle souligne le fait qu'elle a apprécié dans la brochure l'activité sur les rayons ne se réfléchissant pas sur un miroir cylindrique (Étude 1, partie 3, page 52) :

(...) parce que là on le fait dans le contexte où je cherche quel est le cône de lumière en fait et le cône qui ne se réfléchit pas, le cône qui se réfléchit et -pas le cône, tout le reste- tous les rayons qui ne se réfléchissent pas sur le miroir donc, il y a une histoire derrière il y a du narratif donc, c'est beaucoup plus sympa. (Entretien 2).

Au cours du PER, elle a donné aux élèves des exercices issus de leur manuel, de préférence aux exercices issus de la brochure. Ceci est lié à sa pratique habituelle, et à un invariant opératoire

qu'on peut formuler comme : « Les élèves ont un manuel, il faut l'utiliser. ».

Dès l'entretien 1, elle nous fait part de son intention de donner dans le devoir final un exercice issu de l'énoncé anglais présenté ci-dessous (Figure 6). Dans cet exemple, il est clair que l'enjeu n'est pas de donner du sens aux concepts : montrer que le câble est tangent au ballon contextualise la notion de droite tangente à un cercle, mais n'aide pas réellement à accéder au sens de la notion de tangente à un cercle. Ainsi, nous considérons que l'invariant opératoire « Donner un énoncé contextualisé permet d'augmenter la motivation des élèves. » guide fortement le travail documentaire de Gwen.



**Figure 6.-** L'exercice en anglais utilisé pour concevoir l'évaluation finale

Cet invariant opératoire a sans doute aussi contribué à son choix de mettre en place un PER, même si le PER est *a priori* très loin d'une simple résolution de problèmes contextualisée.

Ainsi, dans l'entretien 2, elle déclare à propos de la recherche initiale :

N'empêche que, avec tous les bémols qu'on peut mettre sur cette recherche, ça a quand même tout de suite donné une certaine direction et un certain élan au travail qui a été fait après. Ça a donné le contexte, de l'élan et de la motivation, de l'engagement. (Entretien 2).

Dans les deux interviews une ambiguïté sémantique subsiste, entre « motiver les concepts », qui est proche de « donner du sens » et essentiel pour un PER tel qu'introduit en TAD (Chevallard, 2009a), et « motiver les élèves », qui peut être lié simplement au fait d'avoir des éléments considérés comme non mathématiques donnant un caractère attractif aux situations.

#### **4. Modification de la progression habituelle de Gwen**

Au lycée où se déroule l'étude, les enseignants de mathématiques des cinq classes de 1<sup>ère</sup> S suivent une progression commune, construite en collaboration en début d'année, afin de pouvoir faire des devoirs communs. Le premier se déroule début décembre, c'est-à-dire après la séquence que nous étudions ici. Nous avons déjà relaté l'importance du travail collectif pour Gwen.

Lorsqu'elle prépare le deuxième chapitre de cette progression commune, chapitre portant sur les vecteurs et les équations cartésiennes de droites dans le plan, elle commence par regarder le cours de deux manuels, celui des élèves, ainsi qu'un manuel qu'elle affectionne tout particulièrement. Mais cette présentation ne la satisfait plus, elle souhaite changer de point de vue comme nous l'avons dit ci-dessus.

Suite à son choix du PER « Antenne parabolique », elle modifie sa progression habituelle, dans un mouvement d'instrumentation.

Dans ce PER, ce que j'ai apprécié par rapport à ce que je fais habituellement c'est le fait d'avoir à chercher des éléments qui d'habitude ne se trouvent pas à cet endroit-là dans le programme donc, ça c'était intéressant, pour moi. (Entretien 2).

La brochure-PER est identifiée très clairement par Gwen comme permettant de couvrir certaines parties de programme abordée au premier trimestre selon la progression commune, mais également des notions normalement étudiées plus tard dans l'année, en l'occurrence lors de l'introduction du produit scalaire.

Cette réorganisation des contenus des programmes que permet la brochure-PER satisfait pleinement Gwen. Elle exprime ainsi une conviction, issue de sa pratique professionnelle : « Les notions de droites perpendiculaires et de cercles peuvent être vues

sans faire la liaison avec le produit scalaire. » (Entretien 2). Elle bouleverse donc la progression annuelle suite à son analyse des objets d'enseignement et à ses connaissances professionnelles concernant certaines difficultés rencontrées par les élèves.

