

Identification inverse de paramètres élastoplastiques à partir de mesures de champs.

**T. MADANI^{a, c}, Y. MONERIE^{b, c}, S. PAGANO^{b, c}, C. PELISSOU^{a, c},
B. WATTRISSE^{b, c}**

a. Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire, IRSN/PSN/SEMIA, Bat. 702, BP3-13115 Saint-Paul-lez-Durance Cedex, France

b. Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Université de Montpellier (LMGC), Pl. E. Bataillon, Montpellier, France

c. Le *Laboratoire* de Micromécanique et Intégrité des Structures (*MIST*), IRSN-CNRS-Université de Montpellier

{tarik.madani, yann.monerie, stephane.pagano, bertrand.wattrisse}@univ-montp2.fr,
celine.pelissou@irsn.fr

Résumé :

La présente étude porte sur l'identification des propriétés élastoplastiques hétérogènes d'un matériau à partir de mesures de champs cinématique. Une méthode inverse est mise en œuvre afin d'identifier d'une part les paramètres matériaux (3 élastiques et 2 plastiques) et d'autre part le champ de contrainte. Un exemple sur une structure en matériaux composite est présenté en détails afin de montrer la faisabilité de l'approche. La robustesse vis-à-vis des données initiales, maillages et du bruit est étudiée.

Abstract :

The present study focuses on the identification of heterogeneous elastoplastic properties of a material from full-field measurements. An inverse method is used to identify on the one hand the material parameters and on the other hand the stress field. An application to a composite structure submitted to tension is presented to show the feasibility of the method. Finally, the robustness of the method is tested towards initial set of parameters, mesh and noise measurements where Gaussian perturbations were added to displacements values to simulate an experimental errors.

Mots clefs : Méthode inverse, Mesure de champs, Zone cohésive.

1 Introduction

En situation incidentelle ou accidentelle, les gaines de combustible nucléaire sont alors soumises à de fortes contraintes de traction et donc de déformations. Des fissures peuvent alors s'amorcer, se propager dans ces gaines et conduire éventuellement à leur rupture (perte de la première barrière de protection et dispersion du combustible dans l'eau du circuit primaire).

Les gaines de combustible sont constituées d'alliages de zirconium. Tout au long de leur séjour en réacteur, en fonctionnement nominal, leur oxydation entraîne la formation de la zircone et

l'oxydation des alliages de zirconium s'accompagne de la précipitation de plaquettes d'hydrures dans la phase métallique ce qui induit que la microstructure de la gaine évolue et passe progressivement d'un matériau homogène à un matériau à gradient de propriétés. Conséquence, sous l'effet de chargement thermomécanique la couche d'oxyde se fissure radialement.

Le contexte de ce travail est de comprendre et de reproduire les mécanismes d'endommagement et de fissuration locaux par phases de ces gaines pour traduire le plus fidèlement possible les modes de ruine de cette microstructure.

Pour modéliser ces mécanismes précédant la ruine, les modèles de zones cohésifs sont utilisés pour rendre compte des différentes étapes de la fissuration. Ils représentent un endommagement surfacique local au travers d'une loi traction-séparation qui conduit à la création de deux lèvres de fissures. Pour identifier ses lois de comportement où les champs sont hétérogènes, il est nécessaire dans un premier temps d'estimer localement le champ de contrainte puis dans un deuxième temps d'utiliser la stratégie d'identification de propriétés cohésives [1, 2] pour les identifier.

La corrélation d'images numériques donne accès à des mesures de champs de déplacements qui couplés avec une procédure d'identifications (méthode inverse) permettent d'estimer les propriétés et les champs de contraintes locales. Dans [3] sont présentées les grandes familles de méthodes capables d'utiliser en partie ou en totalité les données issues des mesures de champ. L'une d'entre elles, l'erreur en relation de comportement, va nous permettre par une méthode de relaxation d'identifier localement les propriétés des matériaux ainsi que les champs de contraintes en utilisant les champs de déplacement issus des mesures expérimentales. La méthode inverse sera introduite en section 2. Puis les résultats obtenus par cette approche sur un exemple numérique ainsi que sa sensibilité aux perturbations de mesure seront présentés.

