



**HAL**  
open science

# Approche par gradients et métamodèle pour le placement optimal de parois structurelles dans une cavité acoustique

Luc Laurent, Antoine Legay

## ► To cite this version:

Luc Laurent, Antoine Legay. Approche par gradients et métamodèle pour le placement optimal de parois structurelles dans une cavité acoustique. 14e colloque national en calcul des structures, May 2019, Giens, France. hal-02122872

**HAL Id: hal-02122872**

**<https://hal.science/hal-02122872v1>**

Submitted on 10 May 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Approche par gradients et métamodèle pour le placement optimal de parois structurelles dans une cavité acoustique

L. Laurent<sup>1</sup>, A. Legay<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes Couplés,  
Conservatoire national des arts et métiers, case 2D6R10, 292 rue Saint-Martin, 75141 Paris Cedex 03, France  
{luc.laurent,antoine.legay}@lecnam.net

**Résumé** — Que cela soit dans le domaine des transports ou celui du bâtiment, les ingénieurs sont amenés dès la phase de conception à prendre en compte les contraintes de réduction de bruit. Une des approches envisageables consiste à placer de manière judicieuse dans la cavité considérée une ou plusieurs paroi(s) destinées à limiter la propagation du bruit. Le placement optimal de tels dispositifs requiert une méthode de résolution du problème vibro-acoustique et un algorithme d'optimisation performants. Cette étude propose une démarche de placement optimal d'une paroi en s'appuyant sur la résolution du problème mécanique à l'aide de la méthode XFEM. La stratégie employée permet en outre le calcul des gradients de la fonction objectif considérée par rapport aux variables de conception. Réponses et gradients sont alors employés judicieusement pour construire un métamodèle de cokrigage dédié auquel fait appel, à moindre coût, un optimiseur global de type EGO.

**Mots clés** — optimisation, gradients, cokrigage, vibro-acoustique, XFEM.

## 1 Introduction

Afin de parvenir à réduire le bruit présent dans une cavité, la solution prise en compte dans ce papier s'appuie sur le placement d'une paroi dans cette dernière. On cherche alors à déterminer la position optimale de celle-ci afin de réduire au mieux le bruit engendré par une source acoustique dans une bande de fréquence et dans un volume de contrôle. Ainsi, la fonction objectif choisie ici sera un niveau de pression acoustique moyenne normée par une pression de référence. La stratégie de calcul du champ de pression se base sur une stratégie de calcul innovante basée sur une méthode de couplage fluide-structure développée pour la prise en compte de parois fines placées dans le fluide et de matériaux poreux sur les parois de la cavité [1]. On s'intéresse ici au cas d'une paroi rigide placée arbitrairement dans la cavité. Cette paroi est définie à l'aide d'une *ligne de niveau* et engendre une discontinuité du champ de pression prise en compte par le biais d'une méthode XFEM. La formulation considérée permet de traiter le problème *fluide* indépendamment de la présence de la paroi entraînant ainsi une forte réduction des temps de construction des opérateurs et de réduction des temps de calcul y compris lorsque la position de la paroi est modifiée.

La formulation du problème mécanique permet d'élaborer une stratégie dédiée au calcul des gradients du champ de pression du fluide par rapport à des paramètres géométriques pilotant la position de la paroi. Cet ajout d'information permettra d'accroître les performances de l'optimiseur en réduisant le nombre d'appels au solveur. Dans le cadre de cet article, l'optimisation paramétrique est réalisée grâce à l'emploi d'un métamodèle enrichi par les gradients [2]. Ce dernier fournit à coût négligeable une réponse approchée à l'optimiseur global et est construit en interpolant à la fois les réponses et les gradients en un nombre de jeux de paramètres réduits. Un algorithme EGO (*Efficient Global Optimization* [3]) est employé ensuite en assurant un ajout itératif d'informations durant le processus d'optimisation afin de localiser au mieux le minimum global.

Le présent papier présente dans un premier temps la stratégie de résolution du problème couplé et la méthode de calcul des gradients. Puis, la méthodologie de construction du métamodèle est brièvement rappelée avant que la stratégie d'optimisation ne soit présentée. Enfin, la démarche complète est mise en œuvre sur un exemple 2D.

## 2 Calcul des gradients en vibro-acoustique

### 2.1 Résolution du problème vibro-acoustique

Dans un premier temps, on s'intéresse à la résolution du problème vibro-acoustique dont le contexte est résumé par la figure 1. La démarche complète présentée dans [1] est brièvement rappelée ici dans le cas d'une paroi rigide.

