Problématisation en mathématiques : Que s'agit-il d'expliciter pour favoriser l'apprentissage ? Un exemple en cycle 3

Sylvie Grau

▶ **To cite this version:**

Sylvie Grau. Problématisation en mathématiques : Que s'agit-il d'expliciter pour favoriser l'apprentissage ? Un exemple en cycle 3. 15e colloque PROBLEMA, May 2018, Saint-Lô, France. hal-02106255

HAL Id: hal-02106255
https://hal.science/hal-02106255

Submitted on 22 Apr 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Problématisation en mathématiques :

Que s'agit-il d'expliciter pour favoriser l'apprentissage ? Un exemple en cycle 3

15e colloque PROBLEMA – Saint-Lô – du 16 au 19 mai 2018

Sylvie GRAU

Docteure en sciences de l'éducation, professeure de mathématiques

CREN ESPE Université de Nantes

Résumé :

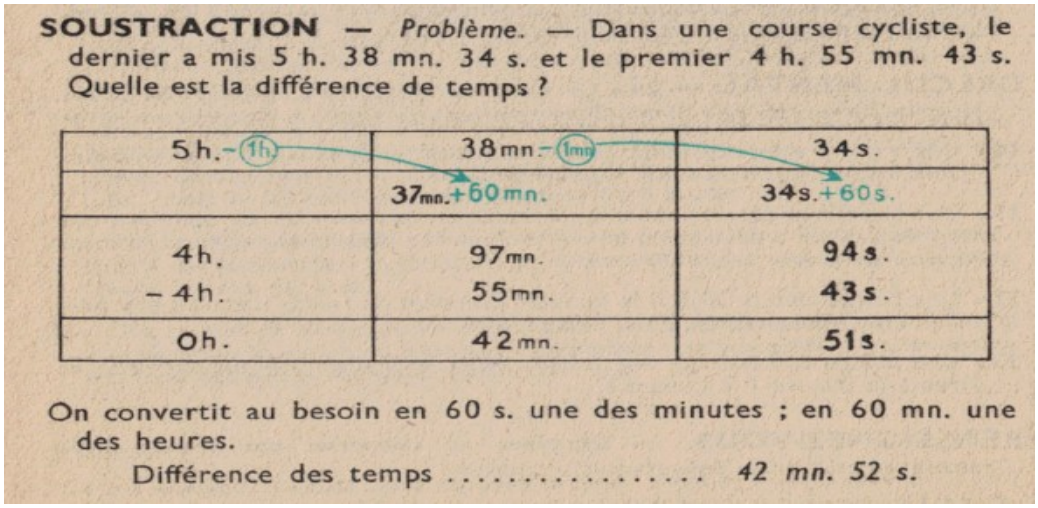
Si l'apprentissage par les problèmes est répandu et largement incité par les textes officiels (Feyfant, 2015), les pratiques des enseignants montrent un intérêt porté sur le produit et peu de travail autour de l'activité de résolution du problème : « *les activités liées à la recherche, à la mise en réseau et à la conversion de représentations ne sont pas mises en œuvre de façon régulière et concomitante* » (Priolet, 2014). On peut alors poser la question d'un malentendu sur le sens même de la résolution de problème dans l'apprentissage : s'agit-il d'un prétexte à l'automatisation de procédures ? Comment les conditions sont-elles mises en évidence pour faciliter les transferts ? Comment les élèves peuvent-ils construire des savoir disponibles à partir de ces situations d'apprentissage ?

A partir d'une séance en classe de CM1, une analyse épistémologique du savoir visé permettra d'identifier les enjeux d'apprentissage. Nous analyserons les productions de quelques élèves dans le cadre théorique de la problématisation (Fabre, 2011) afin d'identifier les registres mobilisés (Orange, 2012). Nous analyserons le processus d'institutionnalisation et les écrits à disposition de l'enseignante pour formaliser le savoir enseigné. Nous repérerons les éléments du contrat didactique en jeu dans ce processus (Hersant, 2010). Les écarts entre le savoir savant, le savoir enseigné et les connaissances disponibles donneront quelques pistes pour identifier ce qu'il serait bon d'expliciter en classe en particulier pour les élèves les plus éloignés de la culture scolaire. Nous verrons le rôle que les figurations (Grau, 2017) peuvent jouer pour accéder à un discours second permettant les conversions nécessaires à la problématisation du savoir et proposerons quelques pistes pour penser l'évolution des pratiques enseignantes.

Le rôle des problèmes dans l'apprentissage en mathématiques a beaucoup évolué dans notre système. Dans les programmes de 1945, « les problèmes ont pour fonction de réinvestir et tester des connaissances déjà apprises et de montrer leur utilisé pour la vie réelle d'adulte » (Coppé & Houdement, 2009). Les manuels proposent donc une organisation des apprentissages par types de problèmes et pour chaque type de problème est enseigné un protocole de résolution qu'il s'agit d'appliquer.

I. La place des problèmes dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques au primaire

Avant 1945, « les problèmes ont pour fonction de réinvestir et tester des connaissances déjà apprises et de montrer leur utilité pour la vie réelle d'adulte » (Coppé & Houdement, 2009). Ils sont souvent proposés dans les manuels en fin de chapitre, après les exercices d'entraînement. Ils sont aussi regroupés en familles de problèmes pour systématiser la résolution, ces familles étant souvent liées à des problèmes types de la vie courante dont il s'agit d'apprendre le protocole de résolution. Par exemple dans cet extrait du manuel Bourrelier de 1950 pour la classe de CM (élèves de 9-10 ans), le problème résolu de comparaison de durée est donné comme modèle de la résolution de cette classe de problèmes (illustration 1).



SOUSTRACTION — *Problème.* — Dans une course cycliste, le dernier a mis 5 h. 38 mn. 34 s. et le premier 4 h. 55 mn. 43 s. Quelle est la différence de temps ?

5 h. – (1h)	38 mn. – (1mn)	34 s.
	37 mn. + 60 mn.	34 s. + 60 s.
4 h.	97 mn.	94 s.
– 4 h.	55 mn.	43 s.
0 h.	42 mn.	51 s.

On convertit au besoin en 60 s. une des minutes ; en 60 mn. une des heures.

Différence des temps ..... 42 mn. 52 s.

Illustration 1: Manuel Bourrelier CM 1950

Cette conception reste encore très présente dans l'esprit des enseignants et les problèmes sont souvent proposés en fin de séquence quand ce n'est pas en évaluation pour justement tester la capacité des élèves à utiliser à bon escient ce qui a été enseigné. Pourtant les problèmes peuvent avoir une autre place dans l'enseignement des mathématiques.

En 2002, l'approche par compétences précise une évolution déjà significative dans les programmes. On peut lire dans les textes officiels que « l'élaboration de connaissances se réalise au travers de la résolution de problèmes ». La résolution de problèmes précède alors l'explication de la notion visée, c'est une activité de production et non de reproduction. Dans une approche socioconstructiviste, cette production se fait collectivement, le problème devient le moyen privilégié de donner du sens aux connaissances enseignées.