2 Méthode d'identification

Nous proposons une méthode pour identifier les paramètres d'une loi de comportement élastoplastique dans un cadre 2D. La méthode de l'erreur en relation de comportement (MERC) [4] est basée sur la minimisation d'une fonctionnelle énergétique dépendant de deux grandeurs physiques: le champ de contrainte et les propriétés mécaniques du matériau.

Pour plusieurs pas de chargements successifs (indice n pour chaque pas), le champ de déplacement \vec{u}_n^m est mesuré sur le domaine Ω régi par l'ensemble des équations (1, 2 et 3) :

$$\text{div } \underline{\sigma}_n^c = 0 \quad \text{dans } \Omega \quad (1)$$

$$\underline{\sigma}_n^c = \underline{\underline{B}}_n^s : \underline{\underline{\varepsilon}}(\vec{u}_n^m) \quad \text{dans } \Omega \quad (2)$$

$$\begin{cases} \vec{R}_j = \int_{\partial\Omega_j} \underline{\sigma}_n^c \cdot \vec{n} \, ds & \text{dans } \partial\Omega_j \\ \underline{\sigma}_n^c \cdot \vec{n} = 0 & \text{dans } \partial\Omega_i \end{cases} \quad (3)$$

où $\underline{\sigma}_n^c$ et $\underline{\underline{\varepsilon}}$ représentent les tenseurs de contrainte et de déformation, $\underline{\underline{B}}^s$ est le tenseur élastoplastique sécant (correspondant au tenseur de Hooke $\underline{\underline{B}}^e$ pour un pas élastique).

Les résultantes des efforts \vec{R}_j sont connues sur les bords $\partial\Omega_j$ de Ω . Les bords libre $\partial\Omega_i$ sont tels que : $\partial\Omega_j \cup \partial\Omega_i = \partial\Omega$ and $\partial\Omega_j \cap \partial\Omega_i = \emptyset$.

Avec ces hypothèses, cette méthode est explicitée par l'expression :

$$E_{rc}(\underline{\underline{u}}_n^c, \underline{\underline{B}}_n^s) = \frac{1}{2} \int_0^t \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}_n^s : [\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{\underline{u}}_n^c) - \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{\underline{u}}_n^m)] : [\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{\underline{u}}_n^c) - \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{\underline{u}}_n^m)] d\Omega dt \quad (4)$$

où $\underline{\underline{u}}_n^c$ est le champ de déplacement compatible avec l'équilibre du domaine étudié Ω .

La procédure d'identification consiste à minimiser l' E_{rc} par rapport à $\underline{\underline{u}}_n^c$ et $\underline{\underline{B}}_n^s$ successivement. Suivent [5], le tenseur élastoplastique sécant peut être écrit au pas de chargement n par :

$$\underline{\underline{B}}_n^s = \left[\underline{\underline{B}}^{e-1} + \frac{\Delta\gamma_n}{1 + \frac{2}{3}k\Delta\gamma_n} P \right]^{-1} \quad (5)$$

et par rapport aux paramètres matériau:

$$\underline{\underline{B}}_n^s = \begin{bmatrix} \frac{E(1+2KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu-2) + 1 - \nu^2} & \frac{E(\nu+KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu-2) + 1 - \nu^2} & 0 \\ \frac{E(\nu+KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu-2) + 1 - \nu^2} & \frac{E(1+2KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu-2) + 1 - \nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{G}{1+6KG} \end{bmatrix} \quad (6)$$

où P est égale à :

$$P = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

et $\Delta\gamma_n$ est le multiplicateur plastique au pas de chargement n :

$$\Delta\gamma_n(\sigma_0, k) = \frac{3}{2k} \langle \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\alpha_n}{\sigma_0} - 1 \rangle^+ \quad (8)$$

avec $\langle a \rangle^+$ représentant la partie positive de a , X_n est le tenseur, $\underline{\underline{\alpha}}_n$ le second invariant de la contrainte effective $(\underline{\underline{\sigma}}_n^c - \underline{\underline{X}}_n)$ donné par :

