



Le tournant computationnel dans les sciences : la fin d'une philosophie de la connaissance

Julie Jebeile

► To cite this version:

Julie Jebeile. Le tournant computationnel dans les sciences : la fin d'une philosophie de la connaissance. M. Silberstein; F. Varenne. Modéliser & simuler. Epistémologies et pratiques de la modélisation et de la simulation, tome 1, Editions Matériologiques, 2013. <hal-02106768>

HAL Id: hal-02106768

<https://hal.science/hal-02106768v1>

Submitted on 23 Apr 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Le tournant computationnel dans les sciences : la fin d'une philosophie de la connaissance

Julie Jebeile

Notice biblio

Julie Jebeile réalise une thèse de doctorat sur la compréhension scientifique dans les sciences empiriques. Elle s'interroge en particulier sur le rôle explicatif des modèles qui sont utilisés à la fois comme représentations de systèmes naturels ou sociaux et comme outils inférentiels. Dans ses travaux, elle cherche notamment à évaluer l'éventuelle dégradation ou amélioration de la compréhension induite par le tournant computationnel des sciences, c'est-à-dire par l'utilisation de l'ordinateur dans l'activité de modélisation.

Résumé

Dans cet article, je défends l'idée que la philosophie de la connaissance actuelle, telle qu'elle s'applique aux modèles classiques, se révèle être inopérante dans le cas particulier des simulations numériques. A cette fin, je recense dans un premier temps les procédures d'une justification dite « traditionnelle » des modèles classiques. Dans un second temps, je montre tour à tour qu'aucune de ces procédures ne s'applique véritablement aux modèles de simulations. Leurs limites révèlent l'insuffisance de la philosophie de la connaissance actuelle et par conséquent l'urgence d'une épistémologie mieux adaptée.

Abstract

In this article, I argue that the current epistemology, as it applies to classical models, proves to be inefficient in the particular case of computer simulations. For this purpose, I first identify the procedures of a "traditional" justification of classical scientific models. Then, I show that each of the identified procedures fails to apply to simulation models. Their limits reveal the inadequacy of the current epistemology, and therefore the urgent need for a more adequate epistemology.

1. Introduction

Les simulations numériques ne susciteraient pas de nouveaux problèmes philosophiques. Peut-être, philosophes des simulations, devrions-nous fermer boutique. A en croire Roman Frigg et Julian Reiss (2009), en effet, les problèmes philosophiques posés dans le cadre de discussions sur les simulations ne sont pas *propres* à celles-ci. Puisque les modèles de simulations forment une classe particulière de modèles scientifiques, ces problèmes semblent appartenir, pour une bonne partie d'entre eux, à ce que l'on pourrait appeler la philosophie des modèles. Les véritables singularités des simulations, selon Frigg et Reiss, ne sont pas d'ordre philosophique, mais purement mathématique ou psychologique.

Bien que leur thèse soit critiquable et ait été critiquée (voir notamment Humphreys, 2009), Frigg et Reiss ont le mérite de nous inviter à un plus grand effort de clarification. Il s'agit notamment de vérifier systématiquement qu'un problème apparemment nouveau, rencontré en analysant une simulation numérique, ne concerne pas, plus généralement, les modèles scientifiques. Par ailleurs, il me semble qu'un tel effort revient parfois à rappeler - ou à reconstruire le cas échéant - les réponses apportées par la philosophie des modèles à une question donnée, puis à montrer leur limite une fois confrontées au cas particulier des simulations. Il devrait, par la même occasion, faciliter nos discussions puisque celles-ci se placeraient dès le départ dans un cadre conceptuel déjà existant.

Dans cet article, je compte mettre en application la leçon ainsi donnée par Frigg et Reiss dans le but, paradoxalement, de m'opposer à l'une de leurs critiques¹. D'après cette critique, la « thèse épistémique », selon laquelle les simulations nécessitent une nouvelle philosophie de la connaissance², est infondée. La thèse épistémique a notamment été défendue par Eric Winsberg dans de multiples travaux (1999, 2001, 2003, 2006, 2009, 2010). Pour Frigg et Reiss, « [le besoin d'une nouvelle épistémologie] ne s'impose pas à nous uniquement au regard des simulations ; il est plutôt dû au fait que les modèles sont plus complexes que la philosophie des sciences traditionnelle ne le permet et que nous n'avons pas encore une épistémologie appropriée qui s'applique aux modèles complexes. L'étude de la pratique d'une grande partie des sciences, à l'exception des applications sur ordinateur, aurait pu nous amener à conclure à la

¹ Dans leur article, Frigg et Reiss font la critique de quatre thèses couramment rencontrées en philosophie des simulations : les thèses métaphysique, épistémique, sémantique et méthodologique. Selon la thèse métaphysique, « les simulations créent des sortes de mondes parallèles dans lesquels les expériences peuvent être réalisées dans des conditions plus favorables que dans le 'monde réel' ». La thèse épistémique est celle qui nous intéresse dans cet article. Elle stipule que « les simulations requièrent une nouvelle philosophie de la connaissance ». Selon la thèse sémantique, « une nouvelle analyse est requise sur la manière dont sont reliés les modèles et les théories aux phénomènes concrets ». Enfin, selon la thèse méthodologique, « simuler est une activité *sui generis* qui se situe entre la théorisation et l'expérimentation ».

² Dans la suite, j'emploie le terme « épistémologie » dans son sens anglophone. Autrement dit, « épistémologie » sera synonyme de philosophie de la connaissance. Un point de vue (ou un problème) épistémologique sera donc un point de vue de (ou un problème qui s'inscrit dans) la philosophie de la connaissance.

nécessité d'une autre épistémologie » (2009, p. 601). Dans cet article, je contribue à montrer que le tournant computationnel des sciences, à lui seul, impose l'élaboration d'une nouvelle philosophie de la connaissance. On ne peut, selon moi, invalider la thèse épistémique.

Dans cette perspective, mon but n'est pas de proposer une nouvelle philosophie de la connaissance qui s'appliquerait aux simulations numériques en introduisant, par exemple, ses caractéristiques spécifiques³ ⁴. Il s'agit plutôt pour moi de montrer que la philosophie de la connaissance actuelle ne s'applique pas au cas particulier des simulations numériques. Pour ce faire, j'axe mon étude sur le travail de justification des résultats d'un modèle. Ce travail, tout en confirmant le modèle, sert à asseoir notre confiance en ses résultats et à justifier les affirmations sur le monde que nous pouvons tirer de ceux-ci. Il faut, à cet égard, que les démarches constitutives de ce travail soient rationnelles.

