



**HAL**  
open science

# Bases orthogonales de signalisation spectralement optimisées conjointement. Application aux communications numériques

Thierry Chonavel

► **To cite this version:**

Thierry Chonavel. Bases orthogonales de signalisation spectralement optimisées conjointement. Application aux communications numériques. TAIMA 09 : sixième édition des ateliers de travail sur le traitement et l'analyse de l'information, May 2009, Hammamet, Tunisie. pp.327 - 335. hal-02118494

**HAL Id: hal-02118494**

**<https://hal.science/hal-02118494>**

Submitted on 3 May 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Bases orthogonales de signalisation spectralement optimisées conjointement Application aux communications numériques

Thierry Chonavel<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Institut Télécom ; Télécom Bretagne, Lab-STICC UMR CNRS 3192  
Technopôle Brest-Iroise, CS 83818, 29238 Brest Cedex 3, France  
thierry.chonavel@telecom-bretagne.eu  
<sup>2</sup> Université européenne de Bretagne

**Résumé** Cet article présente une technique de génération de bases orthogonales de signaux, dont les spectres sont optimisés conjointement au moyen d'un critère d'égalisation de l'énergie dans un ensemble de sous-bandes prescrites. Ce travail est mis en oeuvre dans le cadre de la réalisation de signalisations spectralement équilibrées pour les communications CDMA appartenant à l'espace vectoriel engendré par les séquences de Walsh.

**Mots clés** séquences de Walsh, scrambling, CDMA, bases de signalisation orthogonales, équilibrage spectral, RAKE.

## 1 Introduction

### 1.1 La signalisation CDMA

Dans un contexte CDMA [14], les utilisateurs émettent simultanément et dans la même bande de fréquences. Ils sont distingués par leurs codes. Les codes de Walsh sont souvent employés dans ce domaine. Classiquement, l'inhomogénéité spectrale des codes de Walsh est compensée par l'emploi de séquences de scrambling dont le rôle est également de permettre la séparation de stations de bases voisines.

En communications hertziennes, la synchronisation des séquences de scrambling entre les stations de base et les terminaux ne pose pas de gros problèmes. Ainsi, en UMTS, le débit transmis est de 3.84Mchips/s et sur une distance de propagation de 1km, le temps de propagation correspond à  $(10^3/3.10^8) \times 3.84.10^6 \approx 13$  chips. On voit donc que la synchronisation de la séquence de scrambling ne devrait pas être trop compliquée du point de vue de la méconnaissance de la position relative de l'émetteur et du récepteur. Par contre, si on considère une communication acoustique CDMA sous-marine avec un débit chip de seulement 3.84kchips/s, ordre de grandeur typique pour un environnement sous marin et des distances kilométriques [10], sur la même distance, le temps de propagation correspond à  $(10^3/1.6.10^3) \times 3.84.10^3 = 2400$  chips. On voit donc que dans certaines applications particulières, la synchronisation d'une séquence de scrambling peut s'avérer délicate.

34 Pour ces situations difficiles, plutôt que d'envisager une synchronisation complexe de la sé- 34  
35 quence de scrambling, on propose ici de fabriquer des familles orthogonales de séquences dont les 35  
36 éléments possèdent des spectres proches de celui d'un bruit blanc dans la bande de fréquence des 36  
37 signaux de code et que l'on puisse fabriquer en grand nombre, afin de pouvoir affecter à chaque 37  
38 station un jeu de codes qui lui est propre, ou même en changer au cours du temps. 38

## 39 1.2 Familles de signaux orthogonaux 39

40 Les études menées à ce jour pour modifier une famille orthogonale de signalisation dans la liai- 40  
41 son descendante (de la station de base vers les terminaux) d'une communications CDMA (Code 41  
42 Division Multiple Access) en vue de satisfaire de bonnes propriétés spectrales des signaux trans- 42  
43 mis par les divers utilisateurs sont essentiellement basées sur les propriétés d'invariance de la 43  
44 famille des matrices de Hadamard (voir par ex. [12]) par transformations orthogonales. 44