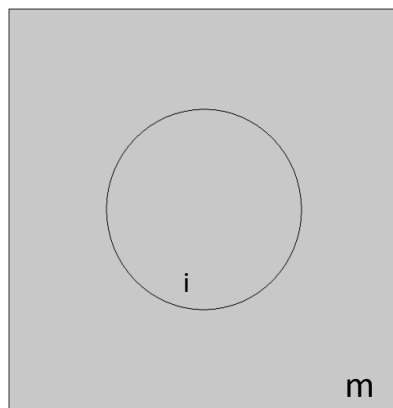
$$\underline{\underline{\alpha}}_n^2 = (\underline{\underline{\sigma}}_n^c - \underline{\underline{X}}_n)^T \cdot \underline{\underline{P}} \cdot (\underline{\underline{\sigma}}_n^c - \underline{\underline{X}}_n). \quad (9)$$

Et finalement, comme on sait que $\underline{\underline{\varepsilon}}_p = \underline{\underline{\varepsilon}}_e - \underline{\underline{B}}^{e-1} : \underline{\underline{\sigma}}_c$ on peut écrire K , dépendant de deux paramètres (fonction de σ_0 et k):

$$K = a \frac{\|\underline{\underline{\varepsilon}}^p\|}{b + \|\underline{\underline{\varepsilon}}^p\|} \quad (10)$$

2 Résultats

Dans cette section, l'efficacité de la procédure proposée est examinée en utilisant des champs de déplacement obtenus avec le code de calcul par éléments finis Comsol Multiphysics. Nous nous intéressons à l'identification de loi de comportement sur une éprouvette de type ruban présentant une inclusion circulaire (figure 1) soumise en traction. On fera l'identification sur deux types de zone : une zone d'identification compatible avec le maillage et une autre incompatible (figure 2).



$$B_m = \begin{cases} E = 210 \text{ GPa} \\ \nu = 0,3 \\ \sigma_0 = 300 \text{ MPa} \\ k = 1 \text{ GPa} \end{cases}$$

$$B_i = \begin{cases} E = 100 \text{ GPa} \\ \nu = 0,15 \\ \sigma_0 = 300 \text{ MPa} \\ k = 1 \text{ GPa} \end{cases}$$

Figure 1 – Géométrie et paramètres matériaux de l'inclusion.