Si un type de justification, communément utilisé pour confirmer les modèles « classiques », s'avère inadapté aux modèles de simulations, il faut soit tirer la conclusion douloureuse selon laquelle les résultats de simulation ne sont jamais justifiés, soit admettre qu'une nouvelle épistémologie est requise. Etant donné que les simulations sont communément employées en science pour fournir des prédictions et des explications, nous conviendrons qu'il n'y a finalement pas d'alternative. Une nouvelle épistémologie s'avère bel et bien nécessaire dès lors que l'on ne peut plus justifier de manière traditionnelle les résultats de simulation. Mon but, dans cet article, est donc de prouver que les procédures traditionnelles de justification des résultats d'un modèle ne sont pas transférables dans le domaine des simulations.

A cette fin, en appliquant la leçon que j'ai tirée de l'analyse critique de Frigg et Reiss, je reconstruis, dans la section 2, les procédures d'une justification dite « traditionnelle » qui s'appliquent aux modèles classiques. Je montre tour à tour, dans la section 3, qu'aucun de ces principes ne peut s'appliquer aux modèles de simulations. Leurs limites révèlent l'insuffisance de l'épistémologie actuelle et, par conséquent, l'urgence d'une épistémologie mieux adaptée. Parallèlement, je soulève les questions auxquelles, me semble-t-il, nous devrions répondre afin

³ C'est ce que fait Winsberg. Il défend l'idée que l'épistémologie des simulations est « dirigée vers le bas » (*downward*), autonome et hétéroclite (*motley*). Elle est « dirigée vers le bas » dans le sens où elle consiste à justifier les inférences dérivées d'une théorie, durant le processus de simulation, à son application. Elle est autonome dans la mesure où, habituellement, l'appréciation de la justesse du modèle repose sur la comparaison entre ses structures représentationnelles et celles du système cible. Or, les simulations sont précisément utilisées là où les données sur les systèmes se font rares. Enfin, l'épistémologie des simulations est hétéroclite car, dans la construction des modèles de simulations, nous utilisons non seulement nos connaissances théoriques, mais aussi des approximations, des idéalisations et des éléments fictionnels (Winsberg parle plutôt de *falsifications*) requis compte tenu des limites de l'ordinateur en terme de vitesse et de mémoire.

⁴ Aussi je ne discuterai pas les arguments critiques de Frigg et Reiss qui portent principalement sur les propriétés d'une épistémologie telles qu'elles sont définies par Winsberg (voir la note 3). Pour Frigg et Reiss, les trois caractéristiques d'une nouvelle épistémologie définies par Winsberg doivent être intégrées dans une nouvelle épistémologie qui ne serait pas une épistémologie des simulations, mais une épistémologie des modèles plus généralement.

d'élaborer une épistémologie appropriée. Je les laisse sciemment ouvertes. Enfin, à la section 4, je présente un problème épistémologique spécifique aux méthodes de discrétisation qui sont majoritairement employées en science.

2. Esquisse d'une justification « traditionnelle »

Un modèle est confirmé si l'ensemble de ses hypothèses, théoriques et auxiliaires, est justifié. Les hypothèses auxiliaires sont nécessaires au bon fonctionnement du calcul sur machine. Elles peuvent être simplificatrices - c'est le cas des abstractions et des idéalizations. Les abstractions sont des omissions de propriétés connues du système étudié tandis que les idéalizations sont des déformations de propriétés. Les éléments fictionnels forment une autre classe d'hypothèses auxiliaires. Ils renvoient à des entités ou à des propriétés fictives du système cible. Ils sont introduits dans les modèles soit pour « sauver les phénomènes », soit par pure commodité de calcul.

Bien qu'indispensables à la réalisation des calculs, les hypothèses auxiliaires sont considérées comme des sources de fausseté au sein d'un modèle, et par conséquent comme des ingrédients possiblement litigieux du modèle. Aussi leur justification est une étape importante dans le processus de confirmation du modèle. Elle permet de s'assurer que le modèle présente une adéquation empirique avec le système cible en dépit de ses abstractions, idéalizations et éléments fictionnels.

Définissons les procédures traditionnelles de justification des hypothèses, théoriques et auxiliaires, d'un modèle. Intéressons-nous, pour commencer, à la méthode hypothético-déductive comme un cas de justification traditionnelle. Conformément à cette méthode, l'on dérive les conséquences mathématiques du modèle à vérifier, avant de les confronter aux données empiriques à disposition. Si les résultats du modèle ne concordent pas de façon satisfaisante avec les données empiriques, la révision d'une ou de plusieurs hypothèses est faite.

Illustrons la méthode. Imaginons le scénario suivant : je souhaite vérifier la deuxième loi de Newton appliquée à un corps de masse m en chute libre, lâché à une vitesse supposée nulle à l'instant $t = 0$ et à la hauteur h . Au cours d'une expérience improvisée, un compère laisse tomber le corps du haut d'un immeuble tandis que je chronomètre la durée parcourue par l'objet avant qu'il n'atteigne le sol. Puis je compare cette mesure au résultat prédit par le modèle. Cela est aisé. Je résous l'équation fournie par la deuxième loi de Newton selon laquelle la somme des forces appliquées sur l'objet est égal au produit de sa masse et de son accélération ($\sum \mathbf{f} = m\mathbf{a}$). Pour ce faire, je considère que la chute a eu lieu sans frottement de l'air. Supposant l'axe vertical dirigé vers le centre de la Terre et son origine à l'endroit où l'objet a été lâché, j'obtiens facilement à la main la fonction $z(t)$: $z(t) = -gt^2/2 + h$ avec g l'accélération

gravitationnelle terrestre. Au moment de l'impact, l'objet atteint le sol ($z = h$). On obtient alors la durée de la chute $t = \sqrt{2h/g}$. Cette solution est obtenue exactement, de façon analytique, puisque la solution est explicite. Il ne me reste plus qu'à procéder à une application numérique afin de confronter le résultat obtenu à la mesure. S'ils ne concordent pas entre eux, il est possible de revenir sur l'idéalisation selon laquelle l'air n'exerce aucune force de frottement et d'introduire un terme approché de cette force dans l'équation du mouvement.