Les documents d'accompagnement précisent qu'on peut alors proposer quatre types de problèmes : les situations problèmes visent la construction d'une connaissance nouvelle, les problèmes pour chercher, les problèmes d'application et de réinvestissement, les problèmes complexes destinés à permettre l'utilisation conjointe de plusieurs connaissances.

Dans les programmes actuels, la place des problèmes est de nouveau affirmée. Leur fonction est d'être porteurs de sens et de justifier l'acquisition de nouvelles notions. « Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à

chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. […] On veillera à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais qui nécessitent des recherches avec tâtonnements. » (BO Programme cycle 2 rentrée 2016). Au cycle 4 (de la 5e à la 3e, élèves de 12 à 15 ans), le programme montre en quoi la résolution de problème est nécessaire pour développer les six compétences majeures de l'activité mathématiques et précise que les problèmes proposés peuvent être internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines.

Les programmes de 2016 font d'ailleurs apparaître la nécessité de la résolution de problèmes dans toutes les disciplines avec ce double objectif :

- donner du sens et motiver les apprentissages ;
- développer des compétences.

La compétence à résoudre des problèmes est citée comme l'une des compétences clés du XXIe siècle.

II. Quel enseignement pour quel apprentissage ?

Les différentes évaluations nationales ou internationales montrent qu'environ un élève sur 5 est en difficulté lorsqu'il s'agit de résoudre un problème qui impose d'aller au-delà d'une collecte directe d'information. Les élèves n'arrivent pas à s'engager dans un traitement cognitif pour comprendre et résoudre des problèmes en l'absence de méthode de solution évidente. Comment interpréter ces résultats ? Nous pouvons faire plusieurs hypothèses. La première est que les connaissances ne sont pas disponibles, soit parce qu'elles ne sont pas apodictiques, elles restent isolées des problèmes qui les ont générées ou des problèmes qu'elles peuvent aider à résoudre, soit parce qu'elles ne sont pas suffisamment institutionnalisées voire formalisées, explicitées. La deuxième est que les élèves ne mettent pas en œuvre l'activité cognitive nécessaire : chercher, vérifier, comparer, tester…, ils n'osent pas prendre des initiatives, soit par peur de l'échec, soit par manque d'assurance, soit encore par manque d'autonomie créative. La troisième est que les élèves n'ont pas de méthodologie pour se lancer dans la résolution. Ils n'identifient pas les étapes, ne planifient pas, ne savent pas utiliser les ressources nécessaires.

Plusieurs pistes s'ouvrent à nous pour améliorer les compétences des élèves en mathématiques. On peut travailler sur le rapport des élèves à l'erreur et à l'évaluation. La résolution de problème n'a pas le statut d'épreuve ultime pour vérifier les connaissances et capacités acquises. Il s'agit d'expliciter à l'élève l'objectif réel de la tâche de résolution de problème, et le statut de l'erreur dans l'apprentissage. On peut aussi penser l'organisation des connaissances pour qu'elles soient en lien avec les problèmes qu'elles permettent de résoudre et mettre en évidence les nécessités qui sont liées à leur utilisation donc expliciter le savoir théorique et ses applications. On peut amener l'élève à une prise de conscience des activités cognitives mobilisées et l'amener à des stratégies métacognitives en l'incitant à expliciter lui-même cette activité. On peut encore amener l'élève à identifier quelques stratégies, quelques automatismes pour qu'il puisse économiser l'énergie cognitive. Il s'agit pour l'enseignant d'expliciter ce qui est à automatiser et pourquoi.

Nous avons donc différentes explicitations à penser, nous allons détailler chacun de ces pistes.

1 le statut de l'erreur dans la recherche

Le statut de l'erreur est lié fortement au contrat didactique, l'erreur à l'école – et plus encore en mathématiques – est considérée comme une tare et non une source d'apprentissage pour bon nombre d'élèves, de familles et d'enseignants. L'idéal visé étant le « 0 fautes » et l'erreur en mathématiques étant souvent assimilée à un défaut de logique voire d'intelligence. Modifier le statut de l'erreur dans la classe demande donc un travail de l'enseignant sur ses propres représentations et sur ses pratiques et gestes (expression de dégoût par exemple ou de mépris face à une erreur).

2 l'objectif de la résolution de problèmes

Pour ce qui est de l'objectif de l'activité de résolution de problèmes, on voit que suivant le type de problème et sa place dans l'apprentissage, il ne sera pas le même. Si nous reprenons le losange de problématisation de Michel Fabre (illustration 2), nous retrouvons aux sommets le problème, les contraintes du problèmes que sont les contraintes externes au sujet (les données) et les contraintes internes (les connaissances, représentations, conceptions, expériences etc. de l'élève) ainsi que la solution.

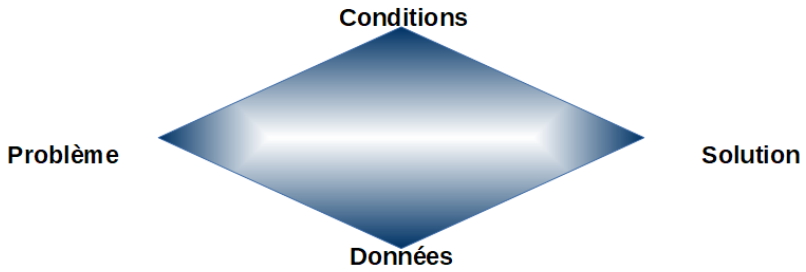


Illustration 2: Losange de problématisation de Fabre

Si le problème est proposé au début de l'apprentissage, il s'agit d'apporter une nouvelle condition qui permettra le traitement, l'élève a les données, la question, il peut se représenter la nature de la solution mais il lui manque une notion indispensable pour effectuer le traitement.

Si le problème est en cours d'apprentissage, il peut s'agit de s'entraîner à une procédure de résolution. Cette procédure doit donc être clairement formalisée.

Si le problème est posé comme problème de réinvestissement pour voir comment la nouvelle notion est utilisée dans un contexte différent, il s'agira de mettre en évidence en quoi les nouvelles données peuvent ou non appeler la connaissance visée. On va ainsi caractériser le champ d'application de la notion.

Enfin si le problème est posé en fin d'apprentissage, ou à distance de l'apprentissage, on peut mesurer sa disponibilité, c'est-à-dire comment cette connaissance est utilisée pour formaliser le type de problème étudié, il s'agit donc d'expliciter le questionnement des données aux travers des

connaissances acquises.

La plupart du temps, les enseignants n'identifient pas clairement où se situe le problème dans l'apprentissage et donc ce qu'ils vont considérer comme le cœur de cible de la séance, or une fois le cœur de cible identifié, il devient plus facile d'étayer puisque l'enseignant sait ce qu'il souhaite laisser à la responsabilité de l'élève, il peut donc assumer de prendre une partie du reste à sa charge.