45 Plus précisément, les approches proposées dans [4] et [3] exploitent le fait que si on stocke 45  
46 les vecteurs représentant les amplitudes des chips d'une famille orthogonale de codes CDMA 46  
47 dans une matrice, par exemple en concaténant les codes colonne par colonne dans la matrice, alors 47  
48 toute permutation des lignes de cette matrice conduira à une nouvelle matrice dont les colonnes 48  
49 définiront encore des codes orthogonaux. Dans [4], cette idée est appliquée à des matrices de code 49  
50 de Walsh et il est indiqué que certains de ces nouveaux codes sont susceptible d'avoir des spectres 50  
51 mieux étalés que ceux des codes initiaux. Cependant, aucun critère de mesure de cet étalement 51  
52 spectral ni de sélection d'une sous-famille de codes intéressants ne sont proposées dans cette 52  
53 référence. De plus, les permutations entre lignes de la matrice étant choisies de façon de façon 53  
54 aléatoire le nombre de séquences satisfaisantes en termes de blancheur spectrale sera également 54  
55 aléatoire. La référence [3] ne fait que préciser qu'il est possible d'obtenir un spectre moyen blanc 55  
56 dans la bande des signaux en exploitant pour chaque utilisateur au cours de la transmission une 56  
57 diversité de codes qui peut être assurée par un changement au cours du temps de la matrice de 57  
58 permutation appliquée (à gauche) à la matrice des codes. On voit donc que ces approches ne 58  
59 permettent pas en fait de contrôler l'allure des spectres ldes codes générés. 59

60 Afin d'assurer la construction des bases orthogonales dont les spectres sont contrôlés, il est 60  
61 possible de générer des bruits blancs, de les mettre en forme spectralement par l'emploi d'un 61  
62 filtre de réponse fréquentielle adaptée au spectre désiré puis d'orthogonaliser les signaux filtrés au 62  
63 moyen d'une décomposition en valeurs singulières [7]. Une autre méthode, permettant un meilleur 63  
64 contrôle de la régularité de l'allure spectrale des signaux générés consiste à travailler dans le do- 64  
65 maine de Fourier ; Dans le domaine de Fourier, on décompose le spectre en sous-bandes d'intérêt 65  
66 dans lesquelles on suppose que les signaux orthogonaux que l'on cherche à générer ont des densités 66  
67 spectrales constantes et identiques. Cela permet de choisir la contribution discrétisée des signaux 67  
68 dans cette sous bande comme les colonnes d'une matrice de Hadamard [9]. Ce choix assure leur 68  
69 orthogonalité. De façon analogue, on génère les contributions des signaux dans les autres sous- 69  
70 bandes. Finalement, les représentations temporelles des signaux sont obtenues par transformée de 70  
71 Fourier inverse et leur orthogonalité résulte de l'unitarité de la transformée de Fourier. 71

72 On voit bien que l'inconvénient de ces deux dernières méthodes réside dans l'absence de 72  
73 contrôle de l'allure temporelle des signaux. Or, il peut être intéressant de contrôler l'espace dans 73  
74 lequel résident les signaux orthogonaux que l'on cherche à générer. 74

75 En particulier, dans le cadre de la liaison descendante des communications CDMA, le fait que 75  
 76 la valeur des signaux des utilisateurs soit définie avec un certain rythme, le rythme chip, permet 76  
 77 d'assurer une propriété analogue pour la superposition de ces signaux en sortie de l'émetteur. Cette 77  
 78 propriété a donné lieu au développement de techniques de traitement spécifiques. Ainsi, l'égalisation 78  
 79 au rythme chip constitue un outil très intéressant pour l'égalisation CDMA [8]. Rappelons 79  
 80 que l'égalisation est basée sur la recherche d'un filtre tel que le filtrage assuré par l'ensemble de la 80  
 81 chaîne de transmission satisfasse au critère de Nyquist [11], au besoin en réalisant un compromis 81  
 82 avec le niveau de bruit obtenu avant décision. En CDMA, pour pouvoir envisager l'égalisation au 82  
 83 niveau chip, il faut pouvoir décrire le multiplex de codes transmis au récepteur comme une suc- 83  
 84 cession de symboles transmis au rythme chip. Il apparaît donc que de nombreuses structures de 84  
 85 récepteurs classiques de communications numériques seront mal adaptées à des signaux variant 85  
 86 continuellement comme ceux proposés dans les références [7] et [9]. 86