De ce simple exemple se dégagent les principes fondamentaux de la justification traditionnelle d'un modèle. Identifions-les avant de les examiner à la lumière du tournant computationnel.

Tout d'abord, dans l'exemple, l'acteur qui opère le raisonnement entier est unique et humain : il s'agit de moi-même. Ce raisonnement m'apporte la justification du résultat obtenu. J'ai, à moi seule, la pleine maîtrise du raisonnement. Je ne le délègue, même partiellement, à personne et cela m'évite de reposer mon jugement sur le travail d'un tiers dont j'aurais le droit de douter. Je possède de surcroît les connaissances adéquates et les compétences appropriées pour effectuer ce type de calcul. Elles me rassurent quant à la bonne conduite du raisonnement, bien que je ne sois évidemment pas à l'abri de l'erreur. De manière générale, lorsqu'une résolution analytique des équations des modèles est possible, la tâche est souvent individuelle. L'agent procède seul à la résolution du calcul. C'est de cette manière qu'il en garantit la certitude. La justification traditionnelle fait donc appel à un unique agent.

La confirmation du modèle semble par ailleurs répondre à une exigence relative au procédé calculatoire. Celui-ci doit être nécessairement déductif pour garantir le succès de la validation. Car les déductions ont la propriété d'être *préservatives* : leurs résultats finaux sont dérivés des prémisses sans qu'aucune distorsion intermédiaire du contenu théorique ne soit possible. Autrement dit, les résultats des déductions sont les implications empiriques directes du contenu théorique initialement porté par le modèle. Dans l'exemple, l'exigence de déductibilité est satisfaite. Le résultat « $t = \sqrt{2h/g}$ » tient uniquement à la seconde loi de Newton, à l'hypothèse simplificatrice de l'absence de frottement et aux conditions initiales ($v = 0$ et $z = 0$ à $t = 0$).

Il faut également que le passage des prémisses aux résultats soit *transparent* pour l'agent, c'est-à-dire accessible à son contrôle épistémique. Dans l'exemple, je connais les différentes étapes de mon raisonnement, et suis capable de passer de l'une à l'autre. Ce parcours mental, allant d'une étape à une autre, m'assure de la justesse de mon raisonnement, et par là même de l'exactitude de la solution trouvée. Descartes, dans les *Règles de la Direction de l'Esprit* (en particulier dans les règles III, VII et XI) affirme que le contrôle mental soutenu d'une déduction d'un bout à l'autre apporte la certitude de sa conséquence. Ainsi, afin que notre raisonnement soit démonstratif, l'on en doit distinguer toutes les étapes séquentielles constitutives, se souvenir de l'existence des

liens existants entre celles-ci, et les parcourir successivement sans en omettre aucune, dans un *mouvement continu et ininterrompu de la pensée*. Omettre une étape, même la plus petite, pourrait remettre en question la certitude du raisonnement. Pour Descartes, ce cheminement de la pensée constitue, avec l'intuition, un moyen certain de conduire à la vérité. Plus encore, selon lui, tout autre cheminement pourrait conduire à l'erreur. Cependant, il concède que, parfois, le raisonnement est trop long pour que l'on puisse l'embrasser en une seule fois. Le raisonnement « se fait en effet quelquefois par un si long enchaînement de conséquences qu'après avoir atteint ces vérités, il n'est pas facile de nous rappeler tout le chemin qui nous y a conduit ; c'est pourquoi nous disons qu'il faut remédier à la faiblesse de la mémoire par une sorte de mouvement continu de la pensée » (Descartes, Règle VII, 2003, p. 39).

Nous pouvons dire, en résumé, que trois critères de la justification « traditionnelle » ont été identifiés dans cette section. Ces critères reviennent à exiger l'unicité de l'esprit qui justifie ; la déductibilité ; enfin la transparence. En outre l'analyse de la justification traditionnelle révèle une démarche que je qualifierai de « cartésienne » et qui n'est possible que si l'exigence de transparence est satisfaite. Elle consiste à parcourir les raisonnements par un *mouvement continu de la pensée*. Elle est une démarche rationnelle permettant de construire notre confiance dans les résultats d'un modèle.

Dans la prochaine section, je compte montrer l'impossibilité de satisfaire ces trois exigences de la justification traditionnelle (et subséquemment l'inapplicabilité de la démarche cartésienne) dès lors que l'on cherche à confirmer un modèle de simulations. Un modèle de simulations est construit à partir d'hypothèses théoriques et d'hypothèses auxiliaires qui sont requises dans la résolution des équations *sur ordinateur*. En amont de la réalisation du modèle de simulations est généralement conçu un modèle conceptuel qui renferme l'ensemble des équations dépourvues de toute approximation nécessaire à la résolution numérique. Ces équations sont celles que l'on aimerait idéalement résoudre ; elles constituent la représentation la plus exacte du système étudié dont nous disposons. Une fois que les approximations déterminées par la *méthode numérique* choisie sont effectuées à partir du modèle conceptuel, on obtient le modèle de simulations. Les modèles de simulations constituent donc une sous-catégorie de modèles en ce qu'ils intègrent une méthode numérique. Ils permettent la réalisation des calculs inférentiels impliqués par les simulations numériques. Une simulation est ainsi définie conformément à la première définition identifiée par Isabelle Peschard dans ce volume (cf. §1.2). Elle est « une procédure implémentée sur ordinateur qui résout une approximation d'un système d'équations ».

3. La justification traditionnelle face au tournant computationnel

3.1. L'exigence de transparence

Le raisonnement, tel que préconisé dans une justification traditionnelle, doit être transparent (c'est-à-dire que les contenus qui s'enchaînent doivent être accessibles au contrôle épistémique). Or, cette exigence est difficile à rencontrer dans le cas des simulations numériques. Comme nous allons le voir, il existe en effet des limitations pratiques.

Tout d'abord, pour être en accord avec l'approche cartésienne, le code numérique - qui contient le programme algorithmique décrivant le procédé calculatoire d'une simulation - doit être contrôlé ainsi que tout calcul effectué à l'aide de ce code. Car, même si le code semble de bon aloi, les résultats des calculs peuvent, quant à eux, révéler d'éventuels problèmes subsidiaires. Ainsi, il n'est pas rare qu'un problème de divergence ou une erreur de programmation n'apparaisse qu'une fois le calcul réalisé.