Par exemple si un problème de recherche est proposé et que les aides prévues sont les différentes étapes de la résolution, l'élève ne va pas apprendre à planifier sa recherche, il va se retrouver de nouveau devant plusieurs sous-problèmes de réinvestissement.

3 l'objectif des différentes étapes de la résolution

De même le découpage lors d'une séquence de type IGDT (recherche individuel, échange en groupe, débat en classe entière, mise en texte d'une solution) demande à chaque étape une activité cognitive précise. Or on peut observer dans les classes un certain malentendu entre les attentes de l'enseignant en terme d'enseignement, celles de l'élève en terme de résolution de problème, celles que nous pouvons avoir en terme de problématisation. Nous avons résumé ces différentes représentations dans le tableau suivant (tableau 1)

Démarche IGDT	**Objectifs en terme d'enseignement**	**Objectifs en terme de résolution de problème**	**Objectifs en terme de problématisation**
Temps de recherche individuelle I	Dévolution du problème	Trouver la solution ou au moins une idée	Se représenter le problème, construire un schéma de résolution
Travail de groupe G	Confrontation pour amener les élèves à argumenter leurs choix et expliciter leurs procédures	Savoir si on a bon ou avoir une piste de solution	Comparer son schéma avec celui des autres pour mesurer sa pertinence et son efficacité, changer de point de vue, planifier
Débat autour des productions D	Justifier la validité des réponses, expliquer les procédures	Corriger	Expliciter les choix et les méthodes utilisées, faire des conversions, comparer les solutions
Mise en texte d'une solution T	Institutionnalisera	Recopier la solution qui servira de modèle pour pouvoir résoudre le même problème ou un problème semblable	Identifier le schéma correspondant au problème ou à une classe de problèmes

Tableau 1: Différents objectifs dans une démarche IGDT

4 le lien entre les connaissances et leur utilisation dans la résolution de problèmes

Le lien entre les connaissances et les problèmes n'est que rarement mis en évidence. On observe des pratiques de résolution systématique de problèmes dont les formes et contenus sont fortement stéréotypés (l'énoncé induit une stratégie, c'est en particulier ce qui se met en place avec la méthode dite de Singapour) ou d'apprentissage de procédures expertes indépendamment des

procédures personnelles des élèves. Il n'est pas évident pour l'élève de faire le lien entre sa tentative et la correction faite en classe. Certains élèves y renoncent et finissent par ne plus laisser de traces de leur recherche, ils se contentent de recopier scrupuleusement le corrigé au tableau.

5 l'activité cognitive mobilisée en résolution de problèmes

Pour ce qui est des activités cognitives mobilisées en résolution de problème, on peut voir dans les classes de nombreuses propositions d'entraînement sur des capacités isolées (repérer la question, identifier les données utiles, identifier l'opération…, on retrouve ce travail en AP ou en méthodologie ou encore dans des manuels sur des pages spécifiques). La difficulté est que ce séquençage ne permet en rien d'assurer la mise en place de ces techniques en situation de résolution de problème. Les didacticiens ont d'ailleurs réagi en dénonçant le fait que certains élèves ne sont au final jamais confrontés à de vrais problèmes mathématiques. Certains entraînements à la recherche peuvent ne pas aller jusqu'à la résolution complète du problème (exemple de problèmes complexes, parfois seuls les élèves les plus rapides arrivent à résoudre le problème) or Julo (Julo, 1982) a montré l'importance de la résolution pour le stockage en mémoire d'exemples permettant de concevoir des « familles de problèmes ».

6 les automatismes à mettre en place pour gagner en efficacité

En psychologie cognitive, comprendre un problème c'est en construire une représentation. Pour cela, associer un problème à un schéma qui aurait été mémorisé. C'est ainsi que l'enseignement des schémas est devenu un enjeu comme par exemple la classification de Vergnaud (Vergnaud, 2011) avec le risque d'associer systématiquement un schéma mental à une forme symbolique.

III. Exemple des problèmes de calcul de durée

L'erreur consisterait à penser qu'il suffit d'agir sur un des leviers pour améliorer les performances, ou de penser qu'il est possible de penser une progression alors qu'il s'agit d'un système complexe. La difficulté est en fait de devoir mobiliser différentes disciplines (didactique, sociologie, psychologie, sciences cognitives…) pour comprendre l'ensemble des activités cognitives mobilisées en résolution de problèmes. L'autre écueil est de cherche à expliciter la résolution et donc ne pas laisser l'élève problématiser. Ce qui est le plus reproché actuellement aux enseignants, c'est le manque d'institutionnalisation que ce soit sur les savoirs comme sur les procédures.

Nous allons partir d'un exemple en CM1 pour montrer cette difficulté à identifier ce qu'il s'agit d'institutionnaliser. L'enseignante est stagiaire, elle propose le problème qui suit à ses élèves (illustration 2), son objectif est d'introduire la procédure experte de calcul de durée connaissant l'instant initial et l'instant final. La mise en œuvre reprend le schéma classique : recherche individuelle, puis en groupes, débat autour des productions et mise en évidence d'une procédure experte.

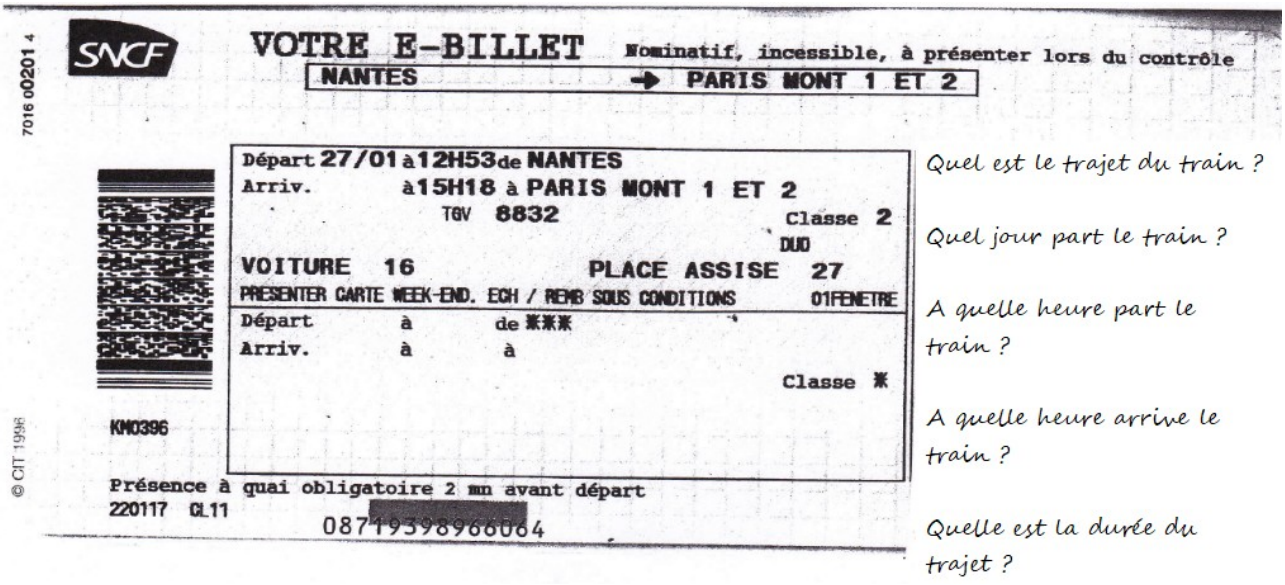


Illustration 3: Problème de durée posé dans une classe de CM1

Le problème est proche d'un problème de la vie quotidienne, l'enseignante montre le véritable billet de train dont les élèves ont une photocopie. Quelques échanges permettent de préciser de quoi il s'agit, l'enseignante fait lire les questions écrites sur le côté du billet. Collectivement la classe répond aux premières questions dont les réponses sont écrites au tableau :

Le train part de Nantes et arrive à Paris.