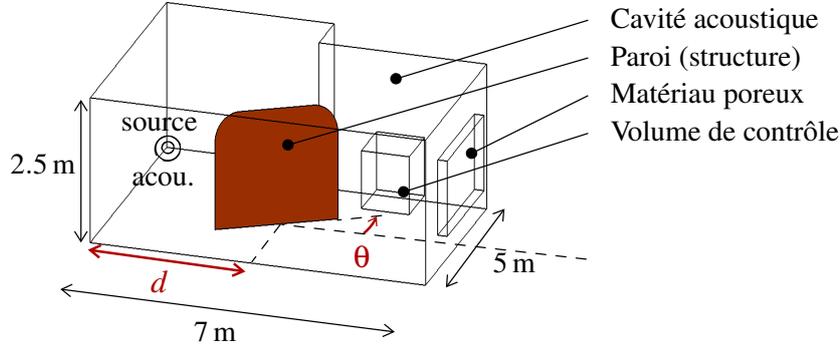


FIGURE 1 – Schéma de principe du problème considéré

Le problème comporte ainsi :

- une cavité acoustique  $\Omega_F$  dans laquelle le champ de pression  $p$  est recherchée comme solution de l'équation de Helmholtz.
- une structure  $\Omega_S$  engendrant une discontinuité du champ de pression au comportement linéaire élastique (hypothèses HPP) immergée dans la cavité.
- un matériau poreux modélisé suivant la théorie de Biot-Allard

(1)

Le couplage fluide-structure se formalise au niveau de la paroi  $\Gamma_{FS}$  par les équations suivantes :

$$\forall M \in \Gamma_{FS}, \quad (2)$$

$$\sigma_S(M) \mathbf{n}_S(M) - p(M) \mathbf{n}_F(M) = \mathbf{0}, \quad (3)$$

$$(\mathbf{u}_F(M) - \mathbf{u}_S(M)) \cdot \mathbf{n}_F(M) = 0. \quad (4)$$

La cavité, le matériaux poreux et les structures sont ensuite discrétisés et des éléments finis sont considérés pour chacune de ces entités.

La présence de la paroi au sein du fluide entraîne une discontinuité du champ de pression. Afin de la prendre en compte et de ne considérer qu'un seul maillage fluide pour toute position de la paroi dans la cavité, celle-ci est décrite à l'aide d'une *ligne de niveau* et le saut de pression est pris en compte par l'intermédiaire d'un enrichissement de la base d'approximation du champ de pression à l'aide de fonctions de Heaviside. Ainsi le champ de pression est recherché sous la forme approximée suivante :

$$p(M) = \sum_{i \in \mathcal{S}} N_i(M) P_i + \sum_{i \in \mathcal{E}} N_i(M) \psi(M) A_i, \quad (5)$$

où  $\mathcal{S}$  est l'ensemble des nœuds du maillage,  $N_i(M)$  est la fonction de forme associée au nœud  $i$ ,  $P_i$  est la valeur de pression nodale,  $\mathcal{E}$  est l'ensemble des nœuds enrichis (nœuds connectés aux éléments coupés par la structure),  $\psi(M)$  est la fonction d'enrichissement qui est égale à la fonction de Heaviside le long de la structure ( $\pm 1$  suivant la position de  $M$  par rapport à la structure) et qui est rendue continue le long des bords libres de la structure dans le fluide, et  $A_i$  est l'inconnue additionnelle provenant de l'enrichissement.

Finalement, le problème fréquentiel couplé complet s'écrit sous forme matricielle :

$$\left( \begin{array}{ccccc} \mathbf{K}_{FF} & \mathbf{K}_{FA} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{AF} & \mathbf{K}_{AA} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{C}_{AS}^T & \mathbf{K}_{SS} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -(1-\phi)\mathbf{C}_{Fs}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{K}}_{ss} & \tilde{\mathbf{K}}_{sf} \\ -\phi\mathbf{C}_{Ff}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{K}}_{fs} & \tilde{\mathbf{K}}_{ff} \end{array} \right) - \omega^2 \left( \begin{array}{ccccc} \mathbf{M}_{FF} & \mathbf{M}_{FA} & \mathbf{0} & (1-\phi)\mathbf{C}_{Fs} & \phi\mathbf{C}_{Ff} \\ \mathbf{M}_{AF} & \mathbf{M}_{AA} & \mathbf{C}_{AS} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{SS} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{M}}_{ss} & \tilde{\mathbf{M}}_{sf} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{M}}_{fs} & \tilde{\mathbf{M}}_{ff} \end{array} \right) \begin{bmatrix} \underline{P}_F \\ \underline{P}_A \\ \underline{U}_S \\ \underline{\eta}_s \\ \underline{\eta}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^2 \underline{U}_F \\ \underline{0} \\ \underline{F}_S \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Ce qui peut s'écrire sous forme réduite  $(\mathbf{K}_t - \omega^2 \mathbf{M}_t) \mathbf{U}_t = \mathbf{F}_t$ . Dans l'équation (6)  $\mathbf{M}_\bullet$ ,  $\mathbf{K}_\bullet$  et  $\mathbf{C}_\bullet$  désignent respectivement des matrices de masse, de rigidité et de couplage. Les indices utilisés désignent quant à eux les domaines concernés. Ainsi, F, S, f, s et A désignent respectivement le fluide acoustique, la paroi solide, les composantes fluide et solide du matériau poreux et les termes d'enrichissement.