Conformément à la démarche cartésienne, le scientifique en charge de la vérification d'un calcul doit identifier toutes ses étapes, les rapports existant entre elles, et finalement les parcourir dans leur ensemble, dans un mouvement non interrompu, sans en oublier une seule. En oublier une seule, même insignifiante, remettrait en cause la justesse du calcul. Cependant, un tel suivi mental des simulations n'est généralement pas possible. Car, fréquemment, les simulations numériques peuvent être considérées comme épistémiquement opaques (Humphreys, 2004)⁵. L'on entend par là qu'il n'est pas possible d'examiner ou de justifier chaque étape de la computation. Cela est dû principalement au fait que les simulations numériques sont exécutées bien trop rapidement par l'ordinateur pour que nous puissions suivre les processus computationnels en détail. En outre, elles constituent des chaînes extrêmement longues d'opérations mathématiques. Même si nous étions capable de garder en mémoire dans un fichier les étapes computationnels d'une simulation, un agent ne pourrait rigoureusement parcourir - ou encore moins examiner ni *a fortiori* justifier - toutes les étapes du calcul. Contrôler chaque simulation à la manière cartésienne serait une tâche bien fastidieuse. Il est évident que ce type de vérification exigerait un temps trop long, un temps suffisamment long pour dissuader le scientifique de toute entreprise. En outre, la propension à commettre une erreur de jugement ou à ignorer une erreur dans le calcul ne doit pas être sous-estimée. Un seul agent ne saurait garder toute son concentration durant la (très longue) lecture des étapes mathématiques par lesquelles la simulation passe.

Il semble donc que l'on ne puisse guère exercer un contrôle épistémique entier sur la justification d'un modèle de simulations. Au regard de l'exigence de transparence, le processus computationnel ne peut être considéré par l'agent comme étant rationnel puisque la succession des étapes séquentielles ne lui est pas complètement accessible. Dans le but d'élaborer une nouvelle philosophie de la connaissance, il nous faudrait donc examiner comment, en pratique, une justification peut compenser cette perte de transparence.

⁵ Une des premières occurrences du terme « opacité » se trouve en fait dans Di Paolo et al., 2000.

L'exigence de transparence étant en pratique impossible à satisfaire, regardons ce qu'il en est de l'exigence d'un unique esprit.

3.2. L'exigence d'un unique esprit

L'exigence d'un unique esprit reçoit potentiellement plusieurs interprétations. Il convient de considérer initialement une interprétation naïve afin d'en proposer une version plus élaborée.

Selon une première interprétation, une justification n'est véritable que si l'esprit d'un agent peut entièrement la contenir ; en effet, seule cette entièreseté donne au raisonnement de l'agent le caractère indubitable d'une certitude. Cependant, cette interprétation est réductrice. En effet, elle exclut la possibilité pour un agent de recourir à des moyens extérieurs à sa personne : à savoir les objets concrets qui lui servent à penser, tels un papier et un crayon. Or, il est courant que l'activité inférentielle n'ait pas lieu uniquement dans la « tête » du scientifique. Aussi faut-il abandonner cette première interprétation. En science, une grande partie des opérations cognitives sont en effet réalisées sur un support matériel comme une feuille de papier ou un tableau. En ce sens l'on peut affirmer que la véritable unité cognitive lors d'un travail inférentiel - notamment au cours d'une justification - est traditionnellement *étendue* (Giere 2002). Ainsi une nouvelle formulation de l'exigence s'offre à nous : une justification doit être réalisée par un seul sujet étendu.

Cette nouvelle formulation ne marche cependant pas lorsque la machine étend le sujet. En effet, nous ne pourrions pas dire que l'unité cognitive est « d'autant plus » étendue lorsque le support utilisé n'est plus un bout de papier, mais une machine. L'analogie serait plaisante car efficace : il suffirait de conclure que le travail inférentiel sur machine est aussi justifié que celui qui est réalisé à l'aide d'un papier et d'un crayon. Mais l'analogie ne marche pas pour les raisons suivantes :

D'une part, un raisonnement effectué à l'aide d'un papier et d'un crayon peut tout à fait prétendre à la transparence dans le sens où il s'offre entièrement à l'agent. Par ailleurs, il est possible d'embrasser le raisonnement entier en présentant les différentes étapes du calcul sur un même support matériel de sorte qu'une vision synoptique de celles-ci soit obtenue. Cela, un calcul sur machine ne peut l'offrir car il est, la plupart du temps, extrêmement long.

D'autre part, les éventuelles erreurs humaines commises lors d'un calcul à la main sont plus facilement détectables que celles demeurant dans les programmes informatiques. Une relecture attentive permet généralement de les identifier et de les corriger. Dans le cas d'un code numérique, la vérification est plus compliquée. Pour vérifier un code, il ne suffit pas de relire attentivement l'algorithme. Il faut aussi procéder à différents tests d'ordre informatique. Ainsi, par exemple, à l'aide de fonction tests, il s'agit de contrôler que l'ensemble des étapes décisives

de la simulation s'exécute correctement. Une autre précaution informatique consiste à vérifier les convergences spatiale, temporelle et itérative du code. Généralement, l'algorithme est vérifié par une tierce personne. Celle-ci peut éventuellement proposer des idées d'amélioration du code afin d'optimiser le déroulement logique et la vitesse des calculs. Enfin l'on contrôle que le code, une fois en place dans son environnement informatique, ne faillira pas dès la première utilisation.

Outre ces différences, une distinction de grande importance demeure : si l'agent *s'aide* du papier pour dérouler son calcul analytique, il *fait faire* le calcul par l'ordinateur dans le cas des simulations numériques. Par conséquent, l'agent ne semble plus être au centre du travail inférentiel. Ainsi nous sommes en droit de nous interroger sur la légitimité du recours à la machine. L'agent est-il rationnel lorsqu'il se fie aux résultats d'une simulation alors même que son esprit ne participait pas au calcul ? C'est une question cruciale à laquelle une épistémologie des simulations se doit de répondre. Certes, la croyance de l'agent dans les résultats de simulation se trouve partiellement confortée dans la vérification du code numérique. Mais elle ne l'est complètement qu'à la condition qu'il puisse contrôler entièrement le travail calculatoire qui est opéré par l'ordinateur. Or, à cause de l'opacité épistémique des simulations, l'agent ne peut exercer un tel contrôle. Autrement dit, une justification complète, reposant sur la formation d'un argument complet et de l'ensemble des prémisses indispensables, n'est pas accessible dans le cas des simulations numériques. Dans un article à paraître, co-écrit par Anouk Barberousse et Marion Vorms (*About the warrants of computer-based empirical knowledge*), les deux auteurs montrent néanmoins dans quelle mesure la confiance de l'agent dans le bon déroulement du processus calculatoire sur machine est fondée. Selon elles, dans le but d'évaluer la justesse des résultats d'une simulation, « le scientifique doit se fier aux algorithmes fournis par les autres, aux divers programmes, au bon fonctionnement de la machine, etc. ». Une telle situation épistémique, expliquent-elles, peut être considérée comme une extension d'une situation mieux connue dans laquelle le scientifique, dans son activité quotidienne, doit se fier aux travaux de ses collègues proches et des experts. Cette extension, qui nous permet d'abandonner l'exigence d'une justification complète au profit de critères plus souples, semble sauvegarder la rationalité de la confiance que nous plaçons dans les résultats de simulation.