Le train part à 12 h 53.

Le train arrive à 15h18.

Les élèves doivent ensuite résoudre le problème suivant : quelle est la durée du trajet ?

Si nous reprenons le losange de problématisation pour analyser la situation, le problème est donc bien de déterminer la durée du trajet, les données sont les heures de départ et d'arrivée et le trajet. La solution est 2h25. Du côté des conditions les élèves ont appris à lire l'heure, ils savent qu'une heure égale 60 minutes, ils savent effectuer des additions et des soustractions, ils savent calculer l'écart entre deux nombres entiers, ils savent qu'on ne peut calculer que sur des mesures exprimées dans une même unité. Ils ont aussi des connaissances externes à l'école en particulier s'ils ont eu des expériences de voyage en train, s'ils ont un ordre d'idée de la réponse, de la distance entre Nantes et Paris, de la durée du voyage en voiture… Ils lisent l'heure sur des affichages digitaux mais ils ont manipulé des horloges à l'école, ils ont appris à lire l'heure sur un cadran. Une pendule pédagogique est à disposition dans la classe.

Le calcul de durée est en fait extrêmement complexe pour plusieurs raisons :

- La durée est une grandeur difficilement perceptible qui peut être très subjective (une même durée peut être perçue plus ou moins longue suivant le contexte). On peut visualiser la durée avec un sablier, une clepsydre. On peut la visualiser sur une horloge s'il s'agit d'une durée inférieure à une

heure.

- Il est difficile de différencier le temps qui est une grandeur repérable de la durée qui est une grandeur mesurable. Ces deux grandeurs s'expriment dans la même unité. Ainsi on peut ajouter deux durées, on obtiendra une nouvelle durée (grandeur mesurable) alors qu'il n'y a aucun sens à l'addition deux instants (grandeur repérable). Par contre, la durée est une variation du temps, elle peut donc se calculer par la différence entre deux temps. Le problème ne correspond donc pas exactement à un problème d'écart ou de comparaison alors même qu'il se résout par la même technique.

- Les unités de mesure des durées fonctionnent dans un système à plusieurs bases : 1min = 60s ; 1h = 60min, 1j = 24h, on parle de centièmes de secondes. De même on peut avoir un repérage du temps sur la base de 12 heures sur les cadrans et de 24h sur une horloge digitale.

1 Analyse *a priori* de la situation

On peut représenter le problème dans un espace de contraintes qui met en évidence trois registres explicatifs différents qui correspondent à trois représentations du problème qui amènent chacune des nécessités qui peuvent être différentes. Nous avons résumé ces représentations dans le tableau suivant (tableau 2), le REX est le registre explicatif considéré comme le domaine théorique qui sous-tend le choix d'un schéma de problème et la justification de ce choix.

Schéma de problème	**Usage de l'horloge et lecture de l'heure**	**Comparaison entre deux nombres par une soustraction**	**Mesure de l'écart entre deux points sur la file du temps**
Nécessités à l'intérieur du modèle	Le temps passe et toutes les 60min on avance d'une heure	On soustrait le plus petit du plus grand. On ne peut opérer que sur des nombres dans la même unités. On commence par les plus petites unités.	On décompose en plusieurs mesures en choisissant des points stratégiques (heures « piles »)
REX	Numération en base 60	Techniques opératoires	Mesures de grandeurs

Tableau 2: Nécessités et REX associés à différentes représentations d'un problème de durée

2 Analyse de deux productions d'élèves

Si on analyse trois productions d'élèves, la première (illustration 4) montre une opération et une phrase réponse. L'opération ne met pas en jeu les valeurs numériques données, l'élève a donc effectué une première transformation avant de poser cette opération.

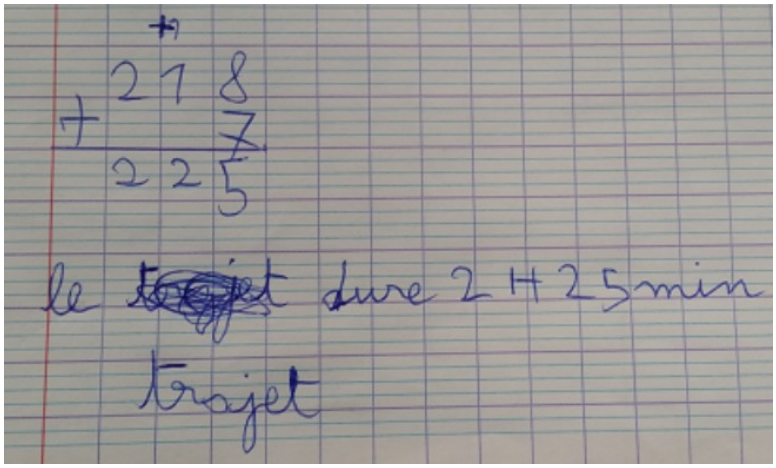
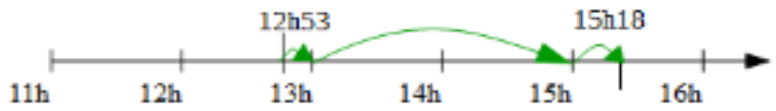


Illustration 4: Production élève A

Nous avons demandé à l'élève A d'enregistrer son explication pour pouvoir en reparler ensuite avec la classe. Voici ce qu'il a enregistré (la première colonne donne le chronométrage en secondes) :

2.2481	Alors,
5.35347	Là en fait y a 12 heures 53, **le train il part à 12 heures 53.**
11.4326	On garde, on met, le train il heu, il s'arr... il est heu... maintenant on rajoute 7 minutes.
23.8841	Là on est à 13 heures pile.
28.0944	silence
31.428	**Le train il s'arrête à 15 heures 18.**
35.4041	13 plus 2 ça fait 15 et on rajoute 18.
41.8121	Du coup là j'ai calculé heu 218 plus 7 et j'ai trouvé 225.