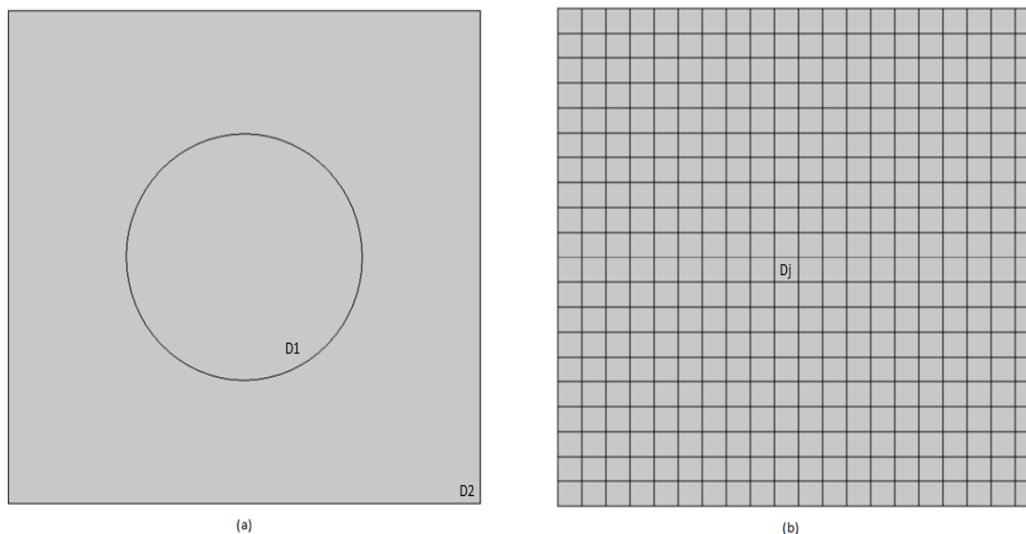


Figure 2 – Géométrie d'identification: (a) deux domaines d'identification respectant l'hétérogénéité du matériau et (b) 400 domaines d'identification qui ne respectent pas l'hétérogénéité du matériau.

Pour la première identification, la figure 3.a montre une bonne prédiction des jeux de paramètres avec une erreur relative d'environ 2%. De plus un seul niveau de pas de chargement est suffisant pour identifier ces paramètres. Ainsi, le temps de calcul de la procédure est très rapide. La figure 4.b montre que les champs de contraintes identifiées sont très proches des valeurs de référence.

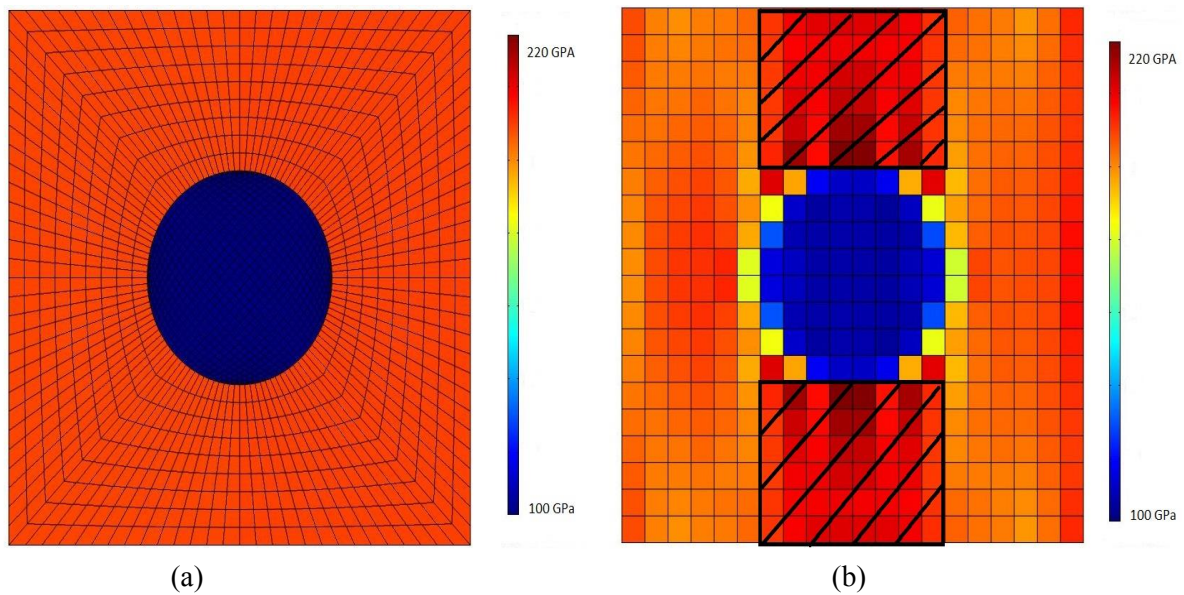


Figure 3- Module de Young identifié: (a) 2 domaines d'identification compatible et (b) 400 domaines d'identification incompatible.