### 87 **1.3 Signaux contrôlés temporellement et spectralement** 87

88 L'objectif de cet article est donc de proposer une technique qui ne souffre pas des inconvénients 88  
 89 des méthodes évoquées dans la section précédente. Cela nous a conduit à développer une technique 89  
 90 de recherche de signaux de signalisation dans l'espace des signaux constants sur chaque temps 90  
 91 chip. En fait, la façon la plus simple de satisfaire à cette contrainte consiste à se donner une base 91  
 92 de tels signaux et rechercher les codes dans l'espace vectoriel qu'elle engendre. La base de Walsh- 92  
 93 Hadamard constitue bien sûr un candidat naturel approprié comme base de référence. Dès lors, en 93  
 94 supposant que les codes de Walsh initiaux ont été normalisés, toute famille de code orthogonaux 94  
 95 de cet espace est obtenu par une transformation orthogonale appliquée à la matrice des codes. Si 95  
 96 les codes sont stockés colonne par colonne dans la matrice de hadamard, on voit donc que cette 96  
 97 approche conduit à lui appliquer une transformation orthogonale à droite, tandis que les approches 97  
 98 de [4] et [3] considéraient l'application à gauche d'une matrice de permutation. Dans les deux cas 98  
 99 la famille des nouveaux codes générés est orthogonale. 99

100 Il nous reste à contrôler le spectre des codes générés à travers le choix de la matrice orthogonale 100  
 101 de transformation des codes initiaux. L'obtention de ces codes est assurée par l'optimisation d'un 101  
 102 critère qui vise à rendre conjointement égales les puissances des différents codes dans chacun des 102  
 103 intervalles d'un ensemble de bandes de fréquences que l'on se fixe initialement. 103

104 Cette technique permet de construire un nombre arbitraire de familles de codes orthogonaux 104  
 105 et spectralement équilibrés, ce qui autorise l'emploi de jeux de codes distincts pour des stations 105  
 106 de base voisines en remplacement des séquences de scrambling. De plus, pour une même station 106  
 107 de base, il est également possible de faire varier la famille de codes spectralement équilibrés au 107  
 108 cours du temps. Finalement, les propriétés de séparation entre stations de base, de blancheur spec- 108  
 109 trale des signaux transmis et de sécurisation des données apportées par l'emploi de séquences de 109  
 110 scrambling peuvent être retrouvées dans l'emploi de séquences spectralement équilibrées. 110

111 La section II présente l'algorithme d'équilibrage de base que nous avons développé. Son appli- 111  
 112 cation au communications CDMA est envisagée dans la section III où les simulations montrent 112  
 113 que sur des canaux à trajets multiples, les codes spectralement équilibrés offrent une meilleure 113  
 114 robustesse que les codes de Walsh vis à vis de l'interférence résiduelle en sortie d'un récepteur de 114  
 115 type RAKE [14]. 115

## 116 2 Equilibrage de bases 116

117 Dans [2,1], on a proposé une technique itérative convergente d'équilibrage de base, visant à 117  
 118 partir d'une famille orthonormée à transformer celle ci en une autre famille orthonormée dont les 118  
 119 éléments possèdent tous une proportion identique de leur énergie hors d'une bande de fréquences 119  
 120 d'intérêt prescrite. 120