On remarque qu'il formalise les données très correctement mais que cette formalisation revient à l'utilisation des réponses aux questions posées par l'enseignante écrites au tableau. On peut faire l'hypothèse que l'enseignante a ainsi mis en évidence les informations utiles. Elle ne l'a pourtant pas explicité, cet élève a-t-il déduit qu'il fallait les utiliser du fait du contrat didactique dans sa facette sociale (Hersant, 2010) (si les questions ont été posées et les réponses sont au tableau c'est que je dois les utiliser) ? Ensuite on voit que les propos sont de moins en moins liés au contexte, le travail sur les temps devient un traitement sur des nombres avant de conclure de nouveau sur la situation. Il semble que l'élève n'ait pas vraiment besoin de poser l'opération mais peut-être est-ce encore une attitude liée au contrat didactique (quand on résout un problème, il faut faire une opération). Par contre, ce qui n'est absolument pas explicite, c'est la manière dont l'élève a posé le problème. On peut schématiser son raisonnement sur une file du temps : on place les deux temps et on cherche la durée en additionnant les différentes durées entre ces temps et les heures « pile ».



On peut considérer que cette représentation est experte en ce sens qu'elle permet de résoudre tous les problèmes de calcul de durée. Cette représentation est plus efficace que la représentation sur le cadran. Certains élèves ont demandé à utiliser l'horloge mais ils ont eu bien du mal à voir la durée du fait qu'une fois positionnées sur le temps initial, le déplacement des aiguilles ne permet plus de garder en mémoire la position initiale. La procédure demande donc une bonne mémoire de travail. Il faut déplacer les aiguilles tout en dénombrant le nombre de minutes écoulées. Les élèves n'ont pas gardé de traces écrites de leur procédure, ils n'ont pas réussi à se mettre d'accord sur une réponse.

Regardons une autre production, celle de l'élève B (illustration 5).

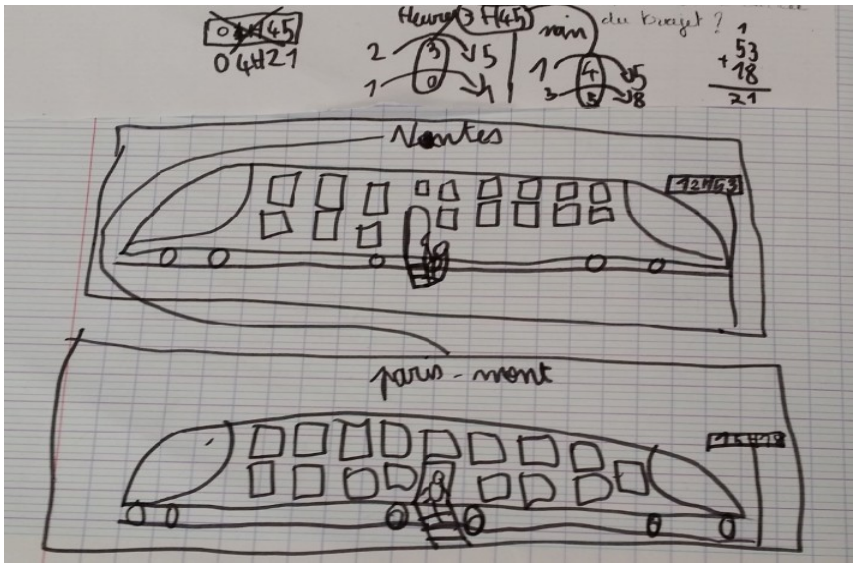


Illustration 5: Production élève B

Ici l'élève a représenté la situation sous la forme d'un dessin très proche du contexte. Les voitures sont dessinées ainsi que les destinations, les pendules, le personnage qui monte et qui descend. Cette représentation a sans doute été nécessaire pour visualiser la durée sous forme d'une narration, un peu comme dans une bande dessinée. Ensuite on voit que l'élève isole les heures et les minutes. Il sépare aussi unité et dizaine. Il symbolise la durée par une flèche. Il indique la durée au dessus de chaque flèche et l'entoure. Il fait une erreur du fait qu'il travaille séparément sur unité et dizaine et ne peut donc pas soustraire les deux nombres sans casser une dizaine. Il manque à cet élève la procédure experte de l'opération posée de la soustraction entre deux temps mais il a visiblement correctement construit le problème.

3 La question de la mise en commun

Comment faire en sorte que les élèves puissent faire le lien entre ces représentations afin d'effectuer si besoin des conversions ? Pour cela les figurations peuvent peut-être amener les élèves à expliciter le lien entre les différentes représentations et les procédures. On appelle figuration une production faite par l'enseignant à partir des productions des élèves anonymisées dont certains éléments sont conservés et réorganisés, et de l'introduction d'éléments pouvant devenir des inducteurs de problématisation. Une figuration a trois fonctions :

- Elle vise la construction d'un savoir précis, elle propose donc une épure de ce savoir.
- Elle vise la preuve ou la critique, c'est un filtre qui attire le regard sur les éléments pertinents sur lesquels l'enseignant souhaite que les élèves s'expriment.

- Elle doit activer des connaissances, elle amplifie donc certains éléments pour amener une reconnaissance d'objets ou de procédures.

Dans notre exemple, on peut proposer aux élèves quatre représentations du problèmes (illustration 6), donner la solution pour que les élèves ne discutent pas de la validité ou non du résultat mais bien des procédures. Le travail demandé à l'élève étant de choisir la représentation qui lui semble la plus efficace pour trouver la solution et d'expliquer son choix. La solution étant donnée, le nouveau problème est un problème explicatif qui demande de comparer les différents schémas.

