



HAL
open science

Gestes, cognition incarnée et artefacts: une analyse bibliographique pour une nouvelle dimension dans les travaux didactiques du LDAR

Michèle Artigue, Claire Cazes, Jean-Baptiste Lagrange, Mariam Haspekian,
Rita Khanfour Armalé

► To cite this version:

Michèle Artigue, Claire Cazes, Jean-Baptiste Lagrange, Mariam Haspekian, Rita Khanfour Armalé (Dir.). Gestes, cognition incarnée et artefacts: une analyse bibliographique pour une nouvelle dimension dans les travaux didactiques du LDAR. Cahiers du Laboratoire de didactique André Revuz n°8. IREM de Paris, 2013, 978-2-86612-348-2. hal-02110937

HAL Id: hal-02110937

<https://hal.science/hal-02110937v1>

Submitted on 25 Apr 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

IREN
PARIS 7

LDAR

Laboratoire de didactique André Revuz
Mathématiques • Physique • Chimie

**Cahiers du laboratoire de didactique
André Revuz
n° 8
juin 2013**

**Gestes, cognition incarnée et artefacts :
une analyse bibliographique pour une nouvelle
dimension dans les travaux didactiques au LDAR**

**Auteurs : M. Artigue, C. Cazes, M. Hapekian, R. Khanfour-Armale,
JB. Lagrange**

ISSN : 2105-5203

Gestes, cognition incarnée et artefacts : une analyse bibliographique pour une nouvelle dimension dans les travaux didactiques au LDAR

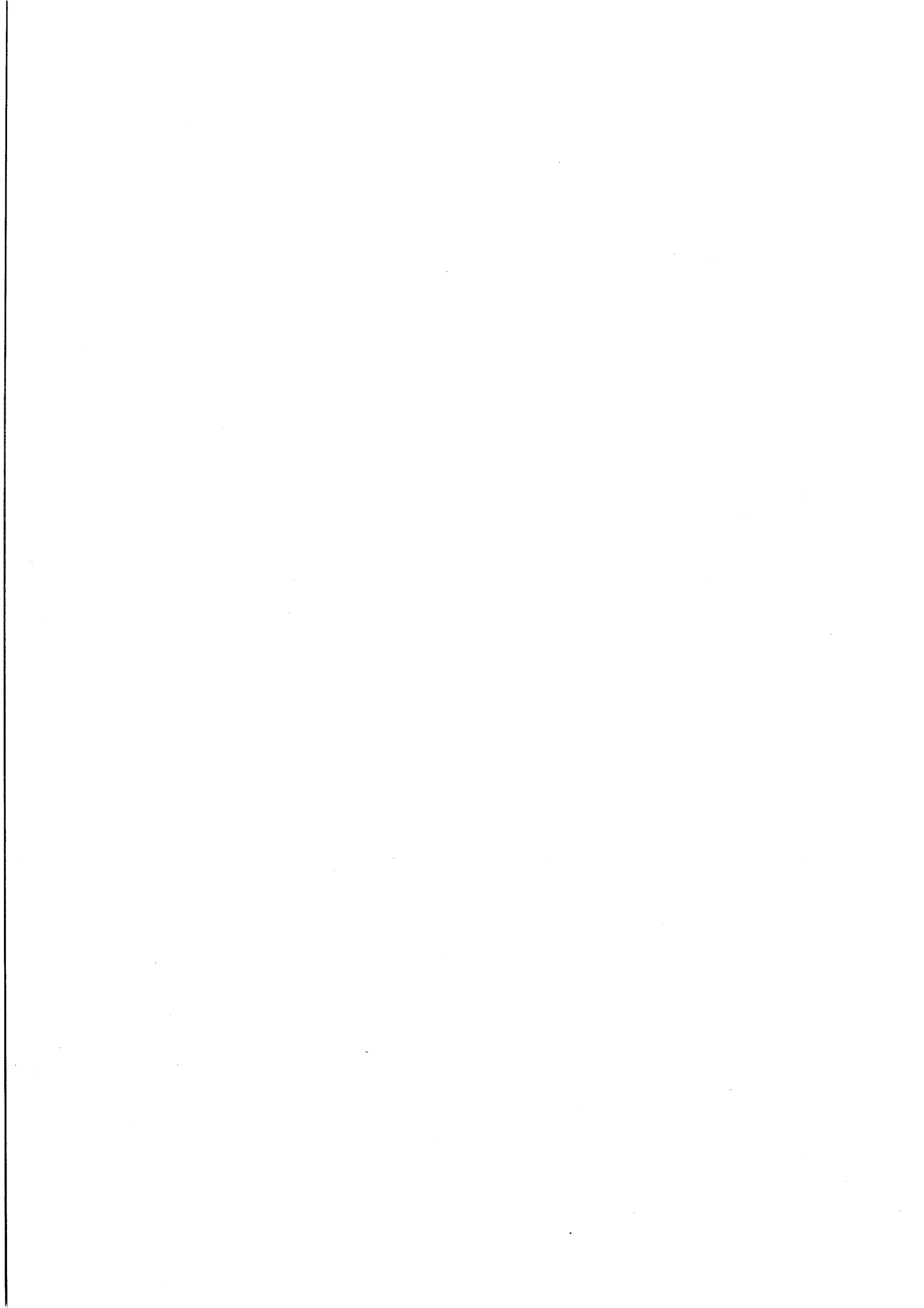
Auteurs : Michèle Artigue, Claire Cazes, Mariam Haspekian, , Rita Khanfour-Armale, Jean-baptiste Lagrange

Résumé : Ce cahier répond à deux objectifs, (1) s'approprier les notions de geste et d'incarnation des connaissances dans la perspective d'une utilisation pour des recherches liées à la technologie dans l'enseignement des mathématiques et (2) coordonner la réflexion avec la didactique d'une autre discipline, la chimie.

Une dizaine d'articles appartenant aux champs de la didactique de la chimie et de l'« éducation mathématique » ont été analysés selon trois dimensions non indépendantes (1) les gestes comme participant au discours (2) le rôle de la perception et les gestes comme signes (3) le rôle de l'expérience corporelle dans la conceptualisation. L'introduction fait le lien avec des travaux antérieurs du groupe « Math et réalités », puis trois parties détaillent l'analyse selon les trois dimensions ; une conclusion récapitule les acquis et une postface situe les perspectives ainsi ouvertes.

Mots clés : gestes, cognition incarnée, perception, activité corporelle, médiation sémiotique, multimodalité, didactique de la chimie, didactique des mathématiques.

Ce cahier est le résultat d'un travail collectif au cours de réunions du thème TICE. Cinq auteurs ont travaillé à la rédaction, Mariam Haspekian se chargeant plus particulièrement de l'introduction, Rita Khanfour-Armale de la première partie, Claire Cazes de la seconde partie, Jean-baptiste Lagrange de la troisième partie et de la conclusion, et Michèle Artigue de la postface.



Introduction

Les notions de gestes et de cognition incarnée sont bien présentes dans les travaux au plan international particulièrement concernant l'enseignement de l'analyse et les usages des TICE. En témoignent notamment la série de working groups « Gesture, Embodiment and Mathematics » dans différents colloques Psychology in Mathematics Education (PME), et deux numéros spéciaux de la revue Education Studies in Mathematics (ESM 57 de 2004 et ESM 70 de 2009). Une première étude de travaux autour de ces notions a été menée au sein du laboratoire (Kuzniak, Parzysz et Vivier 2008). Cette étude s'inscrit dans un objectif général de cerner la relation entre mathématiques et monde extérieur à partir d'un parcours bibliographique. Partant d'un questionnement sur l'apprentissage situé, les auteurs traitent dans une partie dédiée de travaux fondés sur les théories de l'incarnation (embodiment).

Dans l'objectif de prolonger la réflexion engagée dans cette partie du Cahier 58, nous nous centrons ici sur gestes et incarnation, puis ouvrons sur les TIC et la chimie en questionnant les implications possibles pour nos recherches. Ainsi avons-nous choisi une dizaine d'articles que l'on peut regrouper en trois dimensions qui organisent les trois parties de ce cahier.

Nous commençons dans cette introduction par présenter ce que nous retenons du Cahier 58, puis la problématique et les étapes du parcours mené dans cette cahier.

De l'apprentissage situé à l'« embodiment » : ce que nous retenons de la partie C du Cahier 58

La partie C du cahier 58, « De l'apprentissage situé à l'embodiment », présente un ensemble de travaux centré sur les limites de la notion d'apprentissage situé et sur la nécessité de prendre en compte l'expérience corporelle dans la cognition : les articles de Nunes & al. (2003), et de Tall (2006).

Elle distingue deux visions qui sont celles de la cognition incarnée et de l'incorporation. La différence entre ces deux visions tient à deux références à l'expérience corporelle mais qui ne se situent pas au même moment, ni de la même façon :

- Les tenants de la cognition incarnée s'intéressent à la direction: corps → concept. Núñez, Edwards et Matos (1999) parlent ainsi d'embodied cognition (cognition incarnée) et d'enaction : dans leurs travaux, ils recherchent dans les expériences du corps des primitives et des structures qui vont conditionner notre appréhension et compréhension du monde. Pour cela, ils se situent très tôt dans la vie des êtres humains, souvent dans la très petite enfance et avant tout apprentissage institutionnel, et mettent en avant une idée d'incarnation biologique d'où émergent les concepts. La dimension sociale n'est pas négligée : le contexte social détermine les classes de connaissances et les pratiques qui sont ensuite construites à partir de ces concepts incarnés.
- Le monde « conceptuel incorporé » selon Tall (2006) est avec le monde proceptuel-symbolique et le monde formel-axiomatique un des trois mondes mentaux qui se développent par « sophistication » de façon plus ou parallèle, sa spécificité étant qu'il est lié à la nature biologique et à l'action physique. L'analyse de Tall part du concept des trois mondes dans lesquels il s'exprime, alors que Núñez, Edwards et Matos partent de l'individu et de son expérience corporelle. Les auteurs du cahier 58

proposent donc de traduire par « incorporation » la notion d'embodiment telle que vue par Tall.

Ces deux approches reposent sur deux visions différentes des mathématiques, la cognition incarnée se basant sur la primauté du contexte et l'incorporation de la connaissance insistant davantage sur les relations entre structures mathématiques et fonctionnement du cerveau.

Núñez, Edwards et Matos décrivent ainsi la genèse de la cognition incarnée. Il y a eu d'abord une approche cognitive classique, autour des années 70 puis une approche dite de la cognition située dans les années 80/90 et enfin l'approche de la cognition incarnée (embodied cognition). Celle-ci enrichit le modèle précédent, notamment avec 2 outils : les « schémas d'image » et la notion de « métaphore conceptuelle » afin de montrer que la connaissance humaine est physiquement fondée c'est-à-dire matérialisée dans un contexte biologique et physique partagé.

Dans cette perspective, comme toute autre connaissance, les mathématiques ne sont pas des vérités abstraites et il faut chercher l'explication de leur formidable stabilité et de leur redoutable efficacité dans les systèmes conceptuels situés et incarnés dont elles émanent. L'incarnation fonde la connaissance et l'apprentissage dit situé. Elle explique les liens entre cognition et expérience : la cognition est incarnée car fondée biologiquement dans les individus, lesquels interagissent les uns avec les autres, d'où sa nature également sociale et culturelle.

Ces réflexions touchent ainsi la question de la nature des mathématiques et du développement des connaissances mathématiques chez les êtres humains, en ce sens elles font partie de la recherche en didactique des mathématiques : faut-il voir les mathématiques comme réalité objective et externe, découverte par l'Homme ? Ou bien comme produit de l'activité humaine, basée sur le langage mais aussi les expériences corporelles ? Répondre à cette question influence notre conception même de la didactique des mathématiques.

Dans l'article présenté ici, la stabilité acquise des mathématiques vient d'un usage commun de nos structures neuronales et corporelles qui ont construit des concepts mathématiques, mais aussi de l'intégration d'expériences quotidiennes, de mouvements, de relations spatiales, temporelles, ... La notion d'incarnation prend en compte ce point de vue. Dans ce contexte, les auteurs font l'hypothèse que notre conception ancienne des mathématiques engendre des problèmes d'enseignement, et ils refondent les questions d'apprentissage des mathématiques : comment les élèves construisent du sens ? Comment les expériences usuelles peuvent fonder ou initialiser des connaissances mathématiques ? Comment des connaissances peuvent émerger de la réorganisation de cartes conceptuelles ? Pour eux, l'étude épistémologique des errements de la construction des mathématiques contribue à cette refondation.

Tall (2006) utilise quant à lui deux fondements théoriques : (1) la cohérence et structure des mathématiques (2) le développement biologique de l'esprit humain.

La structure du cerveau permet des traitements parallèles, des routines subconscientes etc., lesquels reposent essentiellement sur deux types de processus : (1) le processus de compression d'idées importantes en concepts « pensables » (2) l'établissement de connexions entre de tels concepts qui peuvent être construits en « schémas d'action dynamique » qui connectent des actions successives avec des « schémas de savoir ».

L'idée de compression est très importante pour Tall qui décrit plusieurs manières dont elle peut se faire : compression par automatisation, compression par catégorisation, etc. Il existe en particulier la possibilité de compression de processus en concepts, très souvent grâce à

l'utilisation d'un symbole référant à la fois au processus et au concept (par exemple le signe + dans $2+3$ qui compresse l'idée de processus d'addition et du concept de somme), qu'il appelle procept.

Dans le travail de Tall, la pensée mathématique se développe en référence à trois mondes mentaux : (1) un monde conceptuel incorporé (conceptual embodied world) (2) un monde proceptuel-symbolique (3) un monde formel-axiomatique

Tall théorise les divers passages d'un monde à l'autre. Une étape importante dans la conceptualisation en mathématiques (la pensée dans le 3e monde) est selon lui, de « construire » des concepts en s'appuyant sur les deux premiers mondes : l'incorporation ou/et le symbolisme.

Notons que jusqu'ici, la technologie n'est pas mentionnée comme apparaissant avec un rôle important dans aucune des deux approches.

Présentation du cahier

Ce cahier est guidée vers deux objectifs, (1) s'approprier les notions de geste et d'incarnation des connaissances dans la perspectives d'une utilisation pour des recherches liées à la technologie dans l'enseignement des mathématiques et (2) coordonner la réflexion avec la didactique d'une autre discipline, la chimie.