121 Cet article présente un nouvel algorithme, qui généralise le précédent et qui à partir d'une 121  
 122 famille orthonormée de signaux donnée, représentés sous la forme de vecteurs de taille fixée, 122  
 123 permet de la transformer en une autre famille dont les éléments possèdent des spectres similaires. 123  
 124 Pour cela, on cherche une transformation orthogonale qui rende conjointement égales les énergies 124  
 125 des signaux transformés dans un ensemble de sous bandes. Ces sous bandes forment une partition 125  
 126 de la bande de fréquences occupée par l'ensemble des éléments de la famille initiale. 126

Etant donné un signal échantillonné  $\mathbf{v}_n = ([\mathbf{v}_n]_1, \dots, [\mathbf{v}_n]_N)^T$ , on peut vérifier que l'énergie de ce signal contenue dans la bande de fréquences  $B = [f_1, f_2]$  est donnée par

$$E_B(\mathbf{v}_n) = \sum_{a,b=1}^N [\mathbf{v}_n]_a [\mathbf{v}_n]_b^* e^{i\pi(f_1+f_2)(b-a)} \frac{\sin \pi(f_2 - f_1)(b-a)}{\pi(b-a)}, \quad (1)$$

$$\triangleq \sum_{a,b=1}^N [\mathbf{v}_n]_a [\mathbf{v}_n]_b^* [\mathbf{S}_B]_{ba},$$

où  $[\mathbf{M}]_{ab}$  représente le terme d'indices  $(a, b)$  de la matrice  $\mathbf{M}$ . On se donne ainsi un ensemble de matrices  $\{\mathbf{S}_k\}_{k=0, K-1}$  associée à une partition  $\{B_k\}_{k=0, K-1}$  du support fréquentiel des signaux. Pour des signaux réels, dont le spectre est pair et qui occupent la bande de fréquences  $[-KF, KF]$ , on pourra se fixer des bandes de fréquences de la forme

$$B_k = [(-k-1)F, (-k+1)F] \cup [(k-1)F, (k+1)F], \quad (2)$$

auquel cas, les matrices  $\mathbf{S}_k$  correspondantes seront de la forme

$$[\mathbf{S}_0]_{ab} = \frac{\sin 2\pi F(a-b)}{\pi(a-b)},$$

et

$$[\mathbf{S}_k]_{ab} = 2 \cos(2\pi kF(a-b)) \times \frac{\sin 2\pi F(a-b)}{\pi(a-b)}, \text{ pour } k = 1 \dots, K-1. \quad (3)$$

127 Bien que l'extension au cas complexe soit directe, considérons ici au cas de signaux réels, suffisant 127  
 128 pour l'application présentée plus loin. 128

Pour une famille orthonormée  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n]$ , on cherche une transformation  $\mathbf{U}$  telle que les colonnes de la matrice  $\mathbf{W} = \mathbf{V}\mathbf{U}$  aient des spectres proches, en imposant que les énergies  $\{E_B(\mathbf{w}_n)\}_{n=1, N}$  soient identiques pour chacune des bandes  $B$  considérées. Pour réaliser cette opération, on a développé l'algorithme itératif suivant, qui peut être vu comme une généralisation de la méthode proposée dans [1].  $\mathbf{U}$  désignant une matrice unitaire, on notera  $\mathbf{M}_k = \mathbf{U}^T(\mathbf{V}^T \mathbf{S}_k \mathbf{V})\mathbf{U}$ . Les termes diagonaux de  $\mathbf{M}_k$  représentent les énergies des signaux décrits par les vecteurs colonnes de la matrice  $\mathbf{V}\mathbf{U}$  dans la bande  $B_k$ . Le but étant de trouver une transformation  $\mathbf{U}$  qui assure conjointement l'égalité des termes diagonaux de chacune des matrices  $\mathbf{M}_k$ ,