La décentralisation de l'agent dans son travail inférentiel nous invite par ailleurs à nous demander si, au lieu de parler d'unité cognitive en terme de sujet étendu, nous ne devrions pas plutôt lui conférer une toute nouvelle identité. Pour trancher la question, il faudrait situer la position de l'homme dans l'activité inférentielle et établir si sa position reste première ou est

devenue secondaire⁶. Ce travail programmatique constitue, selon Humphreys (2004, 2009), un enjeu central des sciences assistées sur ordinateur.

Il convient maintenant de considérer une dernière interprétation de l'exigence d'un unique esprit, selon laquelle, alors qu'est admis le recours à la machine, un *seul* individu doit être en charge de la justification d'un modèle. Cette exigence ainsi reformulée ne peut être satisfaite dans le cadre des simulations numériques. D'une part, il est courant que les codes numériques soient écrits non pas par un unique individu mais par un collectif. D'autre part, les justifications sont parfois si longues qu'elles requièrent la mobilisation d'une équipe. C'est le cas - très controversé - de certaines preuves mathématiques (par exemple, le théorème de Fermat). Une nouvelle question se pose alors : comment une équipe de recherche peut-elle fournir une justification faite à « plusieurs » aussi bonne que celle qui est réalisée par un agent unique ? Pour y répondre, il faudrait examiner les conditions d'une bonne collaboration scientifique entre les membres d'une même équipe.

Finalement, l'exigence d'un unique esprit cartésien est doublement contrariée depuis le tournant computationnel. Non seulement l'unité cognitive est étendue dans un sens nouveau, qu'il faudra définir dans une nouvelle épistémologie ; mais elle est souvent composée de plusieurs individus.

3.3. L'exigence de déductibilité

Traditionnellement, les raisonnements aboutissant à la justification du modèle doivent être entièrement déductifs pour être préservatifs. Cependant, comme je souhaite le montrer dans cette section, les simulations numériques ne sont pas purement déductives bien que, dans le détail, elles ressemblent à des chaînes de déductions et soient parfois considérées comme telles.

Cette idée a été déjà défendue par Winsberg à plusieurs reprises (1999, 2001, 2003, 2006), mais d'une façon guère convaincante. La raison qu'il invoque est la suivante : parce que les équations discrétisées sont des versions mathématiquement transformées et approchées des équations différentielles du modèle théorique originel, le contenu mathématique du modèle originel n'est pas entièrement conservé dans les équations discrétisées. Notons au passage que Winsberg s'intéresse uniquement aux simulations dont la méthode numérique repose sur une discrétisation d'équations différentielles.

La raison invoquée par Winsberg échoue à expliquer le caractère non déductible des simulations. En effet, les approximations liées à la discrétisation des équations sont

⁶ Selon Paul Humphreys (2004), nous avons déjà cessé d'être les maîtres et les pleins possesseurs de la science et, au rythme où s'étendent nos capacités de calcul, « l'épistémologie scientifique ne sera plus pour longtemps une épistémologie humaine » (2004, p. 7).

déterminées, avant même le lancement d'une simulation, lorsque l'utilisateur sélectionne la taille des pas discrets des variables de la simulation. Ainsi elles sont insérées dans le modèle avant même de faire tourner une simulation. Elles ne constituent pas, par ailleurs, des morceaux de raisonnements non-déductifs qui viendraient interrompre ponctuellement la simulation pour s'y loger. L'on pourrait donc rétorquer à Winsberg qu'une simulation est une déduction qui dérive du modèle de simulations, même si elle ne dérive pas, il est vrai, directement du modèle théorique originel.

La raison donnée par Winsberg n'est certes pas convaincante, mais il reste que les simulations ne sont effectivement pas des déductions. Leur non déductibilité, selon moi, tient à leur caractère numérique. Par là, il faut entendre la chose suivante : les simulations ne sont pas seulement des opérations mathématiques réalisées sur des symboles abstraits comme c'est le cas dans un calcul analytique. Au cours d'une simulation, des valeurs numériques temporaires sont attribuées aux symboles. Ces valeurs sont calculées au fur et à mesure du processus computationnel puis gardées en mémoire le temps qu'elles servent à nouveau lors d'une nouvelle étape de calcul. Cela est propre à la machine digitale, à sa manière de mémoriser les résultats de chaque étape calculatoire. Dans un calcul analytique, l'on manipule les équations jusqu'à obtenir une solution explicite, c'est-à-dire une expression de la variable à calculer en fonction des autres variables et paramètres du problème dont on connaît la valeur (exemple : la solution trouvée précédemment $t = \sqrt{(2h/g)}$). L'application numérique s'effectue seulement à la fin. C'est alors le moment de décider quelles erreurs d'arrondi l'on s'autorise à faire. Procéder à l'application numérique uniquement à la fin d'un calcul a un avantage majeur : les erreurs d'arrondi ne peuvent pas s'amplifier comme c'est parfois le cas dans les simulations numériques. Dans ces situations-là, les erreurs d'arrondi se propagent tout au long du calcul et risquent potentiellement de s'accumuler : dans ce cas seulement, le caractère préservatif des simulations est violé.

Toutefois, le caractère non préservatif des simulations n'est peut-être pas le plus grand obstacle à une justification traditionnelle. La difficulté la plus sérieuse, comme nous allons le voir, est sans doute l'impossibilité d'évaluer rigoureusement les erreurs sur les résultats de simulation liées aux approximations contenues dans les modèles.