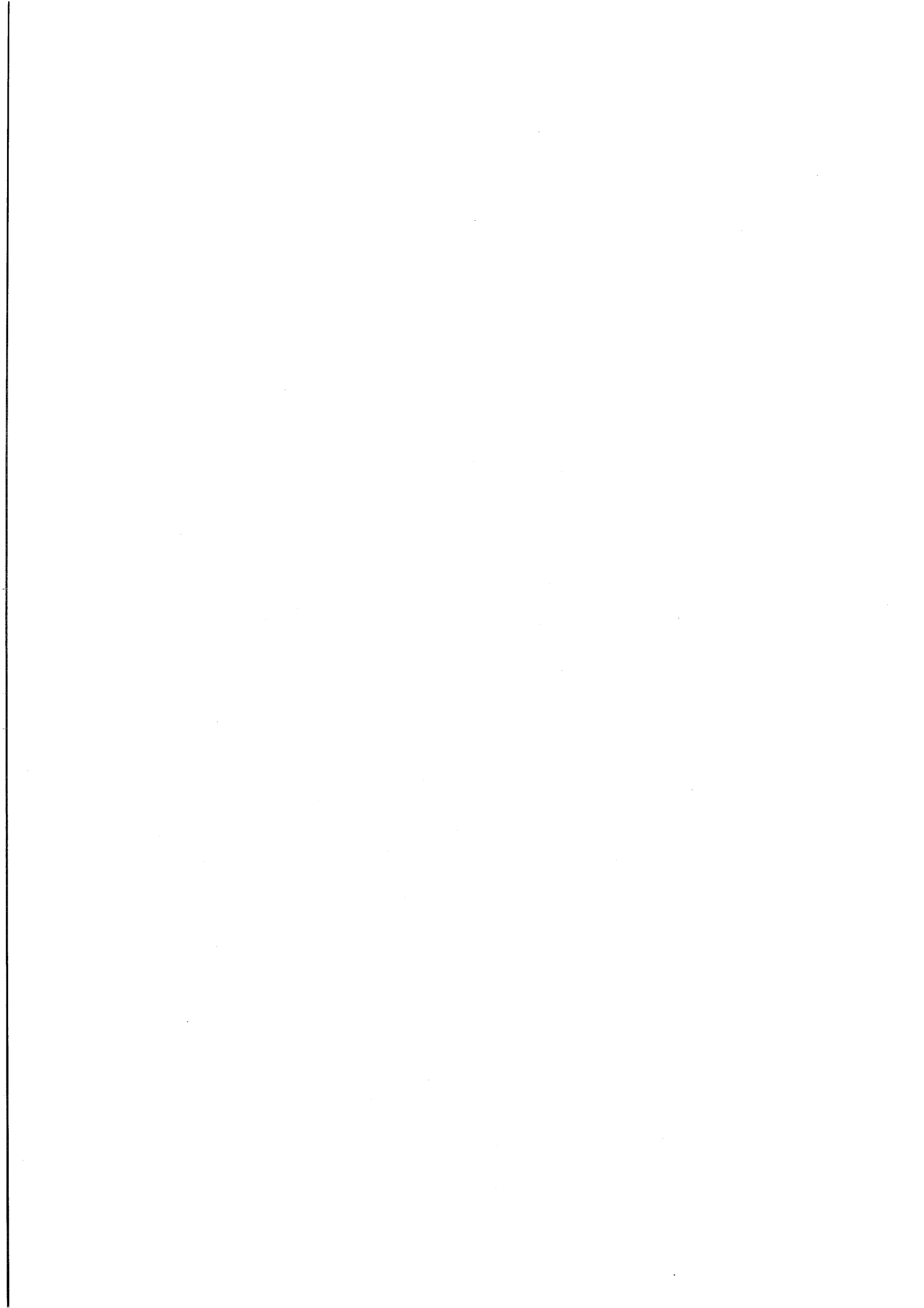
La première partie vise à éclaircir ce que l'on entend par *gestes* et présenter ainsi les différentes catégories existantes afférentes à cette notion, notamment dans leurs liens avec le *discours*. C'est l'occasion de faire fonctionner la notion dans les didactiques de deux disciplines, les mathématiques et la chimie.

La seconde partie porte sur les liens entre perception, action physique et pensée. Elle donne une présentation générale des deux numéros 57.3 et 70.2 de l'ESM consacrés aux gestes. A travers les quatre articles plus particulièrement étudiés, elle s'intéresse notamment aux gestes comme signes et comme support de médiation sémiotique.

La troisième partie traite plus précisément du rôle de l'activité corporelle et des artefacts dans l'apprentissage des Mathématiques avec des travaux mettant l'ancrage des concepts dans l'expérience corporelle, analysant le rôle de la technologie comme moyen de fournir un champ d'expériences et de modélisation et un article ouvrant sur les neuro-sciences.

Une conclusion fait le bilan des acquis de ce travail, et une postface situe les questions que ces réflexions ouvrent pour nos travaux, en termes de problématiques comme de méthodologie.

Ce cahier est le résultat d'un travail collectif au cours de réunions du thème TICE. Les cinq auteurs ont travaillé à la rédaction, Mariam Haspekian se chargeant plus particulièrement de l'introduction, Rita Khanfour-Armale de la première partie, Claire Cazes de la seconde partie, Jean-baptiste Lagrange de la troisième partie et de la conclusion, et Michèle Artigue de la postface.



Partie 1. Gestes et discours

Dans cette première partie nous allons nous intéresser aux gestes en relation avec le discours. Les articles évoqués dans le développement de cette partie sont choisis dans des champs didactiques qui englobent les maths, les sciences physiques et les langues. Ce choix varié nous semble intéressant parce qu'il montre des convergences notamment autour des catégorisations des gestes et de l'articulation des gestes avec la composante verbale du discours. L'aspect méthodologique concernant la diffusion des résultats obtenus nous a semblé aussi une dimension importante à prendre en compte pour nos propres recherches. Nous consacrons donc un paragraphe dans cette partie aux modalités de la diffusion des résultats.

La prise en compte des gestes en didactique

Le Maréchal (2005) montre que le langage comme facteur essentiel de l'apprentissage a été largement documenté dans les travaux ayant adopté une approche socioconstructiviste. Cependant, seule sa composante verbale est généralement utilisée. Peu d'études prennent en compte les gestes comme indicateur de connaissance dans l'interaction entre les apprenants. En effet, trois éléments sont souvent pris en compte dans les travaux de recherche portant sur la construction des connaissances (en langue, sciences et maths) : les conceptions des élèves, les interactions en classe et le contexte de la situation. Mais les résultats ont montré que ces éléments à eux seuls ne suffisent pas pour résoudre les problèmes théoriques et méthodologiques. Un quatrième élément mérite d'être considéré : la prise en compte des gestes lors des interactions.

Travaux sur les gestes

Dans cette partie nous allons citer quelques études sur les gestes qui accompagnent le discours. Ces études englobent les champs des langues, de la psychologie, la didactique de la physique et de la chimie. Goldin-Meadow (2004) indique que lorsque les enfants expliquent leurs réponses à un problème, ils transmettent leurs pensées, non seulement par les paroles, mais aussi par les gestes qui accompagnent ce discours. Les enseignants aussi pour expliquer les problèmes à un enfant, transmettent des informations à la fois dans la parole et le geste. Ainsi, il ya un courant sous-jacent de la conversation qui prend lieu dans le geste aux côtés de la conversation reconnu dans le discours. Les résultats de Zhang Zi (2011) suggèrent que les gestes et les autres comportements non verbaux sont des formes d'entrée pour les apprenants en classe de langue secondaire qui doit être considéré comme un facteur prépondérant dans la salle de classe SLA (Second Language Acquisition) de recherche. En psychologie, Wall (2006) se réfère dans sa recherche à trois questions spécifiques: les gestes des élèves comme une indication de leur niveau actuel de compréhension et leur volonté d'apprendre; l'utilisation des gestes par les enseignants en donnant des explications et des instructions et le rôle des gestes comme repères pour interpréter le comportement en classe des élèves. Roth et Lawless (2002) ont proposé une catégorisation des gestes en relation avec les connaissances. Ils en ont montré l'intérêt lors d'études de cas en didactique de la physique, en constatant que l'écart entre le geste exprimant un concept en cours d'apprentissage et sa verbalisation diminue avec le temps. En didactique de la chimie, Le Maréchal et al. (2003) ont cherché, à travers une étude de cas, à comparer les catégories de gestes dans les activités expérimentales (TP) de physique (celles de Roth et Lawless) et celles de chimie tout en considérant le niveau

des connaissances. Dans une autre recherche (Gandillet et Le Maréchal, 2003), l'étude des productions écrite, verbale et gestuelle d'élèves en train d'étudier les solutions ioniques en Première S a permis de dégager leur conception à la base de représentations non conformes au savoir enseigné.

Les gestes comme mode d'expression

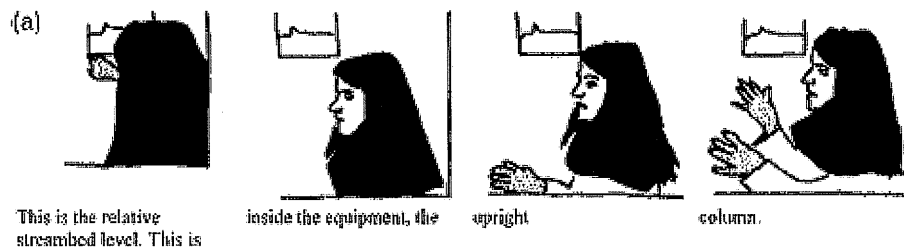
McNeill (1992) indique que les gestes font partie intégrante de la langue autant que les mots : « les phrases et les phrases gestes et le langage forment un système » (p.2). Les gestes sont instantanés, imagés, analogiques ; ce sont des expressions holistiques d'une pensée ; la parole met cette pensée sous forme hiérarchique, linéaire, numérique et analytique. McNeill cite Adam Kendon (1972, 1980), qui a découvert le lien et l'unité essentielle entre la parole et les gestes. Donc McNeill défend l'idée que certains gestes constituent la composante non verbale de l'expression de la pensée du locuteur. Celui-ci utilise souvent deux modes de communication, le mode verbal qui possède des caractéristiques de linéarité, qui a une structure syntaxique, qui met en jeu des conventions etc. et le mode non verbal extrêmement complémentaire puisque par essence spatio-temporel, non structuré, idiosyncratique etc. De nombreux travaux, dans lesquels la compréhension des interactions entre individus est au centre des préoccupations, pourraient donc s'enrichir d'une analyse gestuelle.

Typologie de gestes

L'analyse des gestes, dans les travaux de Le Maréchal et Dupont (2003), considérés comme composante non verbale d'un discours exclut les cas où le sujet se touche (self-touching), se gratte etc.

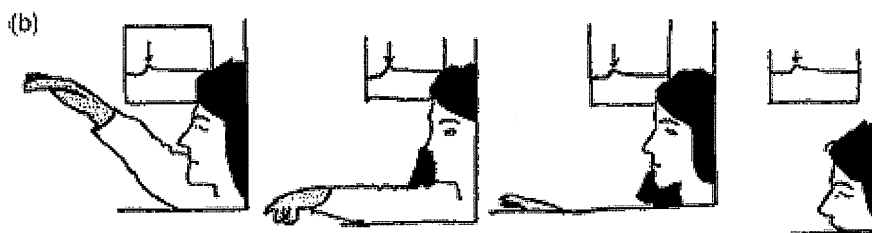
Kendon a montré qu'il existait un continuum entre les gestes purement conventionnels comme le langage des signes utilisés par les malentendants – qui se passe par définition de la composante verbale du discours – et ceux, non conventionnels, dont le sens ne peut être compris en dehors du cadre du discours duquel ils ont été produits. Roth et Lawless (2002), qui se réfèrent à Kendon (1993) et McNeill (1985, 1992), suggèrent qu'il est possible de catégoriser les gestes non conventionnels en quatre :

(1) Les gestes déictiques (deiknumi = "montrer" ; deixis : "démonstration") utilisés pour désigner (par la main et autres partie du corps comme par exemple la tête) des objets réels qui sont présents, non présents, ou métaphorique dans la nature. La technicienne dans l'exemple ci dessous utilise un geste déictique quand elle pointe l'origine du graphe (Fig. 1a, encadré 1, Roth et Lawless, 2002).



(2) Les gestes iconiques (une icône est une image) qui ont un caractère narratif, décrivent des traits caractéristiques d'un objet concret évoqué dans la conversation (une montagne, un cercle). Ces gestes portent une relation perceptuelle avec des entités concrètes et des événements. Par exemple, ils décrivent les relations dans l'espace entre les objets ou les entités, les modes d'action, ou les chemins de mouvement. Dans la Fig. ci dessous, la

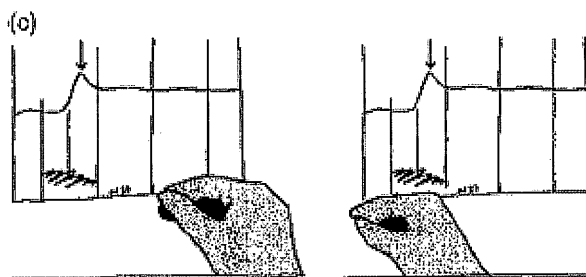
technicienne produit un geste iconique qui représente le niveau vertical du dispositif d'enregistrement et le mécanisme d'enregistrement.



And it is fluctuating between 1.1 meter and lately, at the end of the graph, 2.1 meters.

En chimie, Le Maréchal et al (2003), ont observé des étudiants qui accompagnent le titrage de la solution par un geste iconique décrivant l'ajout goutte par goutte de la solution de la burette dans le bécher.

(3) Les gestes métaphoriques (méta=avec, phora=transposition) qui se rapportent à un concept abstrait (la chaleur, la durée), le transpose par un mouvement du corps. Ils seront réalisés avant la verbalisation du concept. Ils constituent des repères importants pour l'analyse des productions des élèves puisque ceux-ci anticipent généralement la verbalisation conceptuelle. Souvent la verbalisation des concepts n'est pas explicite et le geste métaphorique n'est non plus explicite mais ces gestes font partie d'une communication multimodale, étant donné que la partie verbale n'est pas encore développée par l'étudiant. Comme les gestes iconiques, les gestes métaphoriques ont un caractère narratif. Enfin, les gestes métaphoriques sont semblables à des gestes symboliques en ce qu'ils ont une histoire caractéristique, mais les images produites ont trait à des abstractions. Par exemple dans la figure ci dessous, lorsque le technicien déplace sa main parallèlement à la carte.



This way is time

(4) Les gestes de battement qui rythment le discours, sont des gestes souvent brefs et d'appuis. Ces gestes par leur régularité, fournissent une structure temporelle de communication et, dans certaines théories, ils disent que ces gestes facilitent la recherche (lexicale) des mots (McNeill, 1985; Beattie & Aboudan, 1994).

En chimie, Le Maréchal et Dupont (2003), ont observé ce type de geste lors de l'énonciation d'une série de nombres. Par exemple les gestes qui accompagnent l'organisation des données avant de faire la courbe de titrage.