On va procéder par actualisations successives de la matrice  $\mathbf{U}$  au moyen de rotations de Givens [5]. Notons  $\mathbf{R}^{ab}(\theta)$  la rotation d'angle  $\theta$  qui opère dans le plan indiqué par les coordonnées  $a$  et  $b$ . La transformation  $\mathbf{U} \rightarrow \mathbf{U}\mathbf{R}^{ab}(\theta)$  se traduit par l'actualisation  $\mathbf{M}_k \rightarrow \mathbf{R}^{ab}(\theta)^T \mathbf{M}_k \mathbf{R}^{ab}(\theta)$ . Pour rendre itérativement les termes de chaque matrice  $\mathbf{M}_k$  identiques, on choisira  $\theta$  comme solution d'un problème de minimisation de la forme suivante :

$$\theta = \arg \min_{\theta} \sum_{k=0}^{K-1} \alpha_k \left| [R^{ab}(\phi)^T \mathbf{M}_k R^{ab}(\phi)]_{aa} - [R^{ab}(\phi)^T \mathbf{M}_k R^{ab}(\phi)]_{bb} \right|^2, \quad (4)$$

où les  $(\alpha_k)_{k=0, K-1}$  sont des coefficients de pondération positifs. L'optimum  $\theta$  de ce critère est fourni par l'équation (5) ci dessous. Cette technique met clairement en avant des idées comparables à celles développées pour la diagonalisation conjointe de matrices (voir par exemple [13]). La procédure de construction des signaux  $\mathbf{w}_k$  peut être résumée comme suit :

- Initialisation : choisir  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0$ , avec  $\mathbf{U}_0^T \mathbf{U}_0 = \mathbf{I}$ ,

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{U}^T (\mathbf{V}^T \mathbf{S}_k \mathbf{V}) \mathbf{U},$$

$$\mathbf{M}_k^- = \mathbf{0} \quad (k = 0, \dots, K-1)$$

- Iterations :

**tant que**  $\sum_{k=0}^{K-1} \|\mathbf{M}_k - \mathbf{M}_k^-\| \geq \varepsilon$ ,  $(\varepsilon \ll 1)$

$$\mathbf{M}_k^- = \mathbf{M}_k, \quad (k = 0, \dots, K-1)$$

**boucles**  $a = 1 \rightarrow N-1$ ,  $b = a+1 \rightarrow N$

$$\theta = \frac{1}{4} \arctan \left( \frac{2 \sum_{k=0}^{K-1} \alpha_k ([\mathbf{M}_k]_{ab} + [\mathbf{M}_k]_{ba})([\mathbf{M}_k]_{aa} - [\mathbf{M}_k]_{bb})}{\sum_{k=0}^{K-1} \alpha_k \{([\mathbf{M}_k]_{ab} + [\mathbf{M}_k]_{ba})^2 - ([\mathbf{M}_k]_{aa} - [\mathbf{M}_k]_{bb})^2\}} \right) \quad (5)$$

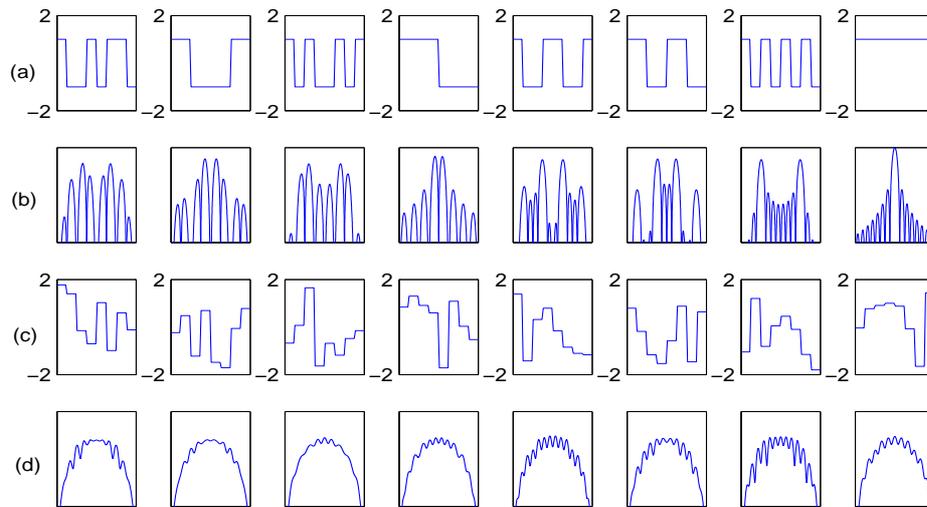
$$\mathbf{M}_k = \mathbf{R}^{(a,b)}(\theta) \mathbf{M}_k \mathbf{R}^{(a,b)}(-\theta), \quad (k = 0, \dots, K-1)$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{R}^{(a,b)}(-\theta)$$