4. Le problème des approximations

Comme je l'ai dit dans la section 2, notre confiance dans les résultats d'un modèle est partiellement assurée par la justification de ses hypothèses auxiliaires. Toutes ces hypothèses - les abstractions, les idéalizations et les éléments fictionnels - se retrouvent aussi bien dans les modèles classiques que les modèles de simulations. Aussi ne semblent-elles pas susciter d'enjeu nouveau. Cependant, les approximations, qui constituent une sous-catégorie d'idéalizations,

présentent une particularité seulement lorsqu'elles sont liées aux méthodes numériques de discrétisation. Comme nous nous apprêtons à le voir, cette particularité est d'être non quantifiable, ce qui entrave le bon processus de justification.

Les approximations sont des transformations mathématiques effectuées par rapport à un système d'équations donné dans le but de les rendre solubles ou de simplifier les calculs. Négliger un terme mathématique ou remplacer un terme non-linéaire par un terme linéaire constituent des exemples d'approximations courantes. Les approximations sont ainsi indispensables pour mettre en route le processus calculatoire. En particulier, elles doivent permettre, sur des cas concrets, la résolution des équations les plus « récalcitrantes », celles qui ne sont solubles ni analytiquement ni numériquement. Cependant, lorsqu'elles sont mal choisies, les approximations conduisent à des solutions qui dévient plus qu'on ne le désire des solutions exactes en principe. Les solutions exactes en principe désignent les solutions que l'on aurait obtenues si l'on avait été capable de résoudre les équations à disposition sans faire d'approximation. Aussi, une justification des approximations est requise. Elle vise à nous assurer que l'approximation ne déformera point trop la représentation mathématique initiale du système cible.

4.1. L'impossibilité d'une justification forte

Une justification est forte lorsqu'elle consiste à évaluer exactement l'écart entre les solutions obtenues et les solutions exactes en principe. Dans l'exemple du corps en chute libre, l'approximation faite, à savoir la négligence de la force de frottement de l'air, est satisfaisante dès lors que le corps considéré possède une masse suffisante. Si on en doutait, cependant, l'on pourrait évaluer l'erreur commise sur le résultat en intégrant, dans de nouveaux calculs, un terme approché de la force de frottement de l'air. Car une telle approximation a un certain avantage. L'écart entre solutions tient en effet dans un unique terme ou dans un ensemble fini de termes mathématiques identifiables. Il est donc quantifiable. Or, ce n'est certainement pas le cas des approximations contenues dans les modèles de simulations pour lesquels une méthode de discrétisation (par exemple, les différences finies, les volumes finis, et les éléments finis) est employée. Notons que ces méthodes sont majoritairement utilisées dans les sciences computationnalisées. C'est la raison pour laquelle elles méritent d'être au centre de notre attention ici.

Pour se convaincre que les approximations sont difficilement quantifiables dans les modèles de simulations, identifions d'abord les sources d'erreur numérique telles qu'elles sont recensées par Farge, 1986. Il existe trois types d'erreurs principalement : les erreurs d'arrondi, les erreurs de discrétisation, et les erreurs de troncature. Les erreurs d'arrondi sont celles qui sont liées à la taille finie des mots de l'ordinateur. Autrement dit, elles sont dues à la mémoire limitée de

l'ordinateur. Celui-ci ne peut pas enregistrer un nombre infini de bits et par conséquent ne peut garder en mémoire la valeur parfaitement exacte d'une solution calculée par exemple. Les erreurs de discrétisation (ou de maillage), quant à elles, sont dues au fait que les variables originellement continues - typiquement l'espace et le temps - sont remplacées par un ensemble fini de valeurs. Les intervalles entre ces valeurs, appelés les pas, ne peuvent être infiniment petits. Enfin, les erreurs de troncature correspondent aux termes négligés dans le développement en séries de Taylor des fonctions. Celui-ci fournit en tout point une relation linéaire entre les diverses dérivées partielles d'une fonction et les valeurs de cette fonction. Les erreurs de troncature apparaissent lorsqu'une discrétisation des équations différentielles est requise. Ainsi est-elle utilisée pour rendre numériquement intégrables les équations non-analytiques qui ne reçoivent pas de solution explicite exacte (c'est le cas des équations de Navier-Stokes en mécanique des fluides). Le processus de discrétisation consiste à les transformer en équations algébriques approchées. Généralement, le développement en séries de Taylor est utilisé comme approximation discrète des opérateurs différentiels, et, à partir d'un certain ordre, les termes sont négligés.

Une justification forte, consistant à quantifier précisément l'impact des approximations sur les solutions obtenues, est impossible. Il n'existe pas, en effet, de preuve globale de la justesse pour les codes numériques complexes, telles que celles développées en analyse (en mathématiques) et en logique. Les sources d'erreur dans les simulations numériques, ainsi que celles liées aux problèmes d'existence et d'unicité des solutions mathématiques⁷, peuvent difficilement être estimées formellement (voir notamment les tentatives d'estimation des erreurs de discrétisation dues aux maillages dans Roy, Raju et Hopkins, 2007 ; Roy, 2010).

4.2. Les moyens de contrôle

En pratique, les moyens de contrôle des erreurs numériques sont imprécis. Aussi, après chaque contrôle réussi, on peut dire que seuls des arguments *faibles* en faveur de la justification des résultats de simulation sont donnés⁸. Tout d'abord, la justification des erreurs d'arrondi passe

⁷ Si un problème d'existence et d'unicité des solutions se pose, c'est-à-dire si l'équation ne reçoit pas de solution ou en reçoit plusieurs, un *bug* informatique peut apparaître dans le programme informatique. Ce problème concerne plus particulièrement les systèmes non-linéaires pour lesquels il n'existe généralement pas de théorème d'unicité.