En fin de compte j'aime bien en parler dès maintenant, on peut avoir des outils assez facilement, beaucoup plus simples, moins théoriques que passer par le produit scalaire avant d'arriver à ça. (Entretien 2).

Comme nous l'avons mentionné dans la présentation du cas de Gwen, celle-ci n'hésite pas à s'écarter du programme officiel pour faciliter l'appropriation de certains concepts. Elle utilise un résultat hors-programme mais qu'elle considère comme une aide pour les élèves dans la compréhension du concept de perpendicularité. Ce résultat n'est pas apporté comme une technique, mais démontré avec les élèves. Elle justifie d'ailleurs que la démonstration permet de réinvestir (ici le théorème de Pythagore) des connaissances antérieures.

(...) y compris la notion de droite perpendiculaire avec le fait que  $m \cdot m$  soit égal à  $-1$ , ce qui est en dehors du programme de 1<sup>ère</sup> S mais qui est vraiment très intéressant c'est passé comme une lettre à la poste. (Entretien 2).

Une autre raison justifie pour Gwen ce changement dans la progression : l'étude des cercles à ce moment de l'année permet de réactiver des notions vues suffisamment récemment pour être encore présentes dans leurs mémoires, les élèves venaient en effet de travailler sur le second degré.

Et alors, ça m'a beaucoup intéressée aussi de travailler sur les équations de cercles, à ce moment-là de l'année, parce que précédemment on avait travaillé sur le second degré [...] donc ça c'était intéressant, ça renforçait quelque chose qu'on avait vu précédemment donc j'ai trouvé que c'était intéressant que ça arrive à ce moment-là. (Entretien 2).

Ce cheminement permettant de faire des liens entre différentes connaissances mathématiques usuellement séparées dans les programmes est une des raisons de l'intérêt que porte Gwen à ce parcours. Elle l'exprime une troisième fois lorsqu'elle parle de la notion de tangente. Dans le curriculum de 1<sup>ère</sup> S, la tangente à une courbe d'équation  $y=f(x)$ , avec  $f$  dérivable, est définie par un point  $A(a, f(a))$  et le coefficient directeur  $f'(a)$ . Des activités d'introduction peuvent la présenter comme la limite d'une corde, mais cette notion reste essentiellement analytique. Dans la brochure-PER, la notion de tangente est introduite et développée de manière plus géométrique, en lien avec la notion de tangente à

un cercle, déjà connue des élèves. Là encore, Gwen apprécie d'une part cette introduction géométrique de la notion de tangente faisant le lien avec des connaissances antérieures des élèves – même si elle est, par ailleurs, peu satisfaite de ce qu'elle a proposé en classe – et d'autre part le lien qu'elle a pu faire lors du cours sur les tangentes dans le chapitre « Dérivation » (chapitre étudié après les études faites lors du PER).

Quand on a fait le cours sur les tangentes, j'ai trouvé que c'était plutôt mieux passé que d'habitude parce qu'on avait déjà un peu travaillé sur les tangentes à deux courbes fondamentales. (Entretien 2).

Si Gwen est globalement très satisfaite des changements dans l'organisation mathématique de l'année, elle regrette toutefois de s'être désolidarisée de la progression commune et de ne pas pouvoir faire participer pleinement ses élèves au devoir commun.

Ça m'embête un peu par rapport aux collègues parce que, les collègues de 1<sup>ère</sup> S donc ... eux ils n'auront pas fait ça pour le devoir commun. (Entretien 2).

Même si elle revient sur ce problème de devoir commun plusieurs fois dans l'entretien, elle envisage de reprendre cette progression pour l'année suivante. Elle résout d'ailleurs la question en pensant que cette démarche devrait rencontrer l'adhésion de ses collègues :

Depuis, moi j'ai présenté à mes collègues en groupe de secteur ce que j'avais fait. Je crois que cela les a intéressés et je pense que l'année prochaine c'est une démarche que, qui sera adoptée par plusieurs collègues. (Entretien 2).