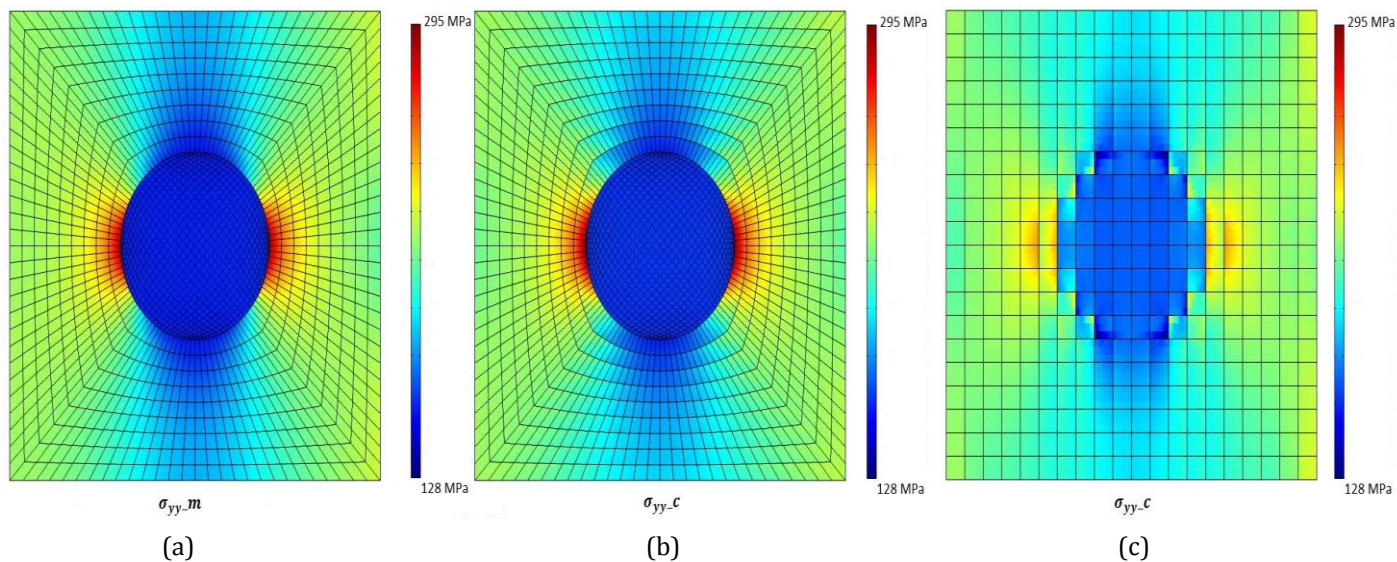


Figure 4- Distribution des champs de contraintes transversales: (a) champ de contrainte "mesurée" σ_{yy_m} (simulation EF), celui identifié σ_{yy_c} utilisant 2 domaines d'identification compatible et (c) celui identifié σ_{yy_c} utilisant 400 domaines d'identification incompatible.

Pour la deuxième identification (400 Domaines matériels), l'inclusion est parfaitement localisée. Ce résultat démontre la capacité de la technique pour identifier les propriétés élastiques hétérogènes. Toutefois l'erreur en relation de comportement est basée sur la minimisation d'une fonctionnel énergétique et si cette énergie est très faible alors l'identification locale ne peut être effectué (les zones situées au-dessus et sous l'inclusion figure 3.b). En outre, l'erreur est plus grande dans les domaines où les gradients de contrainte sont élevés. La présence de gradients de contrainte est une source importante d'erreurs d'identification. Le temps de calcul est plus important parce que nous identifions 800 paramètres au lieu de quatre, mais les résultats sont cohérents et démontrent la faisabilité de cette approche.

Table 1: Résultats de l'identification.