Le Maréchal et Dupont (2003) introduisent une nouvelle catégorie de gestes qu'ils ont appelé gestes de questionnement ou gestes de doute. Dans la plupart des situations, l'étudiant évoquant son travail expérimental exprime un doute ou une demande de confirmation de son binôme. Les auteurs ont observé que l'étudiant tourne rapidement la tête vers son binôme (étant donné que dans ce type d'activités expérimentales les étudiants sont d'habitude côte à

côte, et regardent leur compte rendu et la manipulation.) En effet quand ils se regardent, les auteurs indiquent qu'il s'agit de gestes de questionnement c'est-à-dire des gestes non conscients qui permettent de contrôler la compréhension de son binôme. Le contexte de doute a été observé dans une question où il s'agissait de faire la liste des ions présents dans une solution, puisqu'il y avait un ion qui posait problème pour les étudiants. Un geste de questionnement ou de doute a été aussi observé quand il s'agissait de savoir s'il fallait utiliser une formule ou non. Les auteurs ont remarqué que les gestes de questionnement étaient très abondants (figure ci dessous : Fig 1).

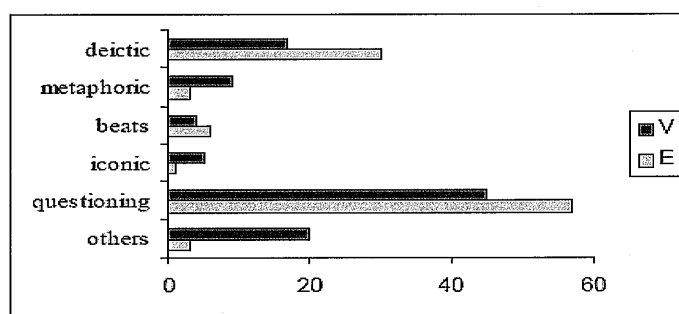


Fig.1. Profile of interaction gestures of two students called V and E. Numbers are in percentage of 160 gestures for V and 161 for E in a period of two hours. The questioning gestures are clearly predominant. "Others" stands for "other motion of the head in the direction of the collocutor".

L'articulation geste - discours

On distingue dans tout geste au plus 3 phases : la préparation (depuis une position de repos), l'action (stroke) et la rétraction (retour au repos). Certains gestes se limitent à la phase d'action, par exemple quand plusieurs gestes s'enchaînent. Entre deux phases, il peut également y avoir un moment d'attente. Quelques règles importantes permettent de comprendre l'articulation entre les gestes et les mots voire les phonèmes avec lesquels ils sont synchronisés. La première est que la phase action du geste anticipe ou arrive au plus tard en même temps que le mot avec lequel il est en relation. Cela permet, dans le cas d'un geste de battement, de savoir sur quoi le locuteur met l'accent dans sa phrase. Par exemple (Le Maréchal et al., 2003), en parlant de la formule chimique de l'ion sodium Na^+ , un battement qui arrive entre Na et + correspond à coup sûr à une importance donnée sur le + et non sur le Na, remarque qui peut avoir son intérêt pour comprendre l'élève qui parle d'ions.

Importance de l'analyse des gestes

Selon Vygotsky : «La pensée n'est pas seulement exprimée par des mots, elle vient à l'existence à travers eux», et McNeill ajoute: «et avec des gestes comme une partie intégrante de la langue». Ce dernier point est la clé pour les chercheurs en didactique qui tentent de comprendre l'apprentissage conceptuel. La position des auteurs (Le Maréchal et al., 2003) est que lorsque les élèves ne comprennent pas encore, ils utilisent un langage, et surtout des gestes, comme un outil pour construire la compréhension conceptuelle et, par conséquent, leurs gestes deviennent très instructifs. Faire sens de ces gestes spontanés à des étapes clés de l'apprentissage est de donner soi-même une source supplémentaire de données «Observables» par rapport à la construction de la pensée. Peu d'études prennent en compte les gestes comme indicateur de connaissance dans l'interaction entre apprenants. Mais une telle prise en compte de la composante gestuelle du langage ouvre un champ nouveau en didactique. En effet, les gestes seuls n'ont pas de sens en eux-mêmes, car ils ne sont pas codifiés, mais au sein d'une analyse de la parole ou du discours, leur interprétation peut être décisive. L'hypothèse de

McNiell est que les composantes verbales et gestuelles sont les éléments d'un même processus intégré à l'articulation de la parole dans laquelle il y a une synthèse de deux modes de pensée opposés.

Il faut cependant trouver des situations qui favorisent une « gesticulation » cognitivement riche, ce qui n'est pas le cas habituel en sciences. En effet, les apprenants en situation de manipulations expérimentales ou de calculs accompagnent leurs interactions de gestes essentiellement déictiques, peu informatifs sur le plan cognitif. Les auteurs ont cependant pu introduire (Gandillet, E. & Le Maréchal J.-F., 2003), dans ces situations, des questions de réflexion qui favorisent une discussion accompagnée de gestes métaphoriques ou de battements, également riches en métaphores (McNiell, 1992).

La compréhension et l'utilisation des gestes nécessitent que l'on soit capable de les repérer, de les catégoriser, que suivant la catégorie on adapte l'interprétation qui s'impose, puis qu'on sache l'expliquer aux lecteurs dans les publications.

Approche méthodologique

Selon Le Maréchal (2006), pour publier un travail de recherche utilisant l'analyse de gestes, il arrive qu'il soit nécessaire de faire comprendre au lecteur que l'on a déduit des informations d'un geste particulier. C'est une opération assez coûteuse qui passe souvent par la schématisation de quelques images pertinentes de la vidéo du geste, accompagnée d'une légende. Une telle représentation permet au lecteur de reconstituer le geste (figure ci-dessous : Fig1).

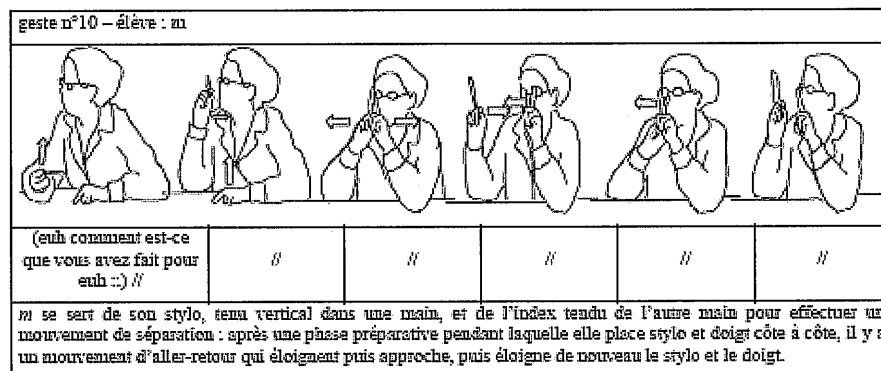


Fig.1 Représentation d'un geste (d'après le mémoire de DEA d'Estelle GANDILLET).

Dans cet exemple, l'élève m essaye de poser une question à son binôme pour se faire expliquer le phénomène de dispersion des ions qui accompagne la dissolution d'un solide. Elle n'a pas les mots. La phrase (au sens verbal du terme) s'interrompt et le geste prend le relais, geste iconique bien sûr, et qui donne une idée de la représentation que se fait m de cette notion en cours d'acquisition.

Pour publier en langue étrangère selon Le Maréchal (2006), il faut souvent avoir deux niveaux de traduction, le mot à mot qui indique la concordance entre la phase du geste et le mot avec laquelle elle est synchronisée, et un niveau de traduction qui fournit le sens (Fig.2).

CHINESE (see fig. 8.3):



Figure 8.3. The Chinese speaker showing Tzesty dropping the bowling ball. This stroke coincided (reading in an audible pop) with "gei," marking a result. The speaker had interpreted the bowling ball as a plug with which Tzesty was trying to seal the drain pipe. The gesture and the "gei" signifying the accomplishment coincided. "Gei" and the downward image are the implied growth point.

(8.3)

jū tā nǐge dà de hēi qiú, jū tā nǐge gāi
 just as for that uh large black ball just as for that cover
 ah shàngmiàn
 ah over-side
 'with you know that ah big black ball, with it (he) covers the top'
 nǐge ba nǐge jiu [gei] du shàngle
 that as for that just [result] plug over-complete
 'that plugs it completely'

Topic: left hand was down and contacts tapped right hand with a popping sound.

Fig.2 Représentation d'un geste accompagnant un discours prononcé dans une langue différente de celle de la publication (d'après McNeill, 1992, p.224).

On peut effectivement imaginer que la position des mots dans une phrase diffère profondément d'une langue à l'autre et que la synchronisation verbal / non verbale dans une langue soit trahie par la traduction.

Pour conclure sur gestes et discours

Les gestes ne sont ni le produit d'un plan verbal et segmenté de façon linéaire, ni la traduction d'un discours en forme kinesthésique, ni des photos, ni la partie émergée d'un iceberg structuré comme une langue. Ils sont intimement liés au discours et créent du sens dans une forme fondamentalement différente de celle de sa composante verbale. L'hypothèse de McNeill (p. 35) est que les composantes verbales et gestuelles sont les éléments d'un même processus intégré à l'articulation de la parole dans laquelle il y a une synthèse de deux modes de pensée opposés.

Les gestes qui accompagnent le discours ont été étudiés depuis une trentaine d'années et peuvent maintenant être utilisés comme un outil d'approfondissement de la compréhension d'interactions entre locuteurs. Ils sont alors considérés comme une observable supplémentaire par rapport à la seule composante verbale à laquelle la plupart des chercheurs limitent généralement leur intérêt. La compréhension et l'utilisation des gestes nécessitent que l'on soit capable de les repérer, de les catégoriser, que suivant la catégorie on adapte l'interprétation qui s'impose, puis qu'on sache l'expliquer aux lecteurs dans les publications.

Partie 2. Perception, action physique et pensée ; les gestes comme signes

Dans cette partie, nous nous attachons à des incidences de l'activité corporelle sur la pensée moins centrées sur le discours. Il s'agit d'explorer les liens entre perception, action physique et pensée, et plus particulièrement d'étudier les gestes comme signes et comme support de médiation sémiotique, plutôt que comme participant au discours. Nous exploitons deux numéros d'*Education Studies in Mathematics* les n° 57.3 et 70.2 consacrés aux gestes.

Le numéro 57.3 de ESM est une édition CR-Rom accompagnée d'un livret de résumés. Il s'intitule « *Bodily Activity and Imagination in Mathematics Learning* ». Le chapitre d'introduction (Nemirovsky et al. 2004) commence par le constat que jusqu'alors, les chercheurs ont mis de côté les aspects « sens », « toucher », « kinesthésie » dans l'apprentissage des mathématiques ceci parce que les entités mathématiques ne peuvent pas être « matérialisées » (on ne peut pas « toucher » par exemple une série, ni l'ensemble des nombres impairs,...). Pourtant, le fait que ces entités soient imaginables est profondément connecté à la perception et à l'action physique. Il devient de plus en plus évident qu'il y a un large recouvrement entre perception sensorielle et imagination (des expériences ont par exemple été menées comparant l'activité du cerveau imaginant une maison et celle du cerveau voyant une maison, et montré des processus corporels internes étonnamment similaires). La perception, peut donc devenir un instrument pour l'imagination, la conceptualisation. Les quatre articles du numéro ESM 57.3 de 2004 vont dans le sens de ce lien entre mathématiques, perception et actions physiques. Nous présenterons plus loin à titre d'exemple, l'article de Arzarello & Robutti (2004).

Le numéro 70.2 de ESM, s'intitule *Gestures and Multimodality in the Construction of Mathematical Meaning*. Il approfondit ces considérations et questions sur les liens entre le corps et la pensée. Il cherche lui aussi, à « remettre le corps à sa place » et se positionne contre le dualisme qui sépare corps et pensée (qui a fortement influencé les mathématiques et leur enseignement jusque-là). Les auteurs de ce numéro tentent d'explorer de nouvelles façons dont l'embodiment intervient dans les situations mathématiques et de théoriser ces phénomènes mis en évidence en montrant les liens entre le corps et la pensée. Dans les articles regroupés dans ce numéro, le propos n'est plus de convaincre d'éventuels lecteurs dubitatifs de l'existence de ces liens, mais de chercher des explications, de construire des modèles théoriques et de comprendre ces liens, pour les mettre au service de l'apprentissage de mathématiques. Dans cette perspective, une construction théorique importante est celle de « multimodalité », utilisée notamment dans l'article d'Arzarello : cette notion prend en compte le fait que la relation entre les mathématiques et l'étudiant ou l'enseignant qui fait des mathématiques (ou plus généralement la relation entre la connaissance et le sujet travaillant sur cette connaissance) s'effectue suivant une pluralité de modes qui de plus se superposent. Cela inclut la communication symbolique orale et écrite, les dessins, les gestes, la manipulation d'artefacts mécaniques et informatiques, et les différents types de mouvements corporels (« *bodily motions* »). Nous présenterons l'introduction générale de ce numéro ainsi qu'une vue d'ensemble des divers articles et détaillerons l'article d'Arzarello qui fait suite à celui du numéro 57-3.

Un article de ESM 57-3: approcher les fonctions à travers l'expérience du mouvement

“Approching functions through motion experiments”. Arzarello & Robutti (2004)

Nous présentons le contexte et objectif de la recherche avant de résumer les analyses auxquelles les auteurs aboutissent. L'article analyse une expérimentation. La problématique est celle des difficultés des élèves dans l'interprétation de graphes de fonctions, notamment quand il y a une variable “temps” (graphes de position, de vitesse...). Le contexte expérimental est le suivant : il s'agit d'élèves de 14/15 ans et l'objectif est l'introduction de la notion de fonction pour modéliser le mouvement (uniforme ou accéléré). Le travail se fait en petits groupes avec une calculatrice reliée à un capteur de mouvements.