La mise en place de ce PER entraîne donc pour Gwen un changement important dans la progression usuelle. C'est d'ailleurs une des motivations citées par les auteurs de la brochure-PER : introduire les connaissances des programmes officiels comme des outils permettant de répondre à un certain nombre de « grandes questions » et non pas en suivant la présentation des programmes, comme le font la plupart des manuels (Gaud & Minet, 2009). Ce bouleversement répond à plusieurs invariants opératoires de Gwen, aussi bien sur la façon d'enseigner des notions mathématiques que sur sa conception de l'apprentissage des élèves.

## CONCLUSION ET DISCUSSION

### 1. Retour sur les questions de recherche

Dans cette conclusion, nous revenons tout d'abord sur nos questions de recherche :

- **QR1.** Quels choix sont faits par les auteurs pour le contenu d'une ressource (la brochure-PER) visant à présenter des PER à des professeurs et à soutenir leur mise en œuvre en classe ?
- **QR2.** Quelles sont les spécificités du travail documentaire d'un professeur, Gwen, qui souhaite mettre en place un PER ? En particulier, quels invariants opératoires interviennent dans son travail, avec quelles conséquences pour la mise en œuvre du PER dans sa classe ?

En ce qui concerne QR1, nous avons relevé trois types de choix des auteurs :

- *Donner à voir ce qu'est un PER et apporter une question génératrice* : la brochure présente les principes des PER, et dans le cas du PER que nous avons étudié, elle introduit une question : « Comment fonctionne une antenne parabolique ? » qui peut bien constituer une question génératrice. Elle évoque un déroulement possible où peuvent se déployer les gestes de l'étude caractéristiques d'un PER.
- *Accompagner le travail de conception et d'analyse* : les auteurs proposent diverses ressources pour accompagner les professeurs dans leur mise en œuvre, simplifier leur travail d'analyse et de conception. Suite aux deux enquêtes initiales, les auteurs proposent un diaporama de synthèse. Ce diaporama peut être adapté pour intégrer les propositions des élèves ; toutefois, il est très complet. Suite aux enquêtes initiales, les auteurs proposent deux études (miroir cylindrique et miroir parabolique) ; il est possible, mais pas certain, que celles-ci correspondent à des sous-questions identifiées par les élèves. Des productions d'élèves sont présentées pour aider les professeurs à anticiper les cheminements possibles.
- *Insertion du PER dans le cadre de l'enseignement « ordinaire »* : des liens sont systématiquement faits avec le programme de 1ère S ; des propositions pour des moments de cours sont formulées. De plus, la brochure offre des exercices et des textes d'évaluation, proches de types de

ressources présentes dans les systèmes « habituels » des professeurs.

Ainsi, les auteurs de la brochure tentent dans leur travail de diffusion de préserver un équilibre entre le respect des principes des PER et la réalité du travail du professeur et de ses pratiques ordinaires (on note que la brochure ne propose pas un scénario de classe précis avec des durées pour chaque phase, ceci s'éloignerait probablement trop de la forme PER).

En ce qui concerne le travail documentaire de Gwen (QR2), nous avons observé que les choix faits par les auteurs de la brochure semblaient pertinents, dans la mesure où ils ont contribué à son choix du PER « Antenne parabolique ». La présentation du PER comme une modalité d'enseignement visant à donner du sens aux mathématiques, ainsi que les liens clairs avec le programme, l'ont convaincue de la pertinence de ce choix. En revanche, la proposition d'exercices et de textes d'évaluation n'ont pas retenu l'attention de cette professeure expérimentée, qui leur a préféré ses propres ressources.

L'analyse du travail de Gwen avec la brochure et d'autres ressources pour la mise en œuvre de ce PER met au jour de nombreux phénomènes d'instrumentation et d'instrumentalisation. Nous avons principalement évoqué des invariants opératoires déjà présents (sans chercher à identifier leur origine), et donc des phénomènes d'instrumentalisation. Par exemple, le fait que Gwen considère qu'« il faut donner du sens aux mathématiques enseignées » a été déterminant pour son choix de mettre en place un PER. Ces phénomènes d'instrumentalisation correspondent parfois à des détournements de la ressource : par exemple, les activités de Gwen sur le miroir cylindrique (Figure 4) ou parabolique (Figure 5) réduisent les responsabilités des élèves, en lien avec l'invariant opératoire « il faut guider l'activité des élèves pour éviter de perdre le contrôle du temps. ». Ce type de phénomènes d'instrumentalisation, résultant de son système de documents préexistant, expliquent pourquoi ce que Gwen met en place dans sa classe n'est pas un PER au sens strict du terme. Le principal problème qui a coupé la possibilité du développement du PER est que Gwen n'a pas pu abandonner le contrôle de la classe, elle a modifié les activités et géré le temps pour traiter la plus grande quantité possible de sujets du programme, notamment en réduisant le temps destiné à l'enquête des élèves.