On notera que, dans le cadre de cet article, on se place dans le cas d'une paroi rigide et sans matériau poreux afin de se concentrer sur la problématique du calcul des gradients du champ de pression (ainsi les matrices associées aux indices S, s et f n'apparaîtront pas dans le problème considéré).

## 2.2 Calcul des gradients

Lorsqu'une paroi voit sa position évoluer et grâce à la stratégie de couplage utilisée, les opérateurs liés au fluide acoustique ( $\bullet_{FF}$ ) demeurent constants. Ainsi, dans l'objectif de calculer les gradients du champ de pression par rapport aux variables de conception  $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_3\}$  régissant la position de la paroi, les gradients de ces opérateurs seront nuls<sup>1</sup>.

Le calcul des gradients du champ de pression peut s'obtenir en dérivant l'équation (6) par rapport à  $\mathbf{x}$  :

$$\frac{d\mathbf{U}_t}{d\mathbf{x}} = -(\mathbf{K}_t - \omega^2 \mathbf{M}_t)^{-1} \left( \frac{d\mathbf{K}_t}{d\mathbf{x}} - \omega^2 \frac{d\mathbf{M}_t}{d\mathbf{x}} \right) \mathbf{U}_t \quad (7)$$

Les calculs des matrices de sensibilité se réduisent alors aux calculs des matrices de sensibilité  $\frac{d\mathbf{M}_{FA}}{d\mathbf{x}}$ ,  $\frac{d\mathbf{K}_{FA}}{d\mathbf{x}}$ ,  $\frac{d\mathbf{M}_{AA}}{d\mathbf{x}}$ ,  $\frac{d\mathbf{K}_{AA}}{d\mathbf{x}}$  et  $\frac{d\mathbf{C}_{AS}}{d\mathbf{x}}$ . La stratégie employée ici pour calculer ces matrices de sensibilité s'appuie sur une dérivation directe de la fonction *ligne de niveau* décrivant la paroi.

Ainsi, par exemple, le calcul de  $\frac{d\mathbf{M}_{FA}}{d\mathbf{x}}$  est réalisée de la manière suivante (voir [1] pour la définition de  $\mathbf{M}_{FA}$ ) :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{M}_{FA}}{d\mathbf{x}} &= \frac{d}{d\mathbf{x}} \frac{1}{\rho c^2} \int_{M \in \Omega_F} H(\Phi(M)) \mathbf{N}^\top \mathbf{N} dV(M) \\ &= \frac{1}{\rho c^2} \int_{M \in \Omega_F} \frac{dH(\Phi(M))}{d\mathbf{x}} \mathbf{N}^\top \mathbf{N} dV(M) \\ &= \frac{2}{\rho c^2} \int_{M \in \Omega_F} \frac{d\Phi(M)}{d\mathbf{x}} \mathbf{N}^\top \mathbf{N} dV(M), \end{aligned} \quad (8)$$

où  $\Phi(M)$  est la distance signée à l'interface fluide-structure, c'est-à-dire la *ligne de niveau*.

Ainsi, le calcul des matrices de sensibilité se réduit au calcul des gradients de la *ligne de niveau* par rapport aux variables de conception. Cette dernière est calculée, dans le cadre de cette étude, de manière explicite. D'un point de vue numérique, la position de la *ligne de niveau* et ses dérivées sont caractérisées aux noeuds du maillage fluide et approchées grâce à l'emploi de fonctions de forme.

1. Il en va de même dans le cas général pour les opérateurs de structure ( $\bullet_{SS}$ ) et de poreux ( $\tilde{\bullet}_{ss}$ ,  $\tilde{\bullet}_{ff}$  et  $\tilde{\bullet}_{sf}$ ) du fait que la structure et le matériaux poreux ne subissent pas de modification structurelle.

### 2.3 Exemple de calcul de gradients

On propose dans cette partie de s'intéresser au cas d'une cavité dans laquelle est immergée un contour rigide dont la géométrie est définie par 3 paramètres : la position horizontale  $x_w$ , la longueur  $y_w$  et la largeur de la paroi  $R_w$ . La figure 2 présente la géométrie du problème considéré. La paroi gauche est utilisée pour appliquer un chargement en pression. Les gradients de la *ligne de niveau* sont calculés explicitement (cf. figure 3) et les gradients du champ de pression sont évalués numériquement (cf. figure 4).