Voici la situation plus particulièrement analysée : Les élèves se déplacent, le capteur de mouvement enregistre des positions et des temps qu'il transmet à la calculatrice à laquelle il est relié. La calculatrice affiche un graphe et un tableau de valeurs (Fig.1) :

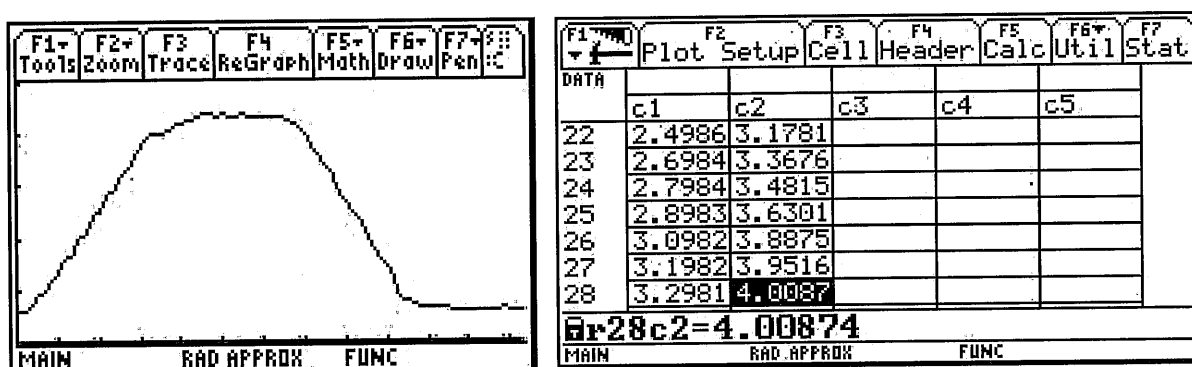


Fig.1

L'article se donne comme objectif d'analyser les processus cognitifs impliqués dans la construction des significations données aux divers objets mathématiques en jeu. Pour prendre en compte différentes dimensions de l'activité de l'élève, les auteurs utilisent une multiplicité de cadres théoriques. L'un concerne la dimension sociale des apprentissages : pour analyser les échanges lors des discussions mathématiques au sein des groupes et orchestrée par l'enseignant, un cadre général vygotkien souligne la construction sociale des connaissances et médiation par les artefacts culturels. Un autre cadre est celui de l'approche instrumentale en référence à Rabardel (1995) pour le rôle des artefacts. L'article fait aussi référence à l'approche « Embodied Cognition » (Lakoff, Nunes, 2000) pour prendre en compte le rôle du corps dans la cognition, à l'analyse sémio-culturelle proposée par Radford et al. (2003) pour l'analyse des discours élèves et au travaux de Mac Neill (1992) et de Alibali, Kita, Young, (2000) pour l'analyse des gestes pour éclairer les processus cognitifs dont ils reprennent la catégorisation deictic/ iconic/ iconic physical/ iconic symbolic.

Dans l'article, les auteurs cherchent une sorte d' « intégration » entre les aspects cognitifs et instrumentaux à travers une analyse des gestes et des discours, sans toutefois la réaliser totalement. Par exemple la citation « Gestures play a role in thinking » (Alibali, Kita, Young 2000) rejoint sensiblement les travaux de Rabardel, on aimerait alors que ces travaux soient mis en perspective : quel est le positionnement théorique de l'un par rapport à l'autre ? Peut-on expliciter les différences et les liens, les démarches, les filiations ? Y a-t-il une base théorique commune ? Ce n'est pas l'objet de l'article mais cela questionne néanmoins les

liens entre la notion de « geste » dans les travaux de l'approche instrumentale et la notion de « geste » dans tout ce corpus de travaux.

Dans le souci d' « intégration » des aspects cognitifs et instrumentaux, les auteurs décrivent notamment les conceptualisations des élèves en un processus complexe appelé « objectivation de connaissances » (repris de Radford, 2003) : processus qui part de leurs perceptions et interagit avec les artefacts culturels à travers les Gestes et le Langage pour construire des concepts mathématiques.

L'exemple de la genèse du concept de fonction est donné. Ce concept peut être appréhendé selon deux points de vue: (1) comme « covariation » de deux variables (càd lorsqu'une variable change en fonction du changement d'une autre) (2) comme description de deux variables dépendantes du temps, à travers la visualisation de graphes.

Les auteurs font l'hypothèse de travail que la signification, le sens donnés par les élèves à la notion de fonction est profondément conditionné par la médiation de l'artefact utilisé. Pour décrire l'expérimentation, 3 vidéos sont présentées : la vidéo 1 montre 3 étapes de cette « objectivation » de la notion de fonction, la vidéo 2 montre la discussion collective en classe, et la Vidéo 3 donne une comparaison avec une autre classe. Nous les décrivons rapidement :

La vidéo 1 montre le travail en groupe : on voit les élèves aller et venir entre le graphe l'écran de leur calculatrice et la description de leur expérimentation. Leur tâche est de décrire, expliquer, interpréter le graphe et la table de valeurs obtenus sur leur calculatrice en lien avec leur expérience physique. Pour les auteurs, c'est le début de l'« objectivation de connaissances » : correspondance ligne horizontale du graphe et absence de mouvement, concept de « vitesse », correspondance entre l'expérience physique et la table de données par l'utilisation du scrolling de la calculatrice. Par exemple, le phénomène « une ligne horizontale dans le graphe correspond à une absence de mouvement » a attiré l'attention des élèves du groupe et ce début d'objectivation de connaissances est mis en évidence par le relevé de nombreux mots « déictiques », accompagnés de gestes similaires. Cette étape culmine ensuite avec le concept de « vitesse », pour conceptualiser les relations entre la position dans l'espace et le temps, ce qui est marqué dans la vidéo par une intensification des termes d'action en relation avec des gestes « iconiques ». De même, les élèves conceptualisent les liens entre leur expérimentation et, cette fois, non pas le graphe mais les tables de données reliées au graphe, ce qui est permis par une autre utilisation de l'artefact « calculatrice » : le scrolling des deux colonnes de nombres. Cette utilisation de l'instrument est similaire à l'expérience précédente avec le graphe : en premier lieu, les élèves remarquent la correspondance entre l'« immobilité » et la partie de la table de données correspondante ; peu après ils étendent leurs interprétations aux autres parties de la table correspondant aux mouvements uniformes. Ce faisant, ils acquièrent une signification plus claire et plus profonde du concept de « vitesse » car le scrolling de la calculatrice a rendu visible les deux variables, espace et temps, et pas seulement l'unique variable dont il avait été question jusque là : la distance. Cette fois, les deux variables ont bien été mentionnées et identifiées, ce que n'avait pas permis la seule représentation graphique. Voici le résumé des étapes de cette conceptualisation que montre l'extrait de film (vidéo 1) :

1. Surprise face au graphe : le mouvement « devait » être uniforme
2. Un pivot cognitif : la portion de ligne horizontale

3. Tentatives d'interpréter les autres portions mais: difficultés verbales et conceptuelles face à la tâche d'interprétation du graphique (« décéléré » et « mouvement uniforme » sens vagues pour eux)
4. L'expression « vitesse constante » émerge, avec un sens encore un peu flou
5. Exploration des données numériques : « il a fait 4 mètres! »
6. Second pivot cognitif : les données constantes de la table
7. Compréhension progressive des colonnes « temps » et « distance » : vision « variation » et « covariation » qui se met en place grâce au « scrolling » de la calculatrice, le concept de « vitesse constante » est enrichi.

Le « scrolling » de la calculatrice, est analysé ici par les auteurs en termes de SU (schème d'utilisation, Rabardel) qui amène les élèves à interpréter la fonction en jeu d'un point de vue « covariationnel », ce que n'avaient pas permis l'expérience motrice et sa seule représentation graphique. Le scrolling a été utilisé de deux façons : exploratoire, pour trouver un « pattern » dans les données (chercher des régularités, des symétries...), plus tard comme outil de vérification de conjectures et de communication dans la classe (explicitation aux autres élèves). Pour analyser l'évolution des processus intellectuels, comme l'évolution de l'interprétation du graphe, les auteurs se placent dans la théorie de Vygotski : l'interprétation du graphe a évolué en opérations médiées par l'usage de signes (comme la table numérique avec la modalité de scrolling). Le scrolling a transformé la calculatrice en outil psychologique (au sens de Vygotsky) par lequel les élèves ont pu objectiver une connaissance.

La Vidéo 2 montre une partie de la discussion de classe: un élève y décrit l'interprétation du graphe et de la table de son groupe. L'extrait est très riche en gestes accompagnant les mots. Les auteurs analysent ainsi le langage (L) et les Gestes (G): ils repèrent 3 différentes façons de communiquer une idée relative à une activité de « mouvement » :

- L et G réfèrent à la situation physique concrète (on a affaire ici à des gestes : « iconic gesture »)
- L et G réfèrent à une représentation de la situation physique concrète (graphe, table) (ici, G est : « iconic-symbolic gesture »)
- L réfère au physique concrète et G à sa représentation (G : iconic-symbolic)

La Vidéo 3 présente une expérimentation similaire dans une autre classe. L'élément principal examiné ici est la façon dont les gestes incorporent de manière compressée des caractéristiques liées aux temps. Par exemple des informations liées à la vitesse sont incorporées dans la main : quand la vitesse croît, la main bouge plus vite et inversement. Deux caractéristiques sont ainsi incorporées, compressées dans le même geste : (1) la trajectoire suivie par la main exprime comment la fonction varie (graphe espace-temps : la fonction est tantôt croissante/ décroissante) (2) la vitesse de la main incorpore la vitesse du mouvement.

Cette double incarnation (embodiment) de l'information semble être un processus « naturel » de représentation du mouvement, le geste est vu comme outil de médiation pour mieux appréhender la situation. Pour les auteurs, les concepts abstraits se forment ainsi : à partir d'interprétations concrètes qui ont évolué et ont été compressées.

Gestes et multimodalité dans la construction des significations mathématiques (ESM 70.2)

Vue d'ensemble du numéro

Selon l'introduction générale (Radford, Edwards, Arzarello, 2009), inclure le corps dans l'acte de connaissance est une tendance récente dont on peut trouver des précurseurs dans des travaux de sociologues, épistémologues et phénoménologues tels que Husserl, Gelhen et Merleau-Ponty qui partagent l'idée que la connaissance n'est pas simplement le résultat de mécanismes déductifs formels et abstraits. Le numéro spécial 70.2 insiste ainsi sur la nature multimodale de la cognition. Précisons avant de continuer que cette position ne nie pas que les mathématiques, tout comme d'autres connaissances humaines, sont inséparables d'outils symboliques et que la cognition est aussi un phénomène culturel, ce n'est pas une forme déguisée d'empirisme (qui verrait les idées conceptuelles comme de simples marques que les choses matérielles impriment en nous), il s'agit davantage d'une attention portée sur le fait que différentes modalités sensorielles (tactile, sensorielle, perceptuelle, kinesthésique...) sont partie intégrante de nos processus cognitifs. D'où l'expression « nature multimodale de la cognition », dont la description théorique est loin d'être achevée comme en témoignent les articles de ce numéro en débats, désaccords, prises de position parfois contraires, s'accordant néanmoins tous sur le fait que c'est un véritable chantier ouvert.

On peut relier cette attention récente à la multimodalité en didactique des mathématiques aux travaux, dans les années 90, sur les discours en classe (Steinbring, Bartoloni Bussi & Sierpiska 98). Etudier les discours a conduit à constater la nature « incarnée » (embodied) des mots et des métaphores. L'usage croissant des enregistrements vidéo a alors montré que la nature incarnée du langage n'était que la partie émergée de l'iceberg : les vidéos ont montré ces autres aspects de la communication, auparavant invisibles dans les enregistrements audio, que sont les gestes physiques. Ils sont alors, en conjonction avec une large palette d'autres modalités, reconnus comme éléments clés dans la communication et la conceptualisation en mathématiques.

Or, dans des contextes de communication non mathématiques mais plus ordinaires, les gestes ont été étudiés par des linguistes et des psychologues. Les auteurs souvent cités dans ce numéro sont : Alibali, Kita, Young (2000), Goldin-Meadow (2008) et surtout Mac Neill (1992) qui est cité dans pratiquement tous les articles de ce numéro spécial, notamment son ouvrage « Hand and mind: what gestures reveal about thought ». Mac Neill, pour qui, comme nous l'avons vu en première partie, « speech and gestures are elements of a single integrated process », et propose une classification des gestes en Deixis, Metaphoricity, Iconicity, Temporal highlighting et gestes pour moduler l'interactivité sociale.

A ces cadres généraux, les didacticiens des maths ajoutent leurs propres outils théoriques. Le numéro 70.2 d'ESM regroupe 6 articles ayant chacun leur propre prise en compte et étude des gestes dans l'apprentissage des mathématiques :

- Arzarello, Paola, Robutti, & Sabena, (2009) : introduisent les notions de « semiotic bundle » et « semiotic game » pour analyser comment, avec quels moyens, ressources, les élèves, dans l'expérimentation décrite, tracent le graphe s'une fonction,
- Radford (2009) et l'objectification process : également dans un contexte de tracé de graphe, Radford présente une théorie de l'objectivation de la connaissance qui rapproche sensoriel et culturel,

- Edwards (2009) : utilise le cadre « conceptual integration » pour analyser les discours et gestes autour de l'apprentissage des fractions (intégration conceptuelle d'espaces mentaux),
- Maschietto et Bartolini Bussi (2009) : explorent le rôle de la médiation sémiotique dans les interactions des élèves avec des artefacts physiques en géométrie,
- Nemirovsky et Ferrara (2009): examinent comment l'imagination mathématique s'exprime à travers les utterances (déclarations) d'un étudiant en algèbre,
- Roth et Thom (2009): re-théorisent les concepts mathématiques d'un point de vue phénoménologique : incarnation, contextualisation des mathématiques (les concepts mathématiques n'existent pas sous forme d'idées désincarnées, décontextualisées et transcendentales).

A l'issue de l'ouvrage, beaucoup de questions restent ouvertes mais ces différents articles ont le mérite de nous obliger à revisiter des questions difficiles comme ce qu'on entend par « pensée », et « cognition ». Leurs introductions, qui décrivent les perspectives dans lesquelles ils se placent, leurs parties théoriques, ainsi que leurs éventuels rappels historiques sont particulièrement enrichissants et donnent une bonne vue d'ensemble de l'état de l'art pour ce qui concerne ce « courant nouveau » qu'est la cognition multimodale pour l'étude de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques. Nous présentons ces compléments dans la suite.

Les parties théoriques et historiques des 6 articles

Arzarello, Paola, Robutti, & Sabena

Le paradigme de « multimodalité » s'est développé dans plusieurs champs : des neurosciences à la communication dans l'apprentissage. Les neurosciences nous apprennent que le système sensori-moteur du cerveau est multimodal (càd différents sens sont activés lors d'une même action) et que le langage exploite le caractère multimodal de ce système (càd utilise différentes modalités liées entre elles comme la vue, l'ouïe, ...).

L'article décrit le paradigme « multimodal » et introduit les notions de semiotic bundle (faisceau, package, paquet) pour élargir la notion de registre sémiotique de Duval en prenant en compte et en étudiant les gestes dans une approche multimodale. Le semiotic bundle est une entité dynamique, qui change dans le temps en fonction des activités sémiotiques du sujet (comme dans l'approche de Duval, 3 formes sont associées : production de représentation dans un registre sémiotique, transformation dans un même registre, et conversion entre registres). D'un point de vue méthodologique, deux outils d'analyse sont présentés : l'un synchrone (l'étude des relations à l'intérieur d'un semiotic bundle), l'autre diachrone (l'étude de l'évolution d'un semiotic bundle à différents moments du travail mathématique). Les analyses présentées dans l'article avec ces deux outils mettent en évidence un mécanisme chez l'enseignant que les auteurs ont appelé « semiotic game » : l'enseignant utilise les mêmes ressources sémiotiques que les élèves (gestes, paroles...) pour les tourner peu à peu vers une connaissance mathématique plus experte et plus formelle.