Parameters	E (GPa)	nu	k (GPa)	sigma_0 (MPa)
Reference values matrice	210,000	0,300	1,000	300,000
Matrice	208.74	0,303	1,030	299.402
Relative difference (%)	0,600	1,000	3,000	0,199
Reference values inclusion	100,000	0,150	1,000	300,000
Inclusion	101,120	0,147	0,987	297,158
Relative difference (%)	1,120	2,000	1,000	0,947

Le tableau 1 résume le résultat des paramètres matériaux identifiés sur deux domaines d'identification. Les résultats obtenus sont en très bon accord avec les valeurs de référence et sont très satisfaisants.

La robustesse de l'approche par rapport au bruit est évaluée en perturbant les déplacements simulés par un bruit blanc à différents niveaux. A cet effet, on effectue une identification sur un matériau isotrope homogène soumis à un essai de traction. Le niveau de bruit est choisi égal à $\gamma = 0,01$ **pixel**. Cette valeur est conforme aux erreurs typiques obtenues par corrélation d'imagerie numérique. Les champs déplacement obtenus par simulation EF sont corrompus par un bruit blanc gaussien avec différentes amplitudes de γ .

Table 2: Résultats de sensibilité au bruit.

Parameters	E (GPa)	nu	k (GPa)	sigma_0 (MPa)
Reference values	210	0,3	1	300
Random noise amplitude $0.1*\gamma$				
Identified values	209,79	0,30	0,99	300,17
Relative difference (%)	0,10	0,00	1,00	0,06
Random noise amplitude γ				
Identified values	206,96	0,30	0,99	299,84
Relative difference (%)	1,45	0,00	1,00	0,05
Random noise amplitude $2*\gamma$				
Identified values	189,56	0,23	0,96	300,46
Relative difference (%)	11,16	23,33	4,00	0,15

On peut constater que l'identification de tous les paramètres est stable en présence de bruit. Naturellement, les constantes élastiques sont plus corrompus par le niveau de bruit en raison d'un niveau de bruit fixe, le rapport signal sur bruit est plus faible pour l'identification élastique que pour une matière plastique. En outre, le coefficient de Poisson est plus sensible au bruit.

3 Conclusion

Nous avons présenté une procédure d'identification capable d'estimer des paramètres matériaux et des champs de contraintes pour un comportement élastique et élastoplastique avec écrouissage non-linéaire. Pour le cas de matériaux présentant une forte hétérogénéité, l'identification est rendue plus complexe du fait de la détermination du tenseur élastoplastique sécant qui dépend de la contrainte équivalente de Von Mises et qui nécessite donc de l'estimer au préalable. Avant d'appliquer la méthode d'identification aux données expérimentales réelles, la faisabilité de la procédure proposée est vérifiée en utilisant des champs de déplacement fournis par un calcul éléments finis. La méthode est désormais étendue à la plasticité endommageable. L'introduction dans la fonctionnelle d'un second terme calorimétrique lié aux sources de chaleur est également examinée pour accéder aux sources de chaleur et ensuite faire un bilan d'énergie pour valider thermo-mécaniquement les modèle de zones cohésives identifiés.

Références

- [1] V. Richefeu A. Chrysochoos, V. Huon, Y. Monerie, R. Peyroux and B. Wattrisse. Towards local identification of cohesive zone models using digital image correlation, *European Journal of Mechanics - A/Solids* 34 38-51, (2012).
- [2] S. Wen, Y. Monerie, B. Wattrisse. Identification of cohesive zone models from thermomechanical imaging techniques, *CFRAC 2013*, (2013).
- [3] S. Avril, M. Bonnet, A.S. Bretelle, M. Grediac, F. Hild, P. Ienny, F. Latourte, D. Lemosse, S. Pagano, E. Pagnacco. Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements. *Experimental Mechanics* 48, 381-402, (2008).
- [4] F. Latourte, A. Chrysochoos, S. Pagano and B. Wattrisse. Elastoplastic behavior identification for heterogeneous loadings and materials. *Experimental Mechanics* 48 435-449, (2008).
- [5] JC. Simo and TJR. Hughes. *Computational inelasticity*. Springer, pp 126–130, (1998).