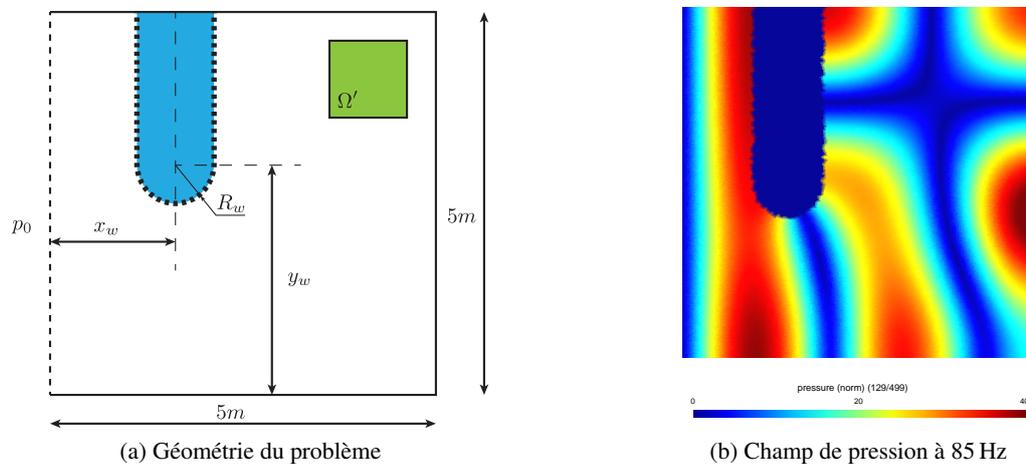


FIGURE 2 – Définition du problème considéré et exemple de champ de pression pour  $x_w = 1.5$  m,  $y_w = 2.5$  m,  $R_w = 10.5$  m à 85 Hz

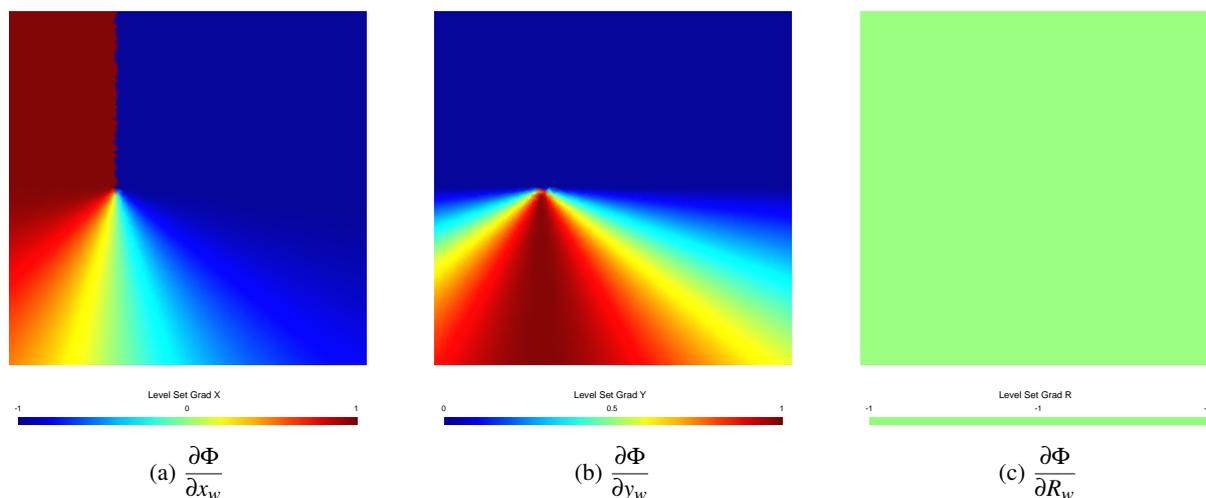


FIGURE 3 – Gradients de la *ligne de niveau* par rapport aux paramètres de forme de la paroi

### 3 Métamodèles

Afin de conduire une optimisation paramétrique visant à positionner la paroi en un temps de calcul non prohibitif, un métamodèle est employé. Ce dernier, construit à partir d'un nombre réduit d'appels au solveur, fournira en un temps négligeable des réponses approchées à un algorithme d'optimisation paramétrique global de type PSO. L'échantillonnage des variables de conception est réalisé grâce à une approche *Latin Hypercube Sampling* (LHS) [4] afin de remplir l'espace de conception.