129	<b>fin boucles</b>	129
130		130
131	<b>fin tant que</b>	131
132		132
133	<b>W = VU.</b>	133
134		134
135	Pour chaque initialisation de $\mathbf{U}_0$ , les colonnes de la matrice $\mathbf{W}$ obtenue forment une famille	135
136	de codes différente.	136

### 137 3 Application à la détection multi-utilisateurs 137

138 Sur la figure 1, on présente un équilibrage spectral des codes de Walsh de longueur 8. Le 138  
 139 spectre est décomposé en  $K = 8$  sous bandes  $\{B_k\}_{k=0, K-1}$ . Les séquences sont représentées par 139  
 140 des vecteurs de longueur 64 (8 échantillons par temps-chip). La convergence est obtenue pour un 140  
 141 nombre d'itérations allant de cent à quelques centaines. 141



**FIG. 1.** (a) codes de Walsh de longueur 8 (b) spectres correspondants (c) codes spectralement équilibrés (d) spectres des codes équilibrés.

142 On illustre l'intérêt de l'équilibrage spectral du point de vue du niveau d'interférence inter- 142  
 143 symbole résiduelle des codes en sortie d'un récepteur CDMA. On considère ici une modulation 143  
 144 QPSK des symboles étalés et un récepteur RAKE, dont on sait qu'il est fortement affecté par l'in- 144  
 145 terférence inter-symboles résiduelle et par celle apportée par les autres utilisateurs (effet d'éblouis- 145  
 146 sement ou *near-far effect* [14]). 146

147 Les figures 2 et 3 fournissent les histogrammes de l'erreur absolue de l'interférences résiduelle 147  
 148 obtenue en mono-utilisateur et pour trois utilisateurs, moyennée sur les différents codes précé- 148  
 149 dents, ainsi que les probabilités d'erreurs correspondantes calculées analytiquement à partir des 149  
 150 histogrammes des interférences. Sur ces histogrammes, l'amplitude des symboles est normalisée 150  
 151 à 1. 151

Pour obtenir ces résultats, on a simulé 1000 canaux, de réponse impulsionnelle aléatoire et de durée égale au temps symbole, à coefficients gaussiens complexes circulaires de variance totale égale à 2 et dont l'enveloppe décroît exponentiellement avec un facteur uniforme sur  $[0, 1]$ ; Les

coefficients  $(h_t)_{t=0,7}$  de la réponse impulsionnelle échantillonnée au temps chip sont de la forme

$$h_t \sim 10^{-\alpha t} b_t, \quad (6)$$

où  $\alpha \sim \mathcal{U}_{[0,1]}$  et  $b_t \sim \mathcal{NC}(0, 2)$ .