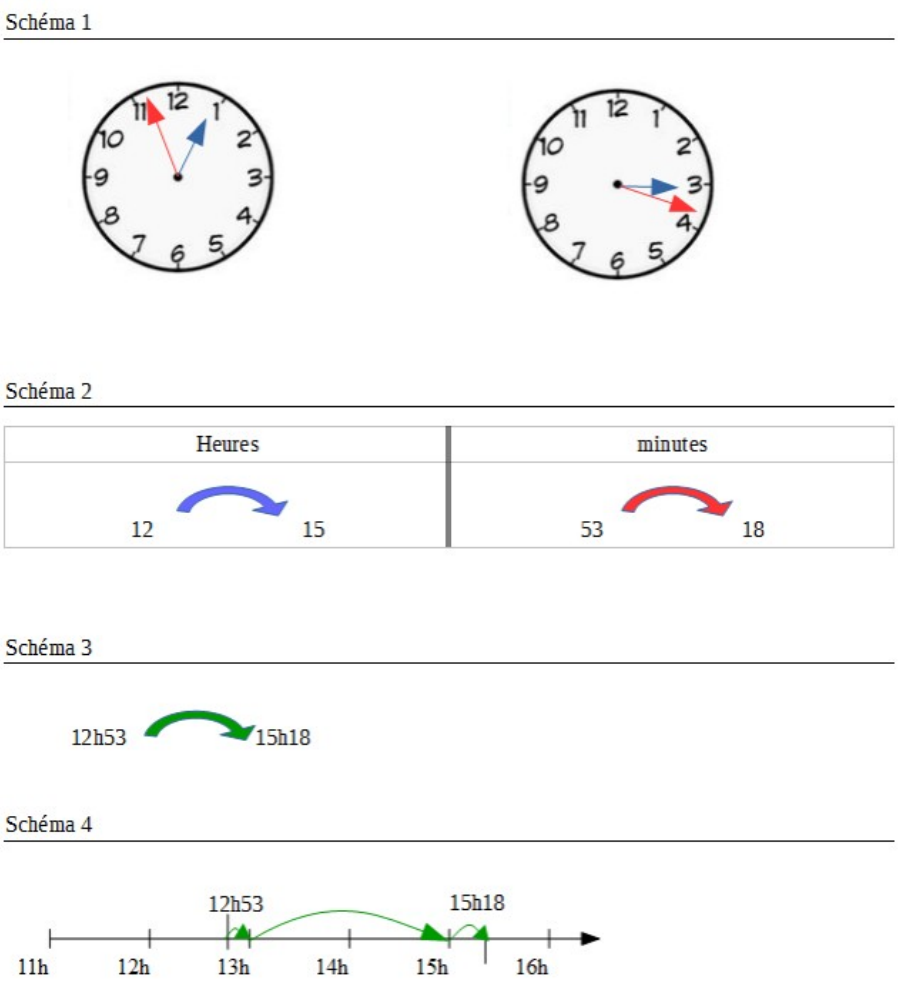


Illustration 6: Figuration proposée aux élèves

Le premier schéma reprend les cadrans des horloges, le second reprend le travail de l'élève B sur les deux unités, le troisième par la flèche symbolise la durée, le dernier montre les données sur la file du temps pour schématiser la procédure de l'élève A.

L'objectif du travail demandé est de faire comparer les procédures non pas en terme de validité mais de correspondance entre les différents modèles. Les couleurs par exemple permettent de repérer que l'heure se lit dans un cas à l'aide de la petite aiguille, dans l'autre par la colonne correspondante et dans les schémas 3 et 4 par l'indication de l'unité *h*.

On peut amener les élèves à repérer le déplacement de l'aiguille en lien avec le déplacement sur la file du temps et donc à repérer l'obstacle qui est que le déplacement de l'aiguille ne permet pas de garder en mémoire la position initiale. Pour d'autres durées, on a aussi le problème de la double désignation car une position des aiguilles peut indiquer une heure de la matinée ou de l'après-midi.

Les figurations ont donc comme intérêt d'amener les élèves à avoir une activité réflexive sur leurs propres productions pour faire émerger des nécessités et des conditions permettant des conversions d'un registre sémiotique à un autre, d'un domaine mathématique à un autre. Elles permettent de passer d'un registre premier (en lien avec l'agir et le contexte) à un registre second en amenant une décontextualisation et une recontextualisation dans un domaine des mathématiques et en gagnant en généralité. On peut ainsi amener les élèves à formaliser les caractéristiques liées aux problèmes de calcul de durée.

4 L'institutionnalisation

Si nous regardons quelques outils à disposition de l'enseignante, nous avons des formalisations très différentes. Une première trouvée sur un site très fréquenté par les stagiaires propose « la méthode de Zorro »[1] (illustration 7). Cette fiche méthode n'apporte aucune explication mathématique, elle apparaît comme un outil un peu magique qui permet de résoudre tous les problèmes de calcul de durée connaissant l'instant initial et l'instant final. Cette méthode ne donne donc pas la possibilité à l'élève de choisir une autre méthode plus efficace en fonction des données du problème (par exemple pour une durée inférieure à une heure l'horloge peut s'avérer très pratique pour se représenter une durée). Elle ne permet pas non plus de résoudre d'autres problèmes de durée pour lesquels la durée à calculer serait une durée intermédiaire ou une somme de durées, ce que permet la file du temps. Enfin d'un point de vue du langage le moyen mnémotechnique utilisé n'aide pas à construire une représentation de cette file numérique mais uniquement à retenir qu'il faut trois calculs intermédiaires, ce qui n'est pas toujours le cas.