Afin de tenir compte des réponses et gradients de la fonction objectif, un métamodèle enrichi par les gradients de la fonction objectif peut-être employé. Ainsi, une approximation  $\tilde{y}(\mathbf{x}^{(0)})$  en un jeu de variables de conception quelconque  $\mathbf{x}^{(0)}$  est obtenu à partir d'une base de données contenant  $n_s$  échan-

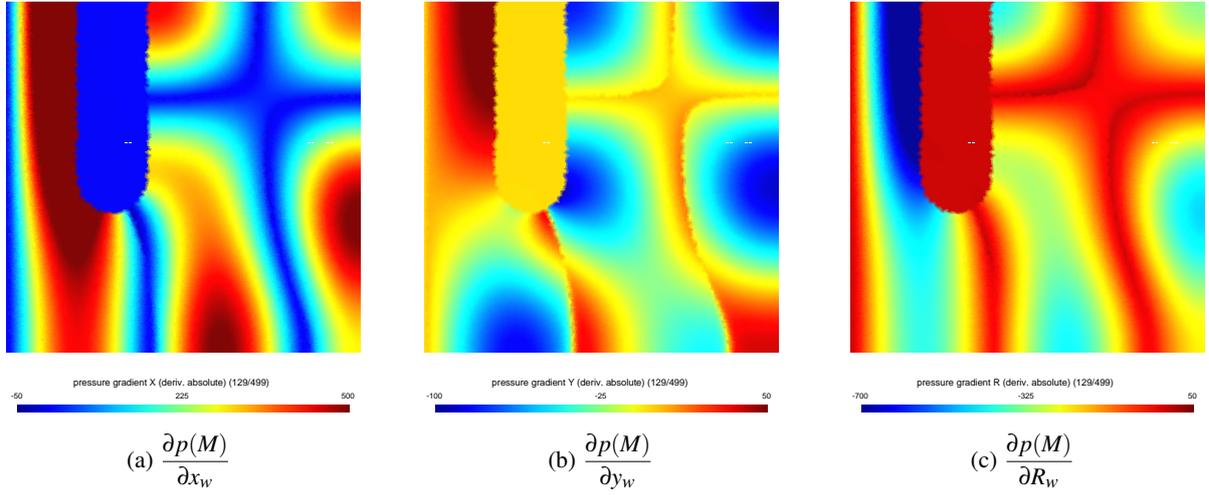


FIGURE 4 – Gradient du champ de pression à 85 Hz

tillons  $\{\mathbf{x}^{(i)}, y_i, y_{i,k}\}^2$ . En raison de ses performances en terme de versatilité et de stabilité, le cokrigage à gradients a été utilisé. Une brève présentation de son principe de construction est présentée dans la suite. Des développements plus complets et des études comparatives peuvent être trouvés dans [2]. Dans le cadre cet article, les toolbox MATLAB MultiDOE [5] et GRENAT [6] ont été utilisées respectivement pour réaliser les tirages et construire les métamodèles à gradients.

### 3.1 Principe du cokrigage à gradients

Le cokrigage à gradients est issu de la géostatistique multivariées [7] et est employé ici dans le cadre déterministe, il fournit une approximation de la fonction objectif en interpolant les réponses et gradients disponibles pour chaque jeu de paramètres échantillonné.

La construction du métamodèle se base sur l'hypothèse que la fonction objectif déterministe  $y$  est considérée comme étant la réalisation d'un Processus Gaussien stationnaire  $Y$ . À cette variable primaire s'ajoute  $n_p$  variables auxiliaires  $W_k$  supposées égales aux dérivées de la fonction primaire  $\partial Y / \partial x_k$ . Ces variables auxiliaires sont supposées avoir pour réalisation les fonctions déterministes  $\partial y / \partial x_k$ . Variables primaires et auxiliaires sont supposées se décomposer sous la forme d'une somme entre un terme de tendance ( $\mu$  et  $\mu_k$ ) déterministe souvent modélisé par une fonction polynomiale et un terme correctif stochastique à moyenne nulle ( $Z$  et  $Z_k$ ) :

$$\forall \mathbf{x}^{(0)} \in \mathcal{D},$$

$$Y(\mathbf{x}^{(0)}) = \mu(\mathbf{x}^{(0)}) + Z(\mathbf{x}^{(0)}) \quad (9)$$

$$\forall k \in \llbracket 1, n_p \rrbracket, \frac{\partial Y}{\partial x_k}(\mathbf{x}^{(0)}) = \mu_k(\mathbf{x}^{(0)}) + Z_k(\mathbf{x}^{(0)}) \quad (10)$$

L'élaboration du métamodèle de cokrigage se base sur la construction d'un estimateur linéaire sans biais  $\hat{Y}$  (*Best Linear Unbiased Predictor*). Ce dernier est obtenu en minimisant la variance des erreurs d'estimation  $\varepsilon_0(\mathbf{x}^{(0)}) = \hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)}) - Y(\mathbf{x}^{(0)})$  et  $\varepsilon_k(\mathbf{x}^{(0)}) = \frac{\partial \hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)})}{\partial x_k} - \frac{\partial Y(\mathbf{x}^{(0)})}{\partial x_k}$  sous condition de non biais de ces dernières  $\forall k \in \llbracket 0, n_p \rrbracket, \mathbb{E}[\varepsilon_k] = 0$ .