Radford

Durant le 19e s, en accord avec les « évolutionnistes », certains anthropologues soutiennent que les gestes seraient des précurseurs au langage. Puis, durant la première moitié du 20e s, les études sur les gestes ont un peu décliné jusqu'aux travaux sur les tentatives

d'apprentissage de la langue des signes à des chimpanzés et à l'intérêt renouvelé de comprendre les origines du langage (travaux de la fin des années 90). Il s'ensuit un intérêt croissant et significatif porté aux gestes : leur rôle est vigoureusement débattu entre psychologues et linguistes contemporains. Tantôt, les gestes sont vus comme facilitateurs de l'expression verbale (preuve en sont les gestes que l'on effectue lorsqu'on cherche le mot adéquat), tantôt, gestes et discours sont vus comme partant d'une même source cognitive (les gestes sont ici des sortes de fenêtres sur nos pensées), pour d'autres enfin gestes et discours ne partent pas d'une même source cognitive (les gestes dérivent d'actions virtuelles faites par le locuteur dans un espace virtuel permettant l'action sur les objets du discours).

Ces différences se rapportent à des conceptions différentes de l'acte de penser, convictions plus ou moins conscientes : pour les uns, penser est quelque chose d'intrinsèquement mental (d'où les gestes vus comme « une fenêtre sur... »), pour les autres (et c'est le point de vue adopté par Radford dans son article), penser est quelque chose de plus « matériel », « textuel » : la texture de la pensée ne peut se réduire à un mental impalpable, il est aussi fait de discours et d'actions réelles avec des objets et des signes. Ici, la pensée ne se passe donc pas seulement dans la tête mais aussi DANS et à TRAVERS le langage, le corps, les outils. Les gestes sont alors des cas particuliers d'actions corporelles, ils ne sont pas des fenêtres illuminant ce qui se passe dans une boîte noire, la tête, mais d'authentiques, de véritables (genuine) constituants de la pensée.

Le caractère multisensoriel de la cognition n'est pas spécifique des humains, on le retrouve chez d'autres primates, des expériences célèbres conduites auprès des chimpanzés le montrent. Cependant, comprendre comment on « dérive » de l'intellectuel à partir des sens est un problème bien plus compliqué : il faut tenir compte de l'aspect social du monde dans lequel vit l'être humain et c'est là que le langage entre en jeu.

Edwards

Les chercheurs en communication et autour de la construction de sens, incluant linguistes, anthropologues, cognitivistes et psychologues, ont dans les dernières années tourné leur attention vers les phénomènes des gestes spontanés : ces gestes qui sont spontanément associés à un discours : Golden-Meadow (2003), Kendon (1997), Mac Neill (1992, 2000, 2005).

Comme l'enseignement des mathématiques est aussi concerné par la communication et construction de sens, les recherches en Mathematics Education ont alors commencé à s'intéresser et inclure les gestes et les mouvements corporels dans les sources potentielles d'information sur notre façon de penser les mathématiques ou comme contributeurs même à la pensée et à la communication mathématique elle-même. Par exemple, diverses recherches sur les gestes et les Mathématiques ont examiné une variété de tâches mathématiques incluant la conservation de volume (Alibali, Kita, Young 2000 ; Goldwin-Meadow, 1996), l'apprentissage du comptage (Alibali et DiRusso., 1999), la résolution d'équation, le mouvement et le tracé de graphes (Némirovski ici, Radford 2003...), l'undergraduates mathematics, la résolution collaborative de problèmes....

Quand les mathématiques sont vues comme un produit « embodied » et socialement construit, les gestes physiques constituent alors une modalité particulière de la cognition. Dans le cadre de l'embodied cognition, la pensée humaine (incluant la pensée mathématique) est incarnée à plusieurs niveaux : à travers (1) l'image, (2) les gestes et les mouvements corporels, (3) l'expérience quotidienne, et (4) des capacités biologiques spécifiques.

Par exemple, dans Arzarello, Paola, Robutti, & Sabena, (2009) gestes et langage forment un « package » complémentaire d'informations et peuvent être utilisés par le locuteur pour sa pensée et sa résolution de problème.

De nombreuses études montrent l'apprenant capable d'exprimer sa compréhension d'un nouveau concept à travers les gestes avant d'être capable de l'exprimer dans le discours.

Nous nous demandons alors si on peut lier cela à la notion de ZPD de Vygotski : serait-ce un indicateur que l'élève est « prêt » à apprendre le nouveau concept ?

Maschietto & Bartolini Bussi

Cet article utilise les travaux de Rabardel et l'approche instrumentale. Il prend en compte les gestes comme signe dans une approche « médiation sémiotique ».

Nemirovsky et Ferrara

L'« embodied » cognition rejette l'idée que derrière une activité perceptivo-motrice, il y a un « mental » de propositions formelles et de règles d'inférences. Tout ce que nous reconnaissons comme rationnel, réglé, inférentiel, est en réalité pleinement incarné dans nos actions corporelles. L'activité perceptuelle et motrice ne fonctionne pas comme une entrée et une sortie d'un royaume « mental ». Ce qui est reconnu usuellement comme mental n'est rien d'autre qu'une inhibition et condensation d'activités perceptivo-motrices qui n'atteignent pas la périphérie de notre système nerveux. Aux perspectives précédentes, ces auteurs ajoutent l'imagination.

Roth et Thom

La conception personnelle des mathématiques et de leur apprentissage est influencée et repose sur une épistémologie constructiviste initiée par Kant et Piaget pour qui le sujet, individu, « abstrait » la connaissance à partir de l'expérience en un produit fini, indépendant de l'expérience elle-même. Piaget et Kant conçoivent donc les mathématiques comme des connaissances indépendantes de l'expérience sensorielle.

Au contraire, Van Hiele (1986) développe un modèle de l'apprentissage des concepts géométriques qui tient compte des stades d'évolution de l'enfant, son langage spécifique, ... Les gestes et les liens Gestes/Discours fournissent un support empirique à l'étude de la nature « incarnée »/ « incorporée » des mathématiques.

Les gestes comme ressources sémiotiques dans la classe de Mathématiques

Analyse détaillée de l'article de Arzarello, Paola, Robutti, & Sabena : « Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom »

Entre 2004 et 2009, le cadre évolue de l'activité corporelle (« bodily activity ») à la multimodalité (« multimodal theory ») : l'article ici s'inscrit dans l'objectif d'analyser comment les gestes entrent dans les processus d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques en tant que ressources sémiotiques, utilisées de manière multimodale par les élèves et l'enseignant.

L'article est composé de trois parties et d'une discussion finale qui pointe les résultats principaux de la recherche. La partie 1 décrit le paradigme multimodal, la partie 2 introduit les notions de « semiotic bundle » qui élargit la notion de registre sémiotique de Duval (2006) et permet d'étudier les gestes dans une approche multimodale. La partie 3 illustre cette approche

par des extraits d'épisodes filmés dans 2 classes, discutés et analysés en utilisant les outils complémentaires : l'analyse synchrone et diachrone.

Nous avons déjà mentionné le paradigme utilisé dans la sous-section précédente. Nous décrivons brièvement ici la partie 3 ainsi que la partie 4, discussion des résultats présentés précédemment.

Dans la partie 3 les auteurs donnent deux exemples d'analyse sémiotique de geste. Ces deux exemples sont issus d'expérimentations réalisées dans une classe de grade 11 qui a cinq heures de mathématiques par semaine, y compris les séances avec ordinateur. Depuis le grade 9 les élèves ont commencé le « calculus » et ont travaillé avec différentes représentations des fonctions (table de valeurs, graphe, formule symbolique). Ils connaissent la notion de tangente à une courbe mais pas la définition formelle de dérivée ni de primitive d'une fonction. Ils ont l'habitude de travailler en groupe et de faire des activités de résolution de problèmes.

Exemple 1. La tâche est la suivante : les élèves disposent du graphe d'une fonction et on leur demande de tracer le graphe de la fonction qui à chaque point associe la pente du graphe (donc le graphe de la fonction dérivée) ainsi que celui d'une primitive de cette fonction.

Analyse synchronique : L'analyse des vidéos montre les activités sémiotiques des élèves comme un processus holistique où tous les composants « semiotic bundle » (gestes, inscriptions, énonciations) sont simultanément actifs, entrelacés l'un avec l'autre. En particulier, les élèves ont recours aux signes suivants :

- Tracer un petit segment de la tangente sur la courbe
- Représenter ce segment avec 2 doigts d'une main et faire courir la main le long de la courbe.

De plus, l'analyse montre que ces signes sont partagés par les élèves. Enfin, des photos montrent que ces gestes sont effectués aussi devant l'écran de l'ordinateur.

Analyse diachronique : La genèse des signes présentés ci-dessus peut se comprendre à travers les activités antérieures (c'est-à-dire sur les deux années précédentes) notamment avec les activités qui utilisaient l'ordinateur, en effet, les élèves y font eux-mêmes référence. C'est à l'aide de ces signes que les élèves ont d'abord produit un graphe approximatif de la dérivée.

Exemple 2. Il s'agit d'une leçon effectuée dans la même classe et un peu plus tard. Les élèves ont appris la définition de la dérivée et leur nouvelle tâche consiste à exprimer la dérivée d'un polynôme de degré 4. Ils ont des difficultés et le professeur demande à un élève du seul groupe qui a effectué la tâche de venir expliquer comment ils s'y sont pris dans son groupe.

Le texte du discours est transcrit, L'élève explique qu'ils ont calculé le taux d'accroissement et le professeur essaie de lui faire faire le lien entre cette formule et sa correspondance sur le graphe. L'élève au tableau et son camarade font un geste, toujours le même, pour montrer que le « h » du taux d'accroissement est très petit et même aussi petit que l'on veut et que ce n'est pas vraiment un nombre mais « une invention formidable ». Le professeur reprend ce même geste qui permet de donner un aspect dynamique à ce « h » qu'on fait tendre vers 0. Il ajoute verbalement que plus « h » est petit, plus la précision est grande. C'est cette combinaison où l'enseignant reprend un geste de l'élève et le prolonge par un discours oral pour en renforcer le sens mathématique qui est nommée le jeu sémiotique. Enfin, l'analyse diachronique montre que ce geste a déjà été utilisé les années précédentes pour étudier des différences entre fonctions par exemple.

Dans la partie 4, les auteurs déduisent de leurs expérimentations certaines caractéristiques des gestes utilisés dans l'enseignement/apprentissage des mathématiques

La nature épistémique du « semiotic bundle » : en effet, ils sont un des facteurs de la construction (exemple 1) ou de la transmission (exemple 2) des connaissances mathématiques et sont, par ailleurs indissociables des autres facteurs tels que langage, graphe,....

Les gestes comme signes personnels en effet les gestes peuvent être institutionnels (exemple 2) ou personnels c'est-à-dire propres aux élèves (exemple 1). Le passage de l'un à l'autre peut se faire seul ou grâce au jeu sémiotique.

Le jeu sémiotique comme action possible du professeur : cette action permet au professeur de partir des représentations des élèves, c'est un outil supplémentaire à la disposition du professeur et qui peut s'utiliser à différentes échelles de temps. En outre, l'analyse synchronique et diachronique est également un outil pour le chercheur qui doit, éventuellement, fouiller dans la mémoire de la classe pour en extraire une histoire partagée des gestes.

Eléments de discussion

1. Sur le terme « geste » et le lien avec d'autres approches

Le terme « gesture » est ici employé dans un sens beaucoup plus large que celui qui est utilisé dans le cadre de l'approche instrumentale. En effet, dans cette dernière approche l'étude se fixe sur les « gestes » provoqués par l'usage d'un instrument ; dans ce cadre, les théories mettaient l'accent sur le fait que ces gestes n'étaient pas neutres pour la pensée, Ainsi, par « gestes » l'approche instrumentale se réfère plus globalement à « usage de l'instrument », appliqué aux mathématiques montrant ainsi l'impact de l'usage des instruments sur les conceptualisations en mathématiques.

En revanche, dans les travaux étudiés dans cette partie, les chercheurs considèrent tous les gestes et pas seulement ceux que l'étudiant ou l'enseignant est amené à effectuer lors de l'utilisation d'un instrument, mais aussi ceux que l'on fait, spontanément, quand on parle, quand on explique, quand on communique.

Concernant l'approche anthropologique, Arzarello, Bosch, Gascon, Sabena (2008) montrent comment deux théories différentes – la « Théorie Anthropologique du Didactique » (TAD) et « l'espace-APC » (pour espace d'action, de production et de communication mathématiques) permettent d'analyser de manière complémentaire la dimension ostensive ou sémiotique d'activités d'enseignement/apprentissage des mathématiques. Les deux perspectives se rejoignent dans leur objet d'étude : l'importance donnée aux objets ostensifs (gestes, discours, symboles écrits, etc.) non seulement comme signes mais aussi comme outils essentiels de pratiques mathématiques. Elle diffèrent en revanche dans le « grain » de l'étude et se complètent. Ainsi, l'espace-APC relève d'une analyse sémiotique générale et fine en termes de « semiotic bundle » qui doit être intégrée dans une analyse épistémologique plus spécifique d'activité mathématique que peut permettre la TAD. D'autre part, la TAD propose un modèle général de connaissance et de pratique des mathématiques en termes de "praxeologies" qui doit inclure une analyse plus spécifique du rôle joué par les objets ostensifs dans le développement d'activités mathématiques dans la salle de classe ; l'APC-espace peut aider à faire cette analyse.

2. Des questions générales en toile de fond:

Tous ces articles très intéressants, touchent des questions fondamentales et si complexes que personne ne s'y attaque vraiment dans notre communauté comme : comment conçoit-on l'apprentissage, les concepts mathématiques, et plus généralement la pensée, comment se forme la pensée humaine ? Qu'est-ce qui la rend unique ? Ces questions sont posées dans la réaction d'Anna Sfard dans ce même numéro (Sfard 2009).

Partie 3. Cognition incarnée, artefacts et sciences cognitives

Il s'agit dans cette partie de la « cognition incarnée », c'est-à-dire plus précisément du rôle de l'activité corporelle et des artefacts dans l'apprentissage des Mathématiques. A la différence des autres parties, nous nous intéresserons aux gestes en tant qu'ils s'inscrivent dans cette activité, plutôt que pour leur participation au discours ou pour leur rôle comme signe et donc support de médiation. Néanmoins, qu'on le veuille ou non, les trois aspects sont fortement imbriqués et comme on le verra plus loin, les gestes comme éléments du discours apparaissent, notamment dans le premier article étudié dans cette partie, et la « médiation sémiotique » joue un rôle important dans le second.

