



Sur l'orientation de particules lamellaires mises en suspension dans un écoulement méridien

Joseph-Maurice Bourot, Jean Jacques Moreau

► To cite this version:

Joseph-Maurice Bourot, Jean Jacques Moreau. Sur l'orientation de particules lamellaires mises en suspension dans un écoulement méridien. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. Série IV, Physique, Astronomie, 1961, 253, pp.1029-1031. hal-02117832

HAL Id: hal-02117832

<https://hal.science/hal-02117832>

Submitted on 2 May 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur l'orientation de particules lamellaires mises en suspension dans un écoulement méridien.* Note de MM. **JOSEPH-MAURICE BOUROT** et **JEAN-JACQUES MOREAU**, transmise par M. Henri Villat.

Les auteurs étudient comment évolue l'orientation d'une petite lamelle plane, mise en suspension dans un fluide incompressible en écoulement stationnaire, axisymétrique et méridien. L'exploitation numérique ou graphique des équations obtenues permet de déterminer les valeurs locales de la brillance d'un nuage de particules ou encore la richesse en lamelles visibles des différentes régions de l'écoulement.

L'étude théorique des rotations de très petites particules solides, mises en suspension dans un écoulement non uniforme, a été faite par l'un de nous ⁽¹⁾; les particules sont supposées assez petites pour que, dans l'hydrodynamique « microscopique » du phénomène de suspension, les effets d'inertie soient négligeables devant les effets de viscosité.

Il s'agit ici de *particules lamellaires*, considérées comme planes, infiniment minces; la loi de rotation prévue est alors la suivante : le plan de la lamelle évolue comme évoluerait, dans l'écoulement naturel, non perturbé par la particule (ou « écoulement macroscopique »), le plan tangent d'une surface fluide. Une telle surface peut être conçue comme surface de niveau d'un champ scalaire φ , transporté invariant par le fluide; le vecteur $\vec{g} = \overrightarrow{\text{grad } \varphi}$, calculé en l'élément P du fluide macroscopique, fournit, à chaque instant, la normale au dit plan tangent. Soit (λ, μ, ν) un repère cartésien orthonormé et $\vec{\omega}$ le champ des vitesses du fluide macroscopique par rapport à ce repère. De la nullité à tout instant de

$$\frac{d\varphi}{dt} = \partial_i \varphi + \omega_i \partial_i \varphi \quad (i = \lambda, \mu, \nu),$$

on déduit la loi de variation du vecteur mobile $\vec{g}(P)$ relativement au repère (λ, μ, ν)

$$(1) \quad \frac{dg_k}{dt} = -g_i \partial_k \omega_i \quad (i, k = \lambda, \mu, \nu).$$

La présente Note est consacrée au cas où l'écoulement macroscopique est *incompressible, stationnaire relativement à un repère Oxyz, axisymétrique autour de Oz et méridien* : tel est, par exemple, l'écoulement, rotationnel ou non, d'un fluide incompressible quelconque, investissant un obstacle de révolution fixe, avec une vitesse à l'infini uniforme et constante $U\vec{z}$. On appelle $\vec{v}$ le champ des vitesses de cet écoulement par rapport à Oxyz. Mais, pour écrire les équations (1), on utilise plutôt comme repère (λ, μ, ν) un repère mobile ayant son origine en l'élément P du fluide macroscopique

que visualise la particule en suspension; le vecteur unitaire $\vec{\lambda}$ est pris tangent à la courbe Λ , trajectoire de P relativement à $Oxyz$ (et ligne de courant de l'écoulement par rapport à ce repère); $\vec{\nu}$ est pris perpendiculaire au plan méridien POz (dans le sens des rotations positives autour de Oz); puis $\vec{\mu} = \vec{\nu} \times \vec{\lambda}$. On appelle r la distance de P à l'axe Oz , α l'angle $(\vec{z}, \vec{\lambda})$, R le rayon de courbure de Λ au point P, V la mesure algébrique de $\vec{v}(P)$ selon $\vec{\lambda}$, Ω la mesure algébrique selon $\vec{\nu}$ du vecteur tourbillon $1/2 \overrightarrow{\text{rot } \vec{v}(P)}$. A partir de ces éléments s'expriment commodément les coefficients $\partial_k \varphi_i$ des équations (1), lesquelles prennent la forme

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{dg_\lambda}{dt} = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dt} g_\lambda, \\ \frac{dg_\mu}{dt} = 2 \left(\Omega - \frac{V}{R} \right) g_\lambda + \left(\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} + \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \right) g_\mu, \\ \frac{dg_\nu}{dt} = -\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} g_\nu. \end{cases}$$

Deux positions successives P_1 et P_2 de P sur sa trajectoire Λ confèrent aux diverses grandeurs des valeurs que nous distinguons par les indices 1 et 2; éventuellement, P_1 ou P_2 peuvent être rejetées à l'infini amont ou à l'infini aval. L'intégration du système d'équations différentielles (2) aux trois fonctions inconnues $g_i(t)$ fournit l'expression des $g_i(t_2)$ comme fonctions linéaires des $g_k(t_1)$

$$(3) \quad \begin{cases} g_\lambda(t_2) = \frac{V_1}{V_2} g_\lambda(t_1), \\ g_\mu(t_2) = 2 \int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{r V^2} \left(\frac{\Omega dr}{V \sin \alpha} - d\alpha \right) g_\lambda(t_1) + g_\mu(t_1), \\ g_\nu(t_2) = \frac{r_1}{r_2} g_\nu(t_1), \end{cases}$$

I désigne l'intégrale curviligne, étendue à l'arc $P_1 P_2$ de la trajectoire Λ

$$I = \int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{r V^2} \left(\frac{\Omega dr}{V \sin \alpha} - d\alpha \right).$$

Brillance d'un nuage de particules. — Si les particules en suspension sont assez nombreuses pour donner l'apparence d'un nuage, on peut, comme dans une de nos études précédentes ⁽²⁾, étudier les modulations de la brillance de ce nuage. Le champ reçoit un éclairage dirigé et seules renvoient notablement la lumière vers l'observateur ou l'appareil de prise de vues les particules (poudre d'aluminium) dont la normale est contenue dans un cône Γ , à peu près de révolution. Si la distribution directionnelle des particules est isotrope à l'infini amont, les équations (3) permettent de calculer cette distribution en toute région de l'écoulement. La quantité de particules ayant leurs normales dans le cône Γ détermine la brillance locale du nuage : on est conduit à l'estimation de l'angle solide d'un cône

du second ordre. Cette estimation, de même que la détermination de l'intégrale I, peuvent être conduites par des méthodes graphiques.

Les résultats de ce calcul restent significatifs lorsque les particules sont assez peu nombreuses, comme il arrive dans les expériences ordinaires de visualisation : à la notion de brillance du nuage se substitue celle de la probabilité pour qu'une lamelle ait sa normale à l'intérieur du cône Γ . Ainsi peut-on, par exemple, prévoir, pour chaque région de l'écoulement, sa richesse en particules visibles, richesse qui est l'un des facteurs de qualité des clichés de visualisation.

(¹) J.-J. MOREAU, *Congrès National de l'Aviation française*, Rapport n° 42/133, Paris, 1946.

(²) J.-M. BOUROT et J.-J. MOREAU, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1628; J.-M. BOUROT, *Publ. Scient. Techn. Ministère de l'Air*, n° 226, 1949.