L'estimateur approché ainsi obtenu permet alors être l'obtention de l'approximation  $\tilde{y}(\mathbf{x}^{(0)})$  et la

2.  $\forall (i, k) \in \llbracket 1, n_s \rrbracket \times \llbracket 1, n_p \rrbracket, \forall \mathbf{x}^{(i)} \in \mathcal{D}, y_i = y(\mathbf{x}^{(i)})$  et  $y_{i,k} = \frac{\partial y}{\partial x_k}(\mathbf{x}^{(i)})$  où  $n_s, n_p$  et  $\mathcal{D}$  désignent respectivement le nombre d'échantillons, le nombre de variables du problème paramétrique et l'espace de conception dans lequel évoluent les variables de conception.

variance du krigeage  $s^2(\mathbf{x}^{(0)})$ .

$$\begin{aligned} \forall \mathbf{x}^{(0)} \in \mathcal{D}, \\ \tilde{y}(\mathbf{x}^{(0)}) &= \mathbf{f}_0^\top \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}_{0c}^\top \mathbf{K}_c^{-1} (\mathbf{y}_g - \mathbf{F}_c \hat{\boldsymbol{\beta}}) \text{ avec } \hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F}_c^\top \mathbf{K}_c^{-1} \mathbf{F}_c)^{-1} \mathbf{F}_c^\top \mathbf{K}_c^{-1} \mathbf{y}_g, \\ s^2(\mathbf{x}^{(0)}) &= \sigma_Y^2 \left( 1 - \mathbf{r}_{0c}^\top \mathbf{K}_c^{-1} \mathbf{r}_{0c} + \mathbf{u}_0^\top (\mathbf{F}_c^\top \mathbf{K}_c^{-1} \mathbf{F}_c)^{-1} \mathbf{u}_0 \right) \text{ avec } \mathbf{u}_0 = \mathbf{F}_c^\top \mathbf{K}_c^{-1} \mathbf{r}_{0c} - \mathbf{f}_0. \end{aligned} \quad (11)$$

Le détail des variables présentes dans ces équations peut être trouvé dans [2]. La construction de ce métamodèle de cokrigeage conduit alors à obtenir une approximation interpolant à la fois les réponses et les gradients de la fonction réelle. La prise en compte des gradients permet ici d'obtenir une meilleure qualité d'approximation pour un même nombre d'échantillons qu'une approximation obtenue par krigeage sans gradients [2].

### 3.2 Fonctions de covariance

Dans le cadre de la construction d'un métamodèle de cokrigeage à gradients, une structure de covariance croisée doit être mise en oeuvre. Cette dernière permet de lier la variable primaire (réponse) en deux sites distincts, variables primaire et auxiliaires (réponse et gradients), variables auxiliaires entre elles (les gradients par rapport à chaque variable de conception) en deux jeux de paramètres distincts. En considérant, la fonction noyau multi-dimensionnelle

$$\forall (\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}, \boldsymbol{\ell}) \in \mathbb{R}^{n_p} \times \mathbb{R}^{n_p} \times (\mathbb{R}^+)^{n_p}, \Psi(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}; \boldsymbol{\ell}) = \prod_{k=1}^{n_p} h(x_k^{(i)} - x_k^{(j)}; \ell_k), \quad (12)$$

où  $h(x - y; \ell)$  est une fonction noyau unidimensionnelle.

Dans le cadre des approches enrichies par les gradients, une fonction noyau respectant les propriétés de Mercer et de classe  $\mathcal{C}^2$  sur  $\mathbb{R}^{n_p}$  doit être choisie ici [2]. À cette fin et pour éviter les problèmes de conditionnement de la matrice de covariance  $\mathbf{C}_c$ , une fonction Matérn 3/2 sera considérée pour  $h$  [8].

### 3.3 Estimation des hyperparamètres

La détermination des  $n_p$  hyperparamètres  $\ell_k$  est réalisée en employant une stratégie de maximisation de la vraisemblance (réalisée de manière pratique en minimisant la -log-vraisemblance). Le problème de recherche des hyperparamètres s'écrit alors

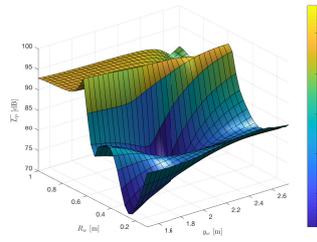
$$\max_{\boldsymbol{\beta}, \sigma_Y^2, \boldsymbol{\ell}} (2\pi\sigma_Y^2)^{-n_s(n_p+1)/2} |\mathbf{K}_c(\boldsymbol{\ell})|^{-1/2} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_Y^2} (\mathbf{y}_g - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta})^\top \mathbf{K}_c(\boldsymbol{\ell})^{-1} (\mathbf{y}_g - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta}) \right]. \quad (13)$$

Les paramètres  $\boldsymbol{\beta}$  et  $\sigma_Y^2$  sont déterminés analytiquement puis injectés dans la formulation précédente (voir équation 11). La détermination des hyperparamètres  $\ell_k$  est alors réalisée à l'aide d'un algorithme d'optimisation globale par essaim particulaire de type PSO [9] afin de localiser le minimum global de la -log-vraisemblance qui est une fonction multimodale.