⁸ Winsberg pense aussi que les arguments donnés par les scientifiques en faveur d'une croyance rationnelle aux résultats de simulation sont faibles. Les scientifiques auront beau essayer de démontrer que les techniques mathématiques employées pour passer des équations du modèle à l'algorithme final sont tout à fait adaptées, leurs arguments resteront « terriblement faibles », écrit Winsberg. Il est regrettable cependant qu'il ne justifie que très peu ce propos. Il ne donne pas explicitement des exemples d'arguments généralement donnés. Il écrit simplement « l'histoire des simulations numériques est jonchée d'exemples de méthodes computationnelles qui auraient dû marcher mais qui n'ont pas marché parce que les méthodes numériques ont échoué. » (Winsberg, 2010, p. 21). Il souligne aussi que les modèles de simulations sont souvent complexes et non-linéaires. Or, pour ces modèles-là, selon lui, les arguments mathématiques des scientifiques échoueraient à susciter la croyance aux résultats des simulations.

par le contrôle de la stabilité des simulations numériques. Leur stabilité est vérifiée en contrôlant que le processus de simulation n'amplifie pas les erreurs d'arrondi, et, en outre, ne risque pas de diverger. « La stabilité concerne la façon dont les erreurs croissent ou non alors que la solution progresse. Si une petite erreur à une certaine étape croît sans limite jusqu'à ce qu'elle submerge complètement la solution au final, alors le système est instable. D'un autre côté, si l'erreur diminue, ou reste constante dans des limites raisonnables, alors le système est stable. » (Woolfson et Pert, 1999, p. 61). Il s'agit là d'une approche qualitative de contrôle et non pas d'une estimative quantitative précise. En ce sens elle aboutit possiblement à un argument faible.

Par ailleurs, le seul moyen de contrôle des erreurs de discrétisation qui soit à la portée de l'utilisateur se résume à la possibilité d'affiner la taille du maillage, le pas de discrétisation des variables. C'est un moyen de contrôle qui repose donc sur une méthode peu rigoureuse dans la mesure où elle se fait en aval du processus computationnel et est rythmée par un jeu d'essais et d'erreurs. L'utilisateur teste un ensemble de données d'entrée liées au pas de discrétisation, à la finesse du maillage. Les paramètres testés sont limités par la puissance de calcul de la machine. Aussi vérifie-t-il après calcul que la convergence a bien été faite car, si le maillage est trop fin, celle-ci risque de ne jamais être rencontrée. Il vérifie en outre que les résultats semblent de bon aloi. Un maillage trop grossier conduirait en effet à des résultats très approximatifs voire, tout simplement, non conformes. En pratique, les utilisateurs adaptent la taille du maillage en fonction des phénomènes en jeu⁹. Ainsi, par exemple, dans l'étude d'un écoulement de fluide de faible viscosité autour d'un obstacle, il est courant de dessiner un fin maillage en éléments finis au niveau de l'interface corps / fluide et un maillage plus grossier loin de cette interface. Cela permet de prendre en compte l'effet de la viscosité qui est maximal à la surface de l'objet et s'annule à une certaine distance caractéristique, la largeur de la couche limite.

Quant aux erreurs de troncature, la qualité de la discrétisation des équations est contrôlée lorsque l'on prouve la *consistance* du schéma numérique. Dans le cas de la méthode aux éléments finis, cela revient à vérifier que les équations discrétisées s'approchent bien des équations différentielles correspondantes lorsque les pas d'espace et de temps tendent vers zéro, et que les équations discrétisées ont les mêmes propriétés de symétrie que les équations différentielles. Cependant, comme le remarque Farge, en pratique, les pas d'espace et de temps utilisés sont non nuls. Ainsi, même si l'on réussit à prouver que le schéma numérique est consistant, on introduira toujours des erreurs de troncature.

4.3. L'enchevêtrement des deux étapes de confirmation

⁹ Cependant, certains maillages s'adaptent systématiquement, sans l'intervention humaine, au problème étudié. Voir, notamment, la technique de raffinement adaptatif de maillage (*adaptive mesh refinement*).

L'impossibilité de fournir une justification forte, c'est-à-dire d'établir exactement l'écart entre solutions obtenues et solutions exactes en principe, est à l'origine d'un enchevêtrement entre les deux étapes du processus de justification d'un modèle. Comme le suggère l'exemple du corps en chute libre, la confirmation ou l'invalidation des théories et des modèles scientifiques se décline traditionnellement en deux étapes. La première étape consiste à contrôler que les équations mathématiques des modèles sont correctement résolues. Cela revient à s'assurer que les solutions à ces équations sont exactes ou presque exactes. La seconde étape consiste à vérifier que les solutions exactes aux équations sont en accord avec les données expérimentales à disposition sur le système étudié.

Lorsque les deux étapes de la confirmation ne sont pas opérées distinctement, l'une après l'autre, nous pouvons faire face à deux problèmes. Premièrement, il peut devenir difficile de déterminer si un modèle décrit de façon appropriée le système étudié. Nous évaluons la bonne adéquation d'un modèle en mesurant la différence entre les solutions calculées à partir de ce modèle et les données expérimentales. Cette différence mesurée peut intégrer, du moins partiellement, la différence existant entre les solutions calculées et les solutions exactes en principe. Dans une telle situation, lorsqu'un modèle fournit de mauvaises prédictions, nous ne savons pas si nous devons remettre en cause le modèle ou la résolution mathématique des équations. Winsberg (2010) identifie ce problème comme le « problème de Duhem »¹⁰. Inversement, comme le remarque Winsberg, lorsqu'un modèle fournit de bonnes prédictions, cela peut être à cause des calibrages qui sont introduits dans le modèle afin d'obtenir un meilleur accord entre le modèle et les données expérimentales dont nous disposons. Ici, l'accord entre les résultats du modèle et les données expérimentales peut produire une induction abusive, qui consisterait à penser que le modèle est fiable *a priori*. Or, les calibrages peuvent s'avérer inappropriés dans certains cas et, si nous n'avons pas d'autres données empiriques en guise d'éléments comparatifs, nous risquons de nous fier aux résultats du modèle alors même qu'ils sont incorrects. Une telle situation, je l'appelle un « simulacre de succès ». Parce que nous croyons posséder une preuve de la fiabilité du modèle, nous développons à tort une confiance dans celui-ci.