Les histogrammes de la valeur absolue sur chaque voie de l'interférence  $X$  sont de la forme

$$\text{hist}(x) = \sum_{i=1}^N p_i \mathbb{I}_{[-\delta/2, \delta/2]}(x - x_i), \quad (7)$$

où les  $x_i$  sont les centres des intervalles de l'histogramme et

$$p_i \approx P(X \in [x_i - \delta/2, x_i + \delta/2] \cup [-x_i - \delta/2, -x_i + \delta/2]). \quad (8)$$

La probabilité d'erreur correspondante est donc de la forme

$$P_e = \sum_{i=1}^N \frac{p_i}{2} \left\{ \frac{1}{2} \text{erfc} \left( (1 + x_i) \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) + \frac{1}{2} \text{erfc} \left( (1 - x_i) \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \right\}. \quad (9)$$

Notons que dans le même esprit, des formules analytiques ont été proposées pour le calcul de probabilités d'erreur pour des systèmes CDMA en présence d'un nombre fini de niveaux d'interférence équiprobables dans [6].

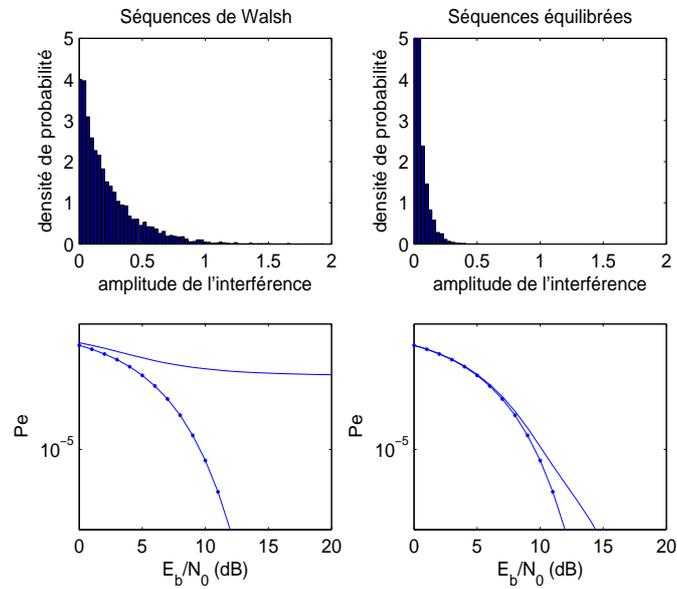
En mono-utilisateur, l'amélioration de la probabilité d'erreur obtenue avec les séquences équilibrées est très nette. Pour trois utilisateurs, les probabilités d'erreur obtenues pour les deux types de codes diffèrent encore d'un facteur trois à fort rapport signal à bruit.

## 4 Conclusion

On a proposé ici un algorithme qui permet d'obtenir des bases de signalisation pour le CDMA permettant de s'affranchir du code de scrambling. Au delà de l'application particulière présentée dans cet article, il s'agit d'un outil général qui permet de décrire un espace de signaux dont les spectres sont contrôlés par un critère d'énergies moyennes identiques dans un ensemble de sous bandes prescrites.