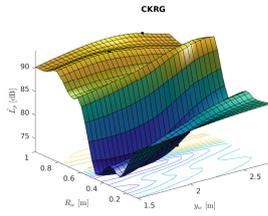
### 3.4 Illustration

L'exemple de la partie 2.3 est considéré avec 2 variables de conception telles que  $(y_w, R_w) \in [1.5 \text{ m}, 2.75 \text{ m}] \times [0.1 \text{ m}, 1 \text{ m}]$  avec  $x_w = 1.5 \text{ m}$ . On s'intéresse à l'approximation par métamodèle la pression quadratique moyenne dans le volume de contrôle  $\Omega'$  dans la plage de fréquences [94 Hz, 102 Hz].

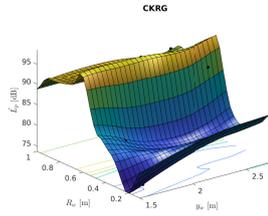
Comme l'illustre la figure 5, la prise en compte des gradients permet d'accroître la qualité globale d'approximation et d'améliorer la localisation du minimum global par rapport à une approche sans gradient.



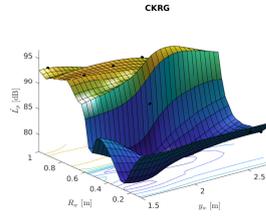
(a) Référence



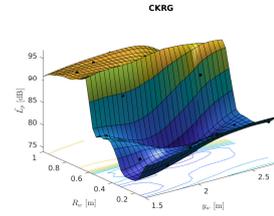
(b) Cokrigage,  $n_s = 5$



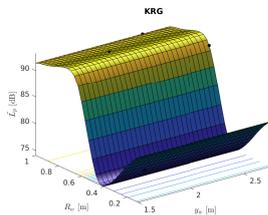
(c) Cokrigage,  $n_s = 10$



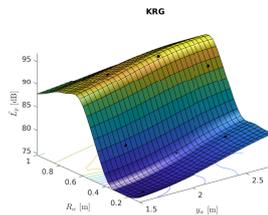
(d) Cokrigage,  $n_s = 15$



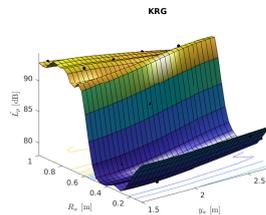
(e) Cokrigage,  $n_s = 20$



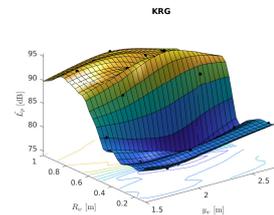
(f) Krigeage,  $n_s = 5$



(g) Krigeage,  $n_s = 10$



(h) Krigeage,  $n_s = 15$



(i) Krigeage,  $n_s = 20$

FIGURE 5 – Approximation par krigeage (KRG) et cokrigage à gradients (CKRG) pour  $n_s = \{5, 10, 15, 20\}$ , fonction de corrélation Matérn 3/2, tirage LHS

## 4 Optimisation

### 4.1 Stratégie

L'optimisation paramétrique visant à trouver la position et la géométrie optimale de la paroi minimisant la pression quadratique moyenne dans le volume  $\Omega'$  (cf. partie 2.3) s'appuie sur la mise en oeuvre d'un algorithme de type EGO (*Efficient Global Optimization* [3]). Il s'articule autour des étapes suivantes :

1. un métamodèle initial de cokrigage à gradients est construit à partir des réponses et gradients calculés en un nombre réduit de jeux de paramètres échantillonnés par une approche LHS.
2. le métamodèle est enrichi progressivement par de nouveaux jeux de paramètres et les réponses et gradients associés en utilisant le critère de l'amélioration espérée. Chaque ajout de jeux de données correspond à une itération de l'algorithme EGO.
3. le minimum global approché est déterminé à l'aide du métamodèle et en employant un algorithme de type PSO.
4. un critère de convergence est employé afin de contrôler la convergence de l'algorithme.