Il existe selon moi une autre forme de simulacre. Il arrive qu'une simulation puisse sembler de bon aloi mais que nous ne soyons pas en mesure de la justifier rigoureusement. En effet, nous n'avons parfois ni argument mathématique ni donnée empirique à confronter aux résultats du

¹⁰ Le problème de Duhem est formulé par Winsberg comme suit : « lorsque une prédiction ne correspond pas aux données observées, nous ne savons pas si nous devons attribuer la responsabilité à la théorie que nous étions en train de tester ou aux hypothèses auxiliaires » (2010, p. 24). Ce problème est finalement une version de ce que nous avons coutume d'appeler le « problème de Duhem » ou de « Quine-Duhem ». Il s'applique cependant aux modèles et non pas aux expériences. Notons que, bien qu'ils reconnaissent l'existence de ce problème, Frigg et Reiss ne le considèrent pas comme véritablement nouveau. Ils concèdent cependant que le fait qu'il s'applique aux modèles est une nouveauté.

modèle. Une telle situation peut survenir lorsque les modèles présentent d'importantes erreurs de discrétisation. Ces erreurs, rappelons-le, sont définies comme étant les différences entre les solutions exactes aux équations discrétisées et les solutions exactes aux équations aux différences partielles originelles. Elles sont souvent mal caractérisées voire tout simplement ignorées parce qu'elles peuvent difficilement être estimées formellement (Roy, Raju et Hopkins, 2007 ; Roy, 2010). Cependant, elles peuvent avoir un impact sur le comportement physique du système observé à l'écran. Ainsi, par exemple, les erreurs de discrétisation dans les modèles d'hydrodynamique amortissent les mouvements turbulents de fluide ; car il n'est pas toujours possible de créer un maillage, dans ces modèles, qui soit suffisamment fin pour pouvoir prendre en compte le phénomène de dissipation visqueuse qui a lieu aux petites échelles¹¹. Dans de tels cas, il peut se révéler très difficile de faire la part entre les effets de la modélisation et les erreurs de discrétisation. C'est souvent le cas lorsque le modèle physique est directement connecté au choix du maillage, et en particulier à la taille du maillage. Les simulations aux grandes échelles de tourbillons longitudinaux soumis à une turbulence extérieure en sont généralement des exemples.

5. Conclusion

Résumons : la méthode hypothético-déductive implique trois exigences, à savoir : (i) la méthode de justification doit être appliquée par un unique centre cognitif ; (ii) elle doit être purement déductive ; (iii) elle doit être transparente, c'est-à-dire tout à fait accessible au contrôle épistémique. Or, ces trois exigences ne peuvent pas être satisfaites dans le cadre des sciences assistées par ordinateur. Par ailleurs, il s'avère extrêmement difficile d'obtenir une évaluation précise des approximations liées aux méthodes numériques de discrétisation. Cela conduit à deux nouveaux problèmes, le problème de Duhem et le risque de simulacre.

Nous pouvons donc conclure qu'une justification traditionnelle ne peut être réalisée dans le cadre des simulations. Or, si nous convenons que les simulations produisent des connaissances, il faut admettre qu'une nouvelle philosophie de la connaissance est requise.

Afin d'élaborer une telle philosophie, il faut réussir notamment à fournir des réponses précises aux quelques questions que je n'ai fait qu'effleurer et dont la liste n'est évidemment pas exhaustive. Elles ont trait à l'opacité des simulations : Comment une justification peut-elle compenser l'opacité épistémique des simulations ? L'agent est-il rationnel lorsqu'il se fie aux résultats d'une simulation alors même que son esprit ne participe pas au calcul ? La véritable unité cognitive est-elle un sujet étendu ? La position de l'homme dans l'activité inférentielle est-elle première ou secondaire ? Pour Paul Humphreys, par exemple, « les sciences

¹¹ Ce problème est celui de la prise en compte à la fois simultanée et cohérente de plusieurs échelles. Il a une identité propre bien qu'il recoupe ici le problème de simulacre.

computationnelles introduisent de nouveaux problèmes en philosophie des sciences parce qu'elles ont recours à des méthodes qui poussent l'homme en dehors du centre de l'entreprise épistémologique » (2009, p.616). D'autres questions concernent la dimension collective des sciences computationnalisées. Par exemple : comment s'assurer de la validité d'une justification faite à « plusieurs » ? Enfin, un troisième ensemble de questions est relatif à la structure digitale des ordinateurs. Il concerne non seulement les méthodes numériques de discrétisation (par exemple : quels arguments sur la justification des approximations peuvent être donnés ?), mais aussi le mode de mémorisation (par exemple : comment justifier les erreurs d'arrondi ?).

Remerciements

Je remercie chaleureusement pour leurs remarques Anouk Barberousse et Jacques Dubucs ainsi que Marc Silberstein et Franck Varenne, les éditeurs de ce volume.

Bibliographie

Barberousse, A. et Vorms, M. (à paraître) About the warrants of computer-based empirical knowledge.

Descartes, R. (2003) Règles pour la direction de l'esprit. Edition Vrin.

Di Paolo, E.A. Noble, J. et Bullock, S (2000) Simulation Models as Opaque Thought Experiments. Dans *Artificial Life VII*, Proc. of the 7th Intern. Conf. on Artificial Life, édité par Mark A. Bedau et al., MIT Press, Cambridge, 497-506.

Farge, M. (1986) L'approche numérique en physique. *Philosophia Scientiae*, 7(2), 155–175.

Frigg, R. et Reiss, J. (2009) The philosophy of simulation: hot new issues or same old stew? *Synthese* 169:593–613.

Giere, R. (2002) "Models as Parts of Distributed Cognitive Systems", in *Model Based Reasoning: Science, Technology, Values*, eds. N.J. Nersessian & L. Magnani, Kluwer/Plenum, New York, pp. 227-241.

Humphreys, P. (2004) *Extending Ourselves. Computational Science, Empiricism, and Scientific Method*. OUP.

Humphreys, P. (2009) The philosophical novelty of computer simulation methods. *Synthese* 169 (3):615 - 626.

- Roy, C., Raju, A. et Hopkins, M. (2007) Estimation of Discretization Errors Using the Method of Nearby Problems. *AIAA Journal*. Vol. 45, No. 6, Juin 2007
- Roy, C. (2010) Review of Discretization Error Estimators in Scientific Computing. *48th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Orlando, FL, Jan. 4-7, 2010.
- Winsberg, E. (1999) Sanctioning models: The epistemology of simulation. *Science in Context* 12 (2): 275–92.
- Winsberg, E. (2001) Simulations, Models, and Theories: Complex Physical Systems and Their Representations. *Philosophy of Science* 68 (supp.): S442–58.
- Winsberg, E. (2003) Simulated Experiments: Methodology for a Virtual World. *Philosophy of Science* 70:105–25.
- Winsberg, E. (2006) Models of success versus the success of models: Reliability without truth.” *Synthese* 152 (1): 1–19.
- Winsberg, E. (2009) A tale of two methods. *Synthese* 169 (3):575 - 592.
- Winsberg, E. (2010) *Science in the Age of Computer Simulation*. University of Chicago Press.
- Woolfson, M. et Pert, G. (1999) *An introduction to computer simulation*. Oxford University Press.