1 http://mamaitressedecm1.fr/?p=60

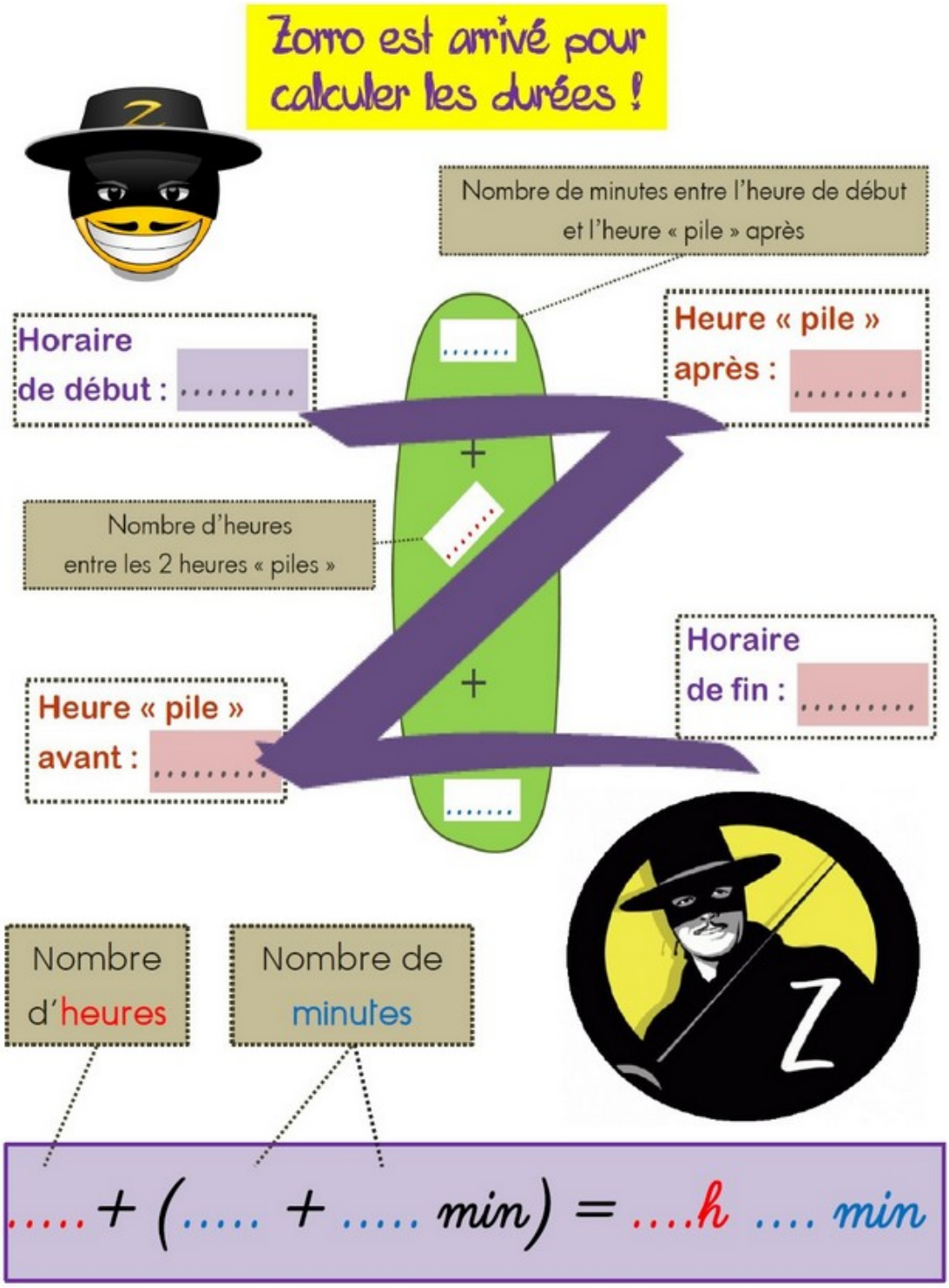


Illustration 7: Méthode de Zorro sur le site mamaitressedecm1.fr

Dans le manuel « CAP Maths 2017 » des éditions Hatiers (illustration 8), on trouve dans le mémo une mise en texte qui identifie deux procédures (utiliser une ligne du temps ou une horloge et utiliser les équivalences entre unités). Cependant les deux procédures ne sont pas utilisées pour résoudre les mêmes types de problèmes, ce qui ne permet pas de les comparer. La première est utilisée dans l'exemple pour calculer une durée à partir de l'instant initial et de l'instant final alors que la seconde procédure est utilisée dans deux exemples : une somme de deux durées, une comparaison entre deux durées. Les élèves n'ont donc pas d'éléments clairs pour choisir les

procédures si ce n'est le repérage des questions posées dans les exemples.

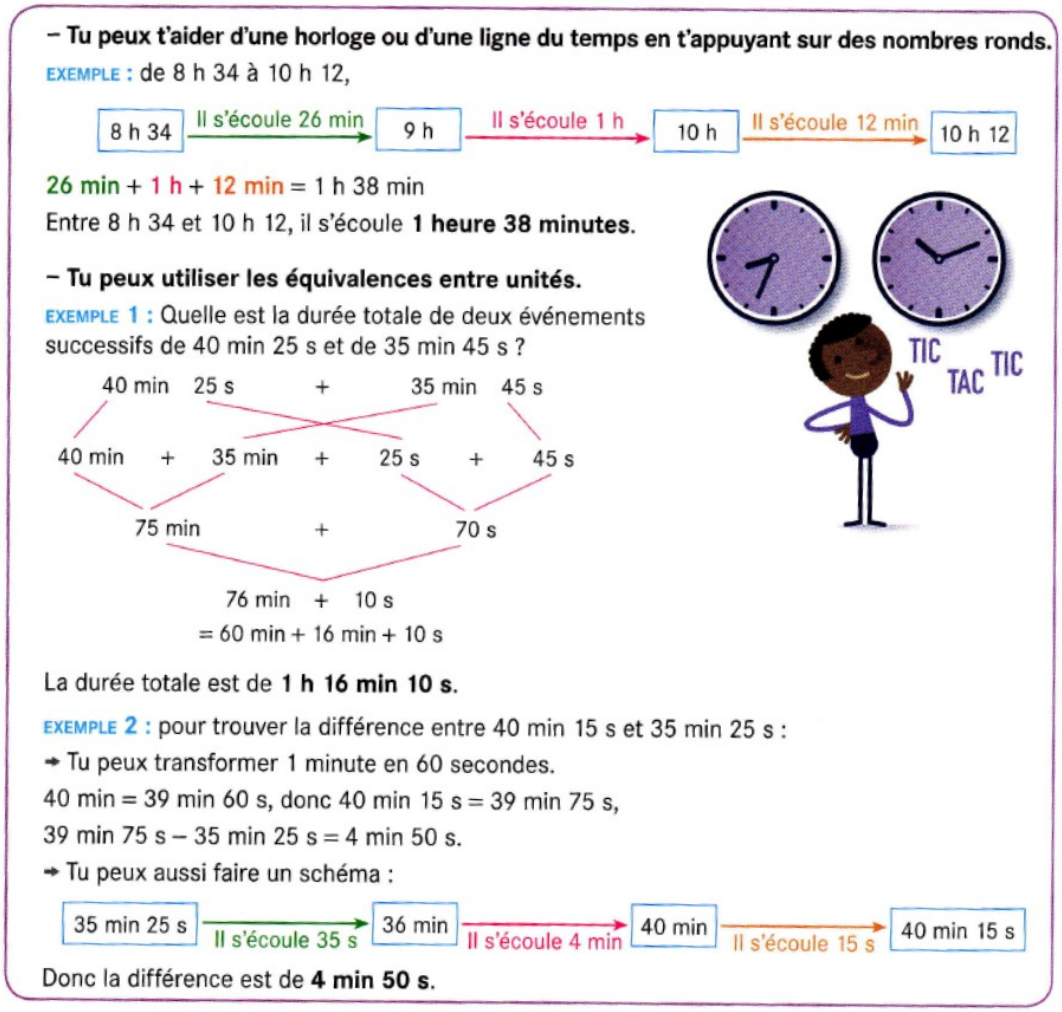


Illustration 8: Mémo "Cap maths" Hatier 2017

Dans le manuel « J'apprends les maths CM1 2017 » des éditions Rets p134 (illustration 9), il est proposé de comparer trois résolutions. Cependant si deux réponses sont justes, une autre est fausse. Le choix de la solution qui convient peut alors être justifié par la validité du résultat et non sur la pertinence de la procédure or la première revient à utiliser la file du temps (mais elle n'est pas représentée, on se rapproche de la « méthode de Zorro »), la seconde est une comparaison de durées (chaque instant étant schématisé par un segment de longueur proportionnelle à la durée entre minuit et l'instant donné) et la dernière est la soustraction posée qui revient à utiliser une adaptation de la technique de soustraction en base 60.