L'idée de « cognition incarnée »

Sur un plan général, l'idée de « cognition incarnée » part du constat que notre cerveau est un organe vivant relié à un corps (lui aussi vivant) et est plongé dans un environnement qu'il perçoit et sur lequel il agit. Varela, Thompson, et Rosch (1991), intitulé *The Embodied Mind* (traduit en Français sous le titre « L'inscription corporelle de l'esprit ») est souvent présenté comme l'ouvrage fondateur de la théorie de la cognition incarnée. Dans leur introduction, ces auteurs nous rappellent que le rejet d'une dualité corps-esprit et la conception de ces deux entités comme les deux faces d'une même « incarnation » remontent à Merleau-Ponty, « *Phénoménologie de la perception* » publié en 1944 et traduit en anglais en 1962.

Pour la notice « embodied cognition » de la Stanford encyclopaedia of philosophy la cognition est incarnée quand elle dépend de façon profonde de traits du corps physique d'un sujet, c'est-à-dire quand certains aspects du corps du sujet, au-delà du cerveau, jouent physiquement ou de façon sous-jacente un rôle dans le fonctionnement cognitif. L'auteur de la notice souligne que la dépendance au corps de la cognition peut se manifester de façon inattendue et suggérer ainsi de nouvelles possibilités d'explorer et de conceptualiser les mécanismes du fonctionnement cognitif.

Concernant l'enseignement de Mathématiques, un article de Educational Studies in Mathematics déjà évoqué dans l'introduction de ce cahier (Núñez, Laurie et Matos 1999) nous semble marquer un tournant de la cognition située vers la cognition incarnée. Les auteurs disent dans le résumé :

Nous soutenons que la nature de l'apprentissage et de la cognition située ne peut être vraiment comprise si l'on se restreint aux facteurs contextuels, culturels et sociaux. Ces facteurs sont eux-mêmes situés et rendus intelligibles par la biologie et les expériences corporelles fondamentales communes aux être humains. Donc la cognition elle-même est incarnée et cette nature incarnée fournit la base à partir de laquelle de la cognition est socialement située, entraîne une reconceptualisation de la cognition et des mathématiques elles-mêmes, et a d'importantes conséquences pour l'enseignement des mathématiques.

L'article lui-même analyse une étude de cas concernant la continuité des fonctions. Pour les auteurs, il s'agit de « montrer comment la cognition incarnée, tout en fournissant une base pour la cognition située, donne aussi des résultats fructueux dans l'analyse des difficultés cognitives sous-jacentes à la compréhension de la continuité ».

Dans cette partie, notre choix d'articles comprend deux publications relatives au rôle des outils dans une approche « cognition incarnée » de l'apprentissage de concepts

mathématiques, et une troisième qui oriente vers une prise en compte d'une approche « sciences cognitives », c'est-à-dire neuronale, de la cognition. Le choix des deux premiers est donc cohérent avec l'accent pour ce cahier mis sur la technologie et plus largement sur les dispositifs physiques dans la cognition. Le troisième se justifie par la présence de plus en plus marquée des sciences cognitives dans le champ éducatif, particulièrement en mathématiques.

Le rôle de l'activité corporelle et des outils dans l'apprentissage des Mathématiques.

On Forms of Knowing: The Role of Bodily Activity and Tools in Mathematical Learning. Rasmussen, Nemirovsky, Olszewski, Dost. & Johnson, J. (2003)

La publication fait partie de Educational Studies in Mathematics 53 (édition CDRom), présenté dans la section précédente de ce cahier.

Les auteurs, Chris Rasmussen, Ricardo Nemirovsky, Jennifer Olszewski, Kevin Dost, and James L. Johnson sont Etats-uniens. Nemirovsky est connu pour des travaux « pionniers » sur la cognition incarnée et les usages créatifs d'artefacts mathématiques.

L'article porte sur des étudiants d'université. Il étudie l'évolution de leurs connaissances de notions intervenant dans des systèmes dynamiques. C'est une étude clinique par interview de trois étudiants mis en présence d'une « roue d'eau » dont la rotation est réglée par des paramètres physiques (frottement, inertie...)

Il s'agit de caractériser comment "l'activité corporelle" et la familiarité (fluency) avec cet « outil » (la roue) se « combinent » dans l'apprentissage (des notions). Pour les auteurs, cette combinaison suggère une vision alternative de la nature des connaissances : « connaître avec » caractérise comment un individu crée des significations (meaning making) en développant son expertise d'un outil.

Des commentaires sont donnés en fin d'article sur la portée pour l'enseignement des observations et notions introduites. Selon les auteurs, le travail présenté permet de rompre avec une conception de l'apprentissage des notions « articulé formellement » et associé à une maîtrise des notations ; il est particulièrement utile dans un contexte d'apprentissage où des « outils » sont de plus en plus présents.

Pour présenter les interviews, les auteurs soulignent que dans les approches modernes des équations différentielles, il est souvent demandé aux étudiants d'interpréter les termes de l'équation, par exemple, la signification du signe + ou - d'un terme. Le mouvement de la roue à eau est modélisé par trois équations différentielles et les entretiens avec les trois étudiants visent à interpréter ce mouvement.

L'épisode 2 illustre bien l'approche puisqu'il s'intitule « Devenir ami avec l'accélération ». Dans cet épisode, il n'y a pas de frottement introduit, ni de mouvement imposé à la roue. Le centre de gravité étant excentré, l'équation différentielle qui gouverne l'angle est du type $\ddot{\theta} = K \sin(\theta)$, θ étant nul au point haut de la roue. Cette équation n'est pas présentée à l'étudiante ni discutée dans l'article. L'entretien est centré sur l'étude de la vitesse angulaire, son maximum et son minimum. Dans un premier entretien, il est demandé à l'étudiante de « synchroniser la rotation de la roue avec un graphe de la vitesse angulaire en fonction du temps ». Elle décrit le mouvement de la roue en adaptant son élocution à ce mouvement : fast, fast, fast, fast, fast, fast, fast, fast. Peak, the fastest [point bas de la roue]. Right, right before that point. Critical point. Slowing down, slowing down, slowing down, slowing down,

slowest [point haut de la roue]. Critical point. Speeding up, speeding up, speeding up, speeding up, speeding up, speeding up, speeding uuuuup. Des gestes accompagnent ce discours.

Elle est sollicitée par l'observateur pour préciser pourquoi les extremums de la vitesse sont aux points haut et bas. Les auteurs disent que l'étudiante sait que ces extremums sont atteints quand l'accélération est nulle, puisque l'accélération est la dérivée de la vitesse, mais qu'elle n'est pas satisfaite par ce savoir qui ne lui semble pas explicatif. Elle reprend sa description du mouvement de la roue en s'identifiant à celle-ci. Elle se dit « heureuse » quand le mouvement accompagne la gravité (la roue accélère) puis malheureuse dans l'autre partie de la rotation où la gravité contrarie le mouvement. Les extremums correspondent au changement de « satisfaction ». Les auteurs notent que le graphe de la vitesse en fonction du temps prend vie en s'imprégnant de sentiments de satisfaction et de mécontentement !

Dans une autre partie de l'entretien, il est demandé à l'étudiante de prédire le graphe de l'accélération en fonction du temps pour différents graphes de la vitesse. L'étudiante s'aide de la roue pour cela. Elle déclare au début qu'elle et l'accélération « ne sont pas de bons amis ». Les auteurs notent que « l'amitié progresse » et que l'activité corporelle et la familiarité avec l'outil sont centrales dans ce progrès, ainsi que le rôle joué par l'identification (dwelling) corporelle et émotionnelle avec l'outil.

Les auteurs notent que certains lecteurs se demanderont comment il est possible que des étudiants abordant les équations différentielles à la suite de cours d'analyse et de physique doivent ainsi "réviser" des concepts élémentaires comme l'accélération ou la vitesse angulaire.

De notre point de vue, c'est un article très riche notamment par les entretiens accessibles en vidéo et en texte. Rapporter la compréhension d'un concept comme celui d'accélération à une expérience corporelle impliquant un dispositif physique permet de bien rendre compte de la façon dont les connaissances mathématiques sont inscrites dans notre rapport au monde, y compris dans sa dimension affective, très présente dans l'article (être ami avec l'accélération...)

Le vocabulaire concernant l'apprentissage est en revanche très éloigné du notre, ce qui rend difficile d'évaluer la portée des analyses. Un exemple : "the mathematics that students learn is not in the tasks nor is it in the water wheel, but rather develops through their interactions with the tasks, the interviewer, the available tools (e.g., the water wheel, the computer software), and the norms and expectations that emerge during the interviews".

Les tâches portent sur la coordination de mouvements dans des systèmes physiques et de graphes de vitesse ou d'accélération par rapport au temps. Elles sont adaptées au but visé et au type d'apprentissage visé. Le formalisme algébrique est supposé connu des étudiants, il s'agit de compléter cette connaissance par une appréhension du phénomène physique qui passe par le rapport « corporel » et « émotionnel » à ce phénomène. Il faudrait regarder ici de plus près comment ces deux connaissances interagissent dans la compréhension des étudiants, ou si elles ne risquent pas d'exister de façon séparée. Il se pose aussi la question de savoir comment des apprentissages de ce type peuvent être réalisés dans le cadre de la classe. Mais il est possible que l'article n'ait pas cette ambition, les auteurs se centrant sur la mise en évidence des processus de compréhension du phénomène physique alternative aux connaissances symboliques.

Le rôle des activités sémiotiques incarnées dans la construction des significations mathématiques

Embodied Semiotic Activities and Their Role in the Construction of Mathematical meanings of Motion Graphs: Botzer, Yerushalmy (2008)

Les auteurs, Galit Botzer et Michal Yerushalmy sont israéliens. Michal Yerushalmy a conçu une série de logiciels pour l'enseignement des débuts de l'analyse et écrit de nombreux articles sur les démarches d'« exploration » et de visualisation dans le domaine des fonctions. Elle s'est particulièrement intéressée à l'insertion de ces démarches dans le curriculum.

L'article examine les relations entre actions corporelles, activités « médiées par les artefacts » et processus sémiotiques rencontrés par les étudiants lors de tâches de production et d'interprétation de graphes de mouvements dans le plan. Il est basé sur l'utilisation d'un logiciel qui met en regard la représentation graphique d'un mouvement dans le plan repéré en x et y avec les graphes de l'abscisse et de l'ordonnée en fonction du temps. Dans un premier mode, des mouvements peuvent être décrits à main levée dans le plan et on obtient les graphes des coordonnées. Dans un autre mode, des éléments graphiques (graphlet) peuvent être utilisés sur des intervalles pour construire des graphes de fonction $t \rightarrow x(t)$, $t \rightarrow y(t)$. Une fois ces graphes construits, le graphe du mouvement s'exécute dans le plan repéré en x et y .

L'objectif général des tâches proposées avec le logiciel est de combler un fossé entre l'expérience sensible des élèves et leurs représentations formelles.

Le cadre théorique combine la cognition incarnée et la médiation sémiotique. Selon les auteurs, la thèse de la nature incarnée de la pensée mathématique doit prendre en compte la relation entre (1) le corps comme lieu de constitution des significations mathématiques subjectives et (2) le système de significations culturellement constituées que véhiculent les signes mathématiques. Ils prennent l'exemple du graphe cartésien, à la fois lieu d'action et objet mathématique culturel complexe.

Il s'agit donc de montrer comment les « artefacts logiciels » et les gestes des étudiants servent à la médiation sémiotique : transition entre significations pour un individu des signes mathématiques et significations « mathématiquement acceptées » ; création de liens entre actions corporelles et signes formels.

L'article s'appuie sur le cas d'un binôme d'élèves (actions, gestes, graphes dessinés et verbalisations). J'ai choisi de considérer particulièrement une tâche, la « maison de la terreur » où, incidemment, le symbolisme algébrique intervient.

La tâche tire parti du second mode décrit ci-dessus. Les élèves ont à utiliser le jeu de graphlet pour modéliser le mouvement d'une nacelle de parc d'attraction. La nacelle doit tomber en accélérant, puis freiner et ensuite remonter à vitesse constante. L'observation montre que les élèves ont compris que x est constant et donc elles se centrent sur la recherche d'une fonction, $t \rightarrow y(t)$ sur trois intervalles. Elles connaissent une formule pour un mouvement uniformément accéléré, en fait la chute d'un objet dans le vide, $t \rightarrow \frac{1}{2}gt^2 - v_0t + y_0$. Cela les conduit à choisir parmi les graphlets une portion de parabole, concavité tournée vers le haut, ce qui leur semble d'abord correct car la vitesse augmente, mais elles se rendent compte que la nacelle va remonter, et donc que la vitesse est comptée négativement. Elles hésitent à choisir une portion de parabole, concavité tournée vers le bas, car le graphlet proposé donne des ordonnées négatives. Ceci donne lieu à de nombreuses discussions entre elles, accompagnées de gestes mimant le mouvement et de croquis. L'observateur leur suggère de considérer que la nacelle

peut s'enfoncer dans le sol, mais elles trouvent finalement le moyen de positionner le graphlet plus haut, ce qui permet de conserver des ordonnées positives.

Elles ignorent ensuite la seconde phase où la nacelle freine. Elles collent dans un intervalle adjacent un graphlet en forme de segment à pente positive. L'observateur leur fait remarquer que le mouvement va être très dur pour les passagers de la nacelle. Elles tentent donc d'intercaler une portion symétrique de parabole. Elles réalisent en papier crayon un graphe où les différentes portions se raccordent de façon lisse. C'est une contrainte qu'elles se donnent : « la pente doit être la même ». Sur l'ordinateur, il leur faut beaucoup de temps pour raccorder de façon lisse les deux portions de parabole en utilisant les fonctionnalités d'étirement des graphlets. Elles mettent moins de temps pour le raccord avec le segment de pente positive.

Elles vérifient ensuite sur la représentation plane, aidées par l'indication de la vitesse instantanée affichée sous forme d'une flèche de direction et de longueur adéquate. Elles commentent que la vitesse est négative lorsque la nacelle descend et que la vitesse en x est nulle.

Pour les auteurs, les représentations dynamiques, c'est-à-dire la simulation du mouvement et le « signe du vecteur vitesse » servent à la médiation sémiotique ; les représentations dynamiques permettent aux élèves de vérifier le chemin construit et de comparer leur propre modèle « incarné » du mouvement avec les modèles mathématique formel et physique.

Les auteurs ajoutent que, outre les “artefacts technologiques”, les élèves utilisent les gestes comme important moyen de médiation sémiotique; les gestes servent aux élèves à communiquer en partageant l'information véhiculée par les graphes, et médiatisent la production de significations socialement construites comme par exemple quand les élèves interprètent la pente ; ils servent aussi à organiser l'information spatiale, aidant ainsi à la conceptualisation.

De notre point de vue, l'article est très riche et original, non seulement pour les observations et analyses, mais aussi sur plusieurs autres points :

La bibliographie est très complète, avec notamment de nombreuses références à Luis Radford, L'article introduit un point de vue « design » sur les représentations dynamiques ; les différents choix opérés pour le logiciel sont bien expliqués en fonction des tâches visées ; le jeu de « graphlet » est un cas original où de telles représentations dynamiques sont analysées du point de vue de la conception et des usages par les élèves.