Cependant, ses pratiques ont réellement évolué au cours de cet enseignement. Gwen a modifié significativement sa progression habituelle. Nous inférons en lien avec cette modification le développement de nouveaux invariants opératoires, comme : « il est intéressant d'enseigner simultanément les équations de droites et de cercles. ». De plus, dans l'interview 2, Gwen a plusieurs fois répété son intention de remettre en place le PER l'année suivante. Elle envisage certaines modifications allant dans le sens d'une réduction du contrôle de l'activité des élèves, par exemple à propos des enquêtes initiales :

Au début je marquerai le thème, on va s'intéresser aux antennes paraboliques, et puis c'est à eux de trouver les questions, toutes les questions qui se posent autour des antennes paraboliques. (Entretien 2).

Il est donc possible qu'à la suite de cette première expérience, Gwen développe au fil de son activité un nouvel invariant opératoire du type : « Dans un PER, les sous-questions doivent venir des élèves. ». Mais ce développement peut nécessiter plusieurs tentatives, et donc s'étaler sur plusieurs années.

Au-delà de la simple étude du cas de Gwen, le travail présenté ici apporte des éclairages sur plusieurs aspects que nous discutons dans la partie suivante.

## **2. Éclairages apportés par cette étude de cas et perspectives**

Premièrement, les analyses présentées ci-dessus illustrent les apports de la perspective d'approche documentaire (et notamment ceux du concept d'invariant opératoire), pour éclairer les tensions en stabilité et évolutions dans les pratiques des professeurs.

Gwen souhaite faire évoluer sa pratique. Elle choisit de mettre en œuvre un PER particulier, intitulé « Antenne parabolique ». L'étude des invariants opératoires de Gwen nous permet de comprendre ce choix initial. Nous soulignons ici cet aspect du choix initial, qui a rarement été étudié, alors même que comprendre l'adoption des ressources est un point essentiel notamment pour la diffusion des résultats de recherche. Ce choix entraîne des modifications dans la pratique de Gwen, notamment dans sa progression habituelle. Toutefois, ces modifications ne vont pas jusqu'à la réalisation d'un enseignement ayant toutes les caractéristiques d'un PER. Là encore, les invariants opératoires identifiés éclairent les raisons de cette observation. Ils expliquent une stabilité des pratiques de Gwen, en termes de guidage des élèves et de gestion du temps. Une analyse en termes d'invariants

opérateurs éclaire les différents aspects du travail documentaire et le développement professionnel d'un professeur. De plus, certains invariants opératoires de Gwen sont très probablement partagés par un grand nombre de professeurs de mathématiques (par exemple, ceux concernant le contrôle du temps ou le guidage des élèves). L'identification d'invariants opératoires partagés est une direction de recherche à poursuivre, notamment dans le but de concevoir des ressources susceptibles d'être intégrées par les professeurs car compatibles avec leur système documentaire.

Ce lien entre les caractéristiques des ressources et les usages qu'en font les professeurs est le second point que nous voulons souligner ici. Le champ de recherche de l'ergonomie curriculaire (Choppin *et al.*, 2018), récemment développé en didactique des mathématiques, étudie ces liens. Il s'agit de s'intéresser aux caractéristiques des ressources qui favorisent leur adoption par les professeurs, mais également au potentiel éducatif de ressources conçues avec un objectif d'évolution des pratiques. En ce qui concerne la ressource étudiée ici, il s'agit d'une brochure IREM et donc d'un type de ressources qui est utilisé par des professeurs qui considèrent que les recherches menées dans ces instituts peuvent enrichir leur pratique. Dans le cas de Gwen, nous avons noté qu'elle était intéressée par la présentation du PER ; par certains éléments d'aide à la conception, comme le diaporama de synthèse, les énoncés des activités, ainsi que par les liens avec le programme qui renvoient à sa pratique habituelle. Il semble que la présence d'exercices et de textes d'évaluation n'aient pas influencé son choix. Il serait intéressant d'enquêter auprès des utilisateurs de brochures IREM pour évaluer si ceux-ci auraient des critères de choix similaires. Il est possible que les utilisateurs de brochures IREM ne recherchent pas dans ces publications des exercices « classiques ».