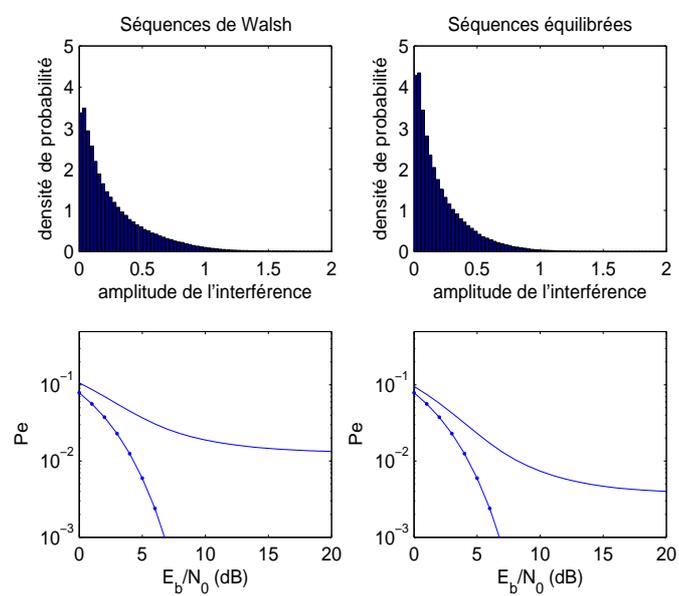
## Références

1. Th. Chonavel. Bases équilibrées et signalisation multidimensionnelle. In *Actes du colloque GRETSI*, pages 243–258, Troies, France, septembre 2007.
2. Th. Chonavel. Modulations de phase multi-dimensionnelles. In *Actes des ateliers TAIMA*, pages 385–396, Hammamet, Tunisie, mai 2007.
3. S.S. Ghassemzadeh and M.J. Sherman. Method for whitening spread spectrum codes, us patent 7075968 b1, 2006.
4. T.R. Giallorenzi, S.C. Kingston, L.A. Butterfield, W.T. Ralston, L.L. Nieczyporowicz, and A.E. Lundquist. Non recursively generated orthogonal pn codes for variable rate cdma, us patent 6091760, 2000.
5. G.H. Golub and C.F. Van Loan. *Matrix computation, third edition*. Johns Hopkins, 1996.



**FIG. 2.** Histogrammes de l'interférence moyenne et probabilité d'erreur mono-utilisateur : codes de Walsh (à gauche) et codes équilibrés (à droite).

- |     |   |     |
|-----|---|-----|
| 174 | 6. E. hardouin and C. Laot. Improved probability estimation for ds-cdma downlink equalizer-based receivers with               | 174 |
| 175 | small spreading factor. In <i>Proc. ICT 2003</i> , Indonésie, feb. 2003.  | 175 |
| 176 | 7. B.J. Hunsinger and D.D. Kumar. Method and system for simultaneously broadcasting and receiving digital and                 | 176 |
| 177 | analog signals, us patent 6563880 b1, 2003.   | 177 |
| 178 | 8. T.P. Krauss, M.D. Zoltowski, and G. Leus. Simple mmse equalizers for cdma downlink to restore chip sequence :              | 178 |
| 179 | comparison to zero-forcing and rake. In <i>Proc. IEEE Proceedings of the Acoustics, Speech, and Signal Processing</i>         | 179 |
| 180 | ( <i>ICASSP</i> ) 2000, volume 2, pages 2865–2868, Indonésie, 2000.   | 180 |
| 181 | 9. B. Lozach, J. Bollo, and A. Le Guyader. method for generating mutually orthogonal signals having a controlled              | 181 |
| 182 | spectrum, organisation mondiale de la propriété intellectuelle, n° de publication : W0 2008/122744 a1, 2008.                  | 182 |
| 183 | 10. Karim Ouertani, Samir Saoudi, Mahmoud Ammara, and Sébastien Houcke. Performance du récepteur rake pour                    | 183 |
| 184 | des applications de communications discrètes à travers un canal acoustique sous-marin. In <i>Actes du colloque</i>            | 184 |
| 185 | <i>GRETSI</i> , pages 309–312, Troies, France, septembre 2007.  | 185 |
| 186 | 11. J.G. Proakis. <i>Digital communications</i> . Mc Graw-Hill, 2001.   | 186 |
| 187 | 12. I.S. Raad, X. Huang, and D. Lowe. Study of spread codes with block spread ofdm. Technical report, UTS Library,            | 187 |
| 188 | march 2007.   | 188 |
| 189 | 13. F. Theis and Y. Inouye. On the use of joint diagonalization in blind signal processing. In <i>Proc. ISCAS 2006</i> , Kos, | 189 |
| 190 | Grèce, 25-28 octobre 2006.  | 190 |
| 191 | 14. S. Verdu. <i>Multuser detection</i> . Cambridge University Press, 1998.   | 191 |



**FIG. 3.** Histogrammes de l'interférence moyenne et probabilité d'erreur pour 3 utilisateurs : codes de Walsh (à gauche) et codes équilibrés (à droite).