L'approche théorique originale rapproche la cognition incarnée et la médiation sémiotique.

Sur ce dernier point, nous notons que la mise en relation avec la médiation sémiotique permet de dépasser l'aspect parfois étroitement cognitif de la cognition incarnée : l'apprentissage passe par la transformation de connaissances incarnées en connaissances sociales via un usage en commun d'artefacts et la communication par la voix et les gestes. Notons aussi que, à la différence d'auteurs comme Bartolini Bussi & Mariotti, (2008), Botzer et Yerushalmy ne mettent pas l'enseignant en avant dans la médiation sémiotique. Peut-être faut-il alors voir cette médiation comme « potentielle » dans l'attente d'une reprise avec l'enseignant.

Embodied Minds and Dancing Brains: new opportunities for research in mathematics education.

Campbell (2010) Embodied Minds and Dancing Brains: new opportunities for research in mathematics education.

L'article est un chapitre d'un très gros ouvrage sur les théories en éducation mathématique. (Siraman & English 2010).

C'est le principal chapitre de la partie 10. Comprendre le titre n'est déjà pas aisé. Les « esprits » sont « incarnés », ce qui renvoie à l'interaction corps-esprit, mais pourquoi les cerveaux dansent-ils ? Il semble qu'il y ait une allusion à une publicité télévisée pour une eau minérale où Brains est le surnom donné à un personnage censé être un « cerveau ». Dans la publicité, « cerveau » danse d'autant mieux qu'il est hydraté, et on rappelle que le cerveau est constitué à 75% d'eau ! Donc il faut comprendre que l'esprit est incarné, et que le cerveau est un organe. La seconde partie du titre souligne l'ambition d'ouvrir de « nouvelles opportunités » pour notre discipline.

L'auteur Stephen Campbell est canadien. Il s'est intéressé aux neuro-sciences depuis les années 1990 à la suite des travaux de Varela. Les questions abordées portent sur les liens entre esprit et cerveau (mind-brain).

- comment le cadre de la "embodied cognition" met en cause la dichotomie "esprit-cerveau",
- quelles hypothèses peuvent être faites quant au bénéfice à tirer de connaissances sur le fonctionnement du cerveau pour l'éducation mathématique,
- comment les méthodes des neuro-sciences ouvriraient de nouvelles perspectives pour la recherche en éducation mathématique.

Finalement, l'auteur veut fonder une "educational neuro-science" (ENS) qu'il oppose aux "cognitive neuro-sciences" (CNS).

Le chapitre ne présente pas de résultat de recherche, mais un ensemble de réflexions visant à initier un cadre d'hypothèses et de méthodes pour un nouveau courant de recherche. L'auteur commence par dire que, malgré l'intérêt soulevé par le développement des neuro-sciences, il n'y a quasiment pas de travaux en éducation mathématique dans ce champ. Puis viennent six parties

Dans la première (WhyBother?) l'auteur examine les raisons que l'on aurait de simplement ignorer les neuro-sciences, puis donne des éléments pour réfuter ces raisons. En premier lieu, l'analogie avec l'ordinateur: les neuro-sciences s'intéresseraient au hardware (le cerveau) et nous au software (l'esprit). L'auteur montre que même en informatique les relations hardware-software sont importantes. Ensuite, neuro-sciences et éducation s'intéresseraient aux mêmes questions, mais de points de vue différents, sans que des confrontations apparaissent comme essentielles. La réfutation est que des choses intéressantes se passent aux interfaces, notamment physiologie-psychologie. Enfin, les neuro-sciences ne seraient pas assez avancées pour qu'une confrontation soit productive. La réfutation est que la psychologie pourrait en fait faire avancer les neuro-sciences. Par ailleurs les méthodes qualitatives de la psychologie (penser à haute voix...) semble moins robustes que les méthodes des neuro-sciences.

La seconde partie (Some Preliminary Rationale) tourne autour des raisons que l'éducation mathématique aurait de s'intéresser aux neuro-sciences. L'auteur mentionne les phénomènes d'anxiété liés à l'apprentissage des math, les manifestations neuronales de ces phénomènes et la possibilité de les observer via EEG (electro-encephalogramme) et EKG (electrocardiogramme)

La troisième partie (Cognitive and Educational Neuroscience) fait le point sur les avancées des neuro-sciences "cognitives" (CNS) en particulier dans l'élucidation des fondements

biologiques des processus mentaux. Il plaide ensuite pour des neuro-sciences "éducatives" (ENS) qui tireraient parti des CNS (résultats et méthodes) dans une perspective "humaniste", pouvant être vues à la fois comme neurophénoménologie à part entière ("full fledged") et comme application des CNS. Du côté des sciences éducatives les ENS se caractériseraient par la rigueur des observations.

La quatrième partie (Embodied Cognition) reprend la genèse des théories courantes en éducation mathématique, le constructivisme, puis le constructivisme social et la prise de conscience grandissante du caractère "incarné" de la cognition. L'auteur distingue l'incarnation des objets abstraits dans des objets perceptifs et le mouvement inverse qui fait dépendre les objets théoriques d'une expérience sensible dans le monde réel. Dans ce mouvement inverse, les observations d'activités physiologiques associées à des comportements du cerveau et du corps peuvent donner des indications sur des activités mentales relatives à la cognition et à l'apprentissage. L'avancée serait la possibilité d'observer réellement des comportements du cerveau.

La cinquième partie (Toward Defining Mathematics Educational Neuroscience) note la spécificité du champ des mathématiques, du point de vue de l'incarnation: les "idéalisations" mathématiques modélisent des applications du monde réel, ce qui rend "profondément intime" les relations des maths avec le monde dans lequel nous vivons. L'auteur (re)propose donc l'emploi de EEG, EOG (electrooculographie) et ET (eye tracking) comme une méthode à ajouter aux entretiens enregistrés.

La sixième partie (New Questions and New Tools) donne des exemples de questions dont nous reconnaissons la suivante: quelles manifestations psychophysiologiques sont détectables lors de la formation des concepts mathématiques ?

Par exemple, selon l'auteur, l'EEG pourrait détecter des moments de génération d'hypothèses ou d'éclaircissement (insight), ET, EKG et GSR (Galvanic Skin Response) pourraient enregistrer la charge cognitive, l'engagement, les réactions d'anxiété. Ce pourrait être le moyen d'opérationnaliser les modèles sociologiques et psychologiques construits pour rendre compte des états mentaux et des interactions entre enseignants et apprenants.

L'auteur s'intéresse aussi dans cette partie aux ruptures (disconnects) entre les mathématiques comme construction culturelles et les bases physiologiques et biologiques de la cognition mathématique. Il revient sur l'exemple bien connu (Dehaenne) du continu et du discret: ces deux notions correspondent selon les neuro-sciences à deux processus physiologiques séparés, alors que les mathématiques reposent sur une unité continu-discret. Cela pourrait être à l'origine de difficultés d'apprentissage repérées. L'auteur termine en défendant l'idée que EEG et ET sont les méthodes les plus directement utilisables (affordable) pour les neuro-sciences "éducatives".

De notre point de vue, l'article fait un tour complet de la question, avec de nombreuses références (même si l'auto-référence est un peu trop systématique). Les méthodes sont assez clairement expliquées. On reste cependant sur sa faim concernant les résultats de neuro-sciences qui pourraient être utiles. Même l'exemple bien connu du discret-continu devrait être traité de façon plus approfondie en mettant en correspondance les connaissances récentes en neuro-sciences et les recherches menées sur le sujet en « éducation mathématique ».

De nombreux textes sur les applications des neuro-sciences à l'éducation mathématique sont du charlatanisme. Ici on a bien sûr une approche plus mesurée qui ne tombe pas dans ce travers. On a cependant l'impression que l'auteur défend sa thèse argument après argument,

mais sans vraiment avancer dans des propositions de mise en œuvre pour étudier des apprentissages précis. Le point fort est la caractérisation des méthodes d'observation, mais le problème est que le champ de questions que ces méthodes permettraient d'approcher reste bien trop vague.

Le texte renforce l'idée que l'éducation mathématique peut s'inspirer des neuro-sciences essentiellement au plan des méthodes d'observation et on y voit un peu plus clair après l'article sur ce que pourraient apporter EEG et ET. Il serait relativement facile de coupler ces méthodes avec l'enregistrement des écrans et dialogues lors d'utilisations d'environnements informatiques. Il faudrait alors regarder ce que chaque méthode permet d'observer, en fonction de l'analyse a priori des interactions de l'apprenant et de l'environnement.

Que retenir sur la cognition incarnée ?

Nous avons cité au début de cette section l'encyclopédie de philo de Stanford : « la dépendance au corps de la cognition peut se manifester de façon inattendue et suggérer ainsi de nouvelles possibilités d'explorer et de conceptualiser les mécanismes du fonctionnement cognitif. »

Il semble que les articles témoignent bien de cette dépendance au corps et éclairent le fonctionnement cognitif, s'agissant de la cognition associée à des concepts mathématiques, particulièrement en analyse et en mécanique (continuité, mouvement, accélération...)

Les deux premiers articles mettent l'accent sur la conception de situations et d'artefacts favorisant l'émergence de tels fonctionnements cognitifs. Même si c'est implicite pour les auteurs, il y a les éléments pour une analyse a priori de cette émergence.

Comme souligné pour le premier article, le passage du fonctionnement cognitif aux apprentissages est problématique, le vocabulaire utilisé pour caractériser les apprentissages étant très éloigné du notre. Certainement des apprentissages sont favorisés par ces expériences corporelles et les processus cognitifs associés, mais il reste dans notre contexte de recherche à les caractériser en les articulant avec les apprentissages « standards ». Une position raisonnable, dans ce contexte, serait de considérer la cognition incarnée comme un niveau cognitif s'articulant avec celui de la didactique proprement dite, un peu comme le propose Vergnaud (1990) pour la théorie des champs conceptuels :

« La thèse sous-jacente (à cette théorie) est qu'une bonne mise en scène didactique s'appuie nécessairement sur la connaissance de la difficulté relative des tâches cognitives, des obstacles habituellement rencontrés, du répertoire des procédures disponibles, et des représentations possibles ».

L'articulation recherchée entre la cognition incarnée et les approches didactiques des instruments informatiques développées au LDAR doit être possible puisque ces approches, anthropologique et instrumentale, prennent en compte les connaissances comme le produit d'une activité humaine faisant intervenir des artefacts : toute activité passe par l'action du corps ou la perception par le corps, présentes ou évoquées, et rendues plus efficaces par le recours à des artefacts. Il y a donc là une piste importante pour de futures recherches. Notons pour terminer que l'analyse des articles peut sembler renvoyer à une cognition « individuelle », mais il n'en est rien puisque l'expérience corporelle est commune aux êtres humains et s'étend à l'espace d'action dans lequel de multiples interférences sociales s'opèrent : les deux premiers articles montrent bien comment l'expérience est partagée entre l'étudiante et l'observateur pour le premier article, et entre les deux élèves pour le second.

Conclusion

Nous faisons ici un point rapide sur les acquis de ce travail. Ils sont de deux ordres :

1. La sélection et l'exploitation d'un panel d'articles. Le travail s'étant déroulé sur plusieurs années, ce ne sont pas tous des articles récents, néanmoins ils correspondent à une période où le champ étudié s'est considérablement développé et ces articles constituent des références durables. Leur exploitation dans ce cahier pourra servir de base au travail d'élaboration du cadre conceptuel de futures recherches ou publications.
2. L'exploitation de ces articles organisée selon trois dimensions correspondant aux trois parties de ce cahier. Cette organisation s'est imposée au cours des réunions de travail, de façon à y voir plus clair dans ce champ et constitue un résultat original de ce travail. Nous la résumons ci-dessous.

La première dimension (partie 1) concerne les gestes comme élément du discours. Le postulat de base est l'importance des interactions, notamment entre apprenants, lors de l'apprentissage, et le fait que ces interactions ne sont pas, loin s'en faut, seulement langagières. Le panel d'articles montre des convergences autour des catégorisations des gestes et de leurs fonctions.

Les gestes déictiques sont utilisés pour désigner des objets présents ou évoqués, les gestes iconiques servent à décrire des traits caractéristiques d'entités concrètes et témoignent ainsi d'une relation perceptuelle avec ces entités, les gestes métaphoriques transposent un concept abstrait en un mouvement du corps, souvent avant la verbalisation du concept, les gestes de battement fournissent une structure temporelle de communication et peuvent faciliter la recherche (lexicale) des mots.

On retrouvera les gestes métaphoriques dans la seconde dimension, avec la fonction sémiotique des gestes et la multi-modalité gestes-discours, et les gestes iconiques dans la troisième dimension avec la prise en compte de l'activité corporelle dans la conceptualisation.

Les méthodologies d'observation des gestes, et les modes de restitution pour la diffusion des résultats obtenus repérés dans les articles sont à prendre en compte pour nos propres recherches : la compréhension et l'utilisation des gestes nécessitent que l'on soit capable de les repérer, de les catégoriser, que suivant la catégorie on adapte l'interprétation qui s'impose, puis qu'on sache l'expliquer aux lecteurs dans les publications.

La seconde dimension s'intéresse aussi aux relations entre le corps et la pensée, sans toutefois se centrer sur le discours. Elle se centre plus particulièrement sur les fonctions jouées par la perception dans la conceptualisation, puis plus récemment sur les gestes comme signes et comme support de médiation sémiotique.

Les auteurs convergent sur la nécessité d'inclure le corps dans l'acte de connaissance en se référant à des épistémologues et phénoménologues tels que Husserl, Gelhen et Merleau-Ponty qui partagent l'idée que la connaissance n'est pas simplement le résultat de mécanismes déductifs formels et abstraits. Ils font aussi référence aux auteurs déjà étudiés dans la première dimension et à la classification des gestes qui vient d'être rappelée.

Différents cadres théoriques plus spécifiquement didactiques sont introduits par les auteurs des articles étudiés et le numéro 70.2 d'ESM les fait particulièrement apparaître. Certains se situent dans la lignée de l'« embodied cognition » : objectivation de la connaissance

rapprochant sensoriel et culturel (Radford), « conceptual integration » (Edwards), incarnation et contextualisation des mathématiques (Roth et Thom). D'autres prennent une dimension plus directement sémiotique : médiation sémiotique dans l'interaction avec des artefacts physiques (Maschietto et Bartolini Bussi), « semiotic bundle » et « multimodalité » (Arzarello, Paola, Robutti, & Sabena). On gardera aussi en mémoire un point de vue un peu différent, rappelé dans l'introduction, celui de l'« incorporation » (Tall).