Du point de vue du caractère éducatif de la ressource, et donc de sa possible contribution à des modifications de pratique des professeurs, nous avons noté que certains éléments de la brochure pouvaient contribuer à une évolution vers des pratiques typiques d'un PER. Ainsi, la question proposée : « Comment fonctionne une antenne parabolique ? » est bien une question génératrice, les enquêtes proposées peuvent contribuer à la construction progressive du milieu par le collectif d'étude. Toutefois, nous avons aussi observé que certains éléments donnés par les auteurs pour accompagner le travail de conception des professeurs : le diaporama, les études 1 et 2, pouvaient conduire à un

enseignement dans lequel le professeur reprenait un rôle central pour l'avancée du savoir. Ceci a effectivement eu lieu dans le cas de Gwen. Celle-ci a de plus effectué des modifications de ce que propose la brochure allant dans le sens d'un plus grand contrôle de l'activité des élèves et éloignant son enseignement d'un PER au sens de la recherche. Est-ce qu'une brochure avec un contenu différent aurait pu éviter cet éloignement ?

Ceci nous renvoie à des questions concernant la diffusion de la recherche et particulièrement des PER. Les PER, nous l'avons dit, relèvent d'un nouveau paradigme d'enseignement. Quelles caractéristiques d'une ressource peuvent contribuer à l'implémentation de PER par des professeurs désireux de faire évoluer leur pratique habituelle, pour donner plus de sens à leur enseignement des mathématiques ? Comme nous l'avons souligné ci-dessus, Gwen semble être engagée dans un processus progressif, correspondant à ce que Robert, Penninckx et Lattuati (2013) désignent comme des évolutions de pratique se faisant petit à petit. Du point de vue de l'approche documentaire, ce processus correspond à l'intégration progressive de la brochure-PER dans son système de ressources. Il pourrait donc être judicieux de proposer dans des ressources destinées aux enseignants différents niveaux d'implémentation d'un PER en classe, correspondant à un contrôle de plus en plus réduit par le professeur de l'activité des élèves. Le niveau le plus guidé serait proche des pratiques habituelles, mais proposant un travail contextualisé ; le niveau le moins guidé serait réellement un PER au sens de la TAD.

Nous avons évoqué plus haut un travail précédent considérant le cas de Cora (Pepin, Gueudet & Trouche, 2017), professeure dont les pratiques avaient effectivement évolué vers des démarches d'investigation. Cora avait utilisé des ressources issues de la recherche ; mais elle avait auparavant participé durant 18 mois à un travail de conception de ressources dans un groupe associant chercheurs et professeurs. Gwen était membre d'un groupe IREM. Cependant, aucun membre de ce groupe n'était spécialiste de PER, et pour la mise en place du PER « Antenne parabolique » dans sa classe elle s'est essentiellement appuyée sur la seule brochure-PER. Ainsi, le cas de Gwen nous semble confirmer que la simple mise à disposition de ressources n'est pas suffisante pour entraîner une modification des pratiques habituelles aussi radicale que celle portée par un PER, s'écartant du paradigme dominant. Il est essentiel que des formations

continues accompagnent cette mise à disposition, particulièrement des formations donnant lieu à un travail documentaire collectif, susceptible de contribuer à des évolutions significatives des invariants opératoires.