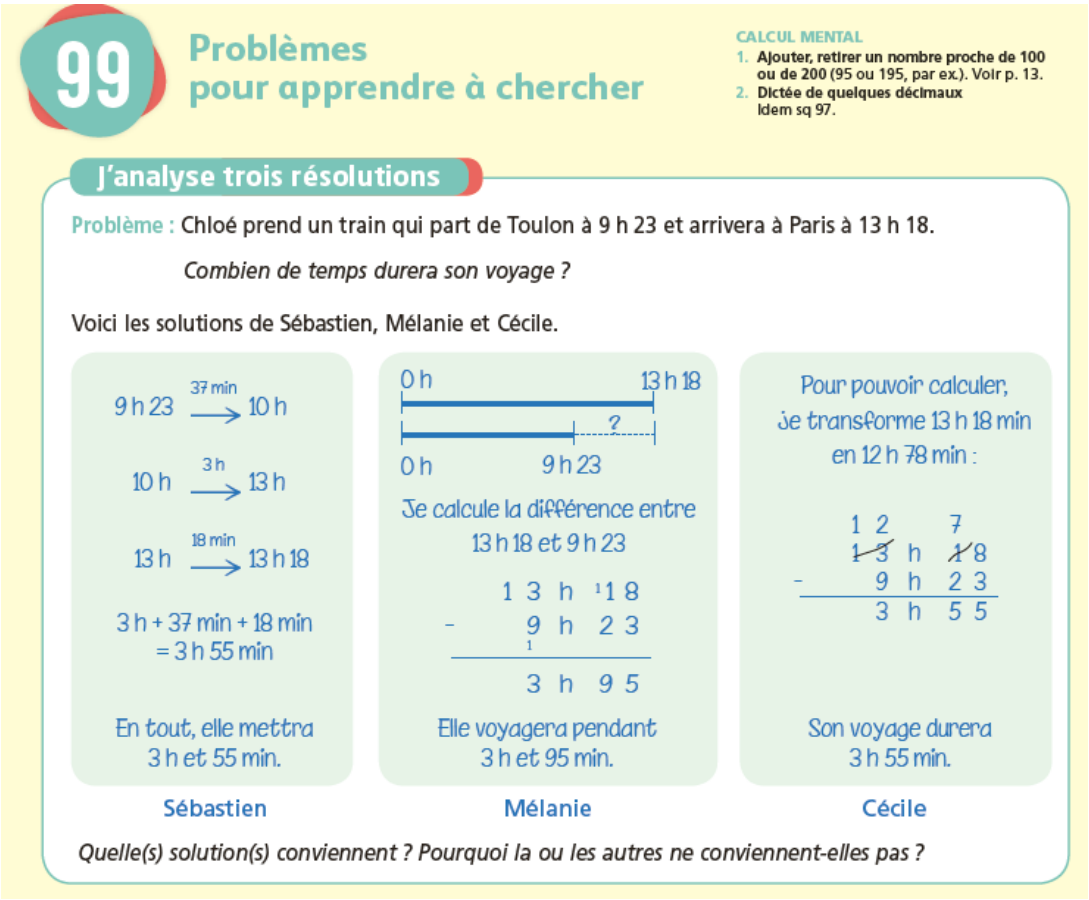


Illustration 9: Manuel « J'apprends les maths » RETZ 2017 p134

Plus loin dans ce même manuel, une problème de durée est proposé pour réactiver les connaissances mais cette fois les heures sont lues sur des horloges, ce qui n'a pas été évoqué dans la partie « apprendre à chercher ».

Il ressort de ces exemples que les enseignants ont bien du mal à identifier ce qu'il s'agit d'enseigner aux élèves pour qu'ils puissent de manière autonome résoudre des problèmes de calcul de durée. Notre hypothèse est que le travail proposé à partir de figurations doit permettre aux élèves d'identifier les nécessités permettant de caractériser la classe de problème et de mettre en relation les différentes représentations du problème amenant des outils de résolution très différents. L'explicitation doit donc porter sur les savoirs mis en jeu dans chacune des procédures pour que l'élève puisse effectuer des conversions lui permettant de passer de l'une à l'autre en fonction des caractéristiques de la situation, de son aisance dans les traitements nécessaires, de son besoin d'auto-évaluation.

Ici il s'agirait d'expliciter qu'une durée inférieure à une heure peut facilement se lire sur une horloge d'autant plus si les instants sont des multiples de 5 ou si l'élève sait calcule mentalement de 5 en 5 par exemple, qu'une durée peut toujours se calculer à partir d'une ligne du temps en choisissant des instants intermédiaires les plus proches ce qui suppose une évaluation des durées et d'une bonne représentation de la file numérique, qu'une durée peut encore se calculer par une soustraction posée en ayant la vigilance de calculer sur les heures et les minutes et d'effectuer les conversions nécessaires.

IV. Conclusion et discussion

Tout comme l'autonomie, l'explicitation repose sur trois principes :

- La transparence : tout ce qui est communiqué à l'élève, est explicité à son attention. L'explicitation doit éviter le tacite.
- L'objectivation : l'élève doit s'appuyer sir des savoirs, des informations, des règles… écrits ou imprimés.
- La publicisation : en direction des élèves et utilisable par eux parce que visible (écrits, affiches, icônes, symboles…)

Il s'agit pour l'enseignant de repérer ce qu'il convient d'expliciter sachant que l'explicitation peut porter sur tout ce qui devrait être signifiant et qui relève d'une convention au sein d'une communauté, qu'elle peut intervenir à différents moments et porter sur différents objets, qu'elle peut se faire sous différentes formes (registre sémiotiques, posture, contrat didactique…) et peut venir de l'enseignant, de la situation elle-même ou de l'élève.

L'explicitation ne doit cependant pas prendre à sa charge la problématisation au risque de ne pas donner la possibilité à l'élève de construire et résoudre le problème. L'explicitation doit juste lever les malentendus qui font que l'élève face à la tâche ne mobilise pas l'activité cognitive attendue pour apprendre et rendre le savoir disponible ultérieurement.

La résolution de problèmes, si elle est présente dans les classes, ne porte pas seule les éléments de savoirs nécessaires, l'explicitation du savoir et de la classe de problème qu'il permet d'aider à résoudre sont indispensables et suppose une explicitation par les élèves de leurs représentations pour mettre en relation les connaissances anciennes avec le savoir nouveau visé. Cela passe par une activité réflexive qui amène élève et enseignant à expliciter les enjeux et non uniquement à une exposition de la résolution experte même précédée par un débat sur la validité des procédures.

Bibliographie :

Coppé, S., & Houdement, C. (2009). Résolution de problèmes a l'école primaire française : perspectives curriculaire et didactique. *Colloque de la COPIRELEM*, 1-26. Auch: IREM.

Fabre, M. (2011). *Eduquer pour un monde problématique : la carte et la boussole*. Paris: PUF.

Grau, S. (2017). *Problématisation en mathématiques : le cas de l'apprentissage des fonctions affines*. Bretagne Loire, Nantes.

Hersant, M. (2010). *Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques : de l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires* [Note de synthèse de travaux]. Nantes: Université de

Nantes laboratoire du CREN.

Julo, J. (1982). *Acquisition de la proportionnalité et résolution de problème*. Université de Rennes 1, Rennes.

Orange, C. (2012). *Enseigner les sciences : Problèmes, débats et savoirs scientifiques en classe* (Première Édition). Bruxelles: De Boeck.

Vergnaud, G. (2011). Au fond de l'action, la conceptualisation. In J.-M. Barbier, *Savoirs théoriques et savoirs d'action* (3e éd., p. 275-292). Paris (6, avenue Reille 75685): Presses Universitaires de France - PUF.