Nous avons distingué une troisième dimension plus directement orientée vers une prise en compte de l'expérience corporelle, notamment avec des artefacts, dans l'apprentissage des Mathématiques, et ne se limitant pas à la perception et aux gestes. A la différence des autres dimensions, les gestes sont considérés en tant qu'ils s'inscrivent dans cette expérience, plutôt que pour leur participation au discours ou pour leur rôle comme signe. L'idée centrale dans cette dimension est que la cognition est incarnée quand elle dépend de façon profonde de traits du corps physique d'un sujet, c'est-à-dire quand certains aspects du corps du sujet jouent physiquement ou de façon sous-jacente un rôle dans le fonctionnement cognitif. Les facteurs contextuels, culturels et sociaux déjà pointés par la cognition située produiraient leurs effets via des expériences corporelles communes aux être humains.

Un des articles étudiés dans cette dimension relie la compréhension du concept d'accélération à une expérience corporelle impliquant un dispositif physique et permet de bien rendre compte de la façon dont les connaissances mathématiques sont inscrites dans notre rapport au monde, y compris dans sa dimension affective. Un autre article se donne comme objectif de combler le fossé entre l'expérience sensible des élèves et leurs représentations formelles. Cela passe par la conception d'un logiciel et de tâches adaptées, ainsi que par l'observation fine d'un binôme d'élèves. Le troisième article relie la cognition incarnée et les neuro-sciences, avec pour ambition de fonder une "educational neuro-science". Il était important de considérer ce point de vue sur lequel la didactique est souvent interpellée. L'analyse du texte renforce l'idée que la didactique des mathématiques peut s'inspirer des neuro-sciences essentiellement au plan des méthodes d'observation (électro-encéphalographie et suivi oculaire), perspective intéressante, mais dont on attend encore la mise en œuvre et des résultats tangibles.

Le premier et le second article étudiés dans cette troisième dimension adoptent aussi assez souvent le point de vue des gestes comme éléments du discours ou comme signes, témoignant de ce que les trois dimensions que nous avons choisies sont loin d'être indépendantes. Ainsi le cadre théorique du second article combine la cognition incarnée et la médiation sémiotique. La médiation sémiotique peut être vue comme un moyen de dépasser l'aspect parfois étroitement cognitif de la cognition incarnée.

La sélection d'articles et les trois dimensions qui organisent l'analyse sont des outils pour les chercheurs qui souhaitent avancer sur les questions cruciales des liens entre corps et conceptualisation et de la dimension gestuelle de l'activité sémiotique. La post-face à ce cahier montre qu'il s'agit d'un travail important et passionnant mais de longue haleine, et une première tentative (Lagrange, à paraître) témoigne de ce que le risque d'éclectisme est bien présent. A suivre donc...

Postface

Cette cahier résulte d'un travail bibliographique concernant des questions qui ont pris, dans la dernière décennie, une place croissante dans les recherches relevant de l'éducation scientifique au sens large, et tout particulièrement de l'éducation mathématique. Il s'y est agi d'une part de questionner, sous des formes partiellement renouvelées, la dichotomie entre corps et esprit, à travers l'idée d'embodied cognition ou cognition incarnée, d'autre part d'élargir d'étendre la sensibilité sémiotique à la dimension gestuelle de l'activité sémiotique, au delà de l'attention usuellement portée aux inscriptions diverses et registres de représentation.

Comme cela a été rappelé dans l'introduction, le travail mené se situe dans le prolongement des réflexions déjà menées au sein du groupe Mathématiques et Réalité du LDAR, mais s'en démarque aussi, notamment par la place qui y est accordée aux technologies numériques. Cette place n'a rien d'étonnant vu le rôle joué par les travaux concernant l'utilisation de ces technologies à des fins d'enseignement et d'apprentissage dans le développement et le renforcement de ces approches. Il s'en démarque également par l'ouverture faite à la didactique des sciences physiques et chimiques, au-delà des seules mathématiques.

Dans un travail de ce type, une première difficulté est la sélection des références car il ne saurait bien sûr être question d'une revue exhaustive. Or ce champ d'étude est, au sein des didactiques disciplinaires, un champ foisonnant et loin d'offrir un corpus de connaissances bien stabilisé. Par ailleurs, les questions étudiées débordent largement le cadre des didactiques disciplinaires, ce n'est pas nécessairement en leur sein que se sont développés cadres théoriques et concepts. Les chercheurs en didactique des mathématiques et des sciences qui s'y intéressent utilisent et adaptent souvent pour leur usage les acquis de recherches extérieures à leur champ propre. Il en est ainsi par exemple des travaux de McNeill sur les gestes et les interactions entre gestes et discours, si souvent cités dans le cahier. Jusqu'à quel point, faut-il alors remonter aux textes fondateurs, jusqu'à quel point peut-on se limiter à considérer les transpositions qui en sont faites dans les écrits didactiques ? C'est ce second choix qui, visiblement, a été fait dans cette cahier, avec celui de s'appuyer sur des travaux collectifs comme le sont les deux numéros spéciaux de la revue *Educational Studies in Mathematics*. Ces choix sont tout à fait raisonnables pour un cahier qui se veut une introduction à ces perspectives et une réflexion sur leur impact sur les didactiques disciplinaires.

Qu'en ressort-il ? L'évidence claire qu'effectivement ces questions sont des questions cruciales, bien qu'elles aient été longtemps sous-estimées dans les travaux de recherche didactique. Mais si on les reconnaît comme cruciales se pose immédiatement la question de la façon dont on peut les intégrer dans des problématiques de recherche dans lesquelles elles étaient jusqu'ici assez peu considérées et de ce que cela implique, conceptuellement et méthodologiquement. Pour travailler depuis une dizaine d'années sur ce que l'on appelle maintenant la mise en relation ou « networking » entre cadres théoriques, et notamment avec des chercheurs d'autres cultures didactiques accordant une place centrale dans leurs travaux aux gestes et à la dimension incarnée des processus cognitifs, je suis devenue particulièrement sensible à ces questions et à leur difficulté. Se donner par exemple les moyens de travailler sur

les gestes et leur participation à cette complexité sémiotique qu'Arzarello a désigné par la notion de « semiotic bundle », requiert des méthodologies spécifiques alliant des recueils de données très fins et spécifiques, à un niveau microscopique, et la prise en compte de temporalités longues permettant de mettre en évidence des régularités dans les évolutions et de comprendre leurs sources. Et la mise en relation de ces différents niveaux d'analyse n'est pas non plus une tâche facile. D'un cadre à l'autre, les unités d'analyse ne se superposent pas, les façons d'organiser les relations entre différentes échelles d'analyse, du micro au macro, sont différentes. Ceci, sans compter les différences profondes qui peuvent exister entre les métaphores fondamentales qui portent la vision de ce que sont les mathématiques, de ce que signifie apprendre des mathématiques, dans ces différentes approches. Il ne faut donc pas penser que l'on peut sans plus rajouter une sensibilité gestuelle ou incarnée à une organisation conceptuelle et méthodologique déjà là, sans l'affecter substantiellement.

Il me semble donc particulièrement important, après une première phase de familiarisation et de compréhension pour laquelle ce cahier devrait se révéler très utile, de faire porter le travail sur les implications conceptuelles et méthodologiques de l'intégration de sensibilités portées par ces approches à nos problématiques de recherche, et de nous interroger à cette occasion sur les potentialités et limites de ce qui est déjà disponible dans les cadres théoriques qui sont les nôtres pour prendre en charge ces questions.

Bibliographie

- Alibali, M. & diRusso, A. (1999) The function of gesture in learning to count: More than keeping track. *Cognitive Development*, 14. pp. 37-56.
- Alibali, M. W., Kita, S., & Young, A. J. (2000). Gesture and the process of speech production: We think, therefore we gesture. *Language and Cognitive Processes*, 15(6), 593–613.
- Arzarello F. & Robutti, O. (2004). Approaching functions through motion experiments. In: R. Nemirovsky, M. Borba & C. DiMattia (eds.), *Bodily Activity and Imagination in Mathematics Learning, Educational Studies in Mathematics 57(3)*, CD-Rom.
- Arzarello, F., Paola, D., Robutti, O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2), 97-110.
- Arzarello, F., Bosch, M., Gascón, J. & Sabena, C. (2008). The ostensive dimension through the lenses of two didactic approaches, *ZDM – Mathematics Education*, 40, 179 -188.
- Bartolini Bussi M.G., Steinbring H., Sierpinska A. (Eds.)(1998). *Language And Communication In The Mathematics Classroom*. Reston: Nctm (United States).
- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English, M. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh, & D. Tirosh (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education, second revised edition* (pp. 746-783). Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- Beattie, G., & Aboudan, R. (1994). Gestures, pauses and speech: an experimental investigation of the effects of changing social context on their precise temporal relationships. *Semiotica*, 99, 239–272.
- Botzer, G., & Yerushalmy, M. (2008). Embodied semiotic activities and their role in the construction of mathematical meaning of motion graphs. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(2), 111-134.
- Campbell, S., R. (2010) Embodied Minds and Dancing Brains: new opportunities for research in mathematics education. In Sriraman, B., English, L. (Eds): *Theories of Mathematics Education: seeking new frontiers*, Springer : 309-331.
- David Tall (2006). A Theory of Mathematical Growth through Embodiment, Symbolism and Proof. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 195–215.
- Edwards L. (2009). Gestures and conceptual integration in mathematical talk. *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2) 127-142.
- Gandillet, E. & Le Maréchal J.-F. (2003). Conception et chimie des solutions ioniques. *Journées de l'Ardist*. Toulouse, octobre 2003.
- Gandillet, E., Dupont, C. & Le Maréchal J.-F. (2003). Students' gestures as an extra observable to scaffold the 'Entity-Quantity' alternative conception for ionic solutions chemistry. *ESERA*. Noordwijkerhout (Hollande), August 2003,

- Goldin-Meadow, S. (2004) Gestures role in the learning process. *Theory into Practice*, 43, 314-321,
- Kendon, A. (1993) Space time and gesture, *Degrès*, 74, 3-16.
- Kuzniak, K., Parzysz, B. & Vivier, L. (coordonné par) (2008) *Du monde réel au monde mathématiques, un parcours bibliographique et didactique* Cahier de DIDIREM (58) 2008.
- Lagrange, J.B. (à paraître) Covariation, embodied cognition, symbolism and software design in teaching/learning about functions: the case of Casyopée. *A paraître dans les actes de CERME 8* (Antalya, Turquie).
- Lakoff, G. & R. Núñez (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basic Books. Mayberry, R. & J.
- Le Maréchal, J.F. (2005). Utilisation de gestes pour affiner l'analyse de connaissances mises en jeu dans des interactions au cours d'un apprentissage scientifique. *2e ISGS (Interactif bodies)*, Lyon France, June 15-18, pp.195-196,
- Le Maréchal, J.-F. (2006). Using Gesture Analysis in Science Education Research.. *Atelier à l'école d'été de l' E.S.E.R.A, Braga, Portugal*,
- Maschietto, M. & Bartolini Bussi, M.G. (2009). Working with artefacts: gestures, drawings and speech in the construction of the mathematical meaning of the visual pyramid. *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2), 143-157,
- Le Maréchal, J-F & Dupont C.. (2003). The Questioning Gesture in Relation to Levels of Knowledge: Case of Chemistry Laboratory work. *Radovljica ESERA summer school – 2002*.
- McNeill, D. (1985). So you think gestures are non-verbal? *Psychological Review*, 92, 350–371.
- McNeill, D. (1992). *Hand and mind: what gestures reveal about thought*. Chicago: University of Chicago Press.
- Nemirovsky, R., Borba, M., DiMattia, C., Arzarello, F., Robutti, O., Schnepf, M., Chazan, D., Rasmussen, C., Olszewski, J., Dost, J., Johnson, J_L., Scheffer, N., (2004) Introduction: PME Special Issue: Bodily Activity and Imagination in Mathematics Learning. *Educational Studies in Mathematics*, 57(3), 303-321,
- Nemirovsky, R., Ferrara, F. (2009) Mathematical Imagination And Embodied cognition. *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2): 159-174.
- Núñez R. E., Edwards L. D. , Matos, J., F. (1999) Embodied Cognition as Grounding for Situatedness and Context in Mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 39 (1-3), 45–65.
- Radford, L. (2003). Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization, *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37–70.
- Radford, L., Edwards L. & Arzarello, F. (2009). Introduction: beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 91-95.

- Radford, L., (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2), 11-126.
- Rasmussen, C., Nemirovsky, R., Olszewski, J., Dost, K. & Johnson, J. (2003). On forms of knowing: The role of bodily activity and tools in mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics* 53. [CDROM].
- Roth, W-M. et Lawless, D. (2002). Scientific investigation, metaphorical gestures and the emergence of abstract scientific concepts. *Learning and Instruction*, 12, 285-304.
- Roth, W.-M., and J. S. Thom. (2009). Bodily experience and mathematical conceptions: from classical views to a phenomenological reconceptualization. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 175-189.
- Sfard, A. (2009). What's all the fuss about gestures? A commentary. *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2), 191–200.
- Sriraman, B., English, L., eds. (2010): *Theories of Mathematics Education: seeking new frontiers*, Springer : 309-331.
- van Hiele, P. M. (1986) *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Academic Press.
- Varela, F., J., Thompson, E.; Rosch, E. (1991) *The embodied mind: Cognitive science and human experience*. MIT Press, Cambridge, MA, USA.
- Vergnaud G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10- 2,3, p. 133-170.
- Wall, K. (2006). Gesture and its role in classroom communication: an issue for the personalised learning agenda. *Education Review*, 19(2), 32-39.
- ZhangZi,H.(2011) Review on “Gesture and Speech in the Vocabulary Explanations of One ESL Teacher: *A Microanalytic Inquiry*” *Sino-US English Teaching*,8(12), 747-753,

TITRE :

Gestes, cognition incarnée et artefacts : une analyse bibliographique pour une nouvelle dimension dans les travaux didactiques au LDAR

AUTEUR/S :

Michèle Artigue, Claire Cazes, Mariam Haspekian, Rita Khanfour-Armale, Jean-Baptiste Lagrange

RESUME :

Ce cahier répond à deux objectifs, (1) s'appropriier les notions de geste et d'incarnation des connaissances dans la perspective d'une utilisation pour des recherches liées à la technologie dans l'enseignement des mathématiques et (2) coordonner la réflexion avec la didactique d'une autre discipline, la chimie.

Une dizaine d'articles appartenant aux champs de la didactique de la chimie et de l'« éducation mathématique » ont été analysés selon trois dimensions non indépendantes (1) les gestes comme participant au discours (2) le rôle de la perception et les gestes comme signes (3) le rôle de l'expérience corporelle dans la conceptualisation. L'introduction fait le lien avec des travaux antérieurs du groupe « Math et réalités », puis trois parties détaillent l'analyse selon les trois dimensions; une conclusion récapitule les acquis et une postface situe les perspectives ainsi ouvertes.

MOTS CLES :

Gestes, cognition incarnée, perception, activité corporelle, médiation sémiotique, multimodalité, didactique de la chimie, didactique des mathématiques.