## BIBLIOGRAPHIE

- ADLER, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education* 3, 205-224.
- ALDON, G., FONT, M. & GARDES, M. (2017). Des intentions de l'auteur aux usages en classe, première réflexion sur la cohérence des usages d'une ressource. *Education & Didactique* 11(3), 9-30.
- BARQUERO, B. (2011). Los recorridos de estudio e investigación y la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(3), 339-352.
- BELLENOUE, F., CHEVALARIAS, N., CHAUVIN, P., DHERISSARD, S., DUCOS, C., GAUD, D., ..., & MINET, N. (2014). *Enseigner les mathématiques en 1<sup>ère</sup> S : Trois parcours sur l'analyse et la géométrie analytique*. Poitiers : IREM de Poitiers.
- CHEVALLARD, Y. (2004). *Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire*. Repéré à : <http://yves.chevallard.free.fr/>
- CHEVALLARD, Y. (2008, novembre). *Didactique de l'enquête codisciplinaire et des parcours d'étude et de recherche*. Symposium du Colloque international Efficacité et Équité en Éducation. Université Rennes 2, Campus Villejean, Rennes. Repéré à : [https://esup.espe-bretagne.fr/efficacite\\_et\\_equite\\_en\\_education/programme/symposium\\_chevallard.pdf](https://esup.espe-bretagne.fr/efficacite_et_equite_en_education/programme/symposium_chevallard.pdf)
- CHEVALLARD, Y. (2009). *La notion de PER : problèmes et avancées*. Repéré à : <http://yves.chevallard.free.fr/>
- CHOPPIN, J., ROTH McDUFFIE, A., DRAKE, C., & DAVIS, J. (2018). Curriculum ergonomics: conceptualizing the interactions between curriculum design and use. *International Journal of Educational Research*, 92, 75-85.
- COSTA, V. A., ARLEGO, M., & OTERO, M. R. (2014). Enseñanza del Cálculo Vectorial en la Universidad: propuesta de Recorridos de Estudio e Investigación. *Revista de Formación e Innovación Educativa Universitaria*, 7(1), 20-40.
- FONSECA, C. (2011). Una herramienta para el estudio funcional de las matemáticas: los Recorridos de Estudio e Investigación. *Educación Matemática*, 23(1), 97-121.
- GAUD, D., & MINET, N. (2009). Parcours d'étude et de recherche en géométrie pour la classe de seconde. *Petit x*, 79, 49-71.
- GRUSON, B., GUEUDET, G., LE HENAFF, C., & LEBAUD, M.-P. (2018). Investigating Teachers' Work with Digital Resources. A Comparison

Between the Teaching of Mathematics and English. *Revue Suisse de Sciences de l'Éducation*, 40(2), 485-501.

GUEUDET, G., BOILEVIN, J.-M., GRUSON, B., JAMEAU, A., LE HENAFF, C., LEBAUD, M.-P., & QUERE, N. (2018). *Rapport final de l'équipe du CREAD dans l'ANR REVEA*. Université de Bretagne Occidentale. Repéré à <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01831982>.

GUEUDET, G., & PARRA, V. (2017). Teachers' collective documentation work: a case study on tolerance intervals. In T. Dooley & G. Gueudet, (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3707-3715). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

GUEUDET, G., & TROUCHE, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : Genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Éducation et Didactique*, 2(3), 7-33.

GUEUDET, G., & TROUCHE, (Eds.). (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes / Lyon : Presses Universitaires de Rennes/INRP.

LLANOS, V. C.; OTERO, M. R. (2015). Inserción de un REI en la escuela secundaria: el caso de las funciones polinómicas de segundo grado. *Relime*, 18(2), 245-275.

PEPIN, B., GUEUDET, G., & TROUCHE, L. (2017). Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 49(5), 799-812.

POISARD, C., BUENO-RAVEL, L., & GUEUDET, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en didactique des mathématiques*, 31(2), 151-189.

RABARDEL, P. (1995). *Les hommes et les technologies : Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

ROBERT, A., PENNINGCKX, J., & LATTUATI, M. (2013). Une ressource en formation de formateurs en mathématiques au secondaire. *Petit x*, 92, 49-56.

ROBERT, A., & ROGALSKI, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies*, 2(4), 505-528.

RUIZ-HIGUERAS, L., & GARCIA GARCIA, F. J. (2011). Análisis de praxeologías didácticas en la gestión de procesos de modelización matemática en la escuela infantil. *Relime*, 14(1), 41-70.

SENSEVY, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : de Boeck.

VERGNAUD, G. (1996). Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. Dans R. NOIRFALISE & M.-J. PERRIN-GLORIAN (dir.), *Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 174-185). Clermont-Ferrand : IREM.

VERGNAUD, G. (2013). Pourquoi la théorie des champs conceptuels ? *Infancia y Aprendizaje*, 36 (2), 131-161

WANG, C. (2018). Mathematics Teachers' Expertise in Resources Work and Its Development in Collectives: A French and a Chinese Cases. In L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat, & J. Visnovska. (Eds.) *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources - Advances and Issues*, (pp. 193-214) ICME 13 Monograph. New York: Springer.