Au bilan, cette approche conduit à des appels « coûteux » en temps de calcul lors des appels au solveur uniquement. Les phases d'optimisation basées sur le métamodèle se déroulent quant à elles en des temps négligeables par rapport au temps des calculs mécaniques. La démarche proposée permet de réduire drastiquement le nombre d'appels au solveur en comparaison avec les stratégies d'optimisation globale classique nécessitant de très nombreux appels pour localiser le minimum global du problème.

## 4.2 Application au cas vibro-acoustique

La démarche d'optimisation proposée ici est appliquée sur l'exemple à 2 variables proposé dans la partie 3.4. L'algorithme EGO est employé pour plusieurs nombre d'échantillons initiaux. On constate sur la figure 6 que la prise en compte de gradients permet d'obtenir dès la construction du métamodèle initial une approximation de qualité suffisamment bonne pour permettre de réduire de manière importante le nombre d'itérations de l'algorithme et ce, avec un nombre d'échantillons qui reste très faible ( $n_s = 5$ ). Ainsi, le temps de calcul pour l'obtention du minimum reste faible.

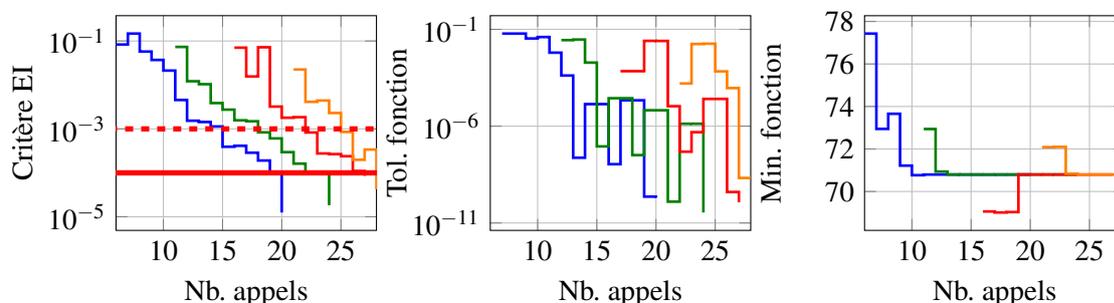


FIGURE 6 – Évolution du critère de convergence basé sur l'amélioration espérée, de la tolérance sur la fonction objectif et le minimum de la fonction obtenue par minimisation du métamodèle en fonction des appels au solveur

## 5 Conclusion

Ce papier présente une nouvelle approche d'optimisation d'un problème vibro-acoustique. Celle-ci tire profit de la construction du problème par l'emploi d'une approche XFEM qui permet l'obtention des gradients du champ de pression pour un jeu de paramètres de manière directe. Elle permet entre autres de ne pas reconstruire les opérateurs liés au fluide acoustique. Les gradients ainsi obtenus peuvent être incorporés dans une démarche d'optimisation dédiée basée sur l'emploi d'un métamodèle enrichi par les gradients. Ce dernier permet d'accroître la qualité d'approximation et ainsi permettre l'obtention d'un minimum global en un temps de calcul réduit par rapport à une approche classique à l'aide d'un optimiseur global qui aurait nécessité un nombre important d'appels au solveur. La démarche proposée est mise en oeuvre sur un exemple 2D avec des parois rigides et l'optimisation est réalisée sur un problème d'optimisation globale à 2 paramètres. Les travaux actuellement en cours portent sur la mise en oeuvre de la démarche proposée sur des exemples 3D incorporant des parois flexibles et des matériaux poreux afin de traiter le problème couplé fluide-structure complet.

## Références

- [1] Antoine Legay. An extended finite element method approach for structural-acoustic problems involving immersed structures at arbitrary positions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 93(4) :376–399, 2013.
- [2] Luc Laurent, Rodolphe Le Riche, Bruno Soulier, and Pierre-Alain Boucard. An overview of gradient-enhanced metamodels with applications. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 26(1) :61–106, Jan 2019.
- [3] Donald R. Jones, Matthias Schonlau, and William J. Welch. Efficient global optimization of expensive black-box functions. *Journal of Global optimization*, 13(4) :455–492, 1998.
- [4] Michael D. McKay, William J. Conover, and R.J. Beckman. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 21(2) :239–245, 1979.
- [5] Luc Laurent. MultiDOE : sampling technics on Matlab/Octave - v3.2, October 2018.
- [6] Luc Laurent. GRENAT (Matlab/Octave Toolbox) <https://bitbucket.org/luclaurent/grenat>, 2016.
- [7] Hans Wackernagel. *Multivariate geostatistics : an introduction with applications*. Springer Verlag, 1995.
- [8] B. Matérn. *Spatial Variation (Lecture Notes Statist. 36)*. Springer, Berlin, 1960.
- [9] James Kennedy and Russell C. Eberhart. Particle swarm optimization. In *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, volume 4, pages 1942–